

# Vergleichende Betrachtungen über den Einfluss des Zinsfusses und der Sterblichkeit auf das Deckungskapital der Lebensversicherung

Autor(en): **Christen, Hans**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Mitteilungen / Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker = Bulletin / Association des Actuairees Suisses = Bulletin / Association of Swiss Actuaries**

Band (Jahr): **37 (1939)**

PDF erstellt am: **27.07.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-550797>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

## B. Wissenschaftliche Mitteilungen

---

### Vergleichende Betrachtungen über den Einfluss des Zinsfusses und der Sterblichkeit auf das Deckungskapital der Lebensversicherung

Von *Hans Christen*, Bern

Die Frage, welchen Einfluss der Zinsfuss und die Sterblichkeit auf das Deckungskapital der Lebensversicherung ausüben, ist schon oft Gegenstand von Untersuchungen gewesen. Im Heft 31, 1936, dieser Mitteilungen hat Herr Dr. A. Urech in seiner Arbeit «*Quelques conséquences pour l'assurance sur la vie de la variation de la mortalité au cours des années*» das Thema behandelt.

Der Zinsertrag auf dem Kapitalmarkt ist in der letzten Zeit bedenklich tief gesunken. Man besitzt heute bestimmte Anhaltspunkte, in welcher beträchtlichen Masse sich die Sterblichkeit noch in den letzten Jahrzehnten verbessert hat. Diese Tatsachen können Veranlassung zur Änderung der technischen Grundlagen der Lebensversicherung geben.

Wir möchten hier versuchen, in bescheidenem Rahmen einige einfache Vergleiche darüber anzustellen, wie gross die Änderung des Deckungskapitals ausfällt, wenn einerseits der technische Zinsfuss z. B. um  $\frac{1}{2}$  % tiefer gewählt wird und andererseits, wenn neuere Sterblichkeitsgrundlagen, wie sie die Erfahrung heute aufdrängt, für die Berechnung des Deckungskapitals verwendet werden.

Es sei uns vorerst erlaubt, kurz zu schildern, welche Sterblichkeitsänderungen die Erfahrung in den letzten Jahrzehnten gezeigt hat. Bestens danken möchten wir Herrn Dr. Zaugg, der die graphischen Darstellungen besorgt und Frl. Leuba, die einen grossen Teil der Rechnungen durchgeführt hat. Danken möchten wir auch Herrn Prof. Dr. Marchand, der uns gestattete, die neuen Rentnertafeln der Schweizerischen Lebensversicherungs- und Rentenanstalt zu Vergleichen heranzuziehen.

Die Sterblichkeit der schweizerischen Bevölkerung ist besonders in den höhern Altern bedeutend zurückgegangen. In der graphischen Darstellung I sind für die Alter 72, 62 und 52 die Sterblichkeitsintensitäten  $\mu_x = -\frac{dl_x}{d_x} \cdot \frac{1}{l_x}$  seit dem Jahre 1876 bis zum Jahre 1930 aufgetragen. Es stellt sich sofort die Frage, wird die Sterblichkeit noch weiterhin abnehmen? Diese Frage ist spekulativer Natur, und man kann nur Mutmassungen darüber anstellen, die jedoch durch bestimmte Vergleiche bekräftigt werden können. Für die schwedische Bevölkerung haben *Cramer* und *Wold*<sup>1)</sup> die Sterblichkeitsintensitäten für verschiedene Alter zusammengestellt; diese Werte sind vergleichsweise in der graphischen Darstellung I ebenfalls aufgetragen.

Die Tendenz der Änderung der Sterblichkeit für die schwedische Bevölkerung ist ziemlich analog derjenigen der Schweiz, nur dass gewissermassen die schwedische Sterblichkeitsverbesserung der schweizerischen vorausseilt. In der Gegenwart ist für die höhern Alter die Sterblichkeit in Schweden bedeutend niedriger als in der Schweiz. Nach diesem Umstande zu schliessen, scheint es durchaus möglich, dass die Sterblichkeit in der Schweiz, wenigstens was die höhern Alter anbetrifft, noch weiter in wesentlichem Masse zurückgehen kann. Nebenbei sei bemerkt, dass *Cramer* und *Wold* in der erwähnten Arbeit<sup>1)</sup> die Entwicklung der Sterblichkeit als Funktion des Alters und der geschichtlichen Zeit in einer sogenannten Makehamschen Fläche dargestellt haben. Eine gleiche Darstellung hat *P. Delaporte* über die Sterblichkeitsänderung in Frankreich gemacht<sup>2)</sup>. Ferner hat *P. Riebesell*<sup>3)</sup> für die deutschen Sterblichkeitsverhältnisse die entsprechenden Untersuchungen (Makehamsche Fläche) angestellt.

Wir erwähnen noch die Studie der Metropolitan Life Insurance Company of New York «Twenty-Five Years of Health Progress 1911 to 1935». Diese enthält statistische Untersuchungen auf Grund von

---

1) Skandinavisk Aktuarietidskrift, 1935.

2) *P. Delaporte*: «Evolution de la mortalité française depuis un siècle»; *Journal de la société de statistique de Paris*, n° 7, juillet 1938.

3) *P. Riebesell*: «Eine zukünftige deutsche Sterbetafel»; *Blätter für Versicherungsmathematik*, 4. Band, 7. Heft, Oktober 1938 (Beilage zur Zeitschrift für die gesamte Versicherungswissenschaft).



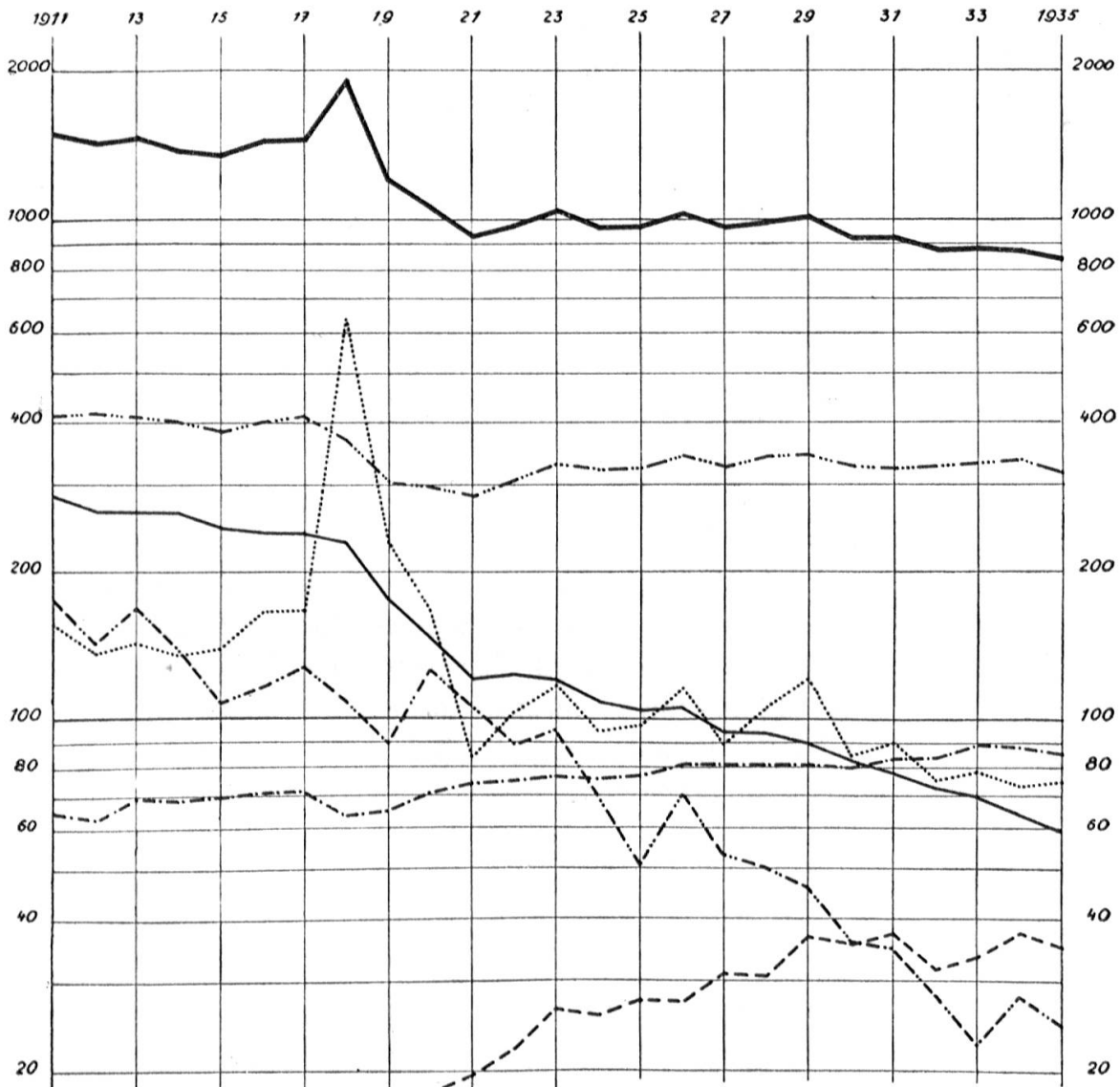
305 Millionen unter einjährigem Risiko beobachteten weissen Personen und 2,6 Millionen Todesfällen. Das sehr grosse Beobachtungsmaterial gestattete, die Veränderung der durch bestimmte Todesursachen bewirkten Sterblichkeit zu verfolgen. Die graphische Darstellung II veranschaulicht die ganz bedeutende Verbesserung der Sterblichkeit, bewirkt durch wichtige Todesursachen (Ausnahme: Krebs). Für die Erfahrungen der «Metropolitan Life» verringerte sich beispielsweise die Sterblichkeit innert 25 Jahren:

1. durch Tuberkulose aller Formen um ca. 80 %;
2. durch Kinderkrankheiten (Masern, Keuchhusten, Diphtherie und Scharlach) um ca. 80 %;
3. durch Influenza-Krankheiten und Lungenentzündungen um ca. 50 %;
4. durch Hochdruckkrankheiten (im weitesten Sinne: Herz, Nieren, Gefässe) um ca. 20 %.

Freilich gibt es auch Krankheitsgruppen (wie Krebs), bei denen nicht mit Bestimmtheit eine Verbesserung der Sterblichkeit festgestellt werden kann; es scheint auch denkbar, dass es gewisse Komponenten gibt, die eher im Sinne einer Verkürzung der mittleren Lebensdauer wirken.

Im grossen und ganzen scheint es aber doch nicht ungerechtfertigt, auf Grund der vorliegenden Erfahrungen, der bedeutenden und wohl noch lange nicht abgeschlossenen Fortschritte der Medizin (man erinnert sich an Beispiele wie die Insulin- oder Vitamintherapie), eine in der Zukunft weiterhin eintretende Sterblichkeitsverbesserung als eher wahrscheinlich zu erachten. Ausserordentliche Momente, wie z. B. Krieg, können wohl nicht in Betracht gezogen werden.

Die *Erfahrungen der schweizerischen Lebensversicherungsgesellschaften* haben für die Gruppenversicherungen eine ganz bedeutend kleinere Sterblichkeit ergeben als diejenige, die in den vom eidgenössischen Versicherungsamt 1931 erlassenen Minimalgrundlagen Anwendung findet. Die Gesellschaften sehen sich deshalb veranlasst, für das Gruppenversicherungsgeschäft neue Sterblichkeitstabellen (mit TMG bzw. TFG bezeichnet) einzuführen, die eine gewisse in der Zukunft noch mögliche Sterblichkeitsverbesserung bereits berücksichtigen. In der graphischen Darstellung I sind vergleichsweise die



Figur II

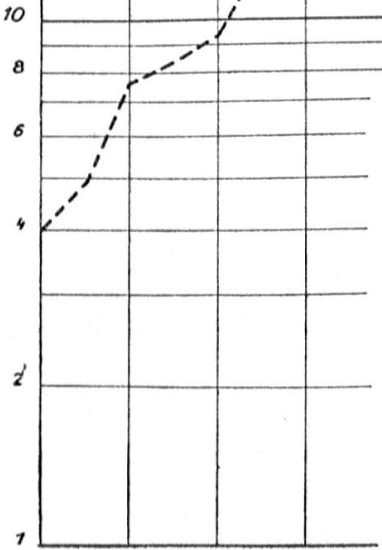
### Sterblichkeit bei Männern nach Todesursachen

Todesfälle auf 100 000 Männer der Alter 1-74

- alle Ursachen zusammen
- Tuberkulose
- · - · - Gefäß- und Nierenkrankheiten
- · · · · Grippe und Lungenentzündung
- - - - - Krebs in allen Formen
- - - - - Automobilunfälle

Todesfälle auf 100 000 Knaben der Alter 1-14

- - - - - Kinderkrankheiten



entsprechenden Sterblichkeitsintensitäten am rechten Rande als horizontale Striche aufgetragen. (Man bemerkt, dass die 1930 gemessene Volkssterblichkeit in Schweden für die Männer in den höheren Altern noch kleiner als diejenige der Tafeln TMG ist.) Die Sterbenswahrscheinlichkeiten der neuen Grundlagen TMG und TFG sind in den graphischen Darstellungen III (für Männer) und IV (für Frauen) aufgezeichnet.

Im gleichen Sinne haben die Erfahrungen der Lebensversicherungsgesellschaften für die Einzelrentenversicherung in der Schweiz (ungefähr für den Zeitraum 1933—1937) eine weitere wesentliche Sterblichkeitsverbesserung aufgezeigt. In den graphischen Darstellungen III (Männer) und IV (Frauen) sind für Fünfer-Altersgruppen die gemessenen Sterblichkeitssätze für die meisten schweizerischen Gesellschaften zusammengefasst (in Gestalt von kleinen Kreisen) aufgetragen; ferner sind die Sterbenswahrscheinlichkeiten (Schlusstafeln) der alten englischen Tafeln  $0^{am}$  und  $0^{af}$  von 1893, der neuern englischen Rentnertafeln  $a^m$  und  $a^f$  (1900—1920) sowie diejenigen der neuen Rentnertafeln RRM und RRF 1939 der schweizerischen Lebensversicherungs- und Rentenanstalt aufgezeichnet. Die neuesten Erfahrungen in der Sterblichkeit für Einzelrentner scheinen für die Männer sogar etwas kleinere Werte als die Tafel  $a^m$  zu liefern, während die Erfahrungssätze für die Frauen sich ziemlich gut in der Nähe der Tafel  $a^f$  halten.

Die graphischen Darstellungen mögen erkennen lassen, dass man für Untersuchungen recht gut die neuen Rentnertafeln der Rentenanstalt heranziehen darf. Mehrere Gesellschaften haben sich bis vor kurzer Zeit für die Tarife und die Berechnung des Deckungskapitals der alten englischen Tafeln  $0^{am}$  und  $0^{af}$  bedient. Man erkennt den bedeutenden Unterschied in den Sterbenswahrscheinlichkeiten zwischen diesen Tafeln und den neuesten Erfahrungen.

Wir möchten nun in erster Linie kurz etwas über den Einfluss der Änderung von Zinsfuss und Sterblichkeit auf die Grösse des Deckungskapitals bei der *Einzelkapitalversicherung* aussagen.

Die Erfahrung hat gezeigt, dass die effektive Sterblichkeit in der Todesfallversicherung (Einzelgeschäft) bis etwa zum Alter 65 gut

durch die Tafel RAH  $\frac{1894/1930}{1921/1931}$  (Beobachtungen der Rentenanstalt)

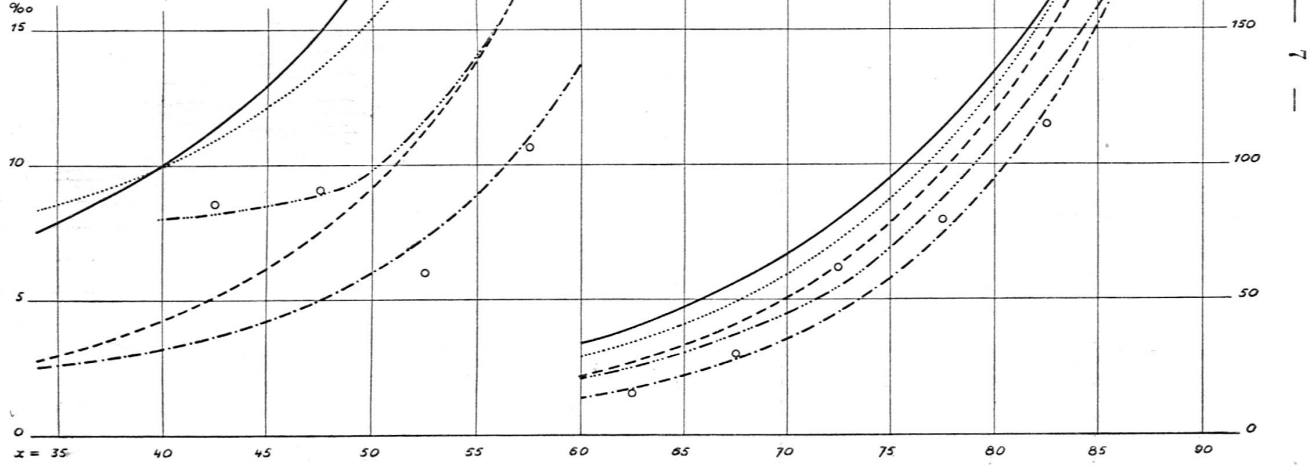
wiedergegeben wird. Wir setzen ferner voraus, dass für die Berechnung des Deckungskapitals die Grundlagen MWI  $3\frac{1}{2}$  % (in der Praxis

Figur III

Sterbetafeln: Männer

Rentenuversicherung

- MM
- - - TMG
- ⋯ Qam
- · - a<sup>m</sup>
- · - RRM
- ○ ○ Erfahrungen bei Einzelrentnern



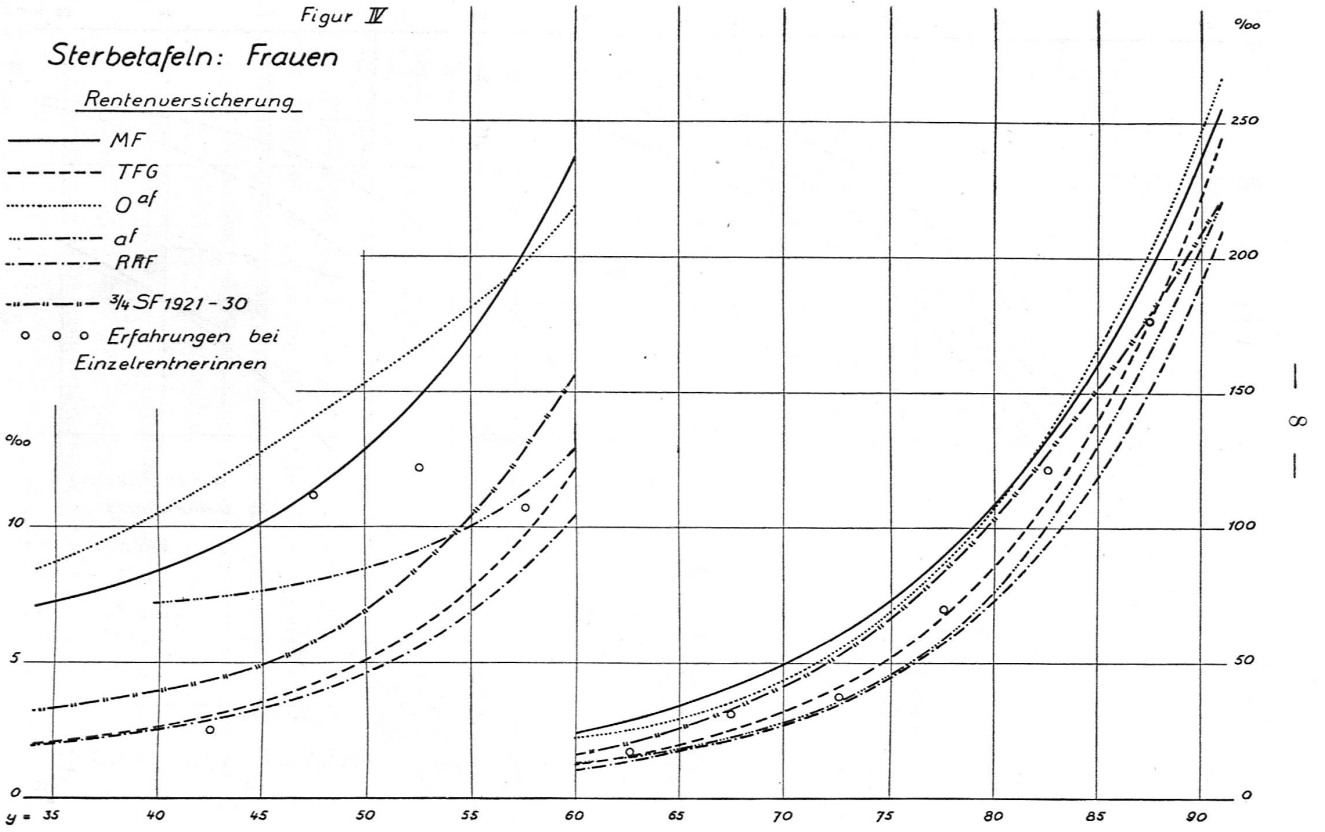


Figur IV

# Sterbetafeln: Frauen

## Rentenversicherung

- MF
- - - TFG
- ⋯ af
- · - af
- · - RRF
- · -  $\frac{3}{4}$  SF 1921-30
- o o o Erfahrungen bei Einzelrentnerinnen



ist dies häufig der Fall) angewendet werden. Für unsere Untersuchung möchten wir uns auf die gemischte Versicherung beschränken, der ja weitaus die wichtigste Bedeutung in der Praxis zukommt.

Wir können nun die Eigentümlichkeit feststellen, dass die absolute Differenz der Sterblichkeitswahrscheinlichkeiten:  $q_x$  (MWI) —  $q_x$  (RAH) für die Alter ungefähr von 20—60 nahezu konstant ist, wie die folgende Tabelle 1 zeigt.

Tabelle 1.

$x$	$10^4 \cdot [q_x(\text{MWI}) - q_x(\text{RAH})]$	$10^4 \cdot [q_x(\text{AF}) - q_x(\text{RAH})]$
20	69	46
25	63	40
30	65	47
35	73	54
40	83	63
45	87	66
50	85	68
55	90	65
60	81	49
		—

Man könnte sich beispielsweise die Tafel RAH durch eine fast gleiche Tafel RAH' ersetzt denken, deren Sterbenswahrscheinlichkeiten sich von denjenigen der Ordnung MWI um genau 0,0084 unterscheiden und die mit genügender Annäherung die effektive Sterblichkeit repräsentiert. Die graphische Darstellung V, in der unter anderem die Sterbenswahrscheinlichkeiten dieser Tafel RAH', ferner die Ordnungen RAH, MWI aufgetragen sind, veranschaulichen diese Verhältnisse. Der Unterschied zwischen den Sterbenswahrscheinlichkeiten der Tafeln AF und RAH ist etwas weniger ausgeprägt konstant, immerhin liessen sich zum Zwecke von Schätzungen auch hier die nachstehenden Überlegungen anstellen.

Im Rahmen einer Näherung dürfen wir also annehmen:

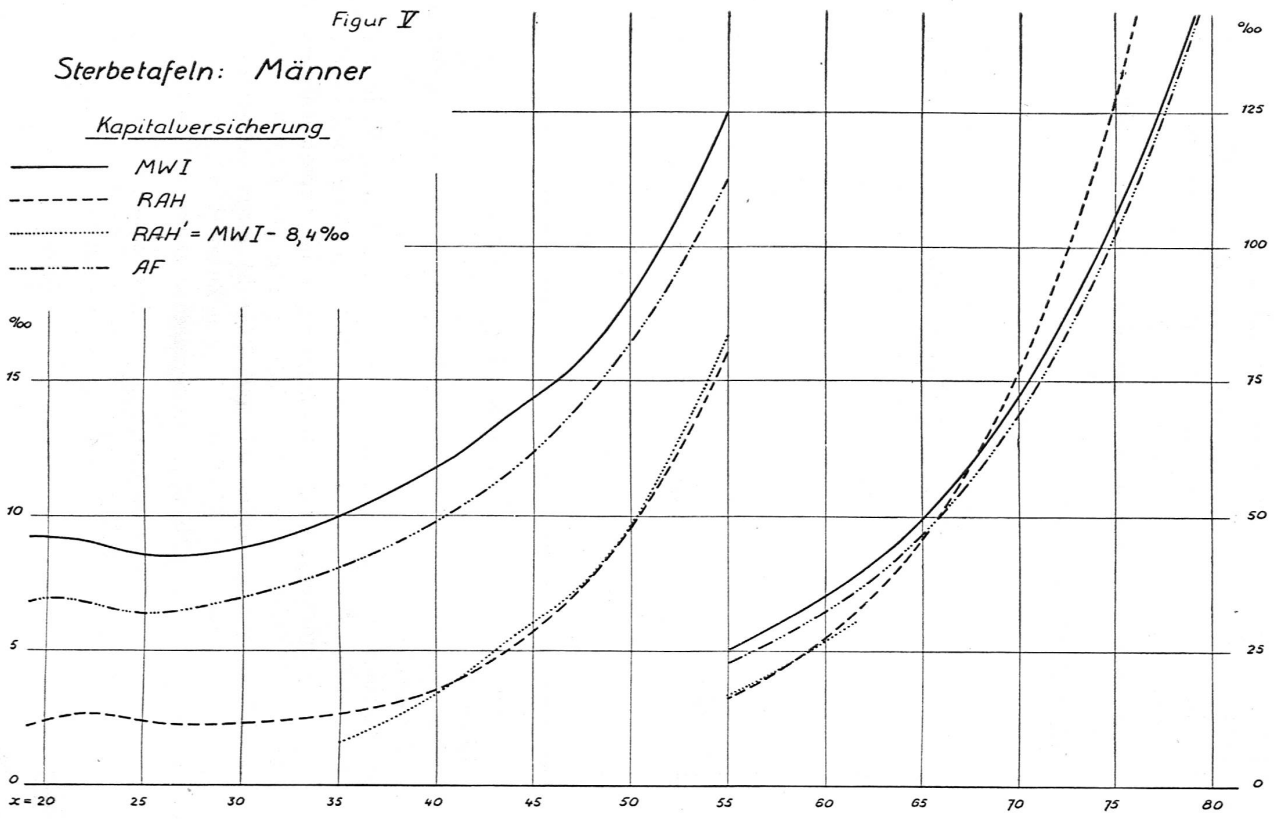
$$q_x(\text{RAH}) = q_x(\text{MWI}) - K \quad [K = \text{Konstante} = 0,0084]$$

Figur V

Sterbetafeln: Männer

Kapitalversicherung

- MWI
- - - RAH
- ⋯ RAH' = MWI - 8,4‰
- · - AF



Für nicht zu hohe Alter darf man ferner im Rahmen einer Näherung setzen

$$\mu_x = q_x^{-1}$$

Näherungsweise gilt also für

$$\mu_x^{(\text{RAH})} = \mu_x^{(\text{MWI})} - K$$

Der Leibrentenbarwert nach der Tafel RAH lässt sich, wenn  $\delta = \ln(1+i)$  gesetzt wird, darstellen durch:

$$\boxed{\overset{c}{a}_{x:\overline{n}|}^{(\text{RAH})}} = \int_0^n e^{-\int_0^t (\mu'_{x+\tau} + \delta) \cdot d\tau} \cdot dt = \int_0^n e^{-\int_0^t (\mu_{x+\tau} - K + \delta) \cdot d\tau} \cdot dt,$$

$$\overset{c}{a}_{x:\overline{n}|}^{-(\text{RAH}, \delta)} = \overset{c}{a}_{x:\overline{n}|}^{-(\text{MWI}, \delta-K)}$$

Der mit der Tafel RAH (effektive Sterblichkeit) berechnete Leibrentenbarwert innerhalb den Altern  $20 < x+t < 60$  ist gleich gross wie der Leibrentenbarwert nach der Tafel MWI, aber zu einem um ca. 0,8 % tieferen Zinsfuss berechnet.

Für das Deckungskapital der gemischten Versicherung gilt:

$${}_tV_x^{(\text{RAH}, \delta)} = 1 - \frac{\overset{c}{a}_{x+t:\overline{n-t}|}^{(\text{RAH}, \delta)}}{\overset{c}{a}_{x:\overline{n}|}^{(\text{RAH}, \delta)}} = 1 - \frac{\overset{c}{a}_{x+t:\overline{n-t}|}^{(\text{MWI}, \delta-K)}}{\overset{c}{a}_{x:\overline{n}|}^{(\text{MWI}, \delta-K)}} = {}_tV_x^{(\text{MWI}, \delta-K)}$$

Das Deckungskapital für die gemischte Versicherung, nach der Tafel RAH und mit dem Zinsfuss  $i = e^\delta - 1$  berechnet, ist (im Rahmen der oben geschilderten Näherung) gleich dem Deckungskapital nach der Tafel MWI, jedoch zu einem Zinsfuss von  $i = e^{\delta-K} - 1$  <sup>2)</sup> berechnet; dabei bleiben Eintrittsalter und Versicherungsdauer unverändert.

1) Wenn das Makehamsche Gesetz gilt, ist dies z. B. auch aus der Beziehung

$$\mu_x = \frac{\ln c}{c-1} \left( q_x + \frac{q_x^2}{2} + \frac{q_x^3}{3} + \dots \right) + \ln s \cdot \left( \frac{\ln c}{c-1} - 1 \right)$$

ersichtlich; für die Tafel MM ist:

$$\frac{\ln c}{c-1} = 0,9624; \ln s \cdot \left( \frac{\ln c}{c-1} - 1 \right) = 0,00012 \text{ und z. B. } q_{60} = 0,0335$$

$$\mu_{60} = 0,0329$$

2) Man kann näherungsweise  $\delta$  durch  $i$  und  $\delta-K$  durch  $i-K$  ersetzen, z. B. ist für:

$i$	$i-K$
4 %	0,08 %
3 %	0,044 %

Das mit der Tafel RAH (also mit der effektiven Sterblichkeit) berechnete Deckungskapital (für gemischte Versicherungen in den Grenzen  $20 < x < 60$ ) ist gleich gross wie das Deckungskapital nach MWI, zu einem um ca. 0,8 % tieferen Zinsfuss, z. B.:

$${}_tV_x^{(\text{RAH}, 3\%)} = {}_tV_x^{(\text{MWI}, i = \text{ca. } 2,2\%)}$$

Die numerische Rechnung bestätigt diese Überlegung im Rahmen der getroffenen Näherungen; nachstehend sind in der Tabelle 2 für ein Beispiel einer gemischten Versicherung: Eintrittsalter 30, Versicherungsdauer 30, die prozentualen Änderungen der Deckungskapitalien aufgeführt, für den Übergang von den Grundlagen

- A) MWI,  $3\frac{1}{2}\%$  nach RAH,  $3\frac{1}{2}\%$ ,
- B) RAH,  $3\frac{1}{2}\%$  nach RAH,  $3\%$ .

Tabelle 2.

Prozentuale Änderung des Deckungskapitals.

Eintrittsalter	A	B
	MWI $\rightarrow$ RAH	RAH $3\frac{1}{2}\% \rightarrow 3\%$
	%	%
30	0,0	0,0
35	6,6	7,0
40	6,6	5,6
45	6,0	4,3
50	4,5	3,0
55	2,5	1,5
60	0,0	0,0

Je nach der Struktur des Portefeuilles dürfte der Übergang von MWI  $3\frac{1}{2}\%$  nach RAH  $3\%$  für das Deckungskapital für einen Bestand an gemischten Versicherungen eine Vergrösserung von etwas weniger oder mehr als 7 % ausmachen. Die mit den Verhältnissen in der Praxis näherungsweise übereinstimmende Hypothese

$$q_x \text{ (der effektiven Sterblichkeit)} = q_x \text{ (der rechnermässigen Sterblichkeit)} - \text{Konstante}$$

gestattet, den Einfluss der Sterblichkeitsänderung einerseits und der Zinsfußänderung andererseits auf die Grösse des Deckungskapitals der gemischten Versicherungen (in den Altern  $20 < x < 60$ ) unmittelbar miteinander zu vergleichen.

\* \* \*

Wir betrachten einen Bestand an gemischten Versicherungen, dessen Struktur wie folgt aussieht (Versicherungssummen in Millionen Franken):

nach gesamter Versicherungsdauer		nach Eintrittsalter		nach abgelaufenen Versicherungsdauern	
$n$	$V \cdot Se$	$x$	$V \cdot Se$	$t$	$V \cdot Se$
20	59,7	20	27,8	2	33,0
		30	80,0	5	28,9
		40	28,9	10	25
30	83,9	50	6,9	19 u.	18,9
				20	
				25	8,6
				29	7,5
143,6		143,6		143,6	

Für unsere Rechnungen verwenden wir als Grundlagen I. Ordnung MWI,  $3\frac{1}{2}\%$ , als Grundlagen II. Ordnung RAH,  $3\frac{1}{2}\%$  und  $12\%$  der Tarifprämien als gesamte Unkosten; übrige Faktoren, wie z. B. Storno, werden vernachlässigt.

Für den Bestand von 143,6 Millionen unseres Beispielles ergibt die Rechnung ein Deckungskapital

nach MWI,  $3\frac{1}{2}\%$  von 50,6 Millionen Franken,

nach RAH,  $3\frac{1}{2}\%$  von 52,3 Millionen Franken oder  $3,3\%$  mehr.

In unserem Beispiel entspricht vergleichsweise das ungezillmerte Deckungskapital nach MWI einem um  $18\text{‰}$  gezillmerten Deckungskapital nach RAH. Von diesem Gesichtspunkte aus betrachtet erscheint die durch die Sterblichkeitsänderung sich nahelegende Deckungskapitalverstärkung nicht unbedeutend.

Der Barwert an zukünftigen Bruttoprämien für den betrachteten Bestand ohne Ausschüttung von Gewinnanteilen, unter Abzug von 12 % Unkosten, beläuft sich auf (Grundlagen II. Ordnung):

$\Sigma 0,88 \cdot a_{x+t:\overline{n-t} } \cdot \pi_{x:\overline{n} }$ . . . . .	=	56,5	Millionen	Franken
Deckungskapital MWI . . . . .	=	50,6	»	»
		<u>107,1</u>	»	»

die Belastung an zukünftigen Versicherungsleistungen (Grundlagen II. Ordnung) = 92,9 » »

so dass sich ohne Ausschüttung von Gewinnanteilen ein Überschuss von . . . 14,2 » »  
ergäbe.

(Die Änderung des Deckungskapitals von 1,7 Millionen entspricht 28 % der gesamten Jahresbruttoprämie von 6 Millionen.) Die zukünftige Belastung einer steigenden Dividende von 1 % vom dritten Versicherungsjahr an beträgt 7,3 Millionen. Die erwähnte Deckungskapitalverstärkung von 1,7 Millionen entspricht einem Dividenden-satz von 0,23 %. Aus diesen Vergleichen mag hervorgehen, dass die Umstellung des Deckungskapitals auf neue Sterblichkeitsgrundlagen bei den Kapitalversicherungen infolge der bedeutenden, den Bruttoprämien innewohnenden Überschusskraft vom rein wirtschaftlichen Gesichtspunkte aus nicht so sehr dringlich erscheint, solange die Gewinnkraft bei der Überschussverteilung nicht voll aufgebraucht wird, wenn also eine wesentliche Gewinnmarge zurückbehalten wird. Es muss jedoch ein allgemeiner Grundsatz in der Versicherung sein, dass, wenn neue technische Grundlagen, die der Wirklichkeit besser entsprechen, zu grössern Deckungskapitalien führen, die Reserven nach diesen neuen Grundlagen zu bestellen, also zu verstärken sind. Da das Deckungskapital für gemischte Versicherung, nach der Tafel MWI berechnet, hinsichtlich Grösse nur einem gezillmerten Deckungskapital nach RAH gleichkommt oder einem Deckungskapital RAH zu einem wesentlich höhern Zinsfuss, so ist eine Verstärkung wohl trotz der Überschusskraft der Tarife gegeben, auch deshalb, weil die Bestellung der Reserven nach MWI dazu verleiten könnte, im Anfang der Versicherung zu viel Gewinne auszuschütten.

Nachdem wir kurz einiges zum gestellten Thema für die Einzelkapitalversicherungen gesagt haben, wollen wir nun ausführlicher die Verhältnisse bei der Rentenversicherung untersuchen, weil hier die Änderung des Zinsfusses und der Sterblichkeit eine verhältnismässig viel stärkere Veränderung des Deckungskapital zur Folge hat als bei den gemischten Versicherungen und schon aus diesem Grunde eine Umstellung des Deckungskapitals viel dringlicher ist.

Wie schon erwähnt, haben die gemachten Erfahrungen in der Rentnersterblichkeit den Versicherungsgesellschaften die Frage nahegelegt, sowohl für die Gruppenversicherung als für die Einzelrentenversicherung die Sterblichkeit ganz bedeutend kleiner zu wählen. Z. B. hat man bis vor kurzer Zeit für die Deckungskapitalberechnung in der Einzelrentenversicherung recht häufig die englischen Tafeln von 1893:  $0^{am}$  und  $0^{af}$  verwendet.

Für die notwendig gewordene Verstärkung der Tarife und der Deckungskapitalien bedient man sich in der Praxis als provisorischer Massnahme hie und da der Methode der Altersherabsetzung mit Verwendung der bisherigen Rentnertafeln. Hierzu wollen wir eine kleine Betrachtung anstellen: Für die nachstehenden mathematischen Untersuchungen setzen wir stets voraus, dass die Sterbetafeln das Makehamsche Gesetz befolgen und verwenden dabei die übliche Bezeichnungsweise:

$$l_x = k \cdot s^x \cdot g^{c^x}$$

Wir suchen zu bestimmen, welche Änderung der Leibrentenbarwert erfährt, wenn die Sterblichkeit sich um einen festen Prozentsatz ändert:

$$\mu'_x = \lambda \cdot \mu_x$$

Es ist mit der alten Sterblichkeit:

$$a_{x:\overline{n}|} = \sum_{t=0}^{n-1} {}_tE_x = \sum_{t=0}^{n-1} e^{(\ln s - \delta)t + \ln g \cdot c^x (c^t - 1)},$$

mit der neuen Sterblichkeit:

$$a'_{x:\overline{n}|} = \sum_{t=0}^{n-1} e^{(\lambda \cdot \ln s - \delta)t + \lambda \cdot \ln g \cdot c^x (c^t - 1)};$$



setzen wir

$$\zeta = \frac{\log \lambda}{\log c} \quad \text{und} \quad \delta' = \delta - (1 - \lambda) \cdot \ln \frac{1}{s},$$

so lässt sich schreiben:

$$a'_{x:\overline{n}|}(\delta) = a_{x+\zeta:\overline{n}|}(\delta')$$

Der Leibrentenbarwert der neuen Sterbetafel ist gleich einem Leibrentenbarwert der alten Sterbetafel mit gleicher Versicherungsdauer, mit einem andern Eintrittsalter und einem andern Zinsfuß. Die Altersverschiebung und die Zinsfußänderung sind unabhängig vom Eintrittsalter und von der Versicherungsdauer und hängen nur von der Sterblichkeitsänderung und den Makehamschen Konstanten  $c$  und  $s$  der einen Sterbetafel ab. Wenn Sterblichkeitsverbesserung vorliegt, also  $\lambda < 1$  ist, so ergibt sich eine Altersherabsetzung und zugleich eine Verminderung des Zinsfußes; die letztere ist von kleinem Ausmass und von geringer Wirkung auf die Änderung des Leibrentenbarwertes. Ausgehend von der Rentnertafel RAM 1910—1920 (Männer) der Rentenanstalt<sup>1)</sup> ergeben sich beispielsweise folgende Werte für die Altersherabsetzung und die Zinsfußenkung:

Tabelle 3.

$100(1 - \lambda)$	$\Delta x = \zeta$	$\Delta i$
%		%
10	1,19	0,04
20	2,39	0,07
30	4,03	0,11
40	5,77	0,15
50	7,83	0,18

Die Beziehung

$$a'_x(\delta) = a_{x+\zeta}(\delta')$$

kann für den Fall, dass man die Änderung der Leibrentenbarwerte für die Hypothese<sup>1)</sup>  $\mu'_x = \lambda \cdot \mu_x$  numerische bestimmen möchte, als Be-

<sup>1)</sup> E. Marchand: «Technische Grundlagen für Zinsrechnung und Lebensversicherung, Zürich 1938.»

rechnungsformel praktisch mit gutem Erfolg angewendet werden. Da die Änderung des Zinsfusses klein ist, so liefert hier die Näherungs-

formel  $a_x(i') = a_x(i) - \frac{(i' - i) \cdot S_{x+1}(i)}{(1 + i) \cdot D_x(i)}$  genügend genaue Resultate;

ferner weiss man, dass die Leibrentenbarwerte  $a_x$  in Funktion des Alters für nicht zu kleines  $x$  in grober Näherung eine lineare Funktion darstellen, so dass eine lineare Interpolation der  $a_{x+\zeta}$  (für nicht ganzzahliges  $\zeta$ ) gute numerische Resultate liefert.

Die oben geschilderte Beziehung

$$a'_{x:\overline{n}|}(\delta) = a_{x+\zeta:\overline{n}|}(\delta')$$

zeigt, dass die Methode der Altersherabsetzung in erster Näherung einer Sterblichkeitsänderung  $\mu'_x = \lambda \cdot \mu_x$  ( $\lambda = \text{konstant}$ ) entspricht.

Die vorstehenden Betrachtungen wollen wir verlassen mit der Bemerkung, dass, wenn die Sterblichkeitsänderung von der Form  $\mu'_x = \mu_x \cdot \lambda$  (konstant) —  $K$  ( $K = \text{konstante}$ ) ist, die Leibrentenbarwerte für die neue Sterblichkeit (die Sterbetafeln müssen dabei das Makehamsche Gesetz befolgen) praktisch einfach aus den Leibrentenbarwerten der alten Sterblichkeit berechnet werden können.

Wir möchten nun noch schildern, welche Änderungen das Deckungskapital infolge der Zinsfuss- und Sterblichkeitssenkungen erfährt, unter Zugrundelegung der sich heute in der Wirklichkeit in der Schweiz für die Gruppen- und Einzelrentenversicherung zeigenden Verhältnisse.

In der graphischen Darstellung VI sind die absoluten 100 ( $q_x - q'_x$ ) und relativen  $\frac{100}{q_x} (q_x - q'_x)$  Unterschiede der Sterbenswahrscheinlichkeiten für die folgenden Sterbetafeln aufgezeichnet:

- |                                       |   |
|---------------------------------------|---|
| 1) SF 1921—1930                       | und SF 1921—1930 — 25 %                       |
| 2a 0 <sup>am</sup> (engl. Tafel 1893) | und RRM (neue Rentnertafel der Rentenanstalt) |
| 2b 0 <sup>af</sup> (engl. Tafel 1893) | und RRF Id.                                   |

3a	MM (Minimalgrundlagen 1931 d. E. V. A.)	und	TMG (neue Gruppenversiche- rungsgrundlagen der schweizerischen Lebens- versicherungsgesell- schaften)
3b	MF	Id.	und TFG Id.

Man erkennt, dass gemäss den neueren Grundlagen die Sterblichkeitsverbesserung in der Rentenversicherung ganz bedeutend ist. Beachtenswert erscheint, dass die relative Sterblichkeitsverbesserung  $\frac{100}{q_x} \cdot (q_x - q'_x)$  mit zunehmendem Alter abnimmt und nicht etwa angenähert konstant ist, wie wir es in unserer Untersuchung auf Seite 15 mit der Annahme  $\lambda = \text{konstant}$  vorausgesetzt hatten. In der Wirklichkeit wird daher die Methode der konstanten Altersherabsetzung bei laufenden Renten eine etwas zu grosse Verstärkung der Tarife und des Deckungskapitals für die höhern Alter zur Folge haben, wenn die Korrektur für die mittleren Alter richtig bemessen ist. Wir haben uns deshalb für die Rentenversicherungen für unsere Untersuchungen der gewöhnlichen empirischen Methode bedient und nachstehende Ergebnisse einfach durch die üblichen Rechnungen erhalten.

Wir vergleichen die prozentuale Änderung des Deckungskapitals einerseits bei Herabsetzung des Zinsfusses von  $3\frac{1}{2}$  auf 3 % und anderseits bei einem Übergang der Sterblichkeitstabellen für die oben aufgeführten Varianten 1 bis 3 b.

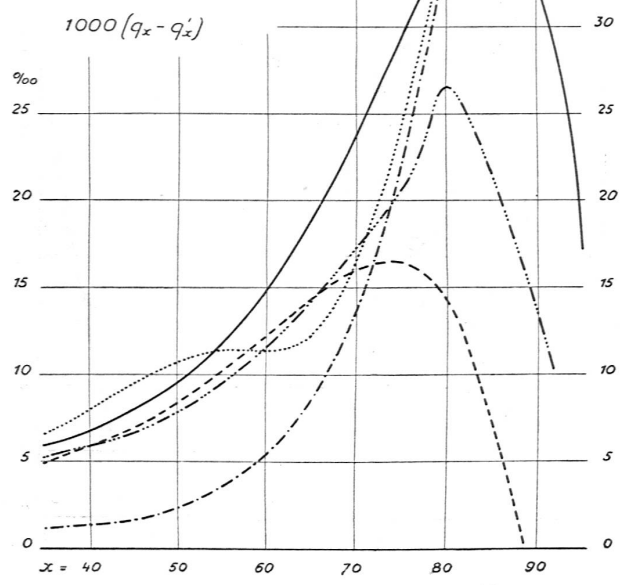
Für die Einzelrentenversicherung betrachten wir die Verstärkung des Deckungskapitals für die Barwerte von laufenden Renten der verschiedenen Alter. Für die Gruppenrentenversicherung gehen wir hinfür von zwei Beispielen aus, nämlich von Altersrenten mit dem Eintrittsalter 30 (Rücktrittsalter 65 bei Männern und 60 bei Frauen), und berechnen die prozentuale Änderung des Deckungskapitals für verschiedene erreichte Alter einerseits, wenn die Altersrentenversicherung vollständig mit jährlichen Prämien und anderseits vollständig mit einer Einmaleinlage finanziert wird.

Die Änderung des Zinsfusses von  $3\frac{1}{2}$  % auf 3 % hat eine Verstärkung des Deckungskapitals für die laufenden Renten zur Folge,

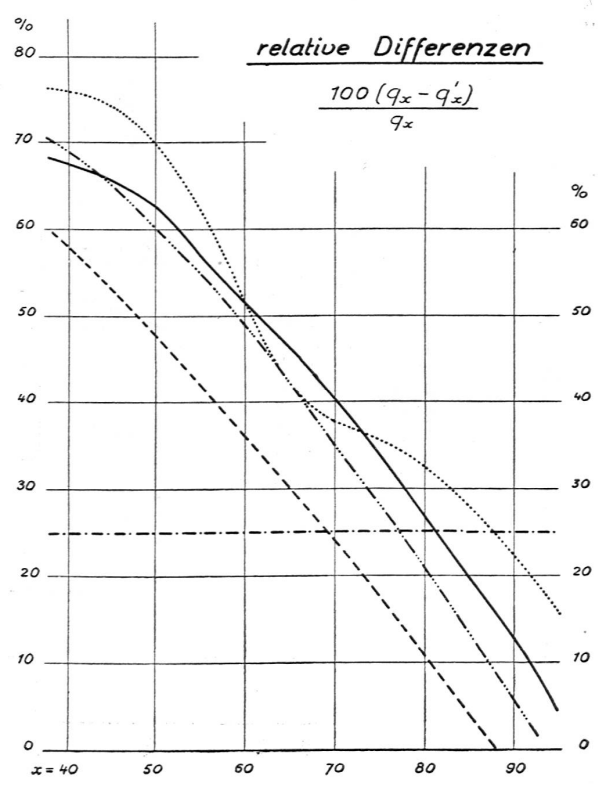
Figur VII

$q_x$	$q'_x$	
$O^{am}$	RRM	—
$O^{af}$	RRF	⋯
MM	TMG	- - -
MF	TFG	- · - · -
SF1921-30	$\frac{3}{4}$ SF1921-30	- · - · -

absolute Differenzen

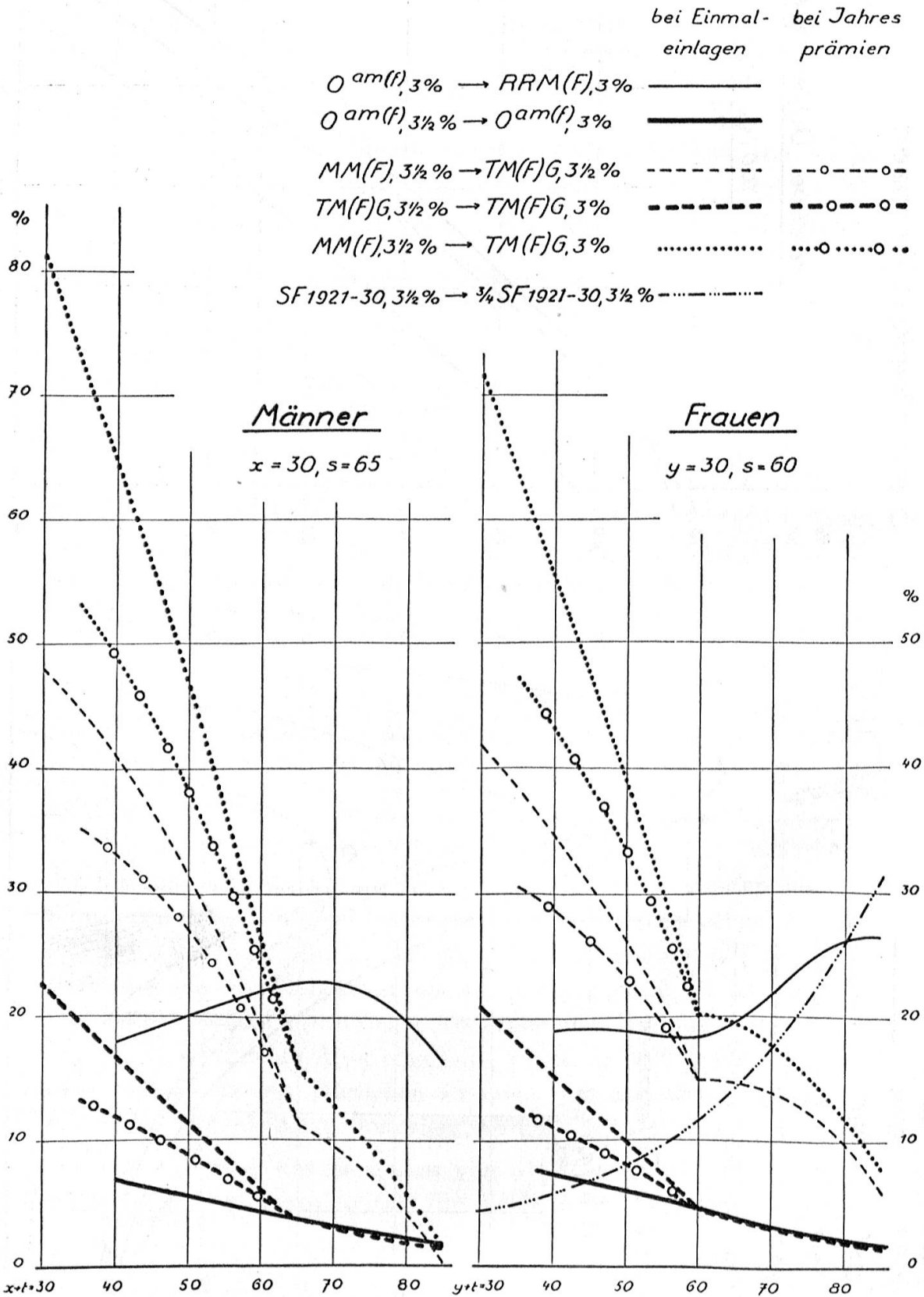


Sterblichkeitsdifferenzen



Figur VIII

### Änderungen des Rentendeckungskapitals



die in jüngern Altern ungefähr 6—8 % beträgt; diese relative Differenz nimmt mit zunehmendem Alter allmählich bis gegen ca. 1 % ab. Die Wirkung der Zinsfussänderung ist nicht in wesentlichem Masse von der Art der Sterblichkeitstafel abhängig und für höhere Alter verhältnismässig klein. Für die Altersrenten ist naturgemäss die Grösse der durch  $\frac{1}{2}$  % Zinsfussunterschied bewirkten Deckungskapitaländerung am Anfange der Aufschubszeit zwei- bis dreimal grösser als bei den laufenden Renten.

Ganz anders gestaltet sich die Änderung des Deckungskapitals infolge der durch die Erfahrung gegebenen Sterblichkeitsänderung. Die Sterblichkeitsverbesserung wird mit grösser werdendem Alter prozentual beträchtlich kleiner; demgegenüber bleibt die Änderung des Deckungskapitals für laufende Renten, z. B. für den Übergang von  $0^{am}$  und  $0^{af}$  nach RRM bzw. RRF auch in den höchsten Altern von der Grössenordnung von 20—25 %. Mit zunehmendem Alter bewirkt also eine verhältnismässig kleine prozentuale Sterblichkeitsverbesserung eine viel grössere Verstärkung des Deckungskapitals als die Herabsetzung des Zinsfusses um  $\frac{1}{2}$  % oder 1 %. Beispielsweise nimmt für den Übergang von SF 1921—1930 nach SF 1921—1930 — 25 % die Änderung des Deckungskapitals für laufende Renten von 4,3 % im Alter 30 auf 31,2 % im Alter 85 zu. Der Einfluss einer Zinsfussänderung und einer festen prozentualen Sterblichkeitsänderung mit zunehmendem Alter ist gleichsam entgegengesetzt. Es ergeben sich also in der Rentenversicherung ganz andere Verhältnisse als bei der gemischten Versicherung.

Für den sich aus den Erfahrungen für die Gruppenversicherung aufgedrängten Wechsel der Sterblichkeitsgrundlagen von MM nach TMG bzw. MF nach TFG ergeben sich die aus der graphischen Darstellung VII für die beiden obgenannten Beispiele von Altersrentenversicherung  $x = 30$ ,  $x + n = 65$  (60 für Frauen) ersichtlichen sehr grossen Deckungskapitaländerungen.

Wir berechnen für einen Bestand von Altersrentenversicherungen mit nachstehender Struktur die sich bei einem Übergang von den Grundlagen MM bzw. MF  $3\frac{1}{2}$  % nach TMG bzw. TFG 3 % ergebenden prozentualen Deckungskapitalverstärkungen.

Eintrittsalter = 30; Rücktrittsalter = 65 für Männer,  
= 60 für Frauen.

Tabelle 4.

Erreichtes Alter	Anzahl Versicherte	Erreichtes Alter	Anzahl Versicherte
30	1400	Übertrag	7950
35	1400	65	700
40	1300	70	600
45	1150	75	400
50	1000	80	200
55	900	85	100
60	800	90	50
Übertrag	7950	Total	10 000

Die prozentuale Vergrößerung des Deckungskapitals beträgt für den obgenannten Bestand im Durchschnitt (Tabelle 5):

Tabelle 5.

	Durch die Sterblichkeit allein	Durch den Zinsfuss allein	Total
	%	%	%
Für Männer bei jährlicher Prämienzahlung . . . .	16,8	5,3	23,2
Für Männer bei Einmal-einlagen . . . . .	23,3	9,3	34,7
Für Frauen bei jährlicher Prämienzahlung . . . .	18,4	6,0	25,5
Für Frauen bei Einmal-einlagen . . . . .	23,7	9,6	35,7

Die Umstellung des Deckungskapitals in der Rentenversicherung auf Grundlagen, die der verbesserten Sterblichkeit gerecht werden, erfordert also ganz beträchtliche Mittel, die ein Vielfaches der Mittel

sind, die eine Umstellung des Deckungskapitals bei der Einzelkapitalversicherung auf neuere Grundlagen verlangt. Die Verstärkung des Deckungskapitals muss für die Rentenversicherung viel dringender erscheinen, weil den Bruttotarifen bei dieser nicht so bedeutende oder vielleicht überhaupt keine Sterblichkeitsgewinne innewohnen.

Um noch deutlicher zu zeigen, wie viel stärker der Einfluss der Sterblichkeit auf das Deckungskapital der Rentenversicherung ist als derjenige des Zinsfusses, wollen wir nachstehend für einen Bestand an laufenden Einzelrentenversicherungen, dessen Altersstruktur der Überlebensordnung  $0^{am}$  entspricht, die Gewinn- und Verlustrechnung pro Jahr erstellen, und zwar unter der Annahme eines Zinsfehlbetrages von 1 % auf den Kapitalanlagen und unter der Annahme, dass die rechnungsmässigen und die effektiven Sterblichkeiten durch die folgenden Tafeln gegeben seien:

	rechnungsmässig	effektiv
I. Variante . . . . .	SF 21/30	SF 21/30 — 25 %
II. » . . . . .	$0^{am}$	RRM (neue Rentnertafel der Rentenanstalt)
III. » . . . . .	$0^{af}$	RRF Id.

In der Praxis dürften in der Altersstruktur eines Rentnerportefeuilles die höheren und höchsten Alter bedeutend stärker vertreten sein, als sie eine Altersverteilung gemäss der Überlebensordnung  $0^{am}$  aufweist. Die in der nachstehenden Tabelle 6 aufgezeigten durchschnittlichen Verluste für den ganzen Bestand müssten also in der Wirklichkeit noch grösser sein.

Die Kolonnen (2), (3), (4) geben die jährlichen aus der Gewinn- und Verlustrechnung resultierenden Sterblichkeitsverluste für eine einzelne Rentenpolice im Alter 50, 55 usw. an. Die Kolonnen (5), (6), (7) geben die jährlichen Sterblichkeitsverluste in % des Deckungskapitals durchschnittlich für den ganzen Rentnerbestand an, wenn der Bestand gemäss der Ordnung  $0^{am}$  Rentner nur vom Alter 50 bzw. 55 usw. an aufweist. Die Zahlen, die beispielsweise dem Alter 70 zugeordnet sind, beziehen sich also auf einen bedeutend älteren Rentnerbestand als diejenigen, die in der Zeile des Alters 50 stehen.



Tabelle 6.

Die Verluste betragen in % des Deckungskapitals

Alter	Zins	Varianten			Varianten		
		I.	II.	III.	I.	II.	III.
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
	%	%	%	%	%	%	%
50	1	0,2	0,9	1,1	0,9	1,8	1,6
55	1	0,4	1,2	1,2	1,2	2,1	1,8
60	1	0,6	1,6	1,6	1,6	2,5	2,0
65	1	0,9	2,0	2,0	2,1	2,9	2,5
70	1	1,5	2,6	2,6	2,9	3,4	3,1
75	1	2,5	2,3	2,7	4,2	3,9	4,1
80	1	4,2	4,1	4,0			
85	1	6,6	4,7	5,7			
90	1	10,0	4,7	7,6			
95	1	14,7	3,0	9,2			

Man stellt fest, dass bei den getroffenen Annahmen der Sterblichkeitsverlust ein Mehrfaches des Zinsverlustes von 1 % ist, und zwar wird dieses Übergewicht des Einflusses der Sterblichkeit auf das Deckungskapital mit zunehmendem Alter immer grösser. Man darf sagen, dass bei der durch die Erfahrung gegebenen Sterblichkeitsverbesserung in der Rentenversicherung ein Zinsgewinn von 1 % den Sterblichkeitsverlust bei weitem nicht kompensieren könnte. Es ist daher bei der Wahl der Grundlagen von ausschlaggebender Bedeutung, dass die Sterblichkeit in den höhern Altern genügend vorsichtig gewählt wird. Die Überlegung, dass ein möglicher oder wahrscheinlicher Zinsgewinn eine etwas optimistische Sterbetafel korrigieren könne, erweist sich als trügerisch. In dieser Beziehung hat die Methode der konstanten Herabsetzung des Alters zur Korrektur der Sterblichkeit wieder eine vorteilhafte Seite.