**Zeitschrift:** Mitteilungen / Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker

= Bulletin / Association des Actuaires Suisses = Bulletin / Association of

**Swiss Actuaries** 

Herausgeber: Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker

**Band:** 35 (1938)

**Artikel:** Sur le problème de l'évaluation des obligations au bilan des

compagnies d'assurances sur la vie

Autor: Dasen, E.

**DOI:** https://doi.org/10.5169/seals-966770

#### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

#### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

**Download PDF:** 10.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

## Sur le problème de l'évaluation des obligations au bilan des compagnies d'assurances sur la vie

Par Dr E. Dasen, Bâle

### Introduction.

A l'assemblée de l'Association des actuaires suisses du 30 octobre 1937, MM. Riethmann et Renfer ont exposé leur manière de voir dans la recherche de la solution à donner au problème de l'évaluation des titres à revenu fixe au bilan des compagnies d'assurances sur la vie.

Les deux conférenciers ont été d'accord pour estimer très désirable l'adoption d'une méthode d'évaluation des obligations qui ne dépende pas des cours de bourse, mais qui soit basée sur les principes et formules de la technique des emprunts à long terme. En effet, si l'on possède un titre à revenu fixe remboursable par  $s_n$  francs dans n années exactement et qu'en chaque fin d'année on retire  $i_0$  francs comme intérêt, la valeur actuelle du titre au taux d'évaluation i est égale à

(1) 
$$i_0 \sum_{k=1}^{k=n} (1+i)^{-k} + s_n (1+i)^{-n}$$

L'opinion des conférenciers a par contre différé au moment où il a été nécessaire de définir le taux d'évaluation *i*. Cette divergence se retrouve généralement d'ailleurs chez les auteurs qui se sont occupés de la question. M. Renfer a préconisé l'adoption d'un taux d'évaluation égal au taux effectif des titres, tandis que pour M. Riethmann ce taux d'évaluation devait être identique au taux d'intérêt servant à calculer les réserves mathématiques.

Il nous semble possible de trancher cette divergence d'opinion en donnant, mais seulement pour le cas des obligations remboursables à échéance fixe, une réponse précise à la question. Cette réponse a été obtenue en analysant la nature des opérations financières des compagnies d'assurances et en adoptant le point de vue de M. Galbrun, exposé dans son ouvrage «La comptabilité des emprunts à long terme», qui met en lumière le caractère comptable des équations des mathématiques financières. Etant donné qu'aucun des deux conférenciers n'a envisagé la question de cette manière, nous nous proposons de le faire et de montrer que la méthode d'évaluation proposée par M. Renfer s'introduit très naturellement comme conséquence de l'application des règles de la comptabilité double. Un exemple numérique fera voir la simplicité de son utilisation et les avantages comptables qu'elle offre. En particulier, le compte «Intérêts des titres» peut être établi d'une manière parfaitement exacte, toujours bien entendu dans le cas d'obligations remboursables à échéance fixe.

La nature spéciale des opérations des compagnies d'assurances, opérations essentiellement à long terme, nécessite la rentrée d'intérêts aussi constante que possible et la quasi-certitude que le débiteur remplira ses engagements. Ces deux conditions ne sont réalisables que si les capitaux sont investis en obligations émises par des débiteurs offrant le maximum de sécurité. D'ailleurs, pour une compagnie d'assurances suisse, la liste des titres à revenu fixe pouvant servir de placement doit être agréée par l'autorité de surveillance. A notre point de vue, le directeur d'une compagnie d'assurances ayant investi en titres à revenu fixe un certain capital et qui estime que les clauses du contrat obligataire seront respectées, peut donc se poser le problème suivant:

«Etant donné que pendant un nombre fixe d'années je recevrai à des époques déterminées une somme fixe d'intérêts et qu'à l'expiration du contrat obligataire le capital nominal de mon obligation me sera remboursé, quelle est la manière de tenir ma comptabilité suivant les règles de cette science, si le prix d'achat de l'obligation est différent du capital nominal?»

La phrase ci-dessus a été soulignée intentionnellement, car elle contient, à notre point de vue, l'essentiel du problème à résoudre. En effet, avant d'aller plus loin, il est nécessaire d'admettre que les clauses du contrat obligataire seront respectées, car si tel ne devait pas être le cas, il serait déraisonnable de chercher une méthode d'évaluation,

le problème ne se poserait plus. D'autre part, étant donné que les compagnies d'assurances placent une grande partie de leurs disponibilités en fonds d'Etat ou de corporations de droit public, peut-on estimer contraire au bon sens que celles-ci puissent admettre que le débiteur (en l'espèce l'Etat) ne remplira pas ses engagements? Nous ne le croyons pas, car une telle attitude serait stérile et aurait pour conséquence qu'on ne ferait plus aucune opération financière à long terme.

Nous ne voudrions cependant pas qu'on puisse croire que nous envisagions la non-observation des clauses du contrat obligataire par l'Etat comme une impossibilité. Cependant, l'admettre à priori nous interdit de rechercher la solution de notre problème, car si un tel événement devait se produire, les conséquences financières seraient tellement importantes qu'il serait alors bien égal que les obligations aient été évaluées aux cours de bourse ou par une autre méthode.

En résumé, nous voyons donc que si nous voulons donner une solution au problème posé, nous devons admettre que les clauses du contrat obligataire seront respectées. D'autre part, il apparaît que la solution cherchée n'est obtenable en toute rigueur que si le problème est envisagé sous son aspect comptable. On verra ainsi que les formules algébriques à utiliser ne reposent pas sur une sorte de postulat mathématique établi à priori, mais ne sont que la traduction analytique d'écritures comptables que la société d'assurances doit passer dans ses livres. Inutile de dire qu'il y aurait impossibilité de se passer du calcul algébrique dans une étude de ce genre.

## I. Evaluation des obligations remboursables à échéance fixe.

# 1. Du caractère comptable des équations des mathématiques financières.

Remarquons qu'au lieu d'acheter des obligations remboursables à échéance fixe, le directeur d'une compagnie d'assurances pourrait placer en compte courant chez une banque une somme de  $s_0$  francs remboursable par  $s_n$  francs après n années et convenir de retirer de ce compte à la fin de chaque année une somme fixe de  $i_0$  francs. Pour faire fonctionner un tel compte courant, de manière à ce qu'il soit automatiquement bouclé à la fin de la  $n^e$  année par le retrait de  $(s_n + i_0)$  francs, le banquier devra fixer un taux d'intérêt i.

A la fin de chaque année, la banque fera parvenir à la compagnie d'assurances un extrait de compte courant indiquant le solde représentant l'avoir en banque de la compagnie. Ce sont donc ces soldes que la compagnie d'assurances fera figurer dans son bilan. Or ceux-ci s'obtiennent très facilement. Désignons par:

$s_{1}$	le	solde	à	la	$_{ m fin}$	de	la	première	année,
$s_2$	le	solde	à	la	fin	de	la	deuxième	année,
	٠.	• • • • •		• •					
$s_k$	le	solde	à	la	$_{ m fin}$	de	la	$k^{\mathbf{e}}$	année,
• • •	• •		٠.		• • • •	• • •			
$S_n$	le	solde	à	la	fin	de	la	$n^{\mathbf{e}}$	année.

Conformément à la théorie des comptes courants, ces différents soldes nous seront donnés par les relations suivantes:

(2) 
$$\begin{cases} s_0 (1+i) & -i_0 = s_1 \\ s_1 (1+i) & -i_0 = s_2 \\ \dots & \dots \\ s_{k-1} (1+i) - i_0 = s_k \\ \dots & \dots \\ s_{n-2} (1+i) - i_0 = s_{n-1} \\ s_{n-1} (1+i) - i_0 = s_n \end{cases}$$

Les équations (2) ne représentent donc pas autre chose qu'un compte courant écrit symboliquement. Si l'on connaît  $s_0$ ,  $i_0$  et i, les soldes se déterminent facilement. Or, dans le compte courant que nous avons envisagé, nous ne connaissons pas i, mais par contre nous connaissons le dernier solde  $s_n$ . Ceci ne présente pas une grosse difficulté, car il suffit pour obtenir i, taux auquel fonctionnera notre compte courant, d'appliquer à (2) les règles du calcul algébrique pour lier en une équation les quatre quantités  $s_0$ ,  $s_n$ ,  $i_0$  et i.

L'équation en question se forme facilement; multiplions la première équation (2) par  $(1+i)^{-1}$ , la seconde par  $(1+i)^{-2}$ , etc., et la dernière par  $(1+i)^{-n}$ . En additionnant ensuite membre à membre toutes ces équations et en faisant les simplifications nécessaires, on trouve que  $s_0$ ,  $s_n$ ,  $i_0$  et i sont liés par l'équation

(3) 
$$s_0 = i_0 \sum_{k=1}^{k=n} (1+i)^{-k} + s_n (1+i)^{-n}$$

Le taux d'intérêt i auquel fonctionnera notre compte courant et qui nous permettra ainsi de déterminer les soldes  $s_1$ ,  $s_2$ , etc..., se présente donc comme racine d'une équation algébrique de degré n. On obtient sa valeur assez rapidement et avec toute la précision désirée par la méthode des approximations successives.

Considérons maintenant le membre de droite de notre équation (3). On constatera qu'il est formellement identique à l'expression (1). Nous pouvons donc établir en quelque sorte un «dictionnaire» qui nous donnera la signification de  $s_0$ ,  $s_k$ ,  $s_n$ ,  $i_0$  et i suivant que l'on parle de compte courant «banque» ou de compte courant «titres»:

	Compte courant «banque»	Compte courant «titres»
$s_0$	Somme créditée au compte «caisse» et débitée au compte courant «banque».	Valeur d'achat des titres = somme créditée au compte «Caisse» et débitée au compte courant «titres».
$s_k$	Solde du compte courant «banque» à la fin de la $k^e$ année.	Valeur des titres au bilan = solde du compte courant «titres» à la fin de la $k^e$ année.
$s_n$	Solde du compte courant «banque» à la fin de la $n^e$ année.	Valeur des titres remboursés = solde du compte courant «titres» à la fin de la $n^e$ année.
$i_0$	Somme fixe retirée en fin d'année au compte courant «banque».	Montant des coupons d'intérêt des titres.
i	Taux d'intérêt auquel fonctionne le compte courant «banque» pour qu'il soit bouclé à la fin de la $n^e$ année par le retrait de $s_n + i_0$ .	Taux effectif des titres = taux d'intérêt auquel fonctionne le compte courant «titres» pour qu'il soit bouclé au moment où les titres viendront à échéance.

Nous croyons maintenant qu'il n'y a aucune peine à admettre la similitude parfaite, au point de vue comptable, de l'opération de versement à un compte courant chez une banque avec celle de l'achat d'obligations remboursables à échéance fixe. Il ressort de notre analyse que la seule manière d'évaluer au bilan d'une compagnie d'assurances les obligations à échéance fixe est de les évaluer au taux effectif. Nous aurons ainsi une comptabilité bien tenue.

Nous sommes maintenant à même d'indiquer quelle est la somme que le comptable devra faire figurer au crédit du compte «Intérêts des titres». Si l'on se place à la fin de la  $k^{\rm e}$  année, la considération des équations (2) nous permet de dire que cette somme sera  $is_{k-1}$  et non  $i_0$ .

Comme, pour simplifier l'exposé, nous n'avons considéré que des titres dont le revenu fixe  $i_0$  est payable au moment de la clôture des comptes, nous pouvons indiquer, toujours en partant de (2), quelles seront les écritures comptables à passer au «Journal» à la fin de la  $k^{\rm e}$  année:

Dates	Débit	Crédit	Libellé	Sommes
31 XII <i>k</i> 31 XII <i>k</i>	Caisse c/c Titres	c/c Titres Intérêts des titres	Encaissement des coupons Intérêts annuels	$i_0 \ is_{k-1}$

Nous constatons donc que la méthode d'évaluation des obligations à échéance fixe basée sur le taux effectif des titres découle tout naturellement du jeu d'écritures comptables nécessités par les mouvements de fonds qu'entraîne l'achat, la gérance et la vente d'obligations. En l'utilisant, nous aurons non seulement un compte «Titres» ne subissant pas de fortes fluctuations, mais nous aurons également un compte «Intérêts des Titres» qui sera l'expression de la réalité.

Avant de continuer à examiner d'autres points du problème, nous allons faire un exemple numérique.

### Exemple numérique de comptabilité.

Supposons qu'une compagnie d'assurances ait acheté le  $1^{\text{er}}$  janvier 1937 10 obligations de fr. 1000 nominal chacune, dont l'intérêt nominal soit  $3\frac{1}{2}$  % payable chaque 31 décembre, au cours de  $95,94\frac{1}{2}$  %. Ces obligations seront remboursables au pair le 31 décembre 1946. Pour simplifier, nous négligerons les frais d'achat et l'impôt sur les coupons.

L'actuariat communiquera au comptable le taux d'intérêt auquel fonctionnera le compte courant «Titres». Ce taux sera obtenu par résolution de l'équation:

(4) 
$$9594.5 = 350 \sum_{k=1}^{k=10} (1+i)^{-k} + 10\ 000\ (1+i)^{-10}$$

que l'on peut mettre sous la forme

(5) 
$$0.95945 = 1 + \left[0.035 - i\right] a_{\overline{n}i}$$

Dans le cas présent, on trouve:

(6) 
$$i = 0.04$$

A l'aide de ce taux, le comptable dressera facilement son compte courant «Titres», tel qu'on le trouve dans le tableau I. Dans le tableau II, on trouvera le «Journal» des opérations.

On se rendra facilement compte que ces calculs s'effectuent aisément et ne sont guère plus longs que ceux que le comptable doit faire lorsqu'il multiplie la valeur nominale des titres par le cours de bourse.

## 2. Effets du paiement semestriel des coupons et de l'impôt sur le revenu.

La presque totalité des obligations sont actuellement munies de coupons semestriels et ceux-ci ne sont généralement payables que sous déduction de l'impôt sur le revenu (en Suisse: 4 % actuellement). Il est donc nécessaire de tenir compte de ces deux éléments dans l'établissement du compte courant «Titres» et du compte «Intérêts des titres».

Si l'on désigne par  $\alpha$  % le taux d'impôt sur les coupons, les soldes du compte courant «Titres» seront donnés par les relations ci-après. Nous supposons donc toujours que nous avons acheté pour  $s_0$  francs des obligations remboursables à la fin de la  $n^e$  année par  $s_n$  francs et qui sont munies de coupons semestriels d'un montant total de  $\frac{i_0}{2}$  francs, soit  $\frac{i_0}{2}$   $(1-\alpha)$  francs déduction faite de l'impôt.

Tableau I. Compte courant à 4 % de 10 obligations de fr. 1000 nominal. Montant annuel des coupons: fr. 350.

	Doit		Avoir		
1er I 1937	Valeur d'achat	fr.			fr.
31 XII 1937	des titres Intérêts à 4%	9 594.50 383.78	31 XII 1937 31 XII 1937	Coupons encaissés Solde pour balance 1)	350.— 9 628.28
	, 0	9 978.28			9 978.28
1er I 1938 31 XII 1938	Solde ancien . Intérêts à 4%	9628.28 $385.13$	31 XII 1938 31 XII 1938	Coupons encaissés Solde pour balance 1)	350.— 9 663.41
	70	10 013.41			10 013.41
1er I 1939 31 XII 1939	Solde ancien . Intérêts à 4%	$9\ 663.41\\386.53$	31 XII 1939 31 XII 1939	Coupons encaissés Solde pour balance 1)	350.— 9 699.94
		10 049.94			10 049.94
1er I 1940 31 XII 1940	Solde ancien . Intérêts à $4\%$	9 699.94 387.99	31 XII 1940 31 XII 1940	Coupons encaissés Solde pour balance <sup>1</sup> )	350.— 9 737.93
		10 087.93			10 087.93
1er I 1941 31 XII 1941	Solde ancien . Intérêts à 4%	$9737.93 \\ 389.51$	31 XII 1941 31 XII 1941	Coupons encaissés Solde pour balance 1)	350.— 9 777.44
		10 127.44			10 127.44
1er I 1942 31 XII 1942	Solde ancien . Intérêts à $4\%$	$9777.44 \\ 391.09$	31 XII 1942 31 XII 1942	Coupons encaissés Solde pour balance 1)	350.— 9 818.53
		10 168.53			10 168.53
1 <sup>er</sup> I 1943 31 XII 1943	Solde ancien . Intérêts à 4%	$9818.53 \\ 392.74$	31 XII 1943 31 XII 1943	Coupons encaissés Solde pour balance 1)	350.— 9 861.27
		10 211.27			10 211 . 27
1 <sup>er</sup> I 1944 31 XII 1944	Solde ancien . Intérêts à 4%	9861.27 $394.45$	31 XII 1944 31 XII 1944	Coupons encaissés Solde pour balance 1)	350.— 9 905.72
		10 255.72			$10\ 255.72$
1 <sup>er</sup> I 1945 31 XII 1945	Solde ancien . Intérêts à 4%	$\frac{9\ 905.72}{396.22}$	31 XII 1945 31 XII 1945	Coupons encaissés Solde pour balance 1)	350.— 9 951.94
		10 301.94	•		10 301.94
1 <sup>er</sup> I 1946 31 XII 1946	Solde ancien . Intérêts à 4%	$9951.94 \\ 398.07$	31 XII 1946 31 XII 1946	Coupons encaissés Remboursement des	350.—
	70			titres	10 000.— —.01
		10 350.01			10 350.01
1) Ces soldes	s pour balance rep	résentent do	nc la valeur à l	'actif du bilan des dix ob	ligations.

Tableau II.

## Journal.

Dates	Débit	Crédit	Libellé	Sommes
1er I 1937	c/c Titres	Caisse	Achat de 10 obligations $3\frac{1}{2}\%$ de fr. 1000 nom. à $95,94\frac{1}{2}\%$	fr. 9 594.50
31 XII 1937	c/c Titres	Intérêts des titres	Intérêts à 4%	383.78
31 XII 1937	Caisse	c/c Titres	Coupons encaissés	350.—
31 XII 1938	c/c Titres	Intérêts des titres	Intérêts à 4%	385.13
31 XII 1938	Caisse	c/c Titres	Coupons encaissés	350.—
31 XII 1939	c/c Titres	Intérêts des titres	Intérêts à 4%	386.53
31 XII 1939	Caisse	c/c Titres	Coupons encaissés	350.—
31 XII 1940	c/c Titres	Intérêts des titres	Intérêts à 4%	387.99
31 XII 1940	Caisse	c/c Titres	Coupons encaissés	350.—
31 XII 1941	c/c Titres	Intérêts des titres	Intérêts à 4%	389.51
31 XII 1941	Caisse	c/c Titres	Coupons encaissés	350.—
31 XII 1942	c/c Titres	Intérêts des titres	Intérêts à 4%	391.09
31 XII 1942	Caisse	c/c Titres	Coupons encaissés	350.—
31 XII 1943	c/c Titres	Intérêts des titres	Intérêts à 4%	392.74
31 XII 1943	Caisse	c/c Titres	Coupons encaissés	350.—
31 XII 1944	c/c Titres	Intérêts des titres	Intérêts à 4%	394.45
31 XII 1944	Caisse	c/c Titres	Coupons encaissés	350.—
31 XII 1945	c/c Titres	Intérêts des titres	Intérêts à 4%	396,22
31 XII 1945	Caisse	c/c Titres	Coupons encaissés	350.—
31 XII 1946 31 XII 1946 31 XII 1946	c/c Titres Caisse Caisse	Intérêts des titres c/c Titres c/c Titres	Intérêts à $4\%$ Coupons encaissés Remboursement au pair des 10 obligations $3\frac{1}{2}\%$ de fr. 1000 nominal	398.07 350.—
			, 1	

Nous aurons donc:

Nous aurons done: 
$$\begin{cases} s_0 (1+i) & -\frac{i_0}{2} (1-\alpha) (1+i)^{\frac{1}{2}} - \frac{i_0}{2} (1-\alpha) = s_1 \\ s_1 (1+i) & -\frac{i_0}{2} (1-\alpha) (1+i)^{\frac{1}{2}} - \frac{i_0}{2} (1-\alpha) = s_2 \\ \vdots \\ s_{k-1} (1+i) - \frac{i_0}{2} (1-\alpha) (1+i)^{\frac{1}{2}} - \frac{i_0}{2} (1-\alpha) = s_k \\ \vdots \\ s_{n-2} (1+i) - \frac{i_0}{2} (1-\alpha) (1+i)^{\frac{1}{2}} - \frac{i_0}{2} (1-\alpha) = s_{n-1} \\ s_{n-1} (1+i) - \frac{i_0}{2} (1-\alpha) (1+i)^{\frac{1}{2}} - \frac{i_0}{2} (1-\alpha) = s_n \end{cases}$$
 En raisonnant comme précédemment, on montre que l

En raisonnant comme précédemment, on montre que le taux d'intérêt i auquel fonctionnera le compte courant «Titres» sera la racine de l'équation:

(8) 
$$s_0 - i_0 (1 - \alpha) (1 + \varepsilon) \sum_{k=1}^{k=n} (1 + i)^{-k} - s_n (1 + i)^{-n} = 0$$

après avoir convenu de poser:

(9) 
$$\varepsilon = \frac{1}{2} \left( \sqrt{1+i} - 1 \right)$$

Nous introduirons dans les formules (7) une simplification d'ordre pratique qui s'impose. Celle-ci consiste à poser

$$(10) \qquad (1+i)^{\frac{1}{2}} = 1 + \frac{1}{2}i$$

En supposant que les coupons sont payables les 30 juin et 31 décembre, nous aurons, pour l'année de rang k, les écritures suivantes à passer au «Journal»:

Dates	Débit	Crédit	Libellé	Sommes
30 VI k	Caisse	c/c Titres	Coupons semestriels en- caissés	$\frac{i_0}{2}$ (1— $\alpha$ )
31 XII k	Caisse	c/c Titres	Coupons semestriels en- caissés	$\frac{i_0}{2}$ (1— $\alpha$ )
31 XII k	c/c Titres	Intérêts des titres	Intérêts annuels	$is_{k-1}-i\frac{i_0}{4}(1-\alpha)$

Pour simplifier encore, on peut proposer de ne pas tenir compte des impôts dans le compte courant «Titres» et de passer directement ceux-ci par «Pertes et Profits». On évitera ainsi des écritures comptables supplémentaires si le taux d'impôt sur les coupons venait à être modifié.

Remarque: Pour être tout à fait complet, il faut mentionner qu'au moment où l'on achète des titres il se produit certains frais (courtage, droits de timbre). Représentons les par  $\Delta$ . Dans (7), il serait donc nécessaire de remplacer  $s_0$  par  $(s_0 + \Delta)$ . On peut néanmoins considérer ces frais comme faisant partie des frais généraux. Au moment de l'achat d'obligations, nous aurons alors les écritures suivantes à passer au «Journal»:

Dates	Débit	Crédit	Libellé	Sommes
1 <sup>er</sup> I 1937 1 <sup>er</sup> I 1937	c/c Titres Frais généraux	Caisse Caisse	Achat d'obligations Frais d'achat des obligations	$s_0$ $\Delta$

### 3. Clause du remboursement anticipé.

Le contrat obligataire contient généralement une clause autorisant le débiteur à rembourser sa dette par anticipation. Si le débiteur fait usage de cette faculté, le compte courant «Titres» bouclera par un bénéfice ou une perte suivant que les titres auront été achetés au-dessous  $(s_0 < s_n)$  ou au-dessus  $(s_0 > s_n)$  du cours de remboursement des titres.

Voici les écritures comptables à passer au «Journal» dans les deux cas. Nous supposons que  $s_n$  sera remboursée à la fin de la  $k^{\rm e}$  année et que les coupons des titres soient annuels.

Dates	Débit	Crédit	Libellé	Sommes
31 XII k 31 XII k 31 XII k 31 XII k	c/c Titres Caisse Caisse c/c Titres	Intérêts des titres c/c Titres c/c Titres Pertes et Profits	$s_0 < s_n$ Intérêts annuels Coupons encaissés Remboursement des titres Bénéfice sur titres	$is_{k-1}$ $i_0$ $s_n$ $s_n - s_k$
31 XII k 31 XII k 31 XII k 31 XII k	c/c Titres Caisse Caisse Pertes et Profits	Intérêts des titres c/c Titres c/c Titres c/c Titres	$s_0 > s_n$ Intérêts annuels Coupons encaissés Remboursement des titres Perte sur titres	$\begin{array}{c} is_{k-1} \\ i_0 \\ s_n \\ s_k - s_n \end{array}$

# 4. Evaluation des obligations au taux technique des réserves mathématiques.

L'étude de notre problème sous son aspect comptable et les résultats obtenus nous semblent suffisamment probants pour montrer ce qu'une méthode d'évaluation des obligations sur la base d'un autre taux d'intérêt que le taux effectif aurait d'artificiel. La comptabilité de la compagnie d'assurances ne serait en aucun moment l'image des mouvements de fonds qu'entraîne la gérance d'un portefeuille de valeurs mobilières à revenu fixe.

Si on voulait l'appliquer, il serait nécessaire d'ouvrir un compte spécial que l'on appellerait «Différence d'évaluation des titres» et qui interviendrait chaque fois qu'on procéderait à un achat ou à une vente de titres. Néanmoins, cette méthode ne donnerait aucun moyen de dresser d'une manière correcte le compte «Intérêts des titres». Même pour une caisse de pensions, cette méthode ne nous semble pas recommandable, car nous ne voyons pas les raisons pour lesquelles une telle institution devrait avoir un système de comptabilité moins rigoureux que celui d'une compagnie d'assurances.

## II. Evaluation des obligations amortissables par tirages au sort.

Parmi les obligations qu'une compagnie d'assurances peut acquérir pour placer ses fonds, toutes ne sont pas du type «à échéance fixe». Il en existe un grand nombre appartenant à des emprunts amortissables par tirages au sort, à période fixe, suivant une loi d'amortissement.

Il est manifeste que si la compagnie d'assurances avait acheté toutes les obligations d'un emprunt amortissable par tirages au sort, le problème de l'évaluation de celles-ci serait résolu en utilisant le raisonnement fait dans le cas des titres remboursables à échéance fixe. Seulement, une compagnie d'assurances n'achète qu'une partie des obligations émises, ce qui fait qu'ignorant la date de remboursement de celles-ci, il ne lui est pas possible de dresser un compte courant du type (2) ou (7).

Nous pouvons donc affirmer que, du point de vue purement scientifique, il n'y a pas de solution exacte au problème de l'évaluation des obligations amortissables par des tirages au sort.

Devons-nous nous contenter de cette réponse négative? Nous ne le croyons pas, car dans ce domaine, une solution approchée peut être d'une certaine utilité pratique.

Comme solution approchée, on peut proposer de considérer les obligations d'un emprunt amortissable par tirages au sort, comme des obligations toutes remboursables à l'échéance ultime de l'emprunt amortissable. En admettant ce point de vue, nous n'avons qu'à appliquer les principes développés plus haut pour comptabiliser les emprunts remboursables à échéance fixe, en convenant que le bénéfice ou la perte procuré par la sortie d'obligations à un tirage sera versé directement au compte de «Pertes et Profits».

Considérons un emprunt amortissable par des tirages au sort en fin d'année. Chaque obligation sortie à un tirage est remboursable par  $s_n$  francs. Si l'on possède un certain nombre d'obligations de cet emprunt achetées au prix de  $s_0$  francs l'obligation, quelles seront les écritures comptables à passer au «Journal» si d obligations viennent à sortir au tirage au sort à la fin de la  $k^e$  année?

Deux cas sont à distinguer suivant que le cours d'achat des obligations est inférieur  $(s_0 < s_n)$  ou supérieur  $(s_0 > s_n)$  au cours de remboursement.

Dates	Débit	Crédit	Libellé	Sommes
31 XII <i>k</i> 31 XII <i>k</i>	Caisse Caisse	c/c Titres Pertes et Profits	$s_0 < s_n$ Encaissement d'obligations sorties au tirage Bénéfice sur obligations sorties au tirage	$ds_k \\ d(s_n - s_k)$
31 XII <i>k</i> 31 XII <i>k</i>	Caisse Pertes et Profits	c/c Titres	$s_0 > s_n$ Encaissement d'obligations sorties au tirage Perte sur obligations sorties au tirage	$ds_n$ $d(s_k - s_n)$

L'inconvénient manifeste de ce procédé d'évaluation réside dans le fait que l'on ne pourra plus dresser en fin d'exercice un compte «Intérêts des titres» qui soit conforme à la réalité.

En effet, si les obligations ont été achetées à un prix inférieur au cours de remboursement et qu'elles soient remboursées avant le dernier tirage au sort, le compte «Intérêts des titres» aura été crédité annuellement d'une somme trop faible, tandis que c'est le contraire qui se produira si les titres ont été achetés à un cours supérieur au cours de remboursement.

On peut émettre l'opinion que si sur l'ensemble du portefeuilletitres d'une compagnie d'assurances il existe beaucoup plus d'obligations d'emprunts amortissables par tirages au sort achetées audessous du cours de remboursement qu'au-dessus, le compte «Intérêts des titres» présentera un solde inférieur à la réalité, ce qui, du point de vue de la prudence, ne présente pas d'inconvénients.

Remarque: Pour évaluer les obligations d'emprunts amortissables par tirages au sort, on pourrait faire intervenir le Calcul des probabilités. Les résultats théoriques que l'on obtient sont intéressants, mais on ne peut malheureusement pas les utiliser en pratique, car il faudrait être certain que tous les plans d'amortissements fussent calculés par des actuaires et les tirages au sort organisés conformément à la théorie des probabilités. D'autre part, la substitution éventuelle des rachats en bourse aux tirages au sort vient encore compliquer la question.

#### Conclusions.

La recherche d'une méthode d'évaluation des obligations au bilan d'une compagnie d'assurances sur la vie, qui ne soit pas basée sur les cours de bourse, ne nous semble possible qu'en admettant comme hypothèse fondamentale le respect des clauses du contrat obligataire par le débiteur et qu'en considérant le problème sous son aspect comptable et non seulement comme un problème de calcul de valeurs actuelles. C'est uniquement sous son aspect comptable que le problème apparaît dans sa généralité.

Ceci ayant été admis, les résultats obtenus dans notre étude nous permettent de formuler les conclusions suivantes:

Etant donné que le portefeuille-titres d'une compagnie d'assurances sur la vie est composé non seulement d'obligations d'emprunts remboursables à échéance fixe, mais également d'obligations d'emprunts amortissables par des tirages au sort, on peut affirmer qu'il n'existe pas de méthode précise pour évaluer au bilan les obligations et avoir un compte «Intérêts des titres» qui soit exact.

Comme méthode comptable approximative, on peut proposer de considérer toutes les obligations en portefeuille comme faisant partie de la catégorie des obligations remboursables à échéance fixe. Cette méthode donnera une stabilité aux soldes du compte «Titres», mais par contre, le compte «Intérêts des titres» ne sera pas l'image exacte des sommes qui devraient y figurer.