

<b>Zeitschrift:</b>	Mitteilungen / Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker = Bulletin / Association des Actuaires Suisses = Bulletin / Association of Swiss Actuaries
<b>Herausgeber:</b>	Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker
<b>Band:</b>	32 (1936)
<b>Artikel:</b>	Das Einzeldeckungskapital in der Kollektivversicherung
<b>Autor:</b>	Wimmer, Edith
<b>DOI:</b>	<a href="https://doi.org/10.5169/seals-966888">https://doi.org/10.5169/seals-966888</a>

### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 07.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## Das Einzeldeckungskapital in der Kollektivversicherung

Von Dr. **Edith Wimmer**, Bern

### Einleitung.

1. Im allgemeinen werden Pensionsversicherungen nicht einzeln, sondern als Kollektivversicherungen abgeschlossen. Durch einen einzigen Vertrag wird eine ganze Gruppe von Versicherungsnehmern zu einheitlichen Bedingungen versichert. Die Gruppe besteht gewöhnlich aus den Arbeitnehmern eines Dienstherrn.

2. Die Kollektivversicherung hat gegenüber der Einzelversicherung den Vorteil viel geringerer Verwaltungs- und Abschlusskosten. Ist die Zahl der Teilnehmer gross genug, um den notwendigen Risikoausgleich herbeizuführen, so kann eine selbständige Pensionskasse errichtet werden. Dadurch kommt der Gewinn, den sich eine jede Versicherungsgesellschaft berechnet, den Versicherten unmittelbar zugute.

Der wesentliche Unterschied zwischen der Einzel- und der Kollektivversicherung liegt aber nicht im Kostenpunkt, sondern im folgenden: Bei der Einzelversicherung muss für jeden Versicherten die Leistung gleich der Gegenleistung sein. Bei der Kollektivversicherung tritt an Stelle des einzelnen als Versicherungsträger die Gruppe. Der Grundsatz «Leistung gleich Gegenleistung» hat hier nur für die Gruppe als Ganzes Geltung. Innerhalb einer Gruppe können Prämien und

Leistungen beliebig verteilt sein. Erfolgt die Verteilung für jedes einzelne Mitglied nach dem Grundsatz «Leistung gleich Gegenleistung», so kommt auch bei der Kollektivversicherung die Individualprämienmethode zur Anwendung. In den weitaus häufigsten Fällen findet jedoch die Verteilung nach der Durchschnittsprämienmethode statt. Die Prämie ist nach dieser Methode für alle Mitglieder dieselbe; die Leistungen sind nach den Versicherungsjahren (Dienstjahren) abgestuft.

Es gibt zwei Arten von Durchschnittsprämiens; die technische Durchschnittsprämie und die gewöhnliche Durchschnittsprämie.

Die *technische Durchschnittsprämie* ergibt sich für eine sich neu bildende Gruppe aus der Gleichung

$$P^D \sum_{x_0}^X e_x a_x^a = \sum_{x_0}^X e_x a_x^a P_x \quad (1)$$

wo  $x$  das Eintrittsalter,  $x_0$  das niedrigste,  $X$  das höchste Eintrittsalter,  $e_x$  die Zahl der Mitglieder mit dem Eintrittsalter  $x$ ,  $a_x^a$  den Barwert der Prämie 1 im Alter  $x$  und  $P_x$  die gleichbleibende Individualprämie für das Eintrittsalter  $x$  bedeuten. Die technische Durchschnittsprämie bleibt während der ganzen Dauer der Versicherung konstant.

Die *gewöhnliche Durchschnittsprämie* ist gleich der Summe der Individualprämiens geteilt durch die Zahl der Versicherten der Gruppe. Sie muss jährlich neu festgesetzt werden nach der Formel

$$P^G = \frac{\sum_k P_{x_k}}{\sum_k 1} \quad (2)$$

wo  $x_k$  das Eintrittsalter des  $k$ -ten Mitgliedes ist und wo die Summen über sämtliche vorhandene Mitglieder zu erstrecken sind.

**3.** Die technische Durchschnittsprämie gleicht alle Risikenunterschiede zwischen den Versicherten aus.

Umfasst eine zu versichernde Gruppe eine grössere Zahl von Mitgliedern in vorgerücktem Alter, so wird die technische Durchschnittsprämie untragbar hoch. Bildet die Gruppe nicht eine geschlossene, sondern *eine sich erneuernde Gesamtheit*, was bei den Angestellten eines bestimmten Betriebes meistens der Fall ist, so gibt es verschiedene Mittel, um zu einer niederen technischen Durchschnittsprämie zu gelangen.

Dieses Ziel kann einmal dadurch erreicht werden, dass man die zukünftigen Eintritte mit ihren niedrigen Eintrittsaltern bei der Durchschnittsbildung berücksichtigt. Dieses Verfahren ist indessen nicht empfehlenswert, weil, abgesehen davon, dass es zu einer übermässigen Belastung der künftigen Generation zugunsten der jetzigen führt, die Erneuerung der Arbeitskräfte und die Entwicklung der Besoldungsverhältnisse als zu unsichere Momente zu betrachten sind.

Ein gerechteres und zuverlässigeres Verfahren würde darin bestehen, dass von der neu zu bildenden Gruppe nur diejenigen versichert werden, die eine bestimmte Altersgrenze noch nicht erreicht haben (z. B. 30 Jahre), und dass die Nickerreichung dieser Altersgrenze auch zur Bedingung für spätere Eintritte gemacht wird. Auf diese Weise würde vermieden, dass die künftigen Generationen unverhältnismässig stark belastet werden. Zudem würde die Ungerechtigkeit, die (wenn man vom Solidaritätsgedanken absieht) der technischen Durchschnittsprämie innewohnt, sobald das Alter der ein-

tretenden Versicherten stark auseinandergeht, gemildert. Allerdings bleiben bei diesem Verfahren alle Angestellten, die die gewählte Altersgrenze überschritten haben, unversichert. Durch die allmähliche Einführung der Pensionsversicherung in einem Betrieb vermeidet man aber die sehr teure Versicherung der älteren Angehörigen der Eintrittsgeneration. Wollte man diesen älteren Bestand als gesonderte Gruppe versichern, so müssten dem Eintrittsalter entsprechend höhere Prämien oder Eintrittsgelder oder geringere Kassenleistungen berechnet, oder es müsste eine Kombination dieser drei Möglichkeiten gesucht werden.

Werden nicht besondere Bedingungen für Eintrtende, die im Hinblick auf die technische Durchschnittsprämie zu alt sind, eingeführt, so ergibt sich beim Deckungskapital ein entsprechender Fehlbetrag (sogenanntes Eintrittsdefizit). Seine Höhe ist gleich der Summe der Eintrittsgelder, die von den älteren Mitgliedern hätten gefordert werden sollen.

Ist das Eintrittsdefizit nicht grösser als das Deckungskapital im Beharrungszustand, so braucht, solange die Zahl der prämienzahlenden Mitglieder nicht abnimmt, das Eintrittsdefizit nur zum rechnungsmässigen Zinsfuss verzinst zu werden. Sollten aber die Neueintritte abnehmen oder sogar aufhören, so ist das ganze Deckungskapital notwendig, um die versprochenen Kassenleistungen auszuzahlen. Das Eintrittsdefizit muss in diesem Falle vorher amortisiert werden.

Die Versicherung der älteren Angehörigen der Eintrittsgeneration wird bei allen Systemen stets grossen Schwierigkeiten begegnen. Will man die jüngeren und die zukünftigen Mitglieder nicht in ungebührlicher Weise belasten, so müssen für die älteren entweder die Leistungen niedriger oder die Gegenleistungen höher

angesetzt werden. Dies gilt besonders dann, wenn für die Berechnung der Rentenleistungen nicht nur auf die nach Einführung der Versicherung geleisteten Dienstjahre, sondern auch auf die vorherigen, für die keine Prämien bezahlt wurden, abgestellt wird.

**4.** Wird der Beitritt zu einer Kasse mit technischer Durchschnittsprämie als *freiwillig* erklärt, so besteht die Gefahr, dass ihr nur solche Personen beitreten, für die die Leistung der Kasse grösser oder mindestens gleich der Gegenleistung ist. In diesem Falle wäre für die ganze Gruppe die Leistung grösser als die Gegenleistung, und es könnte die Kasse nicht bestehen. Um die Versicherung lebensfähig zu gestalten, ist wenigstens eine der folgenden Bedingungen einzuhalten:

*a)* Der Beitritt wird für die zu versichernde Gruppe *obligatorisch* erklärt. Dadurch können gegen Bezahlung der technischen Durchschnittsprämie sogar höhere als gewöhnliche Risiken, wie z. B. gesundheitlich schwächere Mitglieder, Mitglieder mit grosser Familie, mit gefahrvollem Beruf usw., versichert werden, und zwar deswegen, weil Antiselektion ausgeschlossen ist.

*b)* Der Arbeitgeber übernimmt einen so grossen Teil der Prämie, dass, wenn nur auf den Prämienanteil des Arbeitnehmers abgestellt wird, im ungünstigsten Falle noch die Leistung des Versicherers grösser oder gleich der Gegenleistung des Versicherten ist.

**5.** Bei der einen Bestandteil der Pensionsversicherung bildenden Hinterbliebenenversicherung unterscheidet man zwischen *der direkten und der indirekten Methode*.

Bei der direkten Methode schliessen nur die Verheirateten eine Hinterbliebenenversicherung ab. Sie bezahlen dafür eine nach dem Alter der Frau abgestufte

Prämie. Ledige werden erst in die Hinterbliebenenversicherung aufgenommen, wenn sie heiraten.

Bei der indirekten Methode ist die Prämie vom Zivilstand unabhängig. Diese Methode besitzt gegenüber der direkten folgende Vorteile:

a) Da die Wahrscheinlichkeit, zu heiraten für den Ledigen gross ist, ist es für ihn, wenn dieser Fall eintritt, günstig, durch die früheren Prämienzahlungen das Anrecht auf die Hinterbliebenenversicherung schon erworben zu haben und keine Prämierhöhung gewärtigen zu müssen.

b) Die indirekte Methode führt zu einem sozial gerechten Ausgleich, auch wenn sie vom individuellen Standpunkt aus nicht ganz einwandfrei erscheinen mag.

c) Sie ist bedeutend einfacher als die direkte.

Bei der Einzelversicherung ist nur die direkte Methode möglich. Bei der Kollektivversicherung können beide Methoden angewendet werden. Die indirekte Methode setzt jedoch eine gewisse Grösse der versicherten Gruppe voraus. Die technische Durchschnittsprämie schliesst die indirekte Methode in sich.

**6. Zusammenfassend** stellen wir fest, dass bei der Pensionsversicherung, wenn sie als Kollektivversicherung abgeschlossen wird, die Individualprämie durch die technische Durchschnittsprämie ersetzt werden kann, sofern die Versicherung obligatorisch erklärt oder ein Arbeitgeberbeitrag von einer bestimmten Höhe geleistet wird. Die Vorteile der technischen Durchschnittsprämie sind folgende:

- a) Einfachheit;
- b) infolge ihrer ausgleichenden Wirkung ermöglicht sie die Versicherung von relativ hohen Risiken gegen eine tragbare Prämie; insbesondere schliesst sie die indirekte Methode in sich.

Die Nachteile der technischen Durchschnittsprämie werden wir erst im Laufe der folgenden Betrachtungen kennenlernen. Bis jetzt wissen wir nur, dass, wenn man vom Solidaritätsgedanken absieht, die technische Durchschnittsprämie ungerecht ist. Die ihr innenwohnende Ungerechtigkeit kann jedoch gemildert werden durch die Leistung von Arbeitgeberbeiträgen an die Prämien und durch die Festsetzung einer Eintrittsaltersgrenze.

## I. TEIL.

### Prämie, Prämienreserve und Deckungskapital.

#### § 1. Risikoprämie, Sparprämie, Prämienreserve und Deckungskapital bei der Individualprämie.

1. Invaliden-, Hinterlassenen- und Altersversicherung besitzen, jede einzeln betrachtet, die gemeinsame Eigenschaft, dass das versicherte Ereignis (Invaliditätsfall, Todesfall, Erleben des Rücktrittsalters) nur einmal eintreten und infolgedessen die Versicherungssumme nur einmal fällig werden kann<sup>1)</sup>. (Die Versicherungssumme ist hier der Barwert der durch den Versicherungsfall ausgelösten Renten.) Zur Erläuterung der Begriffe «Risikoprämie», «Sparprämie», «Prämienreserve» und «Deckungskapital» bei der Pensionsversicherung genügt es daher, eine beliebige Personenversicherung ins Auge zu fassen, die mit der Auszahlung der Versicherungssumme zu bestehen aufhört.

2. *Risikoprämie, Sparprämie und Prämienreserve.* Das Eintrittsalter bezeichnen wir wieder mit  $x$  und die Wahrscheinlichkeit des Eintrittes des versicherten Ereignisses im  $t$ -ten Versicherungsjahr mit  $w_{x+t-1}$ . Tritt der Versicherungsfall im Laufe des  $t$ -ten Jahres ein, so wird am Ende des  $t$ -ten Jahres die Versicherungssumme  $tS_x$ <sup>2)</sup> fällig.

Als Hilfsbegriff führen wir die *natürliche Prämie* " $P$ " ein. Es ist dies die Prämie, die zu Anfang jedes Jahres

---

<sup>1)</sup> Von der Reaktivierung sehen wir vorläufig ab. Sie wird in § 5 dieses Teils behandelt.

<sup>2)</sup> Durch die Schreibweise  $tS_x$  deuten wir an, dass  $S$  vom Eintrittsalter  $x$  und von der Anzahl Versicherungsjahre  $t$  abhängig sein kann.

für die einjährige Versicherung während des betreffenden Jahres erforderlich ist. Im  $t$ -ten Versicherungsjahr ist

$${}_{t-1}^n P_x = v w_{x+t-1} {}_t S_x \quad (3)$$

Die natürliche Prämie nimmt bei den gebräuchlichen Arten der Pensionsversicherung mit dem Alter stark zu. Man benutzt aus diesem Grunde an ihrer Stelle eine andere jährliche Prämie  ${}_t P_x$ , meistens die gleichbleibende Prämie, die mit  $P_x$  bezeichnet werden soll.

Da die vom Versicherten bezahlte Prämie verschieden ist von der natürlichen Prämie, die der Versicherer benötigt, um die ihm durch die Versicherung im betreffenden Jahr verursachten Kosten zu decken, entlastet oder belastet der Unterschied  ${}_t P_x - {}_{t-1}^n P_x$ , je nachdem er positiv oder negativ ist, die Kasse des Versicherers. Er bildet dort neben den aus den bisherigen Versicherungsjahren herrührenden Beträgen einen positiven oder negativen Prämienvorrat.

Tritt der Versicherungsfall ein, so zahlt der Versicherer die Versicherungssumme am Ende des Jahres aus; er ist für diese Aufwendung durch die natürliche Prämie gedeckt. Der Versicherte verliert seinerseits den angesammelten Prämienvorrat, der dem Versicherer verbleibt. In gleicher Weise verliert der Versicherte seinen Prämienvorrat zugunsten des Versicherers, wenn er vor Eintritt des versicherten Ereignisses stirbt<sup>1)</sup>. Für dieses vom Versicherten getragene Risiko muss der Versicherer dem Versicherten eine Prämie bezahlen. Sie beträgt, wenn man die natürliche Prämienzahlung wählt, im  $t$ -ten Versicherungsjahr

<sup>1)</sup> Bei einer Todesfallversicherung fällt diese Möglichkeit ausser Betracht. Bei der Pensionsversicherung besteht sie somit für die Invaliden- und Rücktrittversicherung, nicht aber für die Hinterbliebenenversicherung.

$${}_{t-1}^n P'_x = v (w_{x+t-1} + q_{x+t-1}) {}_t U_x \quad (4)$$

worin  $q_{x+t-1}$  die Sterbewahrscheinlichkeit im  $t$ -ten Versicherungsjahr und  ${}_t U_x$  den angesammelten Prämienvorrat, die sogenannte Prämienreserve, bedeuten <sup>1)</sup>. Der nach Abzug von  ${}_{t-1}^n P'_x$  übrig bleibende Teil der Prämie  ${}_{t-1}^n P_x$  ist die Risikoprämie  ${}_{t-1}^r P_x$ . Nach (3) und (4) ist

$${}_{t-1}^r P_x = v w_{x+t-1} {}_t S_x - v (w_{x+t-1} + q_{x+t-1}) {}_t U_x \quad (5)$$

${}_{t-1}^r P_x$  ist der Teil der einbezahlten Prämie, der vom Versicherer zur Deckung des von ihm tatsächlich getragenen Risikos verbraucht wird <sup>2)</sup>.

<sup>1)</sup> Der Fall, wo im gleichen Jahre zuerst das versicherte Ereignis und dann der Tod des Versicherten eintritt, wird nur als Todesfall betrachtet, weil die Versicherungssumme erst am Ende des Jahres fällig wird. Die Wahrscheinlichkeit  $w$  muss mit Rücksicht auf diese Tatsache berechnet werden. Für die Invalidenversicherung wäre z. B.

$$w_x = i_x \left( 1 - \frac{q_x^i}{2} \right)$$

wo  $q_x^i$  die Sterbewahrscheinlichkeit für einen Invaliden und  $i_x$  die sogenannte abhängige Wahrscheinlichkeit, invalid zu werden, bedeuten. Im Mittel muss der Invalide ein halbes Jahr nach seiner Invalidierung leben, damit die Versicherungssumme fällig wird. Da  $i_x$  und  $q_x^i$  voneinander unabhängige Wahrscheinlichkeiten sind, so ist  $i_x \left( 1 - \frac{q_x^i}{2} \right)$  die Wahrscheinlichkeit, invalid zu werden und ein halbes Jahr weiterzuleben.

<sup>2)</sup> Bei einer Erlebensfallversicherung (also bei der Altersversicherung) ist  $w_x \equiv 0$  und (5) wird zu

$${}_{t-1}^r P_x = - q_{x+t-1} {}_t U_x$$

Eine solche negative Risikoprämie heisst auch «Erbanteil». Bei einer Todesfallversicherung (also bei der Hinterbliebenenversicherung) ist  $w_x \equiv q_x$ . Die Möglichkeit, vor Eintritt des Versicherungsfalls zu sterben, besteht nicht. (5) erhält die Form:

$${}_{t-1}^r P_x = v q_{x+t-1} ({}_t S_x - {}_t U_x)$$

Was von der einbezahlten Prämie übrig bleibt, heisst «Sparprämie»  ${}^sP_x$ .

$${}^sP = P - {}^rP \quad (6)$$

Die Sparprämie ist der Teil der Prämie, der nicht im laufenden Jahre verbraucht wird und darum in der Kasse des Versicherers bleibt.

Die Summe der aufgezinsten Sparprämien bildet die Prämienreserve  $U$ .

$${}_t U_x = \sum_{\sigma}^{t-1} r^{t-\sigma} {}^sP_x \quad (7)$$

Die Formeln (5), (6) und (7) stellen Beziehungen zwischen den noch unbekannten drei Grössen  ${}^rP$ ,  ${}^sP$  und  $U$  dar. Kennen wir eine dieser Grössen, so lassen sich die zwei andern berechnen.

Die Sparprämie  ${}^sP$  lässt sich wie folgt bestimmen: Gleichung (7) lautet für das erste Versicherungsjahr

$${}_1 U_x = r {}^sP_x$$

Gleichung (5) lautet für das erste Versicherungsjahr, wenn für  ${}_1 U_x$  der gefundene Wert eingesetzt wird:

$${}^rP_x = v w_x {}_1 S_x - v (w_x + q_x) r {}^sP_x$$

Aus (6) erhalten wir

$${}_0 P_x = v w_x {}_1 S_x - v (w_x + q_x) r {}^sP_x + {}^sP_x$$

Diese Gleichung enthält ausser  ${}^sP_x$  für einen konkreten Fall nur bekannte Grössen; sie gestattet also, den Wert von  ${}^sP_x$  zu berechnen.

Um zu zeigen, dass alle Werte von  ${}^sP$ ,  ${}^rP$  und  $U$  aus den Formeln (5), (6) und (7) berechenbar sind, genügt

es, folgendes zu beweisen: Ist  ${}_{t-1}^s P_x$  und somit auch  ${}_t U_x$  und  ${}_{t-1}^r P_x$  bekannt, so lässt sich  ${}_t^s P_x$  bestimmen.

Gleichung (7) lautet für das  $(t+1)$ te Versicherungsjahr

$${}_{t+1} U_x = r {}_t^s P_x + r {}_t U_x$$

In Gleichung (5) eingesetzt, ergibt dies

$${}^r P_x = v w_{x+t} {}_{t+1} S_x - v (w_{x+t} + q_{x+t}) ({}_t U_x + {}_t^s P_x) r$$

Führt man diesen Ausdruck für  ${}^r P_x$  in (6) ein, so erhält man die Gleichung:

$${}^r P_x = v w_{x+t} {}_{t+1} S_x - v (w_{x+t} + q_{x+t}) ({}_t U_x + {}_t^s P_x) r + {}_t^s P_x$$

die ausser  ${}_t^s P_x$  nur bekannte Grössen enthält. Aus ihr lässt sich also  ${}_t^s P_x$  berechnen.

**3.** Für die Berechnung des *Deckungskapitals* ist nicht, wie bei der Prämienreserve, die abgelaufene Versicherungsdauer massgebend, sondern die zukünftige. Das Deckungskapital einer Versicherung in einem bestimmten Zeitpunkt der Versicherungsdauer ist gleich dem Barwert der vom Versicherer noch zu erfüllenden Verpflichtungen, vermindert um den Barwert der zukünftigen Prämien.

Wenn wir als Mass für die Verpflichtungen des Versicherers die natürliche Prämie benutzen <sup>1)</sup>), gelangen wir für das nach  $t$  Versicherungsjahren erforderliche Deckungskapital  ${}_t V_x$  zu folgender Formel:

$${}_t V_x = \sum_t^\omega v^{t-t} {}_{t-t} p_{x+t}^a ({}^n P_x - {}_t P_x) \quad (8)$$

---

<sup>1)</sup> Für die praktische Berechnung wird als Mass der zukünftigen Verpflichtungen die Einmalprämie für die zukünftige Versicherung gewählt.

wo  ${}_t p_x^a$  die Wahrscheinlichkeit bedeutet, dass ein  $x$ -jähriger, prämienzahlender Versicherter die  $t$  folgenden Jahre als Prämienzahler überlebt.

**4.** Aus dem Grundsatz *Leistung gleich Gegenleistung* folgt, dass in jedem Zeitpunkt der Versicherungsdauer das Deckungskapital gleich der Prämienreserve ist, d. h.

$${}_t V_x \equiv {}_t U_x \quad (9)$$

Nach (7) ist

$${}_t U_x = r {}_{t-1} U_x + r {}_{t-1} {}^s P_x$$

Lösen wir nach  ${}_{t-1} {}^s P_x$  auf, so erhalten wir

$${}_{t-1} {}^s P_x = v {}_t U_x - {}_{t-1} U_x \quad (10)$$

oder wegen (9):

$${}_{t-1} {}^s P_x = v {}_t V_x - {}_{t-1} V_x \quad (11)$$

Die entsprechenden Formeln für die Risikoprämie ergeben sich durch Einsetzen von (10) und (11) in (6). Sie lauten:

$${}_{t-1} {}^r P_x = {}_{t-1} U_x + {}_{t-1} {}^s P_x - v {}_t U_x \quad (12)$$

$${}_{t-1} {}^r P_x = {}_{t-1} V_x + {}_{t-1} {}^s P_x - v {}_t V_x \quad (13)$$

Die Formeln (11) und (13) eignen sich besonders für praktische Berechnungen.

**5.** Bei *unterjähriger Prämienzahlung* gilt von den vier erwähnten Begriffen alles bisher Gesagte, wenn an Stelle des Jahres der betreffende Jahresbruchteil als Zeiteinheit gewählt wird. Die kürzere Zeiteinheit hat vor der längeren den Vorteil, dass die Versicherungssumme schon nach höchstens  $\frac{1}{m}$  Jahr, statt im ungünstigsten Falle ein Jahr nach Eintritt des versicherten Ereignisses fällig wird.

Da die Wahrscheinlichkeiten  $w_x$  und  $q_x$  im allgemeinen nur für das Jahr als Zeiteinheit berechnet werden, müssen die unterjährigen Wahrscheinlichkeiten durch Interpolation bestimmt werden. Bei der Wahrscheinlichkeit  $w_x$  muss darauf geachtet werden, dass diejenigen Fälle nicht als Versicherungsfälle gezählt werden, in denen der Tod des Versicherten dem Versicherungsfall innerhalb des laufenden Jahresbruchteils folgt <sup>1)</sup>.

**6.** Die vorgenommene Trennung der Prämie in eine Spar- und eine Risikoprämie gestattet die *Zerlegung der Versicherung in zwei Teile*:

a) *Die Spareinrichtung.* Sie besteht darin, dass der Versicherte die Sparprämien in die Kasse des Versicherers einzahlt, wo sie sich wie bei einer Sparbank verzinsen und zu einem Kapital summieren. Dieses Kapital ist die Prämienreserve  $U$ . Sie wird, wie sich sofort zeigen wird, dem Versicherten am Ende der Versicherungsdauer ausbezahlt.

b) *Die reine Risikoversicherung.* Diese zerfällt in zwei Teile:

- b<sup>1</sup>) Der Versicherer übernimmt das Risiko, im Versicherungsfall die Versicherungssumme  $S$  dem Versicherten auszubezahlen. Er bezieht dafür die natürliche Prämie.
- b<sup>2</sup>) Der Versicherte trägt das Risiko, im Versicherungsfall oder bei Eintritt seines Todes vor dem Versicherungsfall die Prämienreserve dem Versicherer überlassen zu müssen. Er erhält dafür ebenfalls die natürliche Prämie <sup>2)</sup>.

---

<sup>1)</sup> Bei der Invalidenversicherung z. B. erhalten wir durch Konstanthalten der Wahrscheinlichkeiten innerhalb eines Jahres:

$$\frac{1}{m} w_x = \frac{i_x}{m} \left( 1 - \frac{q_x^i}{2m} \right)$$

[vgl. Anm. zu Formel (4)].

<sup>2)</sup> Der Unterschied zwischen den beiden natürlichen Prämien für b<sup>1</sup> und b<sup>2</sup> ist die Risikoprämie  $rP$ .

In dem als «reine Risikoversicherung» bezeichneten Teil der Versicherung wird jedes Risiko durch die entsprechende natürliche Prämie gedeckt. Für diesen Teil ist also in jedem einzelnen Jahre Leistung gleich Gegenleistung. Da dieser Grundsatz für die Versicherung als Ganzes gilt, muss er auch auf die Spareinrichtung Anwendung finden, d. h. am Ende der Versicherungsdauer muss die vorhandene Prämienreserve dem Versicherten zugute kommen.

Wir unterscheiden vier Fälle der Beendigung der Versicherungsdauer:

- a) Der Versicherungsfall: Der Versicherte erhält nur die Versicherungssumme ausbezahlt. Die Prämienreserve, auf die er Anspruch hat, muss er wegen des übernommenen Risikos  $b^2$  dem Versicherer überlassen.
- b) Der Todesfall vor Eintritt des versicherten Ereignisses: Auch hier muss der Versicherte die ihm zukommende Prämienreserve wegen des Risikos  $b^2$  dem Versicherer lassen.
- c) Der Ablauf der Versicherungsdauer bei temporärer Versicherung, wenn weder Versicherungsfall noch Tod eingetreten ist: Da keine Leistung fällig wird, folgt, dass die Prämienreserve in diesem Zeitpunkt den Wert Null haben muss.
- d) Der Rückkauf: Daraus, dass für die Spareinrichtung allein Leistung gleich Gegenleistung sein muss, folgt, dass die Prämienreserve der theoretisch richtige Rückkaufswert ist.

7. Beispiel:  $rP$ ,  $sP$ ,  $U$  und  $V$  bei der temporären Invalidenrentenversicherung für das Eintrittsalter  $x=25$  und das Schlussalter  $s = 70$ . Die Versicherungssumme besteht aus dem Barwert der lebenslänglichen, in Monatsraten zahlbaren jährlichen Invalidenrente 1.

Als Grundlagen benutzen wir für dieses wie für alle folgenden Beispiele die Tabellen für männliche und weibliche Beamten und Angestellten aus den von *Grieshaber* aufgestellten «Rechnungsgrundlagen der Versicherungskasse für die eidgenössischen Beamten, Angestellten und Arbeiter»<sup>1)</sup>.

$$P_{25}^{ai} = 0,092.$$

Versicherungs-dauer $t$	Risikoprämie $t P_{25}$	Sparprämie $t P_{25}$	Prämienreserve ≡ Deckungs-kapital $t U_{25} \equiv t V_{25}$
0	0,018	0,074	0
5	0,026	0,066	0,4088
10	0,033	0,059	0,8649
15	0,041	0,051	1,4036
20	0,054	0,038	2,0142
25	0,067	0,025	2,7007
30	0,105	— 0,013	3,4496
35	0,200	— 0,108	4,0221
40	0,480	— 0,388	3,9928
41	0,608	— 0,516	3,7668
42	0,834	— 0,742	3,3972
43	1,199	— 1,107	2,7747
44	1,834	— 1,742	1,7423
45			0

## § 2. Risikoprämie, Sparprämie, Prämienreserve und Deckungskapital bei der Durchschnittsprämie.

1. Die Ableitung der Begriffe und mathematischen Formulierungen im vorstehenden § 1, Ziffern 2 und 3, erfolgte ohne Zugrundelegung besonderer Eigenschaften

---

<sup>1)</sup> Der Kürze halber werden wir diese Kasse in der Folge mit EVK bezeichnen.

der Individualprämie. Die gewonnenen Definitionen und Formeln lassen sich daher ohne weiteres auf die Durchschnittsprämie übertragen. Die auf diese Weise erhaltenen Größen bezeichnen wir mit Risikodurchschnittsprämie  $rP^D$ , Spardurchschnittsprämie  $sP^D$ , Durchschnittsprämienreserve  $U^D$  und Durchschnittsprämiendeckungskapital  $V^D$ . Indessen muss bemerkt werden, dass sie nicht die Eigenschaften besitzen, die ihnen bei der Individualprämie auf Grund der Gleichheit von Leistung und Gegenleistung zukommen.

Eine dieser Eigenschaften besteht darin, dass am Ende der Versicherungsdauer die Prämienreserve dem Versicherten zugute kommt. Bei der Individualprämie lässt sich daher die Prämienreserve bzw. das mit ihr identische Deckungskapital als Sparguthaben und jede Sparprämie als Spareinlage auffassen.

Bei der Durchschnittsprämie ist wegen der Ungleichheit, die im allgemeinen zwischen Leistung und Gegenleistung besteht, in einem bestimmten Zeitpunkt die Durchschnittsprämienreserve verschieden vom Durchschnittsprämiendeckungskapital; auch können bei dieser Prämie weder Durchschnittsprämienreserve noch Durchschnittsprämiendeckungskapital als Sparguthaben aufgefasst werden.

Dass die Durchschnittsprämienreserve nicht als Sparguthaben aufgefasst werden kann, ergibt sich aus folgender Überlegung. Für die Risikodurchschnittsprämie allein gilt der Grundsatz: Leistung gleich Gegenleistung. Bei der Durchschnittsprämie ist aber im allgemeinen die Leistung von der Gegenleistung verschieden. Das gleiche gilt also auch für die Spardurchschnittsprämie allein. Infolgedessen kann die Spardurchschnittsprämie nicht als Spareinlage und die Durchschnittsprämienreserve nicht als Sparguthaben betrachtet werden.

Das Durchschnittsprämiendeckungskapital kann nicht als Sparguthaben angesehen werden, weil es nicht vom Versicherer aufgespart wird, sondern ein von der Höhe der bis zum betreffenden Zeitpunkt einbezahlten Prämien unabhängiger Betrag ist<sup>1)</sup>.

2. Betrachten wir nun diese Zerlegung der Durchschnittsprämie in bezug auf die *Gesamtheit* der Versicherten: Die Summe der von allen Gruppenmitgliedern in einem Jahre bezahlten Durchschnittsprämien bezeichnen wir mit «Gesamtprämie» und dementsprechend die Summe der Risikodurchschnittsprämien mit «Gesamtrisikoprämie», und die Summe der Spardurchschnittsprämien mit «Gesamtsparprämie».

Für die Gesamtrisikoprämie besteht, wie für die Risikodurchschnittsprämie, Gleichheit von Leistung und Gegenleistung. Da nun die Durchschnittsprämie so berechnet ist, dass für die Gesamtprämie Leistung gleich Gegenleistung ist, so muss dies auch für die Gesamtsparprämie allein der Fall sein. Die Gesamtsparprämie kann somit als Spareinlage und die Gesamtprämienreserve als Sparguthaben der Gesamtheit betrachtet werden. Daraus, dass für die Gesamtheit Gleichheit

---

<sup>1)</sup> Man könnte auf den Gedanken kommen, bei der Durchschnittsprämie den jährlichen Zuwachs des Deckungskapitals als Sparprämie zu bezeichnen. Man käme auf diese Weise zu der bei der Individualprämie aus der Gleichheit von Prämienreserve und Deckungskapital abgeleiteten Formel (11)

$${}_{t-1}^s P = v {}_t V_x - {}_{t-1} V_x$$

Sparprämie und Deckungskapital (= Prämienreserve) könnten dann als Spareinlage und Sparguthaben betrachtet werden. Die Risikoprämie aber, die als Ergänzung dieser Sparprämie zur Durchschnittsprämie in Betracht käme, würde nicht dem tatsächlichen Risiko entsprechen. Denn in diesem Fall bestünde Gleichheit von Leistung und Gegenleistung für die Sparprämie. Diese Gleichheit könnte also, weil sie für die ganze Durchschnittsprämie nicht gilt, für die Risikoprämie allein nicht bestehen.

von Leistung und Gegenleistung besteht, folgt auch, dass die Gesamtprämienreserve gleich dem Gesamtdeckungskapital ist.

**3.** Zusammenfassend stellen wir fest, dass die Zerlegung der Durchschnittsprämie in Risiko- und Spar durchschnittsprämie nach der für die Individualprämie abgeleiteten Methode und mit der sich daraus ergeben den Durchschnittsprämienreserve sowie die Berechnung des Durchschnittsprämiendeckungskapitals nur dann zu den gleichen Ergebnissen führt wie bei der Individualprämie, wenn sich die Operation auf die Gesamtheit der Versicherten bezieht <sup>1)</sup>.

**4.** Wir stellen uns nun die Aufgabe, bei der Durchschnittsprämie die Größen zu suchen, die mit den Begriffen Risikoprämie, Sparprämie, Prämienreserve und Deckungskapital bei der Individualprämie im wesentlichen übereinstimmen. In dieser Hinsicht ist folgendes zu sagen:

- a) Die Sparprämie ist derjenige positive oder negative Teil der einbezahlten Prämie, der im laufenden Jahre nicht aufgebraucht wird (weder für den betreffenden Versicherten selbst, noch für andere Versicherte). Sie kann als Spareinlage betrachtet werden.
- b) Die Prämienreserve ist die Summe der aufgezinsten Sparprämien und kann als Sparguthaben des Versicherten betrachtet werden.

---

<sup>1)</sup> Zum selben Schluss in bezug auf die Gesamtheit hätte die Spaltung der Durchschnittsprämie in Risikoprämie und Sparprämie, wie sie in der vorhergehenden Fussnote erwähnt ist, geführt. Es gibt also mehr als eine Art von Spaltung der Durchschnittsprämie in Risiko- und Sparprämie, die, bezogen auf die Gesamtheit, der für die Individualprämie eingeführten Spaltung entspricht.

- c) Die Risikoprämie ist die natürliche Prämie für die im Versicherungsfall zu leistende Versicherungssumme, vermindert um die natürliche Prämie für die im Versicherungsfall oder vorher im Todesfall zu leistende Prämienreserve.
- d) Das Deckungskapital ist der Betrag, der für den Versicherer notwendig ist, um mit den noch fällig werdenden Prämien, die dem Versicherten gutzuschreiben sind<sup>1)</sup>, die künftigen Leistungen bestreiten zu können.
- e) Prämienreserve und Deckungskapital sind identisch.

**5.** Die Lösung der Aufgabe, die wir uns gestellt haben, wird erleichtert durch die Anstellung von Vergleichen zwischen dem Wesen der Durchschnittsprämienmethode und demjenigen der Individualprämienmethode.

Die Individualprämienmethode beruht auf dem Grundsatz der Gleichheit von Leistung und Gegenleistung für jeden einzelnen Versicherten. Die Durchschnittsprämienmethode dagegen anerkennt diesen Grundsatz nur für die Gesamtheit der Versicherten. Für den einzelnen gilt folgendes: Der Versicherte erwirbt gegen Bezahlung der Durchschnittsprämie den Anspruch auf die vorgesehene Leistung. Der Anspruch auf dieselbe Leistung könnte vom Versicherten anderweitig gegen Entrichtung der Individualprämie erworben werden, die im allgemeinen von der Durchschnittsprämie verschieden ist. Der Eintritt in eine Versicherungskasse mit Durchschnittsprämie setzt also das Ein-

---

<sup>1)</sup> Mit den «Prämien, die dem Versicherten gutzuschreiben sind», sind diejenigen Teile der einbezahnten Prämien zu verstehen, die wirklich dem, der sie einzahlt, zugute kommen. Diese «Teile» können bei der Durchschnittsprämie kleiner oder grösser sein als die einbezahnten Prämien selbst.

verständnis des Versicherten voraus, für den Erwerb des Anspruches auf die vorgesehene Leistung mehr oder weniger zu bezahlen, als die Leistung für ihn wert ist. Dies bedeutet für jeden einzelnen Versicherten einen Verlust oder Gewinn, der aber dem Wesen der Durchschnittsprämienmethode entspricht und darum nicht als ungerecht betrachtet werden kann.

Hieraus ergibt sich, dass in jedem Einzelfalle von der Durchschnittsprämie ein Betrag abgezählt oder ihr zugefügt werden muss, bevor eine Spaltung in eine Risiko- und eine Sparprämie mit den geforderten Eigenschaften möglich ist.

**6.** Nun stellt sich die Frage: Wieviel von jeder einzelnen einbezahlten Durchschnittsprämie kommt dem einzahlenden Versicherten wirklich zugute? Oder mit andern Worten: Wie verteilt sich die jährliche Gesamtprämieneinnahme auf die Konti der einzelnen Versicherten?

Wir denken uns eine geschlossene Gesamtheit von Personen, die als Ganzes in einem bestimmten Zeitpunkt eine Versicherung nach der Durchschnittsprämienmethode abschliesst.

Um dem «Mechanismus», der in der Kasse des Versicherers die gesamte jährliche Prämieneinnahme auf die «Konti» der einzelnen Versicherten verteilt, auf die Spur zu kommen, stellen wir folgende Überlegung an:

Die Versicherten, für die  $P^D > P_x$  ist, zahlen jedes Jahr einen um die Prämiedifferenz

$$\Delta_x = P^D - P_x$$

grösseren Betrag ein, als der Versicherer benötigt, um ihrem Anspruch auf Leistung gerecht werden zu können. Wir denken uns nun unmittelbar nach der Prämien-

zahlung die Differenz  $\Delta_x$  von allen einbezahlten Durchschnittsprämien, die höher sind als die Individualprämie, abgezogen und zur Ergänzung derjenigen einbezahlten Durchschnittsprämien verwendet, die kleiner sind als die Individualprämie. Genügte der Prämienüberschuss aus den positiven Prämiendifferenzen in jedem einzelnen Jahre gerade, um die Durchschnittsprämien mit negativen Prämiendifferenzen zur Individualprämie zu ergänzen, d. h. wäre

$$\sum_{x_0}^X {}_t p_x^a e_x \Delta_x \equiv 0$$

so könnte die Durchschnittsprämienmethode, wenn man von der Aufteilung der Gesamtprämie unter die Versicherten absieht, als identisch mit der Individualprämienmethode aufgefasst werden. Risikoprämie, Sparprämie, Prämienreserve und Deckungskapital des einzelnen Versicherten würden identisch mit den entsprechenden Größen bei der Individualprämie sein.

7. In Wirklichkeit heben sich aber die Prämiendifferenzen nur im ganzen Verlauf der Versicherung auf, nicht in jedem einzelnen Jahr. Dies lässt sich folgendermassen feststellen:

(1) kann umgeformt werden zu

$$\sum_{x_0}^X e_x a_x^a (P^D - P_x) = 0 \quad (1^1)$$

Die algebraische Summe der Prämiendifferenzen im ersten Jahre ist

$$\sum_{x_0}^X e_x (P^D - P_x),$$

und zwar ist

$$\sum_{x_0}^X e_x (P^D - P_x) < 0 \quad (14)$$

denn, trennen wir die Summe (1<sup>1</sup>) in zwei Summen, die eine für  $P_x \leq P^D$ , die zweite für  $P_x > P^D$

$$\sum_{x_0}^d e_x (P^D - P_x) a_x^a + \sum_{d+1}^X e_x (P^D - P_x) a_x^a = 0$$

so besteht die erste Summe aus lauter positiven, die zweite aus lauter negativen Gliedern. Nun ist jedes  $a_x^a$  aus der ersten Summe grösser als jedes  $a_x^a$  aus der zweiten Summe. Damit die ganze Summe 0 wird, muss also

$$\sum_{x_0}^d e_x (P^D - P_x) < \sum_{d+1}^X |e_x (P^D - P_x)|$$

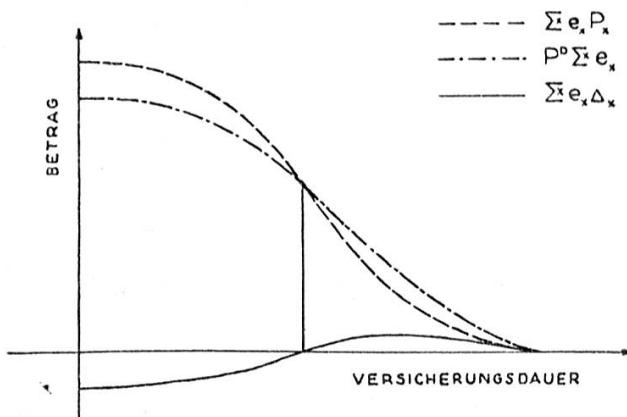
d. h. (14) erfüllt sein.

Im ersten Jahre überwiegen also die negativen Prämiedifferenzen. Da nun die älteren Mitglieder als Prämienzahler schneller ausscheiden als die jüngeren, so erlöscht jährlich eine grössere Zahl von Prämien mit negativem  $\Delta_x$  als von solchen mit positivem  $\Delta_x$ . Die Summe

$$\sum_{x_0}^X e_x \Delta_x$$

wächst gegen den Wert Null, erreicht ihn, wird positiv und wächst weiter bis zu einem Maximum, wo nur noch wenige negative  $\Delta_x$  vorkommen, so dass das Verhalten der positiven ausschlaggebend wird. Diese nehmen mit

dem Ausscheiden der noch vorhandenen, jung Eingetretenen ab, bis alle Prämien erloschen sind.



Im ganzen bewirkt die Durchschnittsprämie ein teilweises Hinausschieben der Prämienzahlung. Die Leistungen der Kasse sind dieselben, wie wenn jedes Mitglied seine Individualprämie bezahlte; ein Teil der positiven  $\Delta_x$ , die die Durchschnittsprämien der älter Eingetretenen zur Individualprämie ergänzen, wird aber erst bezahlt, nachdem diese älter Eingetretenen als Prämienzahler ausgeschieden sind.

Die in der Kasse des Versicherers stattfindende Verteilung der jährlichen Gesamtprämieneinnahme auf die «Konti» der einzelnen Versicherten kann also nicht in der Weise geschehen, dass jedem jährlich seine gleichbleibende Individualprämie zukommt; denn dazu ist die jährliche Gesamtprämieneinnahme im Anfang der Versicherungsdauer der geschlossenen Gesamtheit zu gering und später zu gross.

**8.** Die zuletzt erwähnte Tatsache führt uns auf den Gedanken, in unserer Überlegung die gleichbleibende Individualprämie  $P_x$  durch eine mit der Versicherungsdauer  $t$  sich ändernde Individualprämie  $tP_x$  zu ersetzen.  $tP_x$  müsste so gewählt werden, dass der Prämienüber-

schuss aus den positiven Prämiedifferenzen  $A_x = P^D - {}_tP_x$  in jedem einzelnen Jahr gerade genügte, um die Durchschnittsprämien mit negativem  $A_x$  zur Individualprämie  ${}_tP_x$  zu ergänzen. D. h., es müsste

$$\sum_{x_0}^X {}_tP_x^a e_x {}_tP_x \equiv P^D \sum_{x_0}^X {}_tP_x^a e_x \quad (15)$$

sein. Als Individualprämie für das Alter  $x$  müsste  ${}_tP_x$  noch die Bedingung erfüllen, dass ihr Barwert im Zeitpunkt des Eintritts mit dem Barwert der gleichbleibenden Individualprämie  $P_x$  übereinstimmt. Mathematisch formuliert, lautet diese Bedingung:

$$\sum_0^{s-x-1} {}_t v^t {}_tP_x^a {}_tP_x \equiv a_x^a P_x \quad (16)$$

wo  $s$  das Schlussalter bedeutet.

Gelingt es uns, eine Prämie  ${}_tP_x$  zu finden, die den Bedingungen (15) und (16) genügt, so können wir, wiederum mit Ausnahme der Aufteilung der Gesamtprämie, die Durchschnittsprämienmethode mit der Individualprämienmethode identifizieren, wobei die nicht gleichbleibende Individualprämie  ${}_tP_x$  gewählt werden muss. Als Spar- und Risikoprämie aus einer Individualprämie würden die erhaltenen  ${}^sP_x$  und  ${}^tP_x$  die in unserer Aufgabe geforderten wesentlichen Eigenschaften  $a$  und  $c$  besitzen. Die sich aus  ${}^sP_x$  ergebende Prämienreserve und das auf Grund der Prämie  ${}_tP_x$  berechnete Deckungskapital entsprächen den Forderungen  $b$ ,  $d$  und  $e$ . Unsere Aufgabe wäre damit gelöst.

**9.** Die Prämie  ${}_tP_x$  unterliegt den Bedingungen (15) und (16), und zwar nur diesen. (16) ist eine Identität in  $x$ , d. h. (16) muss für jeden Wert von  $x$  gelten. Nennen

wir wieder das niederste Eintrittsalter  $x_0$ , das höchste  $X$ , so zerfällt (16) in  $(X - x_0 + 1)$  lineare Gleichungen in den Unbekannten

$${}_t P_x (x = x_0, x_0 + 1, \dots, X); (t = 0, 1, \dots, s - x - 1)$$

Schreiben wir noch die Summe aus, so erhält (16) die Form:

$$\left. \begin{aligned} {}_0 P_{x_0} + v {}_1 p_{x_0}^a {}_1 P_{x_0} + \dots + v^{s-x_0-1} {}_{s-x_0-1} p_{x_0}^a {}_{s-x_0-1} P_{x_0} &= a_{x_0}^a P_{x_0} \\ \vdots & \\ {}_0 P_X + v {}_1 p_X^a {}_1 P_X + \dots + v^{s-X-1} {}_{s-X-1} p_X^a {}_{s-X-1} P_X &= a_X^a P_X \end{aligned} \right\} (16^1)$$

Analog zerfällt die Bedingung (15), welche eine Identität in  $t$  darstellt, in folgende  $(s - x_0)$  lineare Gleichungen:

$$\left. \begin{aligned} {}_{x_0} e_{x_0} {}_0 P_{x_0} + {}_{x_0+1} e_{x_0+1} {}_0 P_{x_0+1} + \dots + {}_{x_0} e_{x_0} {}_0 P_{x_0} &= P^D \sum_{x_0}^X e_x \\ {}_1 p_{x_0} {}_{x_0} e_{x_0} {}_1 P_{x_0} + {}_1 p_{x_0+1} {}_{x_0+1} e_{x_0+1} {}_1 P_{x_0+1} + \dots + {}_1 p_X^a {}_{x_0} e_{x_0} {}_1 P_X &= P^D \sum_{x_0}^X {}_1 p_x^a e_x \\ \vdots & \vdots \\ {}_{s-X-1} p_{x_0}^a {}_{x_0} e_{x_0} {}_{s-X-1} P_{x_0} + \dots + {}_{s-X-1} p_X^a {}_{x_0} e_{x_0} {}_{s-X-1} P_X &= P^D \sum_{x_0}^X {}_{s-X-1} p_x^a e_x \\ {}_{s-X} p_{x_0}^a {}_{x_0} e_{x_0} {}_{s-X} P_{x_0} + \dots + {}_{s-X} p_{X-1}^a {}_{x_0} e_{x_0} {}_{s-X} P_{X-1} &= P^D \sum_{x_0}^X {}_{s-X} p_x^a e_x \\ \vdots & \vdots \\ {}_{s-x_0-2} p_{x_0}^a {}_{x_0} e_{x_0} {}_{s-x_0-2} P_{x_0} + {}_{s-x_0-2} p_{x_0+1}^a {}_{x_0+1} e_{x_0+1} {}_{s-x_0+2} P_{x_0+1} &= P^D \sum_{x_0}^X {}_{s-x_0-2} p_x^a e_x \\ {}_{s-x_0-1} p_{x_0}^a {}_{x_0} e_{x_0} {}_{s-x_0-1} P_{x_0} &= P^D {}_{s-x_0-1} p_{x_0}^a e_{x_0} \end{aligned} \right\} (15^1)$$

(15<sup>1</sup>) und (16<sup>1</sup>) bilden zusammen ein System inhomogener linearer Gleichungen in den gesuchten Grössen  ${}_t P_x$ .

**10.** Die Anzahl der Gleichungen des Systems (15<sup>1</sup>) (16<sup>1</sup>) ist

$$X - 2x_0 + s + 1$$

Davon sind aber nur je

$$X - 2x_0 + s$$

Gleichungen voneinander linear unabhängig.

Beweis:  $n$  lineare Gleichungen sind untereinander linear abhängig, wenn es  $n$  Zahlen  $h_k$  ( $k = 1, \dots, n$ ) gibt, die nicht alle Null sind, so dass die Summe der  $n$  Gleichungen, nachdem jede mit der ihr zugeordneten Zahl  $h_k$  multipliziert worden ist, die Gleichung  $0 = 0$  ergibt.

Lässt sich dagegen zeigen, dass die Summe nur dann  $0 = 0$  werden kann, wenn alle  $n$  Faktoren  $h_k$  einzeln Null sind, so sind die  $n$  Gleichungen unabhängig.

Multipliziert man nun in (16<sup>1</sup>) die erste Gleichung mit  $e_{x_0}$ , die zweite mit  $e_{x_0+1}$  usw., die letzte mit  $e_x$  und summiert die erhaltenen Gleichungen, so lautet die rechte Seite der resultierenden Gleichung:

$$\sum_{x_0}^X e_x a_x^a P_x$$

Multipliziert man in (15<sup>1</sup>) die erste Gleichung mit  $v^0$ , die zweite mit  $v^1$  usw., die letzte mit  $v^{s-x_0-1}$  und summiert die erhaltenen Gleichungen, so lautet die rechte Seite der resultierenden Gleichung:

$$P^D \sum_{x_0}^X e_x \sum_0^{s-x_0-1} v^t {}_t p_x^a$$

oder

$$P^D \sum_{x_0}^X e_x a_x^a$$

Nach (1) ist

$$P^D \sum_{x_0}^X e_x a_x^a = \sum_{x_0}^X e_x a_x^a P_x$$

Die linken Seiten der beiden resultierenden Gleichungen sind also gleich. Die rechten Seiten ergeben beide die Doppelsumme

$$\sum_{x_0}^X e_x \sum_0^{s-x_0-1} v^t {}_t p_x^a {}_t P_x$$

d. h. sie sind identisch. Subtrahieren wir die beiden resultierenden Gleichungen voneinander, so ergibt sich die Gleichung  $0 = 0$ . Damit ist erwiesen, dass die  $(X - 2_{x_0} + 1 + s)$  Gleichungen des Systems (15<sup>1</sup>), (16<sup>1</sup>) linear abhängig sind.

Es bleibt uns zu zeigen, dass je  $(X - 2_{x_0} + s)$  davon nicht linear abhängig sind.

Lassen wir z. B. die erste Gleichung aus (16<sup>1</sup>) weg und betrachten die übrigen  $(X - 2_{x_0} + s)$  Gleichungen aus (16<sup>1</sup>) und (15<sup>1</sup>). Wir suchen Faktoren, mit denen die einzelnen Gleichungen multipliziert werden können, derart, dass die Summe der erhaltenen Gleichungen  $0 = 0$  wird.

Im Gleichungssystem (15<sup>1</sup>) kommt jede Unbekannte nur einmal vor. Ebenso im Gleichungssystem (16<sup>1</sup>),

und zwar ist die Gruppe von Unbekannten einer Zeile von (16<sup>1</sup>) gleich der Gruppe von Unbekannten einer Kolonne von (15<sup>1</sup>). Nun haben wir aus (16<sup>1</sup>) die erste Gleichung, d. h. die erste Zeile, weggelassen. Jede Gleichung von (15<sup>1</sup>) enthält also eine Unbekannte, die im reduzierten System (16<sup>1</sup>) nicht vorkommt. Sie kommt somit im ganzen System der betrachteten Gleichungen nur einmal vor. Die gesuchten Faktoren für alle die Gleichungen, welche Unbekannte enthalten, die im ganzen System nur einmal vorkommen, müssen, wie leicht einzusehen ist, Null sein. Die gesuchten Faktoren für die Gleichungen (15<sup>1</sup>) sind folglich alle Null. Nun bleibt noch das reduzierte System (16<sup>1</sup>). Nachdem sämtliche Gleichungen aus (15<sup>1</sup>) als Summanden weggefallen sind, enthält (16<sup>1</sup>) lauter Unbekannte, die nur einmal im System vorkommen. Somit müssen auch sämtliche Faktoren der Gleichungen des reduzierten Systems (16<sup>1</sup>) Null sein. D. h. die gesuchten Faktoren müssen für alle Gleichungen des betrachteten Systems Null sein.

Dieselbe Schlussweise führt zum selben Ergebnis, wenn an Stelle der ersten Gleichung aus (16<sup>1</sup>) irgend eine andere Gleichung aus (16<sup>1</sup>) oder (15<sup>1</sup>) weggelassen wird. Damit ist erwiesen, dass nur je ( $X - 2_{x_0} + s$ ) Gleichungen aus dem System (15<sup>1</sup>) und (16<sup>1</sup>) nicht linear abhängig sind.

**11.** Die Bedingungen (15<sup>1</sup>) und (16<sup>1</sup>), die wir an die gesuchte, nicht gleichbleibende Individualprämie  $\iota P_x$  gestellt haben, liefern im ganzen ( $X - 2_{x_0} + s$ ) unabhängige lineare Gleichungen. Die Anzahl der Unbekannten  $\iota P_x$  ist

$$\sum_{x_0}^X (s - x)$$

Vergleichen wir die beiden Zahlen in folgender Form:

$$X - 2x_0 + s = X - x_0 + (s - x_0)$$

$$\sum_{x_0}^X (s - x) = \sum_{x_0+2}^X (s - x) + (s - x_0 - 1) + (s - x_0)$$

so zeigt sich, dass

$$\sum_{x_0}^X (s - x) \geq X - 2x_0 + s$$

denn wegen der Bedeutung der Grössen ist

$$s - 1 \geq X$$

und

$$\sum_{x_0+2}^X (s - x) \geq 0$$

Das Gleichheitszeichen trifft nur zu, wenn

$$X = x_0 + 1 = s - 1$$

d. h. wenn unter den Versicherten nur zwei aufeinanderfolgende Alter vertreten sind und das Schlussalter ein Jahr über dem höhern Eintrittsalter liegt. Dann ist die Anzahl der Unbekannten

$$\sum_{x_0}^X (s - x) = 2 + 1 = 3$$

und die Anzahl der Gleichungen

$$X - 2x_0 + s = (x_0 + 1) - 2x_0 + (x_0 + 2) = 3$$

In allen anderen Fällen ist die Anzahl der Gleichungen kleiner als die der Unbekannten. Stellen wir die Anzahl Unbekannten als Anzahl Punkte in folgendem Schema dar,

so wird die Anzahl Gleichungen durch diejenigen von den Punkten, die eingerahmt sind, dargestellt; denn aus (16) ergeben sich so viele Gleichungen, als verschiedene Eintrittsalter vorliegen, und aus (15) so viele, als es Versicherungsjahre für das niedrigste Eintrittsalter geben kann. Dabei ist eine der Gleichungen von den anderen linear abhängig, also überflüssig. Sie fällt in der Darstellung dadurch weg, dass im Eckpunkt  $x = x_0$ ,  $t = 0$  des Schemas ein Punkt aus der horizontalen Reihe  $x_0 \rightarrow X$  mit einem aus der vertikalen Reihe  $t = 0 \rightarrow t = s - x_0 - 1$  zusammenfällt.

Die Zahl der Unbekannten übersteigt, wie sich sowohl aus dem Schema wie durch Rechnung zeigt, die Zahl der Gleichungen um

$$\sum_{x_0+1}^X (s-x-1)$$

**12.** Das Gleichungssystem (15<sup>1</sup>) und (16<sup>1</sup>) besitzt also eine

$$\sum_{x_0+1}^X (s-x-1)$$

dimensionale Lösungsschar; d. h. es gibt unendlich viele Möglichkeiten, die jährliche Gesamtprämieneinnahme einer Kasse mit Durchschnittsprämien auf die «Konti» der einzelnen Versicherten so zu verteilen, dass die im Laufe der ganzen Versicherungsdauer auf einen einzelnen fallenden Teile eine nicht gleichbleibende Individualprämie für den Betreffenden bilden.

Jede dieser Möglichkeiten liefert eine Lösung der Aufgabe, die wir uns unter Ziffer 4 dieses Paragraphen gestellt haben. Die Lösung besteht in derjenigen Risikoprämie, Sparprämie, Prämienreserve und in demjenigen Deckungskapital, die sich aus der dieser Möglichkeit entsprechenden, für jedes Eintrittsalter besonderen Individualprämie  $P_x$  ergeben.

Andere Lösungen besitzt die gestellte Aufgabe nicht; denn nach den in der Aufgabe unter b) und c) verlangten Eigenschaften werden aus Spar- und Risikoprämie gerade die Kosten für die Versicherung des einzelnen gedeckt. Sie müssen sich also zu einer Individualprämie ergänzen.

**13.** Um zu einer partikulären Lösung der gestellten Aufgabe zu gelangen, müssen

$$\sum_{x_0+1}^X (s-x-1)$$

weitere Gleichungen in den Unbekannten  ${}_t P_x$  aufgestellt werden, so dass wir zusammen mit (15<sup>1</sup>) und (16<sup>1</sup>) ein System inhomogener, linear unabhängiger Gleichungen erhalten, in dem die Anzahl Gleichungen mit der Anzahl Unbekannten übereinstimmt. Ein solches System hat bekanntlich eine einzige Lösung, die sich ohne Schwierigkeiten berechnen lässt.

Wir unterlassen es, eine solche partikuläre Lösung zu bestimmen, weil, soweit sich durch Versuche und Überlegungen feststellen liess, alle Lösungen so kompliziert und unübersichtlich sind, dass sie jedenfalls für die Praxis nicht von Bedeutung sein können.

**14.** Nur für den praktisch sehr unwahrscheinlichen Fall, wo

$$X = x_0 + 1 = s - 1$$

ist, wie unter Ziffer 11 gezeigt wurde, die Anzahl der Gleichungen gleich der Anzahl Unbekannten und somit die Lösung eindeutig. Das Schema von Ziffer 11 reduziert sich dann auf die drei Punkte

$$\begin{array}{cc} x_0 & X \\ t = 0 & \odot \quad \odot \\ t = 1 & \odot \end{array}$$

von denen jeder sowohl eine Unbekannte als auch eine Gleichung darstellt.

Das Gleichungssystem für diesen Fall ist:

$$\left. \begin{array}{l} e_{x_0} {}_0 P_{x_0} + e_X {}_0 P_X = P^D (e_{x_0} + e_X) \\ {}_1 P_X = P^D \end{array} \right\} \quad (15^1)$$

$${}_0 P_X = P_X \quad (16^1)$$

Die erste Gleichung aus (16<sup>1</sup>) lassen wir als von den andern linear abhängig weg. Die Lösung ist

$$\begin{aligned} {}_0P_{x_0} &= P^D + \frac{e_X}{e_{x_0}} A_X; \quad {}_0P_X = P_X \\ {}_1P_{x_0} &= P^D \end{aligned}$$

**15.** Wir betrachten noch die Lösungen der gestellten Aufgabe in bezug auf die *Gesamtheit* der Versicherten. Da die betrachteten Größen hier tatsächlich von Individualprämiens abgeleitet sind, müssen sich auch ihre Summen gleich verhalten wie bei der Individualprämie. Die Gesamtprämie und das Gesamtrisiko sind von der Zerlegung der Prämie unabhängig, also in allen Fällen dieselben. Hieraus folgt, dass die Größen Gesamtprämie, Gesamtsparprämie, Gesamtprämienreserve, Gesamtdeckungskapital für alle Lösungen unserer Aufgabe die gleichen und mit den unter Ziffer 2 erwähnten identisch sind.

**16. Schlussbetrachtungen.** Um bei der Durchschnittsprämie die Größen zu bestimmen, die den Begriffen Risikoprämie, Sparprämie, Prämienreserve und Deckungskapital bei der Individualprämie entsprechen, muss die Durchschnittsprämienmethode als identisch mit einer Individualprämienmethode — von der sie nur hinsichtlich des Betrages der einzelnen Prämienzahlungen abweicht — aufgefasst werden. Im allgemeinen gibt es unendlich viele Individualprämiensysteme, auf die ein Durchschnittsprämiensystem zurückgeführt werden kann. Aus diesem Grunde sind die Begriffe Risikoprämie, Sparprämie, Prämienreserve und Deckungskapital bei der Durchschnittsprämie unendlich vieldeutig.

Die Begriffe Gesamtrisikoprämie, Gesamtsparprämie, Gesamtprämienreserve und Gesamtdeckungskapital sind dagegen eindeutig.

### **§ 3. Dieselben Begriffe bei der gewöhnlichen Durchschnittsprämie.**

Bei der gewöhnlichen Durchschnittsprämie ist jedes Jahr nach (2):

$$\sum_k P^G = \sum_k P_{x_k}$$

Die Gesamtprämieneinnahme lässt sich hier derart auf die «Konti» der einzelnen Mitglieder verteilen, dass jedem seine gleichbleibende Individualprämie  $P_x$  zu kommt. Risikoprämie, Sparprämie, Prämienreserve und Deckungskapital des einzelnen Versicherten können also bei der gewöhnlichen Durchschnittsprämie als identisch mit den entsprechenden Größen bei der gleichbleibenden Individualprämie betrachtet werden.

Analog unserm Vorgehen bei der technischen Durchschnittsprämie liesse sich zeigen, dass es auch bei der gewöhnlichen Durchschnittsprämie unendlich viele Möglichkeiten gibt, die jährliche Gesamtprämie auf die «Konti» des einzelnen Versicherten so zu verteilen, dass die im Laufe der ganzen Versicherungsdauer auf einen einzelnen fallenden Teile eine Individualprämie bilden. Jede dieser Möglichkeiten liefert wieder einen besondern Verlauf der Risikoprämie, Sparprämie, Prämienreserve und des Deckungskapitals. Die der gleichbleibenden Individualprämie entsprechenden Größen sind jedoch weitaus die einfachsten und nächstliegenden.

### **§ 4. Deckung bei Gehaltsschwankungen.**

**1.** Prämien und Leistungen können in absoluten Beträgen oder in Gehaltsprozenten festgesetzt sein.

Sind sie in Gehaltsprozenten festgesetzt, so schwanken sie mit dem Gehalt.

Bei Anwendung der natürlichen Prämie kann die Versicherung als in jedem Jahre abgeschlossen betrachtet werden. Gehaltsschwankungen (wir nehmen nur jährliche Schwankungen an) können infolgedessen keinen störenden Einfluss haben.

Anders verhält es sich, wenn die Prämie zum Teil Sparprämie ist.

Werden mitten im Verlauf der Versicherung Prämie und Leistungen im gleichen Verhältnis erhöht, so müssen auch die angesammelten Sparprämien, d. i. die Prämienreserve, im gleichen Verhältnis erhöht werden. Der Versicherte muss also bei einer Gehaltserhöhung von  $p\%$  eine Nachzahlung von  $p\%$  seiner Prämienreserve leisten. Bei einer Herabsetzung des Gehalts wird ihm der entsprechende Betrag vom Versicherer ausbezahlt. Bei der Individualprämienmethode lassen sich die Beträge ohne weiteres berechnen. Bei der Durchschnittsprämienmethode dagegen sind die Beträge wegen der Vieldeutigkeit der Prämienreserve selbst unendlich vieldeutig.

**2.** Bei der Durchschnittsprämie besteht noch eine andere Möglichkeit der Berechnung der Nachzahlung bzw. Rückzahlung von Prämien bei Gehaltsschwankungen.

Eine Kasse mit Durchschnittsprämien verlangt von jedem Mitglied die Prämie, welche das Mitglied gerechterweise zahlen müsste, wenn sein Eintrittsalter das Eintrittsalter  $d$  wäre, für welches die Durchschnittsprämie mit der Individualprämie zusammenfällt. Bei einer Gehaltsänderung kann nun auch so verfahren werden, wie wenn alle Versicherten das Eintrittsalter  $d$  hätten.

Zu dem Zwecke wird die Prämienreserve berechnet, die der Versicherte nach seiner wirklichen Anzahl Dienstjahre hätte, wenn er im Alter  $d$  eingetreten wäre. Von dieser Prämienreserve muss er dann den seiner Gehaltsänderung entsprechenden Betrag bezahlen bzw. entgegennehmen. Wegen des Rücktrittsalters ist es nicht möglich, das bei der Prämie angewandte einheitliche Prinzip des Eintrittsalters  $d$  in allen Teilen der Versicherung durchzuführen<sup>1)</sup>. Betrachtet man jedoch die Ergänzung der Prämienreserve als Prämiennachzahlung und nicht als Einkaufsgeld bzw. ihre Reduktion als Prämienrückzahlung und nicht als teilweisen Rückkauf, so lässt sich die beschriebene Methode rechtfertigen. Ihre Anwendung ist damit beschränkt auf Gehaltsschwankungen, bei denen der Versicherte das höchste für die Durchschnittsprämie zulässige Eintrittsalter noch nicht überschritten hat. Im entgegengesetzten Falle muss die Nach- bzw. Rückzahlung als Einkaufsgeld bzw. Rückkaufswert berechnet werden, wie im II. Teil näher ausgeführt werden soll.

**3.** Von den schweizerischen Kassen wird bei Gehaltserhöhungen vielfach keine Nachzahlung verlangt. In den meisten Fällen wird aber entweder eine bestimmte Anzahl (zwischen 3 und  $22\frac{1}{2}$ ) Monatsbetreffnisse oder ein bestimmter Prozentsatz (zwischen 5 % und 100 %) der Erhöhung als einmalige Nachzahlung gefordert.

Wenn man von drei Fällen absieht, ist diese Zusatzprämie unabhängig von Alter und Dienstalter. Wenn z. B. ein Versicherter nach drei Jahren und einer nach zwanzig Jahren dieselbe Gehaltserhöhung erhalten, so müssen beide gleichviel nachzahlen, obschon zweifellos bei dem, der zwanzig Jahre eine im Verhältnis zu seinem

---

<sup>1)</sup> Vgl. II. Teil, § 3, 2.

neuen Gehalt zu niedere Prämie bezahlt hat, mehr Prämienreserve fehlen muss als bei dem, der nur drei Jahre lang zu wenig Prämie entrichtete. Das Bestehen eines solchen Systems ist nur verständlich, weil der Arbeitgeber einen wesentlichen Teil der Nachzahlung leistet.

4. Die EVK<sup>1)</sup> verlangt bei Gehaltserhöhung eine Zusatzprämie von neun Monatsbetrifffenissen (d. i.  $\frac{9}{12}$  oder 75 % der Gehaltserhöhung) unabhängig von Alter und Dienstalter. Bei Gehaltserniedrigung erstattet sie dem Versicherten die für den entgehenden Teil des versicherten Gehaltes von ihm eingezahlten Beiträge ohne Zinsen zurück. Vergleichen wir diese Regelung mit der aus dem Prinzip des einheitlichen Eintrittsalters abgeleiteten, so erhalten wir folgende Zahlen. Als einheitliches Eintrittsalter  $d$  haben wir 31 an Stelle des genaueren Wertes 31,4 gesetzt. Die Zahlen für die EVK beziehen sich auf die ganze Prämie; wir fügen in Klammern den vom Versicherten getragenen bzw. ihm zugute kommenden Teil bei.

Anzahl Dienst-jahre	Prämienreserve in Gehalts% = Zusatzprämie in % der Erhöhung	EVK, Zusatz-prämie in % der Erhöhung	EVK, Rück-zahlung in % der Erniedrigung
1	7,5	75 (33 $\frac{1}{3}$ )	12 (5)
5	50,5	75 (33 $\frac{1}{3}$ )	60 (25)
10	109	75 (33 $\frac{1}{3}$ )	120 (50)
15	176	75 (33 $\frac{1}{3}$ )	180 (75)
20 <sup>1)</sup>	252	75 (33 $\frac{1}{3}$ )	240 (100)

<sup>1)</sup> Für die späteren Versicherungsjahre, die für die vorgeschlagene Methode nicht in Betracht kommen, verweisen wir auf die Tabellen im II. Teil, § 5, 4.

1) Statuten der EVK, Art. 45 und 47.

In bezug auf die Zusatzprämie weicht die Regelung der EVK stark von der vorgeschlagenen ab. Da jedoch die gewöhnlichen Gehaltserhöhungen innerhalb der ersten 15 Dienstjahre fällig werden, wird die Kasse mit den 75 % Prämien nachzahlungen ungefähr auf ihre Rechnung kommen. Bei einer allgemeinen Erhöhung der Gehälter liesse sich diese Regelung der EVK nicht anwenden; sie würde zu ungenügender Deckung führen.

Wir kommen im II. Teil, § 5, 4, auf das Problem der Deckung bei Gehaltsschwankungen zurück.

### **§ 5. Aussetzen der Prämie bei Urlaub und bei temporärer Invalidität.**

**1.** Für das *Aussetzen der Prämienzahlung bei Urlaub* unterscheiden wir zwei Fälle. Das Eintrittsalter des Versicherten sei  $x$ , die Dauer des Urlaubs  $d$ .

Ist  $x + d$  kleiner oder gleich dem höchst zulässigen Eintrittsalter, so kann das Problem nach dem Prinzip des einheitlichen Eintrittsalters  $d$  gelöst werden. Da dann die Prämienreserve nur von der Anzahl Versicherungsjahre abhängt, ist sie zu Anfang und Ende des Urlaubs gleich hoch. Der Versicherte hat also nichts nachzuzahlen; er könnte sogar vom Versicherer die Zinsen der Prämienreserve für die Zeit des Urlaubs verlangen, was jedoch kein Versicherer zulassen wird, da in Wirklichkeit die Zurückschiebung des Eintrittsalters für die Kasse eine vermehrte Belastung bedeutet.

Ist  $x + d$  grösser als das höchst zulässige Eintrittsalter, so muss der Versicherte für den Unterschied zwischen der Abfindung<sup>1)</sup> zu Beginn und dem Einkaufsgeld<sup>1)</sup> am Ende des Urlaubs aufkommen.

---

<sup>1)</sup> Vgl. II. Teil, § 3, 9, und § 5, 3.

**2.** Ist der Einfachheit halber die stets bestehende Möglichkeit der Reaktivierung bei der Festsetzung der Durchschnittsprämie nicht berücksichtigt worden, so muss wie folgt verfahren werden: Die Invalidenrente wird bis zum Zeitpunkt der Reaktivierung ausgerichtet. Von da an wird der Versicherte wieder prämienzahlungspflichtig und hat, wenn der Versicherungsfall neuerdings eintritt, Anspruch auf die der Gesamtzahl seiner Aktivitätsjahre (Dienstjahre) entsprechende Versicherungsleistung. Die aus der temporären Invalidität entstandene Belastung der Kasse kann als verfrüh ausbezahltter Teil der beim endgültigen Ablauf der Prämienzahlungsdauer fälligen Leistung betrachtet werden.

**3.** In den zwei besprochenen Fällen ist das Aussetzen der Prämienzahlung ein beim Abschluss der Kollektivversicherung nicht vorgesehenes Ereignis. Es muss daher als Störung der Einheit des Versicherungskollektivs betrachtet werden, die nach Möglichkeit auszugleichen ist, die aber streng theoretisch nicht ohne Neuberechnung der Durchschnittsprämie behoben werden kann<sup>1)</sup>.

---

## II. Teil.

### Rückkaufswert und Abfindung<sup>2)</sup>.

#### § 1. Die Berechtigung des Rückkaufswertes.

**1.** *Grundsätzlich* ist die Kollektivversicherung mit technischer Durchschnittsprämie als eine unlösbare

---

<sup>1)</sup> Vgl. hierzu II. Teil, § 1, 1.

<sup>2)</sup> Unter Rückkaufswert soll nur der mit der Prämienreserve identische Rückkaufswert verstanden werden. Jede andere Abgangsentschädigung bezeichnen wir mit «Abfindung».

Einheit aufzufassen<sup>1)</sup>. Sie gestattet den Rückkauf nur als Ganzes. Der Rückkaufswert ist die Gesamtprämienreserve, die dann unter die Versicherten zu verteilen ist. Insofern besteht wohl für jeden einzelnen Versicherten ein Rückkaufswert; er kann ihn grundsätzlich aber nur bei Auflösung der ganzen Kollektivversicherung beanspruchen. Technisch einwandfrei könnte der Austritt eines einzelnen nur dadurch vollzogen werden, dass anschliessend daran eine Neuberechnung der Durchschnittsprämie erfolgte. Ein solches Verfahren ist aber praktisch undurchführbar. Ausserdem spricht der Umstand, dass sich die Austritte gleichmässig auf Versicherte aller Eintrittsalter verteilen, dafür, jedem Austrittenden seinen Rückkaufswert zu überlassen, ohne nachherige Neuberechnung der Durchschnittsprämie.

2. Nach dem *Bundesgesetz über den Versicherungsvertrag* (VVG) Art. 90 ist der Versicherer nur verpflichtet, solche Lebensversicherungen auf Verlangen des Versicherten zurückzukaufen, bei welchen der Eintritt des versicherten Ereignisses gewiss ist und für die die Prämien wenigstens für drei Jahre entrichtet worden sind.

Der erste Teil dieser Bestimmung verhindert die in der freiwilligen Einzelversicherung mögliche Antiselektion, der zweite schützt den Versicherer vor Verlust der Abschlusskosten.

Bei der obligatorischen kollektiven Pensionsversicherung ist der Eintritt des versicherten Ereignisses zwar nicht gewiss, aber sehr wahrscheinlich. Die beiden Risiken «Tod» und «Erreichen des Rücktrittsalters» kompensieren sich zum Teil. Bei der kombinierten

---

<sup>1)</sup> Die gleiche Auffassung wird auch von *Klingler* und *Rey* in ihrer Arbeit: «Die technische Deckungsprämie und ihre bisherige Behandlung in der Literatur» vertreten. (Blätter für Versicherungsmathematik, 19. Heft 1933, Seite 438.)

Invaliden-, Rücktritts- und Hinterbliebenenversicherung tritt nur dann kein versichertes Ereignis ein, wenn der Versicherte, ohne invalid zu werden, vor Erreichung des Rücktrittsalters stirbt und keine rentenberechtigte Personen hinterlässt. Teilweise aus diesem, hauptsächlich aber aus den nachgenannten Gründen ist die Anwendung der vorerwähnten Bestimmung des VVG hier nicht angebracht. Eintritt und Austritt sind an Begründung und Lösung des Dienstverhältnisses geknüpft. Da ein Austritt im allgemeinen die zwangsmässige Folge der Auflösung des Dienstverhältnisses ist und nicht seinen Grund darin hat, dass die Abfindung der Anwartschaft auf Leistung vorgezogen wird, spielt die Antiselektion hier nicht dieselbe Rolle wie bei der Privatversicherung. Dennoch wird sich ganz von selbst eine bestimmte Antiselektion bemerkbar machen, weil Austritte und Entlassungen kaum bei Versicherten vorkommen werden, hinsichtlich welcher fast mit Sicherheit anzunehmen ist, dass sie in absehbarer Zeit auf Kosten eines vom Arbeitgeber unabhängigen Dritten invalidiert werden. Die Austretenden werden sich im allgemeinen aus den für die Kasse günstigen Risiken rekrutieren. Um die Kasse vor Verlusten zu bewahren, wird es also nötig sein, einen der Antiselektion entsprechenden Abzug von der Abfindung zu machen. Wir selbst werden die Antiselektion bei der Berechnung der Abfindung unberücksichtigt lassen.

Die Anwendung des zweiten Teiles der Bestimmung von Art. 90 VVG, nämlich, dass einem Rückkaufsgesuche erst entsprochen werden muss, wenn die Prämien für drei Jahre bezahlt wurden, liesse sich bei der kollektiven Pensionsversicherung kaum rechtfertigen, weil diese geringere Abschlusskosten (ca. 5 % auf der Einmaleinlage) verursacht als die Einzelversicherung. Eine

Pensionsversicherung hat unter Umständen schon im ersten Jahre einen wenn auch geringen Rückkaufswert.

**3.** Die Prämien für die Pensionsversicherung können vom Arbeitgeber allein, von den Versicherten allein oder von beiden gemeinsam aufgebracht werden. In der Praxis kommen alle drei Fälle vor; am seltensten der erste, weitaus am häufigsten der letzte.

Im ersten Falle lässt sich über die Bedeutung der Prämie streiten. Sie kann als private Geldanlage des Arbeitgebers angesehen werden, die in der Absicht erfolgt, später den Arbeitern Pensionen gewähren zu können. Nach dieser Auffassung hat der Arbeitnehmer vor Eintritt des Versicherungsfalles kein Anrecht auf die Prämie. Diese kann sodann als Teil des Gehalts aufgefasst werden, in welchem Falle der Arbeitnehmer bei Auflösung des Dienst- und Versicherungsverhältnisses Anspruch auf eine der Versicherung entsprechende Abfindung erheben kann.

*Bei gemeinsamer Aufbringung der Prämie* gilt das Gesagte nur für den vom Arbeitgeber bezahlten Teil.

Eine Auffassung, die sich auch vertreten lässt, ist folgende: Aus dem Umstande, dass bei normalem Ablauf der Dinge der Versicherte im Versicherungsfalle die der ganzen Prämie entsprechende Versicherungsleistung erhält, folgt, dass er vorher ein bedingtes Recht auf denjenigen Teil des Deckungskapitals hat, der aus den Arbeitgeberbeiträgen entstanden ist. Die Bedingtheit der Leistung kann verschiedener Art sein. Sie kann z. B. darin bestehen, dass im Falle der Entlassung wegen eigenen Verschuldens der Anspruch auf denjenigen Teil der Versicherung verloren geht, der dem Prämienbeitrag des Arbeitgebers entspricht. Die vom Arbeitgeber bezahlte Prämie wäre dann als bedingter Teil des Gehalts aufzufassen.

Erfolgt der Austritt unter solchen Umständen, die im Versicherungsfalle zur vollen Leistung geführt hätten, so sollte der Versicherte billigerweise auch die volle Abfindung erhalten.

Heute bricht sich immer mehr die Auffassung Bahn, dass die Arbeitgeberbeiträge als unbedingter Bestandteil des Gehalts zu betrachten sind.

### § 2. Die Berechnung des Rückkaufswertes.

**1.** Nach unseren vorherigen Ausführungen (I. Teil, § 1, 6) ist bei der Versicherung gegen Individualprämie die Prämienreserve (zugleich das Deckungskapital) als *der technisch richtige Rückkaufswert* zu betrachten. Daselbe gilt für die Durchschnittsprämienmethode, die, wie wir gesehen haben (I. Teil, § 2 und § 3), auf die Individualprämienmethode zurückzuführen ist.

**2.** Die Berechnung der Prämienreserve *in der Einzelversicherung* ist theoretisch einfach. Praktisch ergeben sich Schwierigkeiten wegen der Abschlusskosten und weil an Stelle der Nettoprämie die Bruttoprämie erhoben wird. Die trotz der angeführten gesetzlichen Bestimmung in geringem Masse doch mögliche Antiselektion bewirkt einen Unterschied zwischen Prämienreserve und Deckungskapital. Gegen diese Verlustmöglichkeiten schützen sich die Versicherungsgesellschaften, indem sie von der Prämienreserve einen bestimmten Abzug machen und die so reduzierte Prämienreserve als Rückkaufswert festsetzen. Der Abzug besteht aus einem Prozentsatz (4—6 %) der Risikosumme oder aus einem Prozentsatz der Versicherungssumme selbst, der mit zunehmender Versicherungsdauer abnimmt, so dass unmittelbar vor dem Eintritt des sicheren Versicherungsfalls in beiden Fällen der Rückkaufswert gleich dem vollen Deckungskapital ist.

In der Schweiz unterliegt der Rückkaufswert der Genehmigung des eidgenössischen Versicherungsamtes. Im allgemeinen werden Rückkaufswerte nicht beanstandet, bei denen der Abzug von der Prämienreserve zugleich kleiner als 4 % der Versicherungssumme und kleiner als 40 % der Prämienreserve ist.

**3.** Bei der *technischen Durchschnittsprämie* ist die Prämienreserve unendlich vieldeutig. Jede Lösung der Aufgabe, die wir uns im I. Teil, § 2, 4, gestellt haben, enthält einen besondern, nach Alter und Dienstalter abgestuften Verlauf der Prämienreserve.

Um für jeden einzelnen Versicherten eine technisch richtige Prämienreserve bestimmen zu können, müsste der Versicherer ein für allemal eine von den Lösungen der erwähnten Aufgabe wählen. Auf diese Weise wäre die Prämienreserve für jedes Alter und Dienstalter eindeutig festgesetzt.

Praktisch befriedigt indessen ein solches Vorgehen aus folgenden Gründen nicht: Einmal wäre die Wahl der Lösung jener Aufgabe willkürlich; sodann würden die Lösungen, soweit von uns festgestellt werden konnte, sehr komplizierte Berechnungen erfordern.

Es bleibt zu untersuchen, ob es unter den unendlich vielen Lösungen nicht eine gibt, die für die praktische Anwendung als die beste gelten könnte. Kennte man eine solche Lösung, so fiele die Willkür der Wahl praktisch weg; die Kompliziertheit der erforderlichen Berechnungen liesse sich aber nicht vermeiden.

Da sich der theoretisch einwandfreien Bestimmung des Rückkaufswertes für die Praxis grosse Schwierigkeiten in den Weg legen, werden wir im nächsten Paragraphen dazu übergehen, anderweitige Vorschläge, die zur Berechnung von Abfindungen bei der technischen

Durchschnittsprämie gemacht worden sind, näher zu untersuchen.

Nach unserer Auffassung muss der Rückkaufswert mit einer der unendlich vielen, bei der technischen Durchschnittsprämie möglichen Individualprämienreserven identisch sein. Jede Individualprämienreserve hat nun unmittelbar nach dem Eintritt in die Versicherung (noch vor der ersten Prämienzahlung) den Wert Null (Eigenschaft A) und unmittelbar vor dem Rücktrittsalter (nach der letzten Prämienzahlung) den Wert der Anwartschaft auf zukünftige Leistungen (Eigenschaft B). Diese beiden Eigenschaften müssen sich also bei jedem Rückkaufswert unbedingt vorfinden; wir besitzen in ihnen zwei Anhaltspunkte zur Beurteilung der Abfindungen.

**4.** Für die gewöhnliche Durchschnittsprämie kennen wir das System der gleichbleibenden Individualprämien als das praktisch geeignetste Individualprämiensystem, auf das sie sich zurückführen lässt.

Die der gleichbleibenden Individualprämie entsprechende Prämienreserve ist somit bei der gewöhnlichen Durchschnittsprämie der Rückkaufswert.

### **§ 3. Vorschläge für die praktische Berechnung der Abfindung.**

Wir untersuchen vorerst die drei Lösungen des Problems, die Schaertlin, Küttner und Goldziher vorgeschlagen haben.

**1. Schaertlin**<sup>1)</sup> stellt fest, dass sich das Durchschnittsprämiendeckungskapital  $V^D$  als Abfindung nicht eignet wegen der erheblichen positiven oder negativen Werte,

---

<sup>1)</sup> Mitteilungen schweizerischer Versicherungsmathematiker (MVM), Heft 6, Seite 193.

die es bei Beginn des Versicherungsverhältnisses annimmt, wenn das Eintrittsalter stark von dem der technischen Durchschnittsprämie entsprechenden Eintrittsalter  $d$  abweicht (Eigenschaft A!). Vgl. Zeichnungen 1, 2 und 3 im Anhang).

Er schlägt vor, die Durchschnittsprämienreserve  $U^D$  als Mass für die Abfindung zu benützen.

Gegen diesen Vorschlag lässt sich folgendes einwenden: Ist das Eintrittsalter verschieden von  $d$ , so weicht mit zunehmender Anzahl Dienstjahre die Durchschnittsprämienreserve immer mehr vom Durchschnittsprämiendeckungskapital ab. Der Unterschied beträgt, wie Schaertlin zeigt

$${}_t U_x^D - {}_t V_x^D = (P^D - P_x) \frac{D_x}{D_{x+t}} a_x$$

Unmittelbar vor dem Rücktrittsalter wird somit die Abfindung einen von der Anwartschaft auf die zukünftigen Leistungen ganz verschiedenen Wert annehmen (Eigenschaft B!). Bei niederm Eintrittsalter wird die Durchschnittsprämienreserve bedeutend grösser als das Durchschnittsprämiendeckungskapital. Es wäre also für den Versicherten günstiger, auszutreten, als bei der Kasse zu bleiben<sup>1)</sup>. Diese Tatsache böte Gelegenheit zu Antiselektion. Bei hohem Eintrittsalter wird die Durchschnittsprämienreserve wesentlich kleiner als das entsprechende Deckungskapital; sie kann sogar negativ werden. D. h. ein kurz vor dem Rücktrittsalter Ausgetretender würde das Recht auf Pension völlig verlieren. Im ungünstigsten Falle müsste er sogar noch der Kasse einen Betrag bezahlen (vgl. Zeichnungen 1, 2 und 3).

---

<sup>1)</sup> Sogar wenn bei geteilter Prämienzahlung nur die den eigenen Beiträgen entsprechende Abfindung gewährt wird, kann dieser Fall eintreten.

Diese Unstimmigkeiten sind darauf zurückzuführen, dass die Durchschnittsprämienreserve als Rückkaufswert die ausgleichende Wirkung der Durchschnittsprämie nicht berücksichtigt. Der Versicherte bekommt genau so viel von seinen Prämien zurück, als nicht für sein individuelles Risiko aufgebraucht ist. Nach unseren Ausführungen im I. Teil, § 2, 5, stellt die Durchschnittsprämienreserve als Abfindung keine gerechte Lösung dar, weil sie entweder eine eingegangene Verpflichtung oder ein abgegebenes Versprechen rückwirkend aufhebt, sobald das Eintrittsalter nicht mit  $d$  übereinstimmt.

**2.** Schärtlin macht in seiner Arbeit einen andern Vorschlag, den er folgendermassen formuliert:

«Will man die Solidaritätserwägungen, welche zur Durchschnittsprämie geführt haben, auch beim Austritt walten lassen, so wird man der Berechnung der Abfindung auch die Annahme zugrunde legen, der Versicherte hätte im Zeitpunkt des Eintritts das durchschnittliche Eintrittsalter<sup>1)</sup> gehabt.»

Diese Annahme scheint auf den ersten Blick dem Wesen der Durchschnittsprämienmethode zu entsprechen, tut es aber in Wirklichkeit nicht.

Ist das wirkliche Eintrittsalter höher als  $d$ , so erreicht die Abfindung beim Rücktrittsalter nicht den Barwert der zukünftigen Leistungen, sondern den Wert der Anwartschaft eines im Alter  $d$  eingetretenen Versicherten ( $x - d$ ) Jahre vor dem Schlussalter (Eigenschaft B!). Dass in diesem Falle die Abfindung kleiner ist als der Wert der Versicherung, liesse sich durch die im Vergleich zur Individualprämie zu niedere Durchschnittsprämie rechtfertigen. Dieser Umstand ent-

---

<sup>1)</sup> Mit «durchschnittlichem Eintrittsalter» ist hier das der Durchschnittsprämie als Individualprämie entsprechende Eintrittsalter  $d$  gemeint.

spricht aber nicht dem Wesen der Durchschnittsmethode; denn für sie ist die Durchschnittsprämie nicht zu niedrig.

Ist das wirkliche Eintrittsalter  $x$  niedriger als  $d$ , so wächst die Abfindung, bis sie  $(d - x)$  Jahre vor dem Rücktrittsalter den Barwert der Versicherung für das Rücktrittsalter erreicht. Von da an bis zur Erreichung des Rücktrittsalters sinkt die Abfindung gleich wie der Wert der anwartschaftlichen Leistungen nach dem Rücktrittsalter. Das vorzeitige Ansteigen des Abfindungswertes über das Durchschnittsprämiendeckungskapital hinaus und dann das Sinken bis zum Rücktrittsalter, wieder unter den Wert des Durchschnittsprämiendeckungskapitals, kann nicht dem Wesen der Durchschnittsprämiendmethode entsprechen (Eigenschaft B).

Diese Unstimmigkeiten lassen sich wie folgt erklären: Wollte man den Gedanken des einheitlichen Eintrittsalters  $d$  konsequent durchführen, so müsste man auch das Rücktrittsalter danach richten. Wäre z. B. von einer Kasse, für die  $d = 30$  ist, das Rücktrittsalter 70 festgesetzt, so müsste das wirkliche Rücktrittsalter für einen mit 40 Jahren Eintretenden 80, für einen mit 20 Jahren Eintretenden 60 sein. Die eben besprochenen Abfindungen entsprechen diesem konsequenten System<sup>1)</sup>. Der Grundsatz: «Jeder wird so behandelt, wie wenn er bei seinem Eintritt das Eintrittsalter  $d$  gehabt hätte», lässt sich also nicht konsequent durchführen, wenn das Rücktrittsalter vom Eintrittsalter unabhängig ist.

**3. Küttner<sup>2)</sup>** schickt seiner Berechnung der Abfindung folgenden grundlegenden Gedanken voraus:

---

<sup>1)</sup> Vorausgesetzt, dass die Durchschnittsprämie entsprechend berechnet ist.

<sup>2)</sup> MVM 7, S. 81.

«Die durch den Solidaritätsgedanken dem Versicherten auferlegten Nachteile und gebotenen Vorteile dürfen nicht über die Dauer der Zugehörigkeit zur versicherten Gesamtheit hinausgehen.»

Er folgert daraus, «dass dem Ausscheidenden, der eine zu hohe Prämie gezahlt hat, nur eine Summe einzuhändigen ist, mit der er unter Zugrundelegung seiner individuellen Prämie, die kleiner als die bisherige ist, dieselbe Versicherung bei einer andern Gesellschaft mit gleichen Rechnungsgrundlagen fortsetzen kann. Hat aber der Ausscheidende eine zu kleine Prämie gezahlt, so kann er keine Abfindung verlangen, die ihn instand setzt, mit dieser Summe und den Prämienzahlungen in bisheriger Höhe eine Versicherung anderweit mit gleichem Erfolge fortzusetzen. Ihm steht in einem solchen Falle nur eine verminderde Rente oder Versicherungssumme bei bisheriger Prämienzahlung zu. Hat er  $t$  Jahre lang die Durchschnittsprämie  $P^D$  bezahlt, während seine individuelle Prämie zur Zeit seines Eintritts  $P_x$  betrug, so hat er künftig bei unveränderter Prämienzahlung nur Anspruch auf den

$$\frac{P^D}{P_x} \text{ten Teil}$$

des Betrages seiner aufgegebenen Versicherung.»

Diese Überlegungen führen Küttner auf folgende Werte für die Abfindungen:

$$P^D > P_x$$

$$\text{Abfindung} = A_{x+t} - |s-x-t| a_{x+t}^a P_x = {}_t V_x$$

wo  $A_{x+t}$  die Einmalprämie für die zukünftige Versicherung eines mit  $x$  Jahren eingetretenen  $(x+t)$ jährigen Versicherten bedeutet.

$$P^D < P_x$$

$$\text{Abfindung} = \frac{P^D}{P_x} A_{x+t} - |_{s=x-t} a_{x+t}^a P^D = \frac{P^D}{P_x} t V_x$$

D. h.: Für Eintrittsalter unter  $d$  ist die Abfindung gleich dem Individualprämiendeckungskapital (vgl. Zeichnungen 1, 2 und 3); der Versicherte erhält also als Abfindung denselben Betrag, wie wenn er während der ganzen bisherigen Versicherungsdauer statt der Durchschnittsprämie die niedrigere Individualprämie bezahlt hätte. Diese Regelung entspricht, wie aus unserer Betrachtung im I. Teil, § 2, 5, folgt, grundsätzlich dem Wesen der Durchschnittsprämienmethode.

Für Eintrittsalter über  $d$  ist die Abfindung gleich dem Individualprämiendeckungskapital multipliziert mit

$$\frac{P^D}{P_x},$$

welcher Faktor dann kleiner als 1 ist. Unmittelbar vor dem Rücktrittsalter wird in diesem Falle die Abfindung kleiner als der Barwert der zukünftigen Leistungen. Der Faktor nimmt mit steigendem Eintrittsalter ab. Er wird jedoch im allgemeinen, wie das folgende Beispiel zeigt, für Eintrittsalter bis zu  $d + 10$  nicht unter den Wert 0,7 sinken. Die Abweichung von der Eigenschaft B wird somit in den meisten Fällen der Praxis nicht übermäßig gross sein, doch wäre für hohe Eintrittsalter eine bessere Annäherung wünschbar.

An einem Beispiel wollen wir untersuchen, wie sich die Summe  $S^K$  der Küttnerschen Abfindungen, über sämtliche Versicherte erstreckt, zum Gesamtdeckungskapital  $\bar{V}^D$  verhält. Wir benützen das erste unter Ziffer 7 dieses Paragraphen näher beschriebene Beispiel

der Versicherung einer gleichzeitig eingetretenen, geschlossenen Gesamtheit. Das der technischen Durchschnittsprämie entsprechende Eintrittsalter  $d$  ist hier 31,4. Der Faktor

$$\frac{P^D}{P_x}$$

nimmt für  $x > d$  die Werte an:

Eintrittsalter $x$	35	40	45	50
$\frac{P^D}{P_X}$	0,8739	0,7295	0,6015	0,4763

$t$  Jahre nach Abschluss der Versicherung ergeben sich für  $tV^D$  und  $tS^K$  die in der folgenden Tabelle zusammengestellten Werte:

$t$	5	10	15	20	25	30	35	40	45
$tS^K$	15239	31498	46132	57483	61438	53513	34564	15761	3973
$tV^D$	17452	33957	49011	59988	62551	53003	33352	15226	3865
$tS^K \%$	87	93	94	96	98	101	104	103	103

Die Summe der Küttnerschen Abfindungen, über alle Mitglieder erstreckt, ergibt einen Betrag, der je nach der Versicherungsdauer der geschlossenen Gesamtheit 87 bis 104 % des erforderlichen Gesamtprämien-deckungskapitals ausmacht.

Bei gleichmässiger Verteilung der Austritte wird demnach die Kasse bis zum dreissigsten Versicherungsjahr an den Austritten gewinnen. Nun betont Küttner

im ersten Teile seiner Arbeit, wo er Rückkaufswerte im allgemeinen behandelt, dass es sich nicht darum handelt, «was der Versicherer zugestehen *will*, sondern um das, was er zugestehen *kann*, ohne die treuen Versicherten zu schädigen».

Nach dem dreissigsten Versicherungsjahre wird dagegen die Kasse an den Austritten verlieren; bei vollständiger Auflösung wäre sie nicht in der Lage, jedem Versicherten die Küttnersche Abfindung auszuzahlen.

Die Summe der Abfindungen im Beharrungszustand der entsprechenden *offenen* Kasse<sup>1)</sup> erhalten wir durch Addition aller  $\iota S^K$ :

$${}_{(\infty)}S^K = \sum_t \iota S^K = 319,601$$

Ebenso ist das Gesamtdeckungskapital  ${}_{(\infty)}\bar{V}^D$  im Beharrungszustand

$${}_{(\infty)}\bar{V}^D = \sum_t \iota \bar{V}^D = 328,475$$

Im Beharrungszustand der offenen Kasse erreicht die Summe der Küttnerschen Abfindungen 97 % des erforderlichen Deckungskapitals.

Wir gelangen zu folgendem Schlusse: Die Küttnersche Abfindung kann von keinem Versicherten als ungerecht empfunden werden. Sie ist aber für hohe Eintrittsalter bedeutend kleiner, als die Eigenschaft B des Rückkaufswertes verlangt. Zudem stimmt die Summe der Küttnerschen Abfindungen nicht mit dem erforderlichen Gesamtdeckungskapital überein.

**4. Goldziher** schlägt ganz andere Wege ein. Er geht nicht von Prämienreserve oder Deckungskapital des einzelnen, sondern vom Kassenvermögen  $V$  aus. Er

---

<sup>1)</sup> Vgl. Ziffer 6 dieses Paragraphen.

nimmt den Fall der vollständigen Auflösung der Kasse in einem bestimmten Zeitpunkt an und stellt sich die Aufgabe, für jedes Mitglied einen gerechten Anteil am Kassenvermögen zu berechnen. Die Frage, ob von dem ganzen Vermögen der Barwert der bereits fälligen Anwartschaften — als ein besonders sicherzustellender Teil — abzusondern ist, lässt er allgemein unbeantwortet. Die Entscheidung hängt von den gegebenen Verhältnissen und der angewendeten Methode ab.

Er gibt drei spezielle Methoden an:

1. *Methode*: Aufteilung nach dem Doppelgewicht: Anzahl Dienstjahre ( $t$ ) und letzte Besoldung ( $b$ ). Für den  $i$ -ten Einzelfall ist dann:

$$(\text{Abfindung})_i = \frac{V}{\sum_k t_k b_k} t_i b_i$$

2. *Methode*: Aufteilung nach dem Gewicht: einzahlte Prämien mit oder ohne Zinsen:

$$(\text{Abfindung})_i = \frac{V}{\sum_k \sum_j {}_j P_k} \sum_j {}_j P_i$$

wo die Summen über alle Aktiven ( $k$ ) und alle Prämienzahlungen ( $j$ ) zu erstrecken sind.

3. *Methode*: Aufteilung nach dem Gewicht: Durchschnittsprämiendeckungskapital  ${}_t V_x^D$ :

$$(\text{Abfindung})_i = \frac{V}{\sum_k {}_t V_{x_k}^D} {}_t V_{x_i}^D$$

In der Praxis wird bei den wenigsten Kassen das Vermögen gerade mit dem erforderlichen Deckungs-

kapital übereinstimmen. Häufig besteht ein Fehlbetrag. Vielen Kassen sind besondere Fonds angegliedert. In beiden Fällen ist es gerecht, jedes Mitglied als Teilhaber am Fehlbetrag bzw. an dem Fonds zu betrachten, sofern nicht besondere Garantien oder Bedingungen bestehen.

Für die praktische Berechnung eignet sich darum der Vorschlag von Goldziher. Es bleibt die Aufgabe, ein gerechtes Gewicht zu bestimmen. Die Aufgabe ist gelöst, sobald wir eine gerechte Abfindung für den Fall kennen, wo das Kassenvermögen mit dem erforderlichen Deckungskapital übereinstimmt; denn dann erhalten wir eine gerechte Abfindung, indem wir die bekannte mit dem Faktor

$$\frac{\text{Kassenvermögen}}{\text{erforderliches Deckungskapital}}$$

multiplizieren. Untersuchen wir die drei von Goldziher selbst erwähnten Gewichte:

1. Das Doppelgewicht «Anzahl Dienstjahre mal letzte Besoldung». Da dieses Gewicht vom Eintrittsalter unabhängig ist, kann es, nach unseren Ausführungen zu Schaertlins zweitem Vorschlag (Ziffer 2 dieses Paragraphen), die Eigenschaft B des Rückkaufswertes nicht einmal annähernd besitzen. Die Verteilung hat dagegen den Vorteil, sehr einfach zu sein. Sie setzt keine komplizierten Berechnungen voraus.
2. Das Gewicht «Summe der einbezahlten Prämien mit oder ohne Zinsen» ist ebenfalls vom Eintrittsalter unabhängig und infolgedessen nicht ein gerechtes. Ohne Zinsen und bei konstanter Besoldung ist es gleichbedeutend mit dem Doppelgewicht Anzahl Dienstjahre mal letzte Besoldung.

Die Zeichnungen 1, 2 und 3 zeigen seinen Verlauf (ohne Zinsen) für die EVK.

3. Das Gewicht «Durchschnittsprämiendeckungskapital» kann (wie bei Schaertlin erwähnt) unmittelbar nach dem Eintritt bedeutende positive oder negative Werte annehmen, die sich auf die Abfindung übertragen würden und das Gewicht deswegen als ungeeignet erscheinen lassen. Sein Verlauf für die EVK ist auf den Zeichnungen 1, 2 und 3 ebenfalls graphisch dargestellt.

*5. Ein weiterer Vorschlag für die Bemessung der Abfindung bei Pensionskassen mit technischer Durchschnittsprämie.*

Die Prüfung der Vorschläge von Schaertlin, Küttner und Goldziher sowie die vorangegangenen allgemeinen Betrachtungen veranlassen uns, von der Abfindung bei Kassen mit technischer Durchschnittsprämie die möglichst weitgehende Erfüllung folgender zwei Forderungen zu verlangen:

1. Durch die Abfindung sollen die dem Versicherten während der Kassenzugehörigkeit durch die Durchschnittsprämie auferlegten Nachteile und gebotenen Vorteile, und zwar nur diese, erhalten bleiben. Hieraus lassen sich die unter Ziffer 3 des letzten Paragraphen hervorgehobenen Eigenschaften A und B des Rückkaufswertes ableiten.
2. Die Summe der Abfindungen, über alle Kassenmitglieder erstreckt, soll in jedem Zeitpunkt gleich dem Kassenvermögen sein.

Wir betrachten eine Kasse, deren Mitglieder eine im Zeitpunkt  $t = 0$  eingetretene, geschlossene Gesamtheit bilden und deren Vermögen genau gleich dem erforderlichen Deckungskapital ist.

Liesse sich das System der technischen Durchschnittsprämie auf das System der gleichbleibenden Individualprämie zurückführen, so wäre das Individualprämiendeckungskapital der geeignetste Rückkaufswert. Vom Standpunkt der Billigkeit aus ist er einem Rückkaufswert vorzuziehen, der auf einer nicht gleichbleibenden Individualprämie beruht; denn die wirklich bezahlte technische Durchschnittsprämie ist gleichbleibend.

In Anlehnung an die von Goldziher vorgeschlagene Methode können wir nun folgendermassen vorgehen: Wir betrachten wider Wissen das Gesamtdeckungskapital für den Fall der gleichbleibenden Individualprämie als erforderliches Gesamtdeckungskapital. Das wirklich vorhandene Gesamtdeckungskapital betrachten wir als Kassenvermögen. Dann ist für den  $i$ -ten Einzelfall:

$$(\text{Abfindung})_i = {}_t V_{x_i} \frac{\sum_k {}_t V_{x_i}^D}{\sum_k {}_t V_{x_k}}$$

oder wenn

$$\sum_k {}_t V_{x_k}^D = {}_t \bar{V}^D,$$

$$\sum_k {}_t V_{x_k} = {}_t \bar{V}^J$$

und

$$\frac{{}_t \bar{V}^D}{{}_t \bar{V}^J} = {}_t K$$

gesetzt wird und wir den Index  $i$  weglassen:

$$(\text{Abfindung}) = {}_t K {}_t V_x \quad (17)$$

Diese Abfindung<sup>1)</sup> ist kein technisch richtiger Rückkaufswert; sie erfüllt auch nicht restlos die erste der zwei an sie gestellten Forderungen; aber, wie sich an folgenden Beispielen zeigen wird, weicht  $\bar{V}^D$  nur wenig von  $\bar{V}^J$  und somit auch unsere Abfindung nur unwesentlich von einem Rückkaufswert ab. Diesem gegenüber besitzt sie dagegen folgende Vorteile:

1. sie beruht auf der *gleichbleibenden* Individualprämie;
2. sie ist einfach zu berechnen<sup>2)</sup>.

**6.** Die Formel (17) gilt nur für eine geschlossene, gleichzeitig eingetretene Gesamtheit von Versicherten.

Eine *offene Gesamtheit* von Versicherten ist gleich der Summe aller jener geschlossenen, gleichzeitig eingetretenen Gesamtheiten, die durch die jährlichen Eintrittsgenerationen gebildet werden. Das Deckungskapital einer offenen Gesamtheit beträgt demnach  $n$  Jahre nach der Gründung:

$${}_{(n)}\bar{V}^D = \sum_0^n {}_t\bar{V}^D$$

---

<sup>1)</sup> Auf andern Wege gelangt Becker zu derselben Formel (Becker: Beitrag zur Versicherung mit technischer Durchschnittsprämie. Blätter für Versicherungsmathematik, 23. Heft, Seite 15 1934).

Formel (17) lässt sich nach Goldziher verallgemeinern für Kassen, wo das Kassenvermögen  $V$  nicht mit dem erforderlichen  $\bar{V}^D$  übereinstimmt. Der Faktor  ${}_tK = \frac{\bar{V}^D}{\bar{V}^J}$  ist in diesem Fall durch  ${}_tK' = \frac{V}{\bar{V}^J}$  zu ersetzen.

<sup>2)</sup> Der Faktor  ${}_tK$  müsste eigentlich bei jedem Austritt neu ermittelt werden, was praktisch undurchführbar ist. Es genügte aber für die Praxis, ihn in regelmässigen Zeitabständen (z. B. jedes fünfte Jahr) neu zu rechnen und für die kommende Periode als Norm festzusetzen.

bei Anwendung der Durchschnittsprämienmethode und

$${}_{(n)}\bar{V}^J = \sum_0^n {}_t\bar{V}^J$$

bei Anwendung der Individualprämienmethode.

Wenn wir zur Ermittlung der Abfindung bei einer offenen Gesamtheit dieselbe Methode wie bei der geschlossenen Gesamtheit anwenden, so erhalten wir die Formel

$$\text{Abfindung} = {}_{(n)}K \cdot {}_tV_x \quad (18)$$

worin

$${}_{(n)}K = \frac{{}_{(n)}\bar{V}^D}{{}_{(n)}\bar{V}^J}$$

Bezeichnen wir mit  ${}_{(n)}K$  schlechtweg den Quotienten

$$\frac{\text{Gesamtdeckungskapital bei Durchschnittsprämie}}{\text{Gesamtdeckungskapital bei Individualprämie}}$$

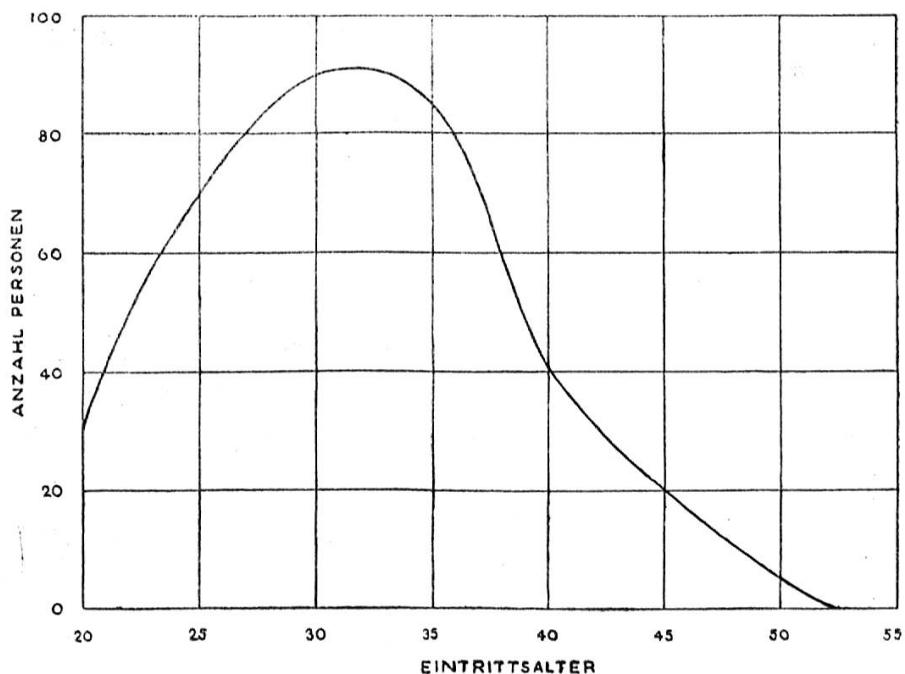
im Zeitpunkt  $n$ , so gilt (18) ganz allgemein für jede beliebige Kasse.

## 7. Beispiele:

1. *Beispiel.* Wir betrachten die Versicherung des Gehaltes 1 für jedes Mitglied einer gleichzeitig eingetretenen *geschlossenen Gesamtheit* nach den Statuten der EVK. Die Altersverteilung der Eintretenden wählen wir folgendermassen<sup>1)</sup>:

---

<sup>1)</sup> An Stelle der gebräuchlichen Zeiteinheit von einem Jahr benutzen wir der Einfachheit und Übersichtlichkeit halber die grössere Einheit von fünf Jahren.



Eintrittsalter $x$	20	25	30	35	40	45	50
Anzahl Eintritte $e_x$	30	70	90	85	41	20	5
(Verhältniszahlen)							

Ihr entspricht die technische Durchschnittsprämie  $P^D = 12$ .

Das Deckungskapital für die schon angefallenen Renten betrachten wir als nicht mehr zum Gesamdeckungskapital gehörend. Dann ergibt sich folgende Tabelle:

Versicherungs-dauer $t$	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45
$t\bar{V}^D$	0	17452	33957	49011	59988	62551	53003	33352	15296	3865
$t\bar{V}^J$	0	18226	35488	51189	62541	65059	54979	34564	15761	3974
$tK = \frac{t\bar{V}^D}{t\bar{V}^J}$		0,958	0,957	0,957	0,959	0,961	0,964	0,965	0,970	0,979

$tK$  bewegt sich zwischen 0,957 und 0,979.

Von den Grössen bei der geschlossenen Gesamtheit gelangen wir durch Summation, wie in Ziffer 6 ausgeführt wurde, zu den entsprechenden Grössen bei der *offenen Gesamtheit*, über die wir folgende Annahme machen. Jedes fünfte Jahr tritt eine neue, gleich grosse Eintrittsgeneration der gegebenen Altersstruktur in die versicherte Gesamtheit ein. In der Zwischenzeit erfolgen keine Eintritte.

Das Gesamtdeckungskapital  $\bar{V}^D$  bzw.  $\bar{V}^J$  ist dann gleich der Summe der Gesamtdeckungskapitalien der einzelnen Eintrittsgenerationen. Das Gesamtdeckungskapital der offenen Kasse nach z. B. 20 Jahren ist in diesem Fall:

$${}_{(20)}\bar{V}^D = {}_0\bar{V}^D + {}_5\bar{V}^D + {}_{10}\bar{V}^D + {}_{15}\bar{V}^D + {}_{20}\bar{V}^D$$

Entsprechend betrüge das Gesamtdeckungskapital bei Individualprämie 20 Jahre nach Gründung der Kasse:

$${}_{(20)}\bar{V}^J = {}_0\bar{V}^J + {}_5\bar{V}^J + {}_{10}\bar{V}^J + {}_{15}\bar{V}^J + {}_{20}\bar{V}^J$$

Der Quotient ist:

$${}_{(20)}K = \frac{{}_{(20)}\bar{V}^D}{{}_{(20)}\bar{V}^J}$$

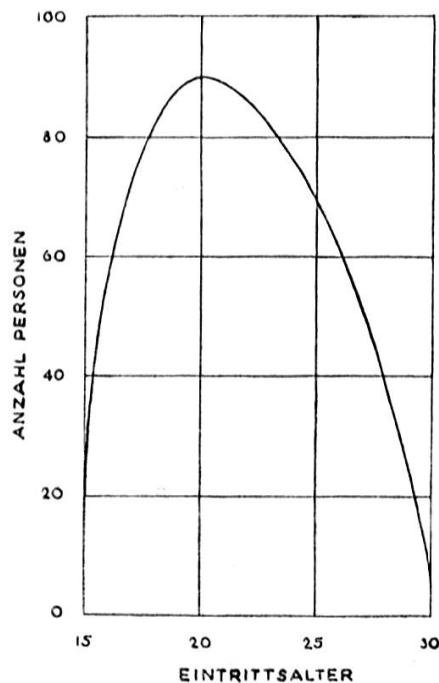
Für die offene Kasse ergeben sich auf diese Weise die in der folgenden Tabelle enthaltenen Zahlen (siehe Tabelle auf Seite 196 oben).

$n$  bedeutet die Anzahl der seit Gründung der Kasse verflossenen Jahre. Von  $n = 45$  an bleiben  ${}_{(n)}\bar{V}^J$ ,  ${}_{(n)}\bar{V}^D$  und  ${}_{(n)}K$  konstant, d. h. die Kasse hat ihren Beharrungszustand erreicht. Weil in der Tabelle nur drei Dezimalstellen angegeben sind, bleibt  ${}_{(n)}K$  schon von  $n = 40$  an unverändert.

Auch bei der offenen Kasse weicht, wie zu erwarten war, der Faktor  ${}_{(n)}K$  nicht stark von 1 ab.

$n$	0	5	10	15	20	25
$(n)\bar{V}^D$	0	17452	51409	100420	160408	222959
$(n)\bar{V}^J$	0	18226	53714	104903	167444	232503
$(n)K$		0,958	0,957	0,957	0,958	0,959
$n$	30	35	40	45	50	55
$(n)\bar{V}^D$	275962	309314	324610	328475	328475	328475
$(n)\bar{V}^J$	287482	322046	337807	341781	341781	341781
$(n)K$	0,960	0,960	0,961	0,961	0,961	0,961

2. Beispiel. Wir wählen eine reine Invalidenversicherung nach den Rechnungsgrundlagen von Grieshaber für die EVK. Die Altersstruktur der Eintrittsgeneration sei folgende:



$x$	15	20	25	30
$e_x$	20	90	70	5

Die technische Durchschnittsprämie beträgt für diesen Fall  $P^D = 0,08027$ . Wir erhalten, dem vorigen Beispiel entsprechend, folgende zwei Tabellen:

Für die geschlossene Kasse:

Ver-sicherungs-dauer $t$	0	5	10	15	20	25	30
$\iota \bar{V}^D$	0	67,73	140,72	219,01	300,22	376,96	435,39
$\iota \bar{V}^J$	0	68,35	141,91	220,66	302,55	379,94	438,22
$\iota K$		0,9909	0,9916	0,9925	0,9923	0,9922	0,9935
Ver-sicherungs-dauer $t$	35	40	45	50	55	60	65
$\iota \bar{V}^D$	439,55	355,84	191,73	54,86	6,60	0,15	0
$\iota \bar{V}^J$	445,23	358,68	193,32	55,33	6,66	0,15	0
$\iota K$	0,9872	0,9921	0,9918	0,9915	0,9910	1	

Die Eintrittsalter sind hier im Vergleich zum ersten Beispiel niedriger und auf ein kürzeres Altersintervall beschränkt. Der Unterschied zwischen  $\bar{V}^D$  und  $\bar{V}^J$  hat sich dadurch stark verringert.

**8.** Die praktisch vorkommenden Eintrittsaltersverteilungen liegen grösstenteils dem zweiten Beispiel bedeutend näher als dem ersten. Der Faktor  ${}_{(n)}K$  wird also im allgemeinen sehr nahe an eins herankommen,

Für die offene Kasse:

Jahre seit der Grün- dung $n$	0	5	10	15	20	25	30
$(n) \bar{V}^D$	0	67,73	208,45	427,46	727,68	1104,64	1540,03
$(n) \bar{V}^J$	0	68,35	210,26	430,92	733,47	1113,41	1551,63
$(n)K$		0,9909	0,9914	0,9920	0,9921	0,9921	0,9925
Jahre seit der Grün- dung $n$	35	40	45	50	55	60	65
$(n) \bar{V}^D$	1979,58	2335,42	2527,15	2582,01	2588,61	2588,76	2588,76
$(n) \bar{V}^J$	1996,86	2355,54	2548,86	2604,19	2610,85	2611,00	2611,00
$(n)K$	0,9913	0,9915	0,9915	0,9915	0,9915	0,9915	0,9915

so dass die vorgeschlagene Abfindung die beiden an sie gestellten Forderungen angenähert erfüllt.

**9. Zusammenfassend** stellen wir fest, dass wegen der geringen Abweichung des erforderlichen Gesamtdeckungskapitals bei der technischen Durchschnittsprämie vom erforderlichen Gesamtdeckungskapital bei der Individualprämie die Berechnung der Abfindung nach der Formel

$$\text{Abfindung} = (n)K \cdot {}_t V_x \quad (18)$$

zu Werten führt, die nahe bei einem theoretisch richtigen Rückkaufswert liegen. Da sich diese Formel auf die *gleichbleibende* Individualprämie stützt und weil sie einfach anzuwenden ist, glauben wir, in ihr die für die Praxis beste Lösung des Problems der Abfindung gefunden zu haben.

#### § 4. Die Wirkung der Austritte auf die finanzielle Lage einer Kasse mit Fehlbetrag.

**1.** Wir haben an die Abfindung die gleiche Forderung wie Goldziher gestellt, nämlich: Die Summe der Abfindungen, über alle Kassenmitglieder erstreckt, soll in jedem Zeitpunkt gleich dem Kassenvermögen sein.

Bei vollständiger Auflösung einer Kasse mit oder ohne Fehlbetrag ist die so auf den einzelnen entfallende Abfindung gerecht. Überdauert aber eine Kasse mit Fehlbetrag mehrere Generationen von Versicherten, so werden alle diejenigen, bei denen der Versicherungsfall vor der Auflösung der Kasse eintrat, nichts vom Fehlbetrag zu tragen haben. Die Austretenden und die bei der Liquidation noch vorhandenen Versicherten müssen allein für den ganzen Fehlbetrag aufkommen. Eine solche Verteilung des Fehlbetrages ist zweifellos ungerecht. Es ist aber schwierig, Ungleichheiten zu vermeiden, weil die zukünftige Entwicklung des Mitgliederbestandes ungewiss ist.

**2.** Eine gewisse Korrektur liesse sich dadurch erzielen, dass von allen Kassenmitgliedern ein konstanter Zuschlag zur Durchschnittsprämie gefordert würde. Der Zuschlag wäre nicht als Teil der Prämie, sondern als Amortisationsbeitrag für den Fehlbetrag aufzufassen. Alle Berechnungen müssten wie vorher mit der zuschlagsfreien Durchschnittsprämie ausgeführt werden.

Das gleiche Ziel könnte durch Senkung der Leistung unter Beibehaltung der alten Durchschnittsprämie erreicht werden. Technisch wäre diese Lösung die klarste und in vielen Fällen auch aus finanziellen Gründen die zweckmässigste.

**3.** Berechnet man bei einer offenen Kasse die Abfindung nach der von uns empfohlenen Methode, so

wird durch jeden Austritt ein Teil des Fehlbetrages getilgt. Da der Abzug von der vollen Abfindung proportional dem Fehlbetrag ist, wird dieser als Ganzes mit jedem Austritt kleiner, kann aber nicht innerhalb einer endlichen Zeitspanne ganz getilgt werden.

Würde die Abfindung wiederum nach unserer Methode berechnet, der Abzug aber ungeachtet des sinkenden Fehlbetrages konstant gelassen, so genügte eine endliche Anzahl Austritte zur Tilgung des Fehlbetrages, nämlich die Anzahl der bei der Berechnung des Faktors  $K$  vorhandenen Versicherten. Dabei ist vorausgesetzt, dass der bestehende Fehlbetrag verzinst wird und keinen Zuwachs erfährt.

4. In der folgenden Tabelle geben wir die Werte der nach unserer Methode berechneten Abfindungen für das unter Ziffer 7 im vorigen Paragraphen angeführte 1. Beispiel einer offenen Gesamtheit im Beharrungszustand. Die Angaben in der ersten Kolonne betreffen den Fall, da kein Fehlbetrag besteht ( $K = 0,961$ ), die in der zweiten Kolonne denjenigen, wo ein Fehlbetrag von  $\frac{2}{3}$  des erforderlichen Deckungskapitals vorhanden ist (was

bei der EVK ungefähr zutrifft)  $\left( K' = \frac{1}{3} K \right)$ ; in der

dritten Kolonne sind die Abfindungen der EVK bei unverschuldeter Entlassung<sup>1)</sup> und in der vierten Kolonne die Abgangsentschädigung (vom Versicherten einbezahlte Beiträge ohne Zinsen) der EVK bei freiwilligem Austritt oder verschuldeter Entlassung<sup>2)</sup> angegeben.

Anhand dieser Tabelle und der Zeichnungen 1, 2 und 3 für die EVK können wir die gebräuchlichen Prämienrückzahlungen mit unserer Abfindung vergleichen.

---

<sup>1)</sup> Nach Statuten EVK Art. 41.

<sup>2)</sup> Nach Statuten EVK Art. 8.

Ver- siche- rungs- dauer $t$	Volle Abfindung $\infty K' t V_x$			Verminderte Abfindung $\infty K' t V_x$			Ab- findung EVK	Prämiens- rück- zahlung EVK
	$x = 20$	$x = 30$	$x = 40$	$x = 20$	$x = 30$	$x = 40$		
5	38,03	49,96	65,79	12,66	16,64	21,91	125	25
10	80,53	103,92	135,40	26,82	34,60	45,09	150	50
15	126,89	166,20	214,31	42,15	55,34	71,36	200 <sup>1)</sup>	75
20	179,17	237,44	300,10	59,66	79,07	99,93		100
25	236,91	315,98	386,05	78,89	105,22	128,55	Rente wie im Invali- ditäts- falle	125
30	296,17	387,26		98,62	128,95			150
35	354,10	434,60		117,91	144,72			175
40	405,97			135,30				200
45	445,04			148,19				225

<sup>1)</sup> Gilt eigentlich nur, wenn 12, aber noch nicht 15 Dienstjahre zurückgelegt sind. Mit dem vollendeten 15. Dienstjahr beginnt der Anspruch auf Invalidenrente auch für den Fall von unverschuldeter Entlassung.

Die EVK zahlt als Abgangsentschädigung bei freiwilligem Austritt nur die Arbeitnehmerbeiträge zurück, d. h.  $41\frac{2}{3}\%$  der ganzen einbezahlten Prämien. Diese Abgangsentschädigung liegt für alle Eintrittsalter weit unter der vollen versicherungstechnischen Abfindung, jedoch über der Abfindung bei Berücksichtigung des Fehlbetrages. Durch jeden Austritt wird somit der absolute Fehlbetrag der Kasse verringert, der Fehlbetrag pro Versicherten aber vergrössert, d. h. die finanzielle Lage der Kasse verschlechtert.

Die Abfindungen bei unverschuldeter Entlassung liegen im allgemeinen weit über der vollen, nach unserer Methode berechneten Abfindung. Solche Austritte vergrössern auch den absoluten Fehlbetrag der Kasse.

### § 5. Das Einkaufsgeld.

1. Von einem in eine Kollektivversicherung neu eintretenden Mitglied muss Einkaufsgeld verlangt wer-

den, wenn sein Alter das maximale Eintrittsalter übersteigt oder wenn, bei Kassen mit steigender Renten-skala, ihm frühere Dienstjahre als Versicherungsjahre angerechnet werden sollen.

**2.** Die *Höhe des Einkaufsgeldes* ist identisch mit der Höhe des Rückkaufswertes, auf den ein Versicherter im Alter des Eintretenden Anspruch hat, nachdem er so viele Jahre Mitglied der Kollektivversicherung gewesen ist, als dem Eintretenden Versicherungsjahre angerechnet werden.

**3.** Da die theoretisch richtigen Rückkaufswerte für die *Praxis* ungeeignet sind, kann auch das Einkaufsgeld praktisch nur näherungsweise bestimmt werden. Die Formeln (17) und (18), auf das Einkaufsgeld übertragen, lauten:

bei einer geschlossenen Kasse:

$$\text{Einkaufsgeld} = {}_t K \cdot {}_t V_x \quad (17^1)$$

bei einer offenen Kasse:

$$\text{Einkaufsgeld} = {}_{(n)} K \cdot {}_t V_x \quad (18^1)$$

Da diese Formeln eine Näherung an eine theoretisch richtige Prämienreserve darstellen, ist ihre Anwendung für das Einkaufsgeld ebenso berechtigt wie für den Rückkaufswert. Im Gegensatz hierzu sind die von Schaertlin vorgeschlagene Durchschnittsprämienreserve sowie die Küttnersche Abfindung als Einkaufsgeld unhaltbar. Der zweite Vorschlag Schaertlins und die Vorschläge von Goldziher weisen hinsichtlich des Einkaufsgeldes dieselben Nachteile auf wie bei der Abfindung.

Bei Kassen mit Fehlbeträgen muss das Einkaufsgeld berechnet werden, wie wenn das erforderliche Deckungskapital vorhanden wäre.

**4.** Streng betrachtet muss die *Gehaltserhöhung* (bzw. Herabsetzung) mit proportioneller Erhöhung (bzw. Herabsetzung) der Leistung als teilweiser Einkauf (bzw. Rückkauf) behandelt werden. Unter Verwendung der Formel (18<sup>1</sup>) für  $n = \infty$  erhalten wir für Nachzahlungen bei Gehaltserhöhungen (bzw. Rückzahlungen bei Gehaltsherabsetzungen) für das 1. Beispiel der offenen Kasse unter Ziffer 7 in § 3 die in der nachstehenden Tabelle enthaltenen Zahlen. Wir beschränken uns auf die Eintrittsalter 20, 30 und 40. Zum Vergleich führen wir in den zwei letzten Kolonnen der Tabelle die entsprechenden Werte nach der im I. Teil, § 4, angegebenen Methode<sup>1)</sup> berechnet, sowie die Höhe der von der EVK geforderten Nachzahlungen an (in Klammern der vom Versicherten aufgebrachte Teil):

Ver-sicherungs-dauer $t$	Einkaufsgeld			Prämien-nachzahlung für alle zu-lässigen $x$	EVK für alle $x$
	$x = 20$	$x = 30$	$x = 40$		
5	12,66	16,64	21,91	50,45	75 % (33 $\frac{1}{3}$ )
10	26,82	34,60	45,09	108,54	75 % (33 $\frac{1}{3}$ )
15	42,15	55,34	71,36	175,52	75 % (33 $\frac{1}{3}$ )
20	59,55	79,07	99,93	252,34	75 % (33 $\frac{1}{3}$ )
25	78,89	105,22	128,55		75 % (33 $\frac{1}{3}$ )
30	98,62	128,95			75 % (33 $\frac{1}{3}$ )
35	117,91	144,72			75 % (33 $\frac{1}{3}$ )
40	135,30				75 % (33 $\frac{1}{3}$ )
45	148,19				75 % (33 $\frac{1}{3}$ )

**5.** *Grundsätzlich* gilt für die Eintritte wie für die Austritte, dass eine Kollektivversicherung mit technischer Durchschnittsprämie als eine unveränderliche Einheit aufzufassen ist. Praktisch werden jedoch auf

<sup>1)</sup> Vgl. die Tabelle I. Teil, § 4, 4.

Grund von ähnlichen Überlegungen, wie wir sie für die Austritte angestellt haben, auch bei der Prämienbestimmung nicht berücksichtigte Eintritte ohne Neuberechnung der Durchschnittsprämie zugelassen.

### S 6. Die Freizügigkeit.

**1.** Die *vollkommene Freizügigkeit* soll den Übergang eines Versicherten von einer Kasse zu einer anderen ermöglichen, ohne dem Versicherten oder den Kassen Gewinn oder Verlust zu bringen. Sie beruht auf Abfindung und Einkaufsgeld. Technisch richtig ist der Übergang bei Kassen, deren erforderliches Deckungskapital vorhanden ist, wenn folgende Bedingungen erfüllt sind:

Der Kasse, in die der Versicherte eintritt, muss er das seinem Alter, seiner Anzahl Dienstjahre und seiner künftigen Besoldung entsprechende Einkaufsgeld bezahlen. Je nachdem die Statuten der beiden Kassen und die Höhe der Besoldung vor und nach dem Übertritt voneinander abweichen, werden Rückkaufswert und Einkaufsgeld verschieden hoch sein. Der Unterschied kommt dem Übertretenden zugute oder muss von ihm getragen werden. Er gleicht für den Versicherten gerade den Vorteil, den ihm die eine Kasse gegenüber der andern bietet, aus.

**2.** Ein solcher Übergang ist nach den Formeln (17) und (17<sup>1</sup>), bzw. (18) und (18<sup>1</sup>) *praktisch* möglich, wenn der Übertretende die seiner vollen Versicherung entsprechende Abfindung erhält. Diese Bedingung wird bei Kassen mit geteilter Prämie, wo nur die den Arbeitnehmerbeiträgen entsprechende Abfindung gewährt wird, sowie bei Kassen mit Fehlbeträgen nicht erfüllt werden können. Bei diesen Kassen ist Freizügigkeit nur möglich, wenn durch besondere Abmachung vereinbart wird,

dass jede Kasse dem in die andere übertretenden Mitglied die volle Abfindung gewährt <sup>1)</sup>.

**3.** Vorausgesetzt, dass die Übertritte in beiden Richtungen sich ungefähr die Waage halten, finden solche Freizügigkeitsabkommen ihre Rechtfertigung in der Überlegung, dass ein Übertritt, der auf Grund eines Gegenseitigkeitsabkommens erfolgt, eigentlich kein Austritt ist. Denn wegen der gleichen Häufigkeit der Übertritte in beiden Richtungen kann man sich jeden Übertretenden ersetzt denken durch einen in der entgegengesetzten Richtung Übertretenden, der versicherungstechnisch dem ersten gleichwertig <sup>2)</sup> ist. Da die finanzielle Lage der Kasse durch den Austausch nicht beeinflusst wird, haben die Übertretenden, gleich wie die in der Kasse bleibenden Mitglieder, Anrecht auf die volle Leistung. Bei vollkommener Gleichwertigkeit der Übertritte in beiden Richtungen wäre die Auszahlung der Abfindungen überflüssig, weil sich die gegenseitigen Überweisungen aufheben würden. Würde dagegen einem Austretenden, der nicht durch einen Eintretenden ersetzt wird, die volle technische Abfindung gewährt, wie wenn kein Fehlbetrag bestünde, so bliebe der Fehlbetrag der Kasse durch den Austritt unbeeinflusst. Die Anzahl der Kassenmitglieder würde aber um eins kleiner. Die Grösse des Fehlbetrags, bezogen auf ein Mitglied,

<sup>1)</sup> Sind Abfindung und Einkaufsgeld verschieden hoch, so sollte gerechterweise der sich ergebende Unterschied dem Versicherten zugute kommen oder von ihm getragen werden. Eine andere Lösung bestände darin, dass im Falle von höherem Eintittsgeld der Versicherte nachzahlt, dagegen bei höherer Abfindung die betreffende Kasse die Abfindung nach dem Einkaufsgeld bemisst. Im letzteren Falle bedeutet der Übertritt für den Versicherten einen Verlust, d. h. es liegt unvollkommene Freizügigkeit vor.

<sup>2)</sup> Bei Individualprämien sind zwei Übertretende gleichwertig, wenn ihre vollen Abfindungen gleich gross sind. Bei Durchschnittsprämien spielen auch Alter und Dienstalter eine Rolle.

würde also wachsen, d. h. die finanzielle Lage der Kasse sich verschlechtern.

**4. Zusammenfassend** stellen wir fest, dass Freizügigkeit zwischen allen überhaupt bestehenden Kassen möglich wäre, wenn bei Austritten allgemein die volle versicherungstechnische Abfindung ausbezahlt würde.

Unter Kassen, die nicht die volle Abfindung gewähren, ist Freizügigkeit auf Grund besonderer Abkommen möglich.

Der Abschluss von Freizügigkeitsabkommen lässt sich jedoch nur zwischen je zwei Kassen rechtfertigen, deren Versichertenaustausch als in beiden Richtungen gleichwertig betrachtet werden kann.

Da die Freizügigkeit darauf beruht, dass die volle versicherungstechnische Abfindung gewährt wird, und dies nur bei technisch richtig aufgebauten Kassen möglich ist, hängt die Förderung der Freizügigkeit vor allem von der Erfüllung der letztgenannten Bedingung ab.

### **Zusammenfassung.**

Die Kollektivversicherung mit technischer Durchschnittsprämie stellt grundsätzlich eine unlösbare Einheit dar. Es gibt daher bei ihr wohl in jedem Zeitpunkt ein eindeutiges Gesamtdeckungskapital, nicht aber eindeutige Einzeldeckungskapitalien.

Die Praxis erfordert jedoch, dass jederzeit die Einzeldeckungskapitalien näherungsweise bestimmt werden können. Wir glauben, in der Formel:

$$\text{Einzeldeckungskapital} = \frac{\overset{(n)}{\bar{V}^D}}{\overset{(n)}{\bar{V}^J}} \cdot {}_t V_x$$

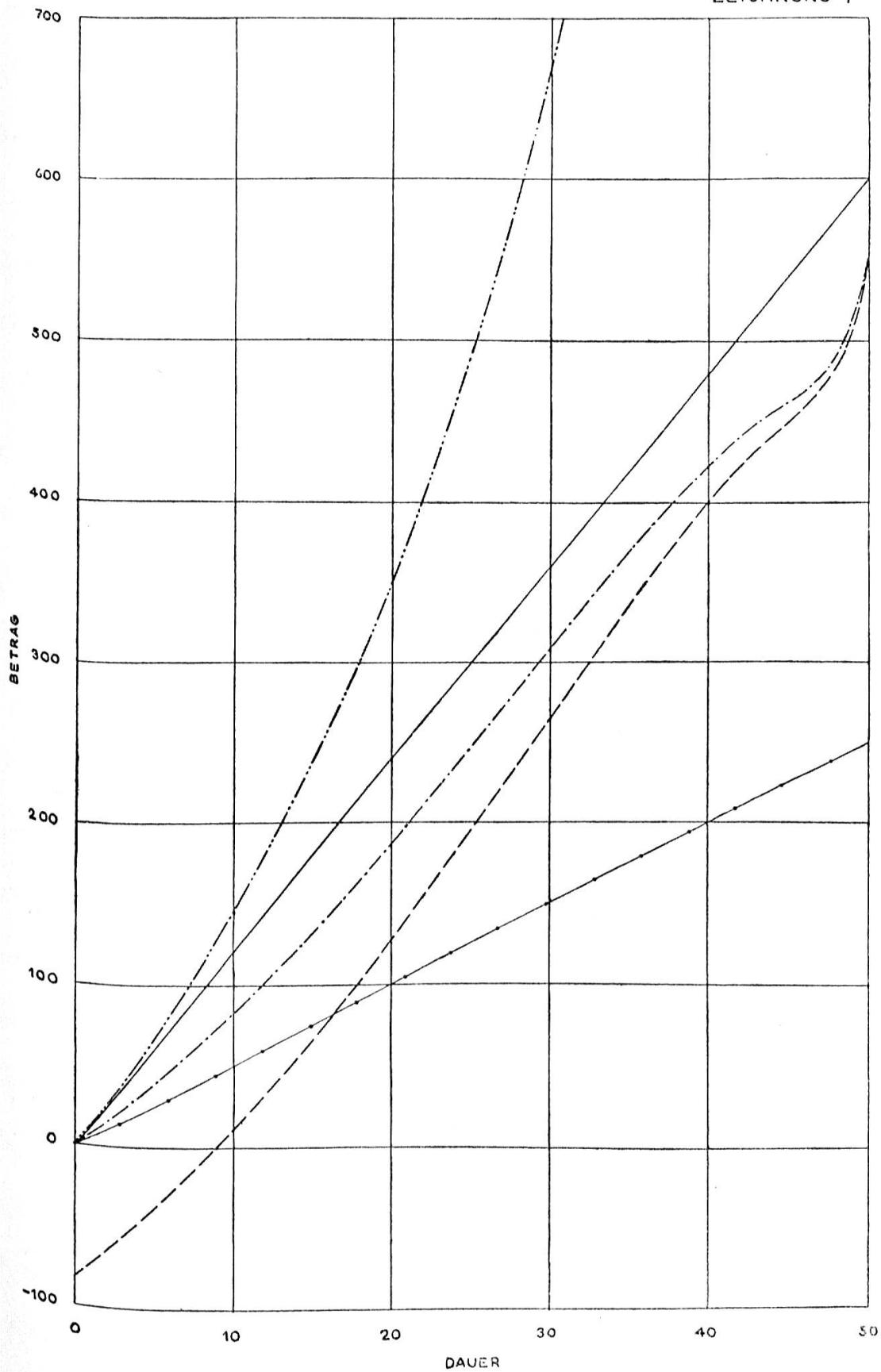
die bestmögliche Methode hierzu gefunden zu haben.  
(Hinsichtlich der Bedeutung der einzelnen Größen verweisen wir auf die Ausführungen im 2. Teil, § 3, 5.)

ZUR BEURTEILUNG DER ABFINDUNG – EINTRITSALTER 20.

D  
 —— Durchschnittsprämienreserve  
 - - - Individualprämienreserve ( $\approx$  Individualprämiendeckkkapital)  
 - - - Durchschnittsprämiendeckungskapital  
 — Einbezahlté Prämien ohne Zinsen (12% = Ganze Prämie)  
 - · - Einbezahlté Prämien ohne Zinsen (5% = Arbeitnehmerbeitrag)

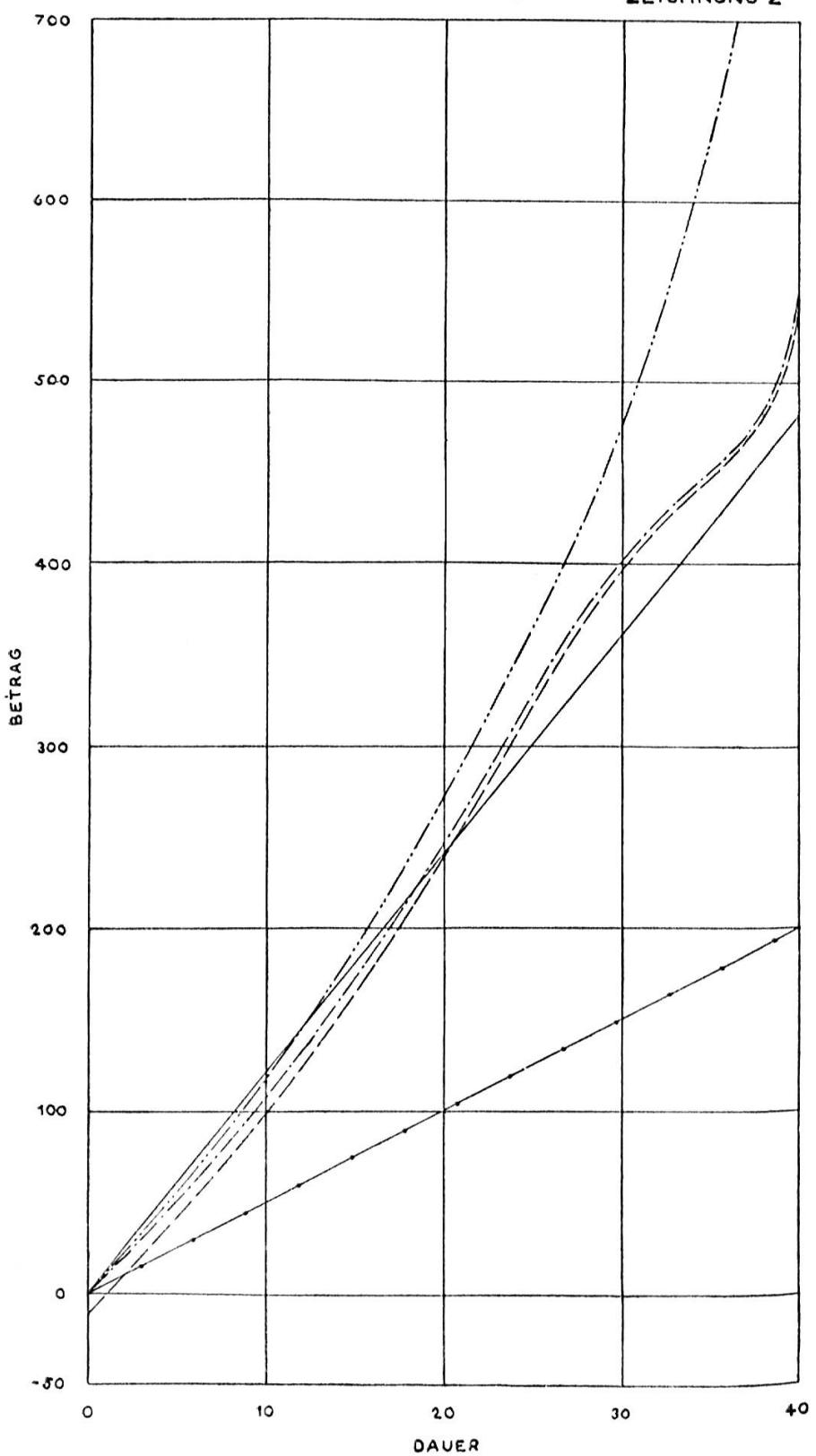
} BEI DER  
EVK

ZEICHNUNG 1



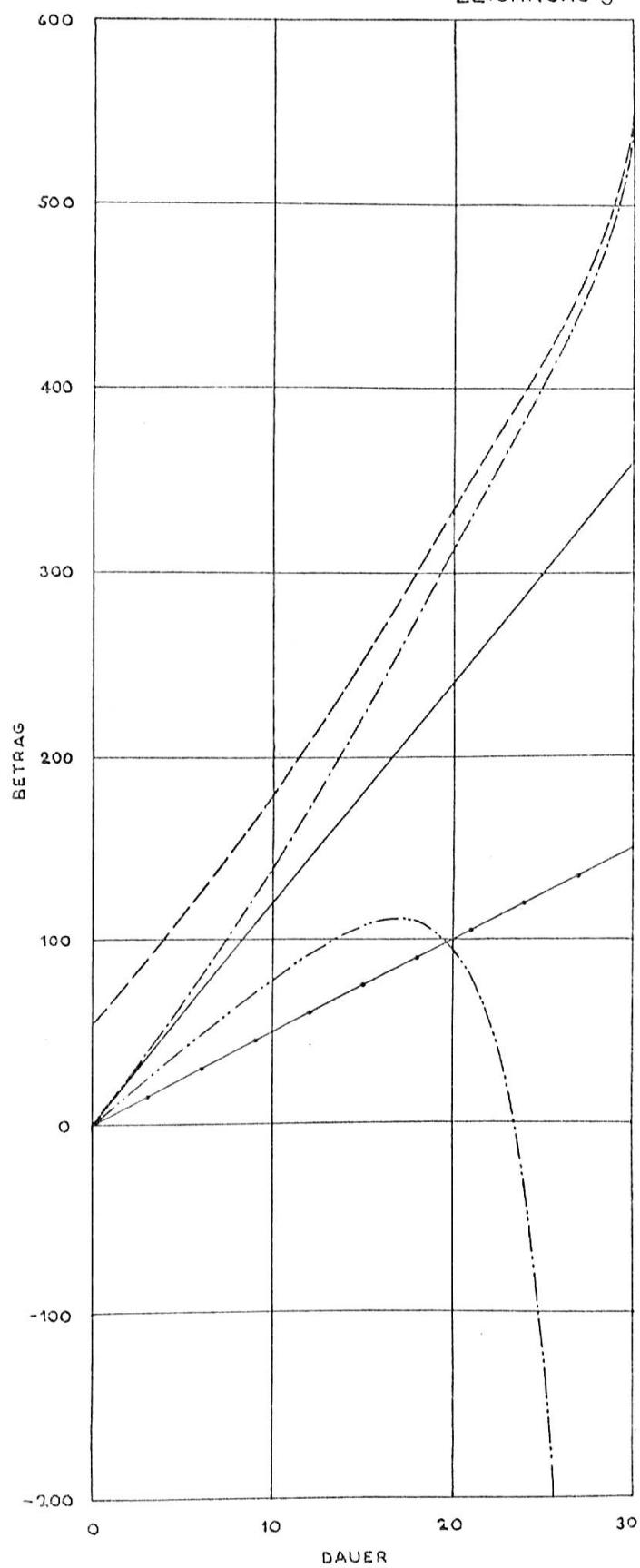
EINTRITSALTER 30.

## ZEICHNUNG 2



EINTRITSALTER 40.

ZEICHNUNG 3



## Inhalt.

	Seite
Einleitung . . . . .	135
I. Teil.	
<i>Prämie, Prämienreserve und Deckungskapital.</i>	
§ 1. Risikoprämie, Sparprämie, Prämienreserve und Dek-	142
kungskapital bei der Individualprämie . . . . .	
§ 2. Risikoprämie, Sparprämie, Prämienreserve und Dek-	150
kungskapital bei der Durchschnittsprämie . . . . .	
§ 3. Dieselben Begriffe bei der gewöhnlichen Durchschnitts-	169
prämie . . . . .	
§ 4. Deckung bei Gehaltsschwankungen . . . . .	169
§ 5. Aussetzen der Prämie bei Urlaub und bei temporärer	
Invalidität . . . . .	173
II. Teil.	
<i>Rückkaufswert und Abfindung.</i>	
§ 1. Die Berechtigung des Rückkaufswertes . . . . .	174
§ 2. Die Berechnung des Rückkaufswertes . . . . .	178
§ 3. Vorschläge für die praktische Berechnung der Abfin-	180
dung . . . . .	
§ 4. Die Wirkung der Austritte auf die finanzielle Lage	
einer Kasse mit Fehlbetrag . . . . .	199
§ 5. Das Einkaufsgeld . . . . .	201
§ 6. Die Freizügigkeit . . . . .	204
Zusammenfassung . . . . .	206
Anhang: Graphische Darstellungen.	