Zeitschrift: Mitteilungen / Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker = Bulletin / Association des Actuaires Suisses = Bulletin / Association of Swiss Actuaries

Herausgeber: Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker

Band: 31 (1936)

Artikel: Quelques conséquences pour l'assurance sur la vie de la variation de la mortalité au cours des années

Autor: Urech, A.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-555031

Quelques conséquences pour l'assurance sur la vie de la variation de la mortalité au cours des années

Le moment est-il venu d'abandonner certaines tables de mortalité, utilisées couramment, pour en adopter de plus modernes [1]?

Par **Aug. Urech**, Docteur ès sciences, Berne

La récente publication des nouvelles tables de mortalité de la population suisse, basées sur les observations faites durant les années 1921 à 1930 d'une part, et 1929 à 1932 d'autre part [2], pose à nouveau la question des tables de mortalité à employer dans l'assurance. Plusieurs sociétés s'en préoccupaient depuis longtemps. Cependant on s'accordait à penser que les tables de 1920/21, basées sur deux années d'observation seulement et influencées peut-être par l'épidémie de grippe de 1918,

---

[1]) Cette étude et celle qui précède, de M. Zaugg, ont fait l'objet d'une conférence donnée à l'Association des Actuaires suisses, le 27 octobre 1935, à Soleure. Qu'il me soit permis de renouveler ici mes remerciements bien sincères à deux de mes collègues du Bureau fédéral des assurances, M[lle] Leuba, qui a eu l'obligeance de faire les calculs que nécessitait cette étude, M. Zaugg, qui en a dessiné les graphiques.

[2]) Tables *SM* 1921—30 et *SM* 1929—32 de la population masculine suisse, *SF* 1921—30 et *SF* 1929—32 de la population féminine suisse. — Voir «Contributions à la statistique suisse», 4[e] fascicule, Bureau fédéral de statistique, Berne 1935. Le Bureau fédéral des assurances, à Berne, publiera ces tables, avec les nombres de commutation qui s'y rapportent et quelques autres éléments. Voir son 49[e] rapport annuel, «Les Entreprises d'assurances privées en Suisse en 1934», qui paraîtra au printemps 1936.

ne constituaient pas un fondement très sûr pour l'appréciation de la mortalité suisse.

On avait constaté un recul important de la mortalité depuis la période d'observation 1901—1910 à la période 1920/1921. Ce recul s'accentuerait-il encore, ou bien la mortalité après avoir longtemps diminué augmenterait-elle de nouveau? Tout actuaire s'est posé cette question au cours des années passées.

Les nouvelles tables de 1921—30 et de 1929—32 y répondent clairement. La mortalité a continué à reculer, et même plus que nous n'aurions osé l'espérer. M. Zaugg, mon collègue au Bureau fédéral des assurances, le montre d'une façon saisissante au moyen des graphiques qu'il publie plus haut [1]). Pour l'actuaire, la question devient plus actuelle et plus urgente à résoudre, de savoir s'il est encore admissible de calculer avec les tables de mortalité utilisées jusqu'ici: *MWI*, *AF*, *SM* 1901—10, etc., ou s'il faut en chercher d'autres, qui représentent les conditions actuelles de mortalité avec plus d'exactitude. Examinons quelques aspects du problème.

Nous considérons d'une part la table des 23 compagnies allemandes *MWI*, qui est encore fréquemment utilisée aujourd'hui, et, d'autre part, une série de tables de comparaison, l'une plus ancienne, Duvillard, les autres plus récentes, *SM* 1901—10, *SM* 1921—30, qui sont des tables de la population, et la table $RAH\ \frac{1894/1930}{1921/1931}$ que la Société suisse d'Assurances générales sur la vie humaine, à Zurich, a publiée à l'occasion du jubilé des 75 ans de son existence [2]).

---

[1]) Voir ci-dessus, page 29 et suivantes.

[2]) Société suisse d'Assurances générales sur la vie humaine, Zurich, Soixante-quinze ans d'activité, 1857—1932.

Pour bien fixer les idées, nous avons reporté sur le graphique 1, ci-après, les taux de mortalité donnés par ces diverses tables, pour les âges compris entre 30 et 60 ans.

MWI est une table d'assurés basée sur les observations faites jusqu'en 1875 sur les assurés de 22 compagnies allemandes et de La Bâloise. Ces observations datent de soixante ans et plus.

Aujourd'hui, nous pouvons être très heureux d'avoir deux tables suisses d'assurés, basées sur des observations récentes. La Société suisse d'Assurances générales sur la vie humaine, à Zurich, a eu la louable idée de publier, dans l'ouvrage commémoratif déjà cité, le résultat des observations qu'elle a faites durant les années 1921 à 1930 sur les assurés ayant conclu auprès d'elle une assurance de capital avec participation aux bénéfices, au cours des années 1894 à 1930. Nous devons être très reconnaissants à cette Société d'avoir ainsi mis ses tables à la disposition des actuaires; ils auront maintenant la possibilité de comparer pour notre pays et pour une même période la mortalité de la population avec celle de têtes choisies. La table $RAH\ \frac{1894/1930}{1921/1931}$, que nous désignerons dans la suite pour simplifier par *RAH*, résulte d'observations faites sur des personnes qui ont subi l'examen médical et qui présentent un risque normal; le nombre des observations dans la région considérée de 30 à 60 ans est suffisamment grand pour en déduire la mortalité avec assez de sûreté. La seconde table de la Société, désignée par le symbole $RAV\ \frac{1894/1930}{1921/1931}$, résulte d'observations faites dans l'assurance populaire; nous ne l'utiliserons pas. Pour de plus amples renseignements sur ces tables, nous renvoyons à l'ouvrage de la Société.

La mortalité donnée par la table *RAH* est très basse; elle est naturellement bien inférieure à celle de la population suisse durant la même période d'observation 1921—1930. Comme la production de la Société a été très forte depuis 1920, il est juste de dire que beaucoup d'assurés se trouvaient dans la période de sélection.

Nous mettrons plusieurs fois en regard des résultats obtenus à l'aide de cette table très récente, ceux qui découlent de la mortalité de Duvillard, qu'on utilisait autrefois, avant de passer aux tables qui sont en usage aujourd'hui, *MWI*, *AF*, etc. La table de Duvillard a l'avantage d'être mieux connue que d'autres, qu'on utilisait chez nous. Elle est basée sur des observations qui ont été faites en France, au 18e siècle, avant la Révolution; elle a été très en vogue pendant tout le 19e siècle, jusqu'en 1894, peut-être moins en Suisse, il est vrai, qu'à l'étranger.

Au-dessous des courbes représentant la mortalité masculine suisse *SM* 1901—10 et *SM* 1921—30, on voit sur le graphique une courbe en pointillé, désignée par *SM* 1921—30 modifiée. Elle représente une table construite en abaissant la mortalité *SM* 1921—30: de 20 % pour les âges compris entre 30 et 40 ans, de 19½ % à 41 ans, de 19 % à 42 ans, de 18½ % à 43 ans, et ainsi de suite, enfin de 10 % à 60 ans. Il est nécessaire, en effet, de se rendre compte de l'influence qu'un nouveau recul de la mortalité pourrait avoir. Le recul que nous considérons en passant de *SM* 1921—30 à *SM* 1921—30 modifiée n'a certes rien d'exagéré. Il représente à peu près la moitié de celui qu'on a constaté depuis la période 1901—1910 à la période 1921—1930. C'est pour les âges compris entre 30 et 40 ans que le recul envisagé est proportionnellement le plus élevé; ensuite il diminue d'importance à mesure que l'âge augmente, comme on l'a constaté pour la population suisse.

Le graphique 1 montre que le recul de la mortalité de *MWI* à *SM* 1921—30, ou à *RAH*, est aussi accentué, ou même plus, que le recul qui s'était fait sentir de Duvillard à *MWI*. A 40 ans, le recul de la mortalité est de 38 % en passant de Duvillard à *MWI*; il est de 45 % en passant de *MWI* à *SM* 1921—30, et de 70 % en passant de *MWI* à *RAH*.

Et voici encore une image frappante de l'écart entre la mortalité effective, chez les sociétés suisses, et la mortalité *MWI*. La moyenne de la mortalité effective dans les grandes assurances de capitaux des sociétés suisses a été de 7,3 ‰ durant l'exercice 1934 [1]). Elle est inférieure à la mortalité donnée par la table *MWI* pour l'âge de 27 ans, minimum de la table. Sans doute, la production a été extrêmement forte au cours des dix ou quinze dernières années; nous avons beaucoup de jeunes assurés dans le portefeuille suisse et la proportion des assurances mixtes y est très forte. Cependant, plusieurs sociétés sont déjà anciennes; leurs portefeuilles contiennent un nombre respectable d'assurances vie entière et d'assurés âgés. La mortalité moyenne varie beaucoup d'une société à l'autre; en 1934 le minimum a été de 3,5 ‰ et le maximum de 11,6 ‰. Ces chiffres sont d'autant plus éloquents que, depuis plusieurs années, ils sont restés à peu près les mêmes.

Vers la fin du siècle passé, on a estimé nécessaire de changer de table de mortalité, la table de Duvillard ou les autres tables qu'on utilisait alors étant vieillies. Cela a été un progrès indiscutable. Pouvons-nous, aujourd'hui, conserver encore la table *MWI*, et d'autres tables souvent employées? Le saut qu'il y aurait à faire n'est-il pas aussi important qu'à la fin du siècle passé?

---

[1]) Les Entreprises d'assurances privées en Suisse en 1934. Rapport du Bureau fédéral des assurances, tableau A 7.

Nous allons voir quelques conséquences de l'emploi de tables de mortalité vieillies.

L'une des préoccupations des actuaires, c'est d'avoir toujours des réserves mathématiques suffisantes. Le graphique 2 montre à quelle réserve on arrive avec les tables considérées ci-dessus et le taux d'intérêt de 3½ %, pour une assurance mixte de 10 000 francs, conclue à l'âge de 30 ans pour une durée de 30 ans. Une première constatation rassurante, c'est que des tables aussi différentes que Duvillard, *MWI*, *RAH*, et les autres dont nous avons parlé, conduisent à des réserves mathématiques somme toute pas trop différentes les unes des autres. Dans la figure du haut, les courbes représentatives seraient même si rapprochées qu'à l'échelle du dessin les lignes se distingueraient mal; nous n'avons dessiné que les deux lignes extrêmes, Duvillard et *RAH*, ainsi que *MWI*. Les différences ressortent mieux des deux figures inférieures du graphique.

Dans les premières années d'assurance, nous avons des différences de 7 à 8 % en passant de Duvillard à *MWI*, et de 6 à 7 % en passant de *MWI* à *RAH*; ces différences exprimées en pour-cents s'atténuent avec les années. Mais comme les réserves croissent, les différences en valeurs absolues croissent d'abord pendant une vingtaine d'années, atteignent un maximum, puis diminuent.

Mais cette constatation ne tranquillise cependant pas. Après 10 ans d'assurance, la réserve *RAH* dépasse la réserve *MWI* de 143 francs, après 20 ans d'assurance de 235 francs, et pour un portefeuille important, cela fait des sommes. Toutes les tables considérées, à l'exception de Duvillard, donnent à tous les âges des réserves mathématiques plus grandes que *MWI*.

Nous arrivons, comme plus haut, à la conclusion que la table *RAH* diffère autant de *MWI* que *MWI* ne différait de Duvillard.

Si l'on envisage le portefeuille d'une société d'assurances, qui a été constitué peu à peu, au cours des années, on a des polices pour lesquelles la différence entre la réserve *RAH* et la réserve *MWI* est grande, d'autres pour lesquelles cette différence est petite. Il est intéressant de fixer l'ordre de grandeur de la différence entre les réserves totales. Pour simplifier, nous considérons un portefeuille composé uniquement d'assurances mixtes conclues à l'âge de 30 ans pour une durée de 30 ans. Nous supposons que la société a commencé ses opérations le 1er janvier 1906 et qu'elle a réalisé cette année-là une production de 3 millions de francs. Cette production a augmenté comme l'indique le tableau ci-après; d'abord lentement pour atteindre 4 millions en 1912; puis plus rapidement, 6 millions en 1916, 12 millions en 1920, 30 millions en 1926. La production est alors restée stationnaire, 30 millions chaque année jusqu'en 1930, puis elle a diminué lentement jusqu'à 25 millions en 1935. Ce rythme de la production correspond un peu à ce qui s'est passé en Suisse pour les sociétés de moyenne importance.

En admettant que toutes les polices ont été souscrites le 1er janvier d'une année, que les décès ont eu lieu d'après la table *SM* 1901—10, qu'il n'y a pas eu de résiliations, de rachats ou de transformations de polices, ce qui pour notre estimation ne joue pas de rôle essentiel, on arrive au 31 décembre 1935 à un portefeuille de 433 millions de francs environ. Les réserves mathématiques *MWI* 3 ½ % s'élèvent alors à 97 millions de francs environ, soit à 22 % de l'effectif assuré. C'est moins que

Année	Assurances souscrites	Année	Assurances souscrites
	Fr.		Fr.
1906	3 millions	1926	30 millions
1907	3,1 »	1927	30 »
1908	3,2 »	1928	30 »
1909	3,3 »	1929	30 »
1910	3,5 »	1930	30 »
1911	3,7 »	1931	29 »
1912	4 »	1932	28 »
1913	4,5 »	1933	27 »
1914	5 »	1934	26 »
1915	5,5 »	1935	25 »
1916	6 »	1936	24 »
1917	7 »	1937	23 »
1918	8 »	1938	22 »
1919	10 »	1939	21 »
1920	12 »	1940	20 »
1921	15 »	1941	20 »
1922	18 »	1942	20 »
1923	21 »	1943	20 »
1924	24 »	1944	20 »
1925	27 »	1945	20 »

chez nos anciennes compagnies suisses et un peu plus que chez les jeunes compagnies. Les réserves mathématiques $3\frac{1}{2}$ % calculées d'après les tables *RAH*, *SM* 1901—10, *SM* 1921—30, *SM* 1921—30 modifiée, sont un peu plus fortes:

de 5,2 millions de francs pour *RAH*,
» 3,3 » » » » *SM* 1901—10,
» 4,3 » » » » *SM* 1921—30,
» 4,5 » » » » *SM* 1921—30 modifiée.

Les réserves Duvillard sont plus faibles que les réserves *MWI*, de 5,5 millions environ.

Si nous passons de la table *MWI* à la table *RAH*, nous constatons ainsi un déficit de 5,2 millions de francs. Cela représente $5\frac{1}{2}$ % des réserves *MWI*. C'est peu de chose en regard des différences qui existent entre les tables *MWI* et *RAH*. Mais c'est beaucoup pour une société, telle que la nôtre, qui disposerait de 120 millions de francs d'actifs, tout au plus. La situation serait peut-être difficile si la société avait vécu dans l'illusion que les réserves *MWI* sont bien suffisantes et qu'elle n'ait pas pris la précaution de constituer des réserves cachées.

Pour mieux fixer les idées, nous avons encore suivi notre société jusqu'au 31 décembre 1945, en supposant que la production diminue encore un peu, jusqu'en 1940, année pendant laquelle elle atteint 20 millions de francs, et qu'elle reste ensuite constante. Le déficit augmente, comme le montre le graphique 3; il serait de 9,1 millions de francs le 31 décembre 1945, en passant de *MWI* à *RAH*. La situation s'aggrave d'autant plus qu'on attend plus longtemps pour prendre des mesures. Le portefeuille et les réserves mathématiques augmentent aussi. Si l'on admet que les décès auront lieu dès le début de 1936 d'après la table *SM* 1921—30, le portefeuille assuré atteindra 577 millions de francs le 31 décembre 1945; les réserves mathématiques *MWI* $3\frac{1}{2}$ % seront alors de 202 millions de francs environ. Le déficit exprimé en pour-cent des réserves *MWI* diminue légèrement.

On ne saurait recommander de changer trop souvent de bases techniques, mais on voit combien les sociétés ont raison de suivre attentivement le cours de la mortalité, afin de savoir aussi exactement que possible à quoi elles en sont. Cela est particulièrement nécessaire en Suisse. En effet, comme il ressort du mémoire de M. Zaugg publié plus haut, la mortalité dans les jeunes âges est plus basse en Suisse qu'à l'étranger, tandis que dans les âges avancés, elle est plus élevée; cela se traduit sur le graphique 1 par l'allure relativement inclinée des courbes *SM* 1901—10, *SM* 1921—30, *RAH*, par rapport à la courbe *MWI*. Si l'on utilise en Suisse une table de mortalité étrangère, la mortalité présumée n'augmente pas aussi rapidement avec l'âge que la mortalité effective; on obtient des réserves mathématiques trop faibles.

Nous avons vu que la différence entre les réserves *RAH* et les réserves *MWI* atteint 5,2 millions de francs environ. Il n'est pas tout à fait exact de parler à ce propos de déficit, comme nous l'avons fait plus haut. Nous supposons en effet que la société a établi ses tarifs d'après la table *MWI*; elle dispose de la prime *MWI*. Les réserves *RAH* ont été calculées sur primes pures, en tenant compte de la prime *RAH*. Pour une assurance mixte de 10 000 francs, conclue à l'âge de 30 ans pour une durée de 30 ans, la prime pure *MWI* est de 264 francs, la prime pure *RAH* de 214 francs, soit une différence de 50 francs. On devrait en somme calculer la réserve nécessaire de la société par la formule

$$ {}_tV^* = A^{(RAH)}_{\overline{30+t:30-t}|} - P^{(MWI)}_{\overline{30:30}|}\, \text{a}^{(RAH)}_{\overline{30+t:30-t}|} $$

Cette réserve est reportée en traits entrecoupés sur le graphique 2, avec la désignation *(RAH; MWI)* qui rappelle que les deux tables entrent dans les calculs. Elle est constamment inférieure, et même sensiblement inférieure, à la réserve *MWI*. La compagnie disposera de moyens suffisants pour l'avenir; ses engagements n'absorberont même pas entièrement les primes à percevoir, elle réalisera encore des bénéfices. Il n'y aura pas de difficultés de ce côté-là; les inconvénients pour la société viennent d'ailleurs.

Plaçons-nous à la fin de la $t^{\text{ème}}$ année d'assurance et supposons que la société ait calculé avec la table *MWI*, alors que la mortalité effective suivait la loi *RAH* dès le début de l'assurance. La société a payé pendant *t* ans tous les décès. De plus, elle a constitué pour les survivants des réserves *MWI*. Quelle portion des primes pures a-t-elle employée à cet effet? La réserve *MWI* est plus faible que la réserve *RAH*; la société a utilisé moins qu'elle n'avait prévu. En moyenne, il lui a fallu chaque année un montant donné par la formule

$$ P^{**}_{\overline{30:t}|} = P^{(RAH)}_{\overline{30:30}|} - \frac{1}{\text{a}^{(RAH)}_{\overline{30:t}|}} \frac{D^{(RAH)}_{\overline{30+t}|}}{D^{(RAH)}_{30}} \left[{}_tV^{(RAH)} - {}_tV^{(MWI)} \right], $$

que nous désignerons par l'expression «prime utilisée». Si nous nous plaçons à la fin de la 21e année, la prime utilisée jusque-là est de 207 francs. La différence entre la prime *MWI* et cette prime-là, soit 57 francs, a pu être restituée sous forme de participation aux bénéfices, ou bien on l'a employée pour couvrir des frais, pour verser des dividendes aux actionnaires, ou d'une autre manière.

Mais, pour les 9 années qui restent, on aura besoin d'une prime plus élevée; elle dépassera la prime pure *RAH* puisqu'il faut combler la différence entre la réserve *MWI* qu'on a constituée et la réserve *RAH* qu'on devrait avoir. La «prime nécessaire» pour les années restantes se calcule d'après la formule

$$P^{*}_{30+t:\overline{30-t}|} = P^{(RAH)}_{30:\overline{30}|} + \frac{{}_tV^{(RAH)} - {}_tV^{(MWI)}}{\text{a}^{(RAH)}_{30+t:\overline{30-t}|}} .$$

La valeur actuelle, au début de l'assurance, des primes $P^{**}_{30:\overline{t}|}$ utilisées durant les t premières années, et des primes nécessaires $P^{*}_{30+t:\overline{30-t}|}$ pour les $(30 - t)$ années restantes est naturellement égale au prix de revient de l'assurance, c'est-à-dire à la prime unique $A^{(RAH)}_{30:\overline{30}|}$, ce qu'on vérifie aisément. Après 21 ans d'assurance, la prime nécessaire est égale à 245 francs. La marge entre la prime *MWI* et cette prime-là n'est plus que de 19 francs. Tandis que la société disposait jusqu'ici de 57 francs pour la participation aux bénéfices, elle ne disposera plus à l'avenir que de 19 francs. Elle devra abaisser la participation dans la proportion qu'on voit, parce qu'elle a utilisé une table de mortalité défectueuse.

S'il fallait expliquer aujourd'hui aux assurés d'une société une baisse de leur participation aux bénéfices par la diminution du rendement des placements, cela ne serait sans doute pas trop difficile; les assurés le comprendraient. Mais, comment leur parler d'une diminution du bénéfice de mortalité à une époque où chacun sait que la mortalité est en recul? Personne n'y croirait, et cela pourrait causer de réelles difficultés aux sociétés. Les bénéfices qu'on distribue sont trop élevés; on ne pourra pas les maintenir. Du reste, plus on attend pour remplacer l'ancienne table de mortalité par une nouvelle, plus l'adaptation est difficile.

Le graphique 4 montre comment la prime utilisée P^{**}, et la prime nécessaire P^{*}, varient avec la durée d'assurance écoulée, et comment le saut qui fait passer de P^{**} à P^{*} augmente à mesure que le temps s'écoule. Si l'on conserve la table *MWI* jusqu'au bout de l'assurance, le bénéfice diminue de plus en plus.

Le graphique représente encore pour les deux tables *MWI* et *RAH*

a) la prime de risque, $P^R = (v - {}_tV)\ q_{30+t}$,

b) la prime d'épargne, $P^E = (v\ {}_{t+1}V - {}_tV)\ p_{30+t}$,

c) la prime naturelle, $P^N = v\ q_{30+t}$.

La prime de risque d'après *MWI* est pendant longtemps trois à quatre fois plus élevée que d'après *RAH*. Cela ne doit pas trop nous surprendre. La prime pure *MWI* dépasse la prime pure *RAH* de 50 francs, et ce surplus passe presque entièrement dans les primes de risque. Le coût de l'assurance d'après *MWI* dépasse le coût d'après *RAH* de 50 francs par année; on peut se demander, maintenant que de nouvelles tables ont montré à quel point la mortalité a diminué, si l'on ne devrait pas abaisser un peu les tarifs, spécialement ceux sans participation aux bénéfices.

La prime d'épargne *MWI* est d'abord plus faible que la prime d'épargne *RAH*, bien que la prime annuelle *MWI* soit plus forte que la prime annuelle *RAH*. Ce n'est qu'après seize ans d'assurance que la prime d'épargne *MWI* dépasse la prime d'épargne *RAH*.

La prime naturelle *MWI* est naturellement beaucoup plus élevée que la prime naturelle *RAH*; ces primes sont proportionnelles aux taux de mortalité.

Dans les courbes relatives à la table *RAH*, on a une discontinuité très marquée pour $t = 10$, c'est-à-dire à l'âge de 40 ans. C'est l'endroit où l'on passe dans la table *RAH* de l'ajustement de King à l'ajustement d'après la loi de Makeham.

Nous avons parlé du bénéfice réalisé, qui provient de ce que le risque de mortalité a été surestimé avec la table *MWI*. Chaque année, on peut lire dans les comptes rendus de quelques sociétés à peu près ceci: Le rapport de la mortalité effective à la mortalité présumée a été de 0,50, ou de 0,40, ou même de 0,30; le bénéfice de mortalité est donc de 50 %, ou de 60 %, ou de 70 %. D'autres sociétés écrivent plus modestement:

Nous avions à disposition pour les décès:	
a) Les réserves des assurances sinistrées augmentées des intérêts	fr. . . . . . .
b) Les primes de risque augmentées des intérêts	» . . . . . .
Total	fr. . . . . . .
Nous avons effectivement versé:	
c) Pour capitaux échus par décès . . .	fr. . . . . . .
d) Pour compléter les réserves mathématiques des décès prévus mais non survenus	» . . . . . .
Total	fr. . . . . . .
Le bénéfice dû au cours favorable de la mortalité est ainsi de	fr. . . . . . .

Quelquefois on ajoute: «cela fait x %».

Enfin, plusieurs sociétés disent simplement que le cours de la mortalité a été favorable. Elles ont raison.

En effet, si les actuaires savent ce que signifient les chiffres qu'on cite, la valeur qu'il faut leur accorder, il n'en est pas de même des personnes non initiées. Les plus intelligentes se disent sans doute que les compagnies ne sont décidément pas heureuses dans leurs prévisions. Espérons que leur confiance n'en est pas ébranlée. D'autres confondent certainement bénéfice de mortalité avec bénéfice tout court. N'est-ce pas là l'origine de tant d'erreurs de personnes qui, de bonne foi, disent et écrivent que les compagnies d'assurances sur la vie font des bénéfices énormes ? Il arrive que de braves gens croient avoir trouvé le moyen de venir en aide à leurs semblables en proposant des caisses du franc au décès. Ils expliquent que l'assurance est nécessaire, mais qu'on peut l'organiser à bien meilleur marché que les sociétés ne le font, et pour preuve, ils avancent des chiffres, souvent incontrôlables, qui pourraient bien avoir leur origine dans la publication de ces soi-disant bénéfices de mortalité. On se rend compte du tort qu'on peut faire à l'assurance par des indications plus ou moins fantaisistes, qui doivent forcément être mal interprétées par la plupart des gens. Et quelle belle occasion pour des personnes mal intentionnées d'attaquer les sociétés d'assurances !

Mais, voyons un peu l'importance du bénéfice de mortalité; et d'abord, qu'entendons-nous par bénéfice de mortalité ?

Supposons que la table de mortalité utilisée soit MWI, et que la mortalité effective soit donnée par RAH. Plaçons-nous à la fin de l'année $t + 1$.

Les décès pour l'année $t + 1$ sont budgetés par

$$l_{30+t} \; q_{30+t}^{(MWI)},$$

valeur à la fin de l'année $t + 1$.

En réalité, nous devons verser

$$l_{30+t}\ q^{(RAH)}_{30+t}$$

pour les décès effectifs, et nous devons constituer les réserves mathématiques pour les assurés qui, d'après les prévisions, devaient mourir, mais qui, en réalité, sont encore en vie, soit

$$l_{30+t}\left[q^{(MWI)}_{30+t} - q^{(RAH)}_{30+t}\right]{}_{t+1}V^{(MWI)}.$$

La différence entre la somme budgetée et les versements, qu'on peut écrire:

$$B = l_{30+t}\left(q^{(MWI)}_{30+t} - q^{(RAH)}_{30+t}\right)\left(1 - {}_{t+1}V^{(MWI)}\right),$$

est égale au bénéfice de mortalité [1]). Nous l'exprimons en pour-cent de la somme budgetée. Nous trouvons que le bénéfice de mortalité ainsi calculé est de 66 % pour la 5e année d'assurance, de 40 % pour la 15e année d'assurance, et de 10 % pour la 25e année. Ce bénéfice diminue rapidement, ainsi que le montrent le tableau ci-après et le graphique 5. Sans doute, pour un portefeuille entier,

[1]) Ce raisonnement conduit au même résultat que celui de la page 78. En effet, on peut écrire pour les décès portés au budget:

$$l_{30+t}\ q^{(MWI)}_{30+t} = (1+i)\ l_{30+t}\ q^{(MWI)}_{30+t}\ {}_tV^{(MWI)} + (1+i)\ l_{30+t}\ P^{R\,(MWI)},$$

puisque la prime de risque

$$P^{R\,(MWI)} = \left(v - {}_tV^{(MWI)}\right) q^{(MWI)}_{30+t}.$$

Le premier terme du second membre est égal à l'article *a)* ci-dessus, augmenté des réserves mathématiques au début de l'année des décès prévus mais non survenus et des intérêts. Le deuxième est identique à l'article *b)*.

Des deux versements à effectuer, le premier est égal à l'article *c)*, et le deuxième à l'article *d)* augmenté des réserves mathématiques au début de l'année des décès prévus mais non survenus et des intérêts.

Bénéfice de mortalité sur une assurance mixte $30:\overline{30|}$ de fr. 10 000, au cours de l'année $(t+1)$ (valeur à la fin de l'année)

Rapport des décès présumés moins les décès effectifs au nombre des décès présumés

$t+1$	Décès présumés, $10\,000 \times q_{30+t}^{(MWI)}$	Décès effectifs, $10\,000 \times q_{30+t}^{(RAH)}$	Réserves mathématiques à constituer, $10\,000 \times \left[q_{30+t}^{(MWI)} - q_{30+t}^{(RAH)}\right] \times {}_{t+1}V^{(MWI)}$	Bénéfice de mortalité en valeur absolue (2)-(3)-(4)	Bénéfice de mortalité en % du coût présumé des décès	$\dfrac{q_{30+t}^{(MWI)} - q_{30+t}^{(RAH)}}{q_{30+t}^{(MWI)}}$
1	2	3	4	5	6	7
	Fr.	Fr.	Fr.	Fr.	%	%
1	88,20	22,50	1,20	64,50	73,1	74,5
2	90,10	23,10	2,50	64,50	71,5	74,4
3	92,40	23,90	4,00	64,50	69,8	74,1
4	94,40	24,80	5,40	64,20	67,9	73,7
5	97,00	25,60	7,10	64,30	66,2	73,6
6	99,90	26,50	9,00	64,40	64,5	73,5
7	102,70	27,70	10,90	64,10	62,4	73,0
8	105,80	29,30	12,90	63,60	60,1	72,3
9	109,50	31,10	15,10	63,30	57,8	71,6
10	113,30	33,00	17,50	62,80	55,4	70,9
11	117,60	34,70	20,30	62,60	53,3	70,5
12	122,80	38,30	22,90	61,60	50,2	68,8
13	127,90	42,30	25,60	60,00	46,9	66,9
14	133,10	46,80	28,30	58,00	43,6	64,8
15	138,60	51,80	31,00	55,80	40,2	62,6
16	143,70	57,30	33,60	52,80	36,7	60,1
17	148,80	63,40	36,00	49,40	33,2	57,4
18	154,90	70,30	38,50	46,10	29,8	54,6
19	162,10	77,90	41,20	43,00	26,5	51,9
20	170,50	86,30	44,30	39,90	23,4	49,4
21	181,40	95,80	48,30	37,30	20,6	47,2
22	193,10	106,20	52,40	34,50	17,8	45,0
23	206,00	117,90	56,80	31,30	15,2	42,8
24	220,00	130,90	61,30	27,80	12,7	40,5
25	234,90	145,30	65,60	24,00	10,2	38,1
26	250,60	161,30	69,70	19,60	7,8	35,6
27	268,10	179,10	73,90	15,10	5,6	33,2
28	286,60	199,00	77,40	10,20	3,6	30,6
29	307,30	221,00	81,10	5,20	1,7	28,1
30	328,80	245,40	83,40	0	0	25,4

ce phénomène est-il un peu masqué; on a des chiffres moyens. Si la production est forte, la diminution du bénéfice de mortalité est plus lente; elle est retardée. Mais un peu plus tôt ou un peu plus tard, avec le vieillissement du portefeuille, elle se fera inévitablement sentir. Il n'est pas de bonne politique de faire trop grand cas du bénéfice de mortalité; les désillusions viennent un jour ou l'autre, et l'on voit que s'il s'agit de jeunes portefeuilles spécialement les apparences peuvent être bien trompeuses.

On arrive au même résultat pour le bénéfice de mortalité d'une manière plus élégante mais que les assurés ne pourraient en général pas comprendre. Partons de la formule de récurrence

$$(1+i)\left[{}_{t}V^{(MWI)} + P^{(MWI)}_{30:\overline{30}|}\right] - q^{(MWI)}_{30+t} - p^{(MWI)}_{30+t}\;{}_{t+1}V^{(MWI)} = 0,$$

qui exprime que la réserve mathématique à la fin de la t^{e} année, augmentée de la prime et des intérêts, permet de payer les décès qui se produisent au cours de l'année $(t+1)$ et de constituer à la fin de l'année les réserves mathématiques pour les survivants, sans qu'il y ait ni excédent ni déficit. Cette formule n'est valable que si les décès se produisent exactement suivant la loi de mortalité adoptée. Si la mortalité effective n'est pas égale à la mortalité présumée, on a à la fin de la $(t+1)^{e}$ année un excédent ou un déficit. Admettons que la mortalité effective suive la loi RAH, et que la mortalité présumée soit donnée par la table MWI, on a

$$(1+i)\left[{}_{t}V^{(MWI)} + P^{(MWI)}_{30:\overline{30}|}\right] - q^{(RAH)}_{30+t} - p^{(RAH)}_{30+t}\;{}_{t+1}V^{(MWI)} = B,$$

où B désigne l'excédent ou le déficit qu'on enregistre à la fin de l'année, après avoir payé les décès et constitué les réserves mathématiques pour les survivants. C'est le bénéfice de mortalité; il est positif ou négatif suivant les cas.

En remplaçant

$$(1+i)\left[{}_tV^{(MWI)} + P^{(MWI)}_{30:\overline{30}|}\right]$$

par la valeur égale

$$\left[q^{(MWI)}_{30+t} + p^{(MWI)}_{30+t}\ {}_{t+1}V^{(MWI)}\right],$$

tirée de la formule de récurrence, l'expression qui donne le bénéfice de mortalité peut facilement se mettre sous la forme

$$B = \left(q^{(MWI)}_{30+t} - q^{(RAH)}_{30+t}\right)\left(1 - {}_{t+1}V^{(MWI)}\right),$$

que nous avons trouvée plus haut en partant de l'ensemble des assurés d'âge $(30 + t)$.

La prime pure annuelle *MWI* de l'assurance considérée est de 264 fr. 10; la prime pure *RAH* de 213 fr. 90. Chaque année, l'assuré paie 50 fr. 20 de plus qu'il ne serait nécessaire d'après la table *RAH*. La valeur actuelle du surplus représente le bénéfice total de mortalité, pour toute la durée de l'assurance, valeur au début de l'assurance. Elle est égale à

$$50{,}20 \times \mathrm{a}^{(RAH)}_{30:\overline{30}|} = 50{,}20 \times 18{,}115 = 909 \text{ francs.}$$

On vérifie aisément que la somme des bénéfices de mortalité donnés dans le tableau ci-dessus, escomptés jusqu'au début de l'assurance, est approximativement égale à ce même montant.

Sur le graphique 5 nous avons aussi reporté le rapport

$$\frac{q_{30+t}^{(MWI)} - q_{30+t}^{(RAH)}}{q_{30+t}^{(MWI)}}$$

des décès présumés moins les décès effectifs au nombre des décès présumés, ce qu'on indique parfois, bien à tort, comme bénéfice de mortalité. L'erreur saute aux yeux lorsqu'on compare la courbe ainsi obtenue à celle qui représente le bénéfice de mortalité calculé correctement. Relativement faible dans les premières années d'assurance, elle augmente rapidement avec les années. Pour la 5e année, le rapport considéré est de 74 % environ et le bénéfice de mortalité calculé comme il est dit plus haut de 66 %; pour la 15e année, nous trouvons respectivement 63 % et 40 %, et pour la 25e année, 38 % et 10 %. Cela revient à négliger la constitution des réserves mathématiques pour les assurés qui, d'après les prévisions, devaient mourir, mais qui en réalité sont encore en vie à la fin de l'année. La valeur absolue de l'erreur est indiquée dans le tableau ci-dessus, colonne 4. Pour un portefeuille entier, l'erreur est plus ou moins grande suivant que les anciennes polices sont plus ou moins nombreuses par rapport aux nouvelles.

Pour calculer le bénéfice de mortalité, nous avons fait implicitement une hypothèse. Nous avons fait intervenir dans les calculs la réserve *MWI*, comme si nous admettions qu'à l'avenir les décès se produiront sensiblement suivant la table *MWI*. Notre calcul serait fondé si l'on avait de bonnes raisons de croire que, selon toute probabilité, il en sera ainsi. Mais il ne se justifie pas s'il y a beaucoup de chances que la mortalité effective sera très différente de la mortalité *MWI*. Le calcul du bénéfice de mortalité tel que nous l'avons fait, par analogie avec ce qui est souvent présenté aux assurés, n'est pas fondé scientifiquement. Nos observations sur la mortalité nous empêchent d'admettre que les décès se produiront probablement à l'avenir suivant la loi *MWI*.

Les considérations ci-dessus nous conduisent toutes à la conclusion que la table *MWI* est vieillie. Il en est de même d'autres tables utilisées actuellement dans l'assurance. A la question que nous avons posée comme sous-titre au présent travail nous devons répondre par l'affirmative. Les écarts entre la mortalité donnée par la plupart des tables en usage et les observations des années passées sont tels qu'une adaptation paraît s'imposer. Il ne semble pas qu'on puisse objecter l'inconvénient de changer trop souvent de table de mortalité. Les plus connues, *MWI*, *AF*, sont utilisées depuis une quarantaine d'années. Prétendre qu'il est trop tôt de les abandonner semblerait devoir signifier que l'assurance doit renoncer à s'adapter aux lois de la vie.

Mais à supposer que la mortalité d'une compagnie soit donnée avec une grande approximation par exemple par la table *RAH*, cela signifierait-il que la compagnie doive adopter cette table pour ses bases techniques? Nous ne le croyons pas. La question est délicate; elle doit être examinée très attentivement. Il y a les imprévus, les épidémies toujours possibles; la mortalité qui a baissé pendant de nombreuses années peut remonter. Il est bon, il est même nécessaire d'avoir une marge. Celle-ci sera plus ou moins grande suivant que la société craint plus ou moins les imprévus, suivant sa manière d'envisager le problème. Mais en tout état de cause elle ne peut, semble-t-il, atteindre une ampleur telle que le maintien de la table *MWI*, par exemple, soit justifié.

Jusqu'ici, nous n'avons pas examiné une question, largement débattue déjà, et qui certes reste à l'ordre du jour: Faut-il employer une table de mortalité de sélection, ou bien peut-on se contenter d'une table agrégée? De nombreux travaux ont été écrits à ce sujet avec des conclusions diverses. Quelle qu'en soit l'importance, elle passe au second rang dans cette étude, une table de mortalité de sélection différant beaucoup moins de la table agrégée correspondante que les anciennes tables *MWI*, *AF*, etc., ne diffèrent des nouvelles tables *RAH* et *SM* 1921—30. Notre but est moins de rechercher quelles tables on devrait utiliser que de savoir si les tables actuellement en vigueur donnent encore des résultats acceptables. Sans doute que pour certains problèmes une table agrégée conduit à une approximation suffisante, tandis que pour d'autres, il conviendrait d'utiliser une table de sélection. A ce sujet, nous pouvons renvoyer au travail que M. S. Dumas, directeur du Bureau fédéral des assurances, a publié dans le Bulletin de l'Association des Actuaires suisses, année 1926, sous le titre: «Le contrôle de la mortalité.»

A titre de renseignement, nous indiquons rapidement quelques résultats auxquels on arrive en passant de la table de sélection d'Abel à la table agrégée [1]). Ces tables, publiées en 1926, sont basées sur les observations faites de 1876 à 1905 sur les assurés des compagnies allemandes, entrés dans l'assurance jusqu'en 1905, donc sur des observations déjà anciennes. Elles paraissent déjà vieillies, mais nous les choisissons parce qu'elles ont l'avantage de reposer toutes deux sur les mêmes observations, et d'être bien connues. Nous avons représenté la mortalité de sélection sur le graphique 6, pour l'âge d'entrée de

---

[1]) Die Sterbetafeln 1926 des Vereins Deutscher Lebensversicherungsgesellschaften, von Regierungsrat Dr. A. Abel. Veröffentlichungen des Deutschen Vereins für Versicherungs-Wissenschaft, Heft XXXX, Berlin 1926.

30 ans, et de même la mortalité agrégée, entre 30 et 60 ans. Les courbes sont comprises entre celles qui figurent les tables *MWI* et *RAH*, et l'on voit combien la différence entre les tables agrégée et de sélection est faible en regard de la différence entre *MWI* et *RAH*. Depuis l'âge de 34 ans, les courbes d'Abel sont même entièrement situées au-dessus de la courbe *SM* 1921—30. La mortalité agrégée est d'abord plus élevée que la mortalité de sélection, mais relativement peu, car dans le portefeuille observé les entrées à 30 ans sont nombreuses. Au bout de trois ans déjà, la mortalité agrégée est inférieure à la mortalité de sélection, et cela jusqu'à la fin de la table.

Considérons, comme plus haut, une assurance mixte de 10 000 francs conclue à l'âge de 30 ans pour une durée de 30 ans.

La réserve de sélection est, pendant 20 ans, un peu plus élevée que la réserve agrégée, puis elle est légèrement plus faible (voir le graphique 7). La prime pure agrégée $P^{(\text{agr})}_{30:\overline{30|}} = 235{,}2$; elle est un peu plus faible que la prime de sélection $P^{(\text{sél})}_{[30]:\overline{30|}} = 236{,}9$, ce qui fait que la réserve

$$ {}_tV^* = A^{(\text{sél})}_{[30]+t:\overline{30-t|}} - P^{(\text{agr})}_{\overline{30:30}}\, \mathrm{a}^{(\text{sél})}_{[30]+t:\overline{30-t|}} $$

est plus élevée que la réserve de sélection. Nous avons effectivement un déficit dans les réserves mathématiques si nous calculons d'après la table agrégée. Pour les jeunes polices, il est proportionnellement élevé; à la fin de la première année, la réserve d'après la table agrégée est de 207 francs, tandis que ${}_1V^* = 251$ francs; après dix ans d'assurance, le déficit est inférieur à 2 % de la réserve. Sur le graphique 7, qui est dessiné à une échelle cinq fois plus grande que le graphique analogue 2, figure du bas, le déficit est reporté en traits entrecoupés.

Supposons que la table utilisée soit la table agrégée et que la mortalité effective soit donnée par la table de sélection. En nous arrêtant après la 4e année d'assurance, la prime utilisée P^{**} est de 230,7, la prime nécessaire P^* de 238,6. Nous avons distribué trop de bénéfices au début, ce qui devra être compensé par la suite. La différence entre P^* et P^{**} est loin d'atteindre l'importance que nous avions constatée en passant de la table *MWI* à *RAH*, et pour la représenter, nous avons dû dessiner le graphique 8 à une échelle cinq fois plus grande que le graphique correspondant 4.

Nous n'avons pas représenté sur le graphique les primes de risque, d'épargne et naturelle, pour les deux tables, ce qui n'offrirait pas grand intérêt. Ces primes ne changent pas beaucoup lorsqu'on passe d'une table à l'autre, sauf pour les deux ou trois premières années pendant lesquelles le risque est surestimé avec la table agrégée; la portion de la prime annuelle mise en réserve est trop faible.

Au début, pendant trois ans, nous avons un bénéfice de mortalité; puis nous enregistrons des pertes, comme cela ressort du tableau ci-après et du graphique 5. La somme escomptée des pertes est légèrement supérieure à la somme escomptée des bénéfices, car le coût de l'assurance suivant la table de sélection dépasse un peu le montant des primes effectivement payées. On a:

$$A^{(\text{sél})}_{[30]:\overline{30|}} - P^{(\text{agr})}_{30:\overline{30|}} \cdot \mathrm{a}^{(\text{sél})}_{[30]:\overline{30|}} = \left[P^{(\text{sél})}_{[30]:\overline{30|}} - P^{(\text{agr})}_{30:\overline{30|}}\right] \mathrm{a}^{(\text{sél})}_{[30]:\overline{30|}}$$

$$= (236{,}9 - 235{,}2)\ 17{,}391 = 30.$$

Du reste, ces bénéfices et ces pertes, à part le bénéfice de première année, ne sont pas très importants, comme déjà les différences entre les réserves mathéma-

Bénéfice de mortalité sur une assurance mixte $30:\overline{30}|$ de fr. 10 000, au cours de l'année $(t+1)$ (valeur à la fin de l'année)

Rapport des décès présumés moins les décès effectifs au nombre des décès présumés

$t+1$	Décès présumés, $10\,000 \times q^{(agr)}_{30+t}$	Décès effectifs, $10\,000 \times q^{(sél)}_{[30]+t}$	Réserves mathématiques à constituer, $10\,000 \times \left[q^{(agr)}_{30+t} - q^{(sél)}_{[30]+t}\right] \times {}_{t+1}V^{(agr)}$	Bénéfice de mortalité en valeur absolue (2)-(3)-(4)	Bénéfice de mortalité en % du coût présumé des décès	$\dfrac{q^{(agr)}_{30+t} - q^{(sél)}_{[30]+t}}{q^{(agr)}_{30+t}}$
1	2	3	4	5	6	7
	Fr.	Fr.	Fr.	Fr.	%	%
1	36,90	22,50	0,30	14,10	38,2	39,0
2	38,70	34,00	0,20	4,50	11,6	12,1
3	41,00	40,40	0,00	0,60	1,4	1,5
4	43,90	45,20	—0,10	—1,20	—2,7	—3,0
5	47,50	49,50	—0,20	—1,80	—3,7	—4,2
6	51,70	54,30	—0,40	—2,20	—4,4	—5,0
7	56,20	59,60	—0,50	—2,90	—5,1	—6,0
8	61,00	65,40	—0,80	—3,60	—5,9	—7,2
9	65,80	71,30	—1,20	—4,30	—6,6	—8,4
10	70,80	77,00	—1,40	—4,80	—6,7	—8,8
11	75,90	82,90	—1,80	—5,20	—6,8	—9,2
12	81,00	88,80	—2,30	—5,50	—6,9	—9,6
13	86,40	94,90	—2,70	—5,80	—6,7	—9,8
14	92,30	101,30	—3,10	—5,90	—6,4	—9,8
15	98,80	107,80	—3,40	—5,60	—5,7	—9,1
16	106,10	114,60	—3,50	—5,00	—4,7	—8,0
17	114,30	122,00	—3,40	—4,30	—3,8	—6,7
18	123,40	130,50	—3,40	—3,70	—3,0	—5,8
19	133,30	140,30	—3,60	—3,40	—2,6	—5,3
20	143,90	151,00	—3,90	—3,20	—2,3	—4,9
21	155,20	162,50	—4,30	—3,00	—2,0	—4,7
22	167,30	174,60	—4,50	—2,80	—1,7	—4,4
23	180,40	187,40	—4,60	—2,40	—1,3	—3,9
24	194,50	201,00	—4,60	—1,90	—1,0	—3,3
25	209,90	215,70	—4,30	—1,50	—0,7	—2,8
26	226,70	231,90	—4,10	—1,10	—0,5	—2,3
27	245,10	249,80	—3,90	—0,80	—0,3	—1,9
28	265,10	269,90	—4,30	—0,50	—0,2	—1,8
29	286,80	292,80	—5,70	—0,30	—0,1	—2,1
30	310,40	317,70	—7,30	0	0	—2,4

tiques d'une part, et les différences entre les primes d'autre part, n'étaient pas bien grandes non plus.

On peut même s'étonner de ne pas trouver des résultats plus divergents entre les tables agrégée et de sélection. Cela tient, premièrement, à ce que pour l'âge d'entrée de 30 ans, la table de sélection d'Abel n'est pas très différente de la table agrégée. Le nombre des polices de première année observées par Abel pour déterminer $q_{[30]}^{(\text{sél})}$ était de 100 182. Le nombre total des polices sous le risque observées pour avoir $q_{30}^{(\text{agr})}$ était de 524 527, dont 266 690, soit plus de la moitié, se trouvaient dans la première, dans la seconde ou dans la troisième année d'assurance; 9030 polices seulement avaient dix ans de durée et plus. Pour des âges d'entrée un peu plus élevés, les différences entre la table agrégée et la table de sélection sont sensiblement plus accentuées. Pour $x = 40$, Abel a observé 34 762 polices de première année, et le nombre total des polices sous le risque était de 646 485, dont 107 537 seulement, soit un sixième environ, étaient dans la première, la seconde ou la troisième année d'assurance, et que 226 042 polices, un bon tiers, avaient dix ans d'assurance et plus. Pendant huit ans, la mortalité de sélection est inférieure à la mortalité agrégée.

Mais à ce propos, nous aimerions relever un autre fait qui n'a pas suffisamment retenu l'attention des actuaires. Dans les tables de sélection que nous possédons, l'importance de la sélection est atténuée par un vice de construction. M. G. Höckner le montre très simplement dans un travail fort intéressant publié dans les Comptes rendus du dixième Congrès international d'actuaires, à Rome, tome II, pages 201—210, sous le titre: «Einfach und doppelt abgestufte Sterbetafeln. Möglichkeit der Herabsetzung des Auslesezeitraumes.»

M. Höckner considère une société qui a commencé ses opérations en 1901. Elle établit une table de mortalité par âges à l'entrée sur la base de ses observations au cours des années 1901 à 1930. Si la durée de sélection est de dix ans, les observations de la société s'étendent:

de 1901 à 1930, pour fixer la mortalité de 1re année, $q_{[x]}$,
» 1902 à 1930, » » » » » 2e » $q_{[x-1]+1}$,
» 1903 à 1930, » » » » » 3e » $q_{[x-2]+2}$,
et ainsi de suite,
de 1911 à 1930, pour fixer la mortalité des assurés qui ont 10 ans d'assurance et plus, q_x.

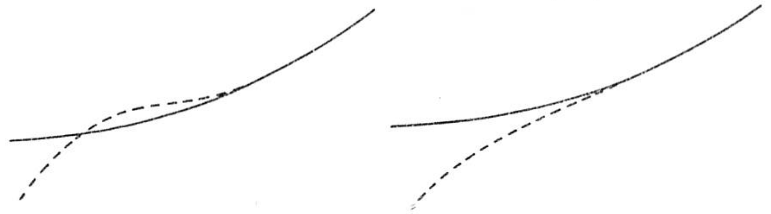
Il y a longtemps qu'on a renoncé à établir les tables de mortalité par la méthode directe, qui consiste à suivre une génération de nouveaux-nés jusqu'à son extinction. Nos tables donnent la mortalité pour tous les âges au même moment, ou plutôt pendant la même période. Or, dans l'exemple ci-dessus, les observations faites pour établir la mortalité durant les années de sélection sont en moyenne un peu plus anciennes que celles qui conduisent à la table finale. Si les observations n'avaient porté pour toute la table que sur la période 1911—1930, on aurait obtenu pour les premières années d'assurance une mortalité inférieure à celle que nous avons observée, à cause de l'amélioration progressive très sensible de la mortalité au cours des années. Cela signifie que l'influence de la sélection est plus importante que notre table ne le fait ressortir.

Du reste, la table qu'on obtiendrait sur la base des observations faites durant les années 1911—1930 ne serait pas non plus satisfaisante. La société a commencé ses opérations en 1901; son portefeuille s'accroît. En admettant que toutes les entrées ont eu lieu le 1er janvier d'une année, qu'il n'y a pas eu d'extinctions prématurées et que la production est restée invariable de 1911 à 1930, le nombre des observations pour la table finale est beaucoup plus grand en 1930 qu'en 1911; en 1911, seules les assurances entrées en 1901 ont dépassé la période de sélection, tandis qu'en 1930 c'est le cas pour toutes les assurances en cours qui ont été souscrites de 1901 à 1920. En revanche, pour établir la mortalité de première année, les observations ont porté sur le même nombre d'assurances en 1930 qu'en 1911, soit sur celles qui furent souscrites au début de l'année. Comme plus haut, les observations qui donnent la mortalité durant les années de sélection sont en moyenne plus anciennes que celles qui conduisent à la table finale, et puisque la mortalité s'améliore au cours des années, la table ne fait pas suffisamment ressortir l'influence de la sélection. On obtiendrait une table de sélection irréprochable en observant un portefeuille qui se trouve dans le régime stationnaire, pour tous les âges d'entrée considérés. Cela n'est pas possible; il faut s'en souvenir lorsqu'on étudie la sélection ou son influence, et se demander jusqu'à quel point les résultats obtenus avec des tables imparfaites sont satisfaisants.

Pour les tables de mortalité de sélection que nous possédons, entre autres pour la table d'Abel, le défaut est à peine moins apparent. Abel a tenu compte des assurés entrés avant 1876, de sorte qu'on a dès le début des observations, en 1876, des assurés qui ont dix ans d'assurance et plus. Mais l'objection n'en demeure pas moins, car l'ancien portefeuille observé, d'avant 1876, et le rythme des nouvelles entrées depuis 1876, font que les observations pour la table finale sont en moyenne plus récentes que celles qui donnent la mortalité de sélection.

Dans les comptes rendus du dixième Congrès international d'Actuaires, à Rome, M. J. Altenburger étudie également la question des tables de sélection [1]). Il se base sur les observations qui ont été faites sur les assurés des sociétés allemandes, de 1876 à 1905, les mêmes qui ont servi à la construction des tables d'Abel, mais limitées aux entrées des années 1876 à 1885. M. Altenburger laisse donc de côté les assurances d'avant 1876 et celles qui ont été conclues après 1885. Nous sommes placés dans un cas analogue à l'exemple cité par M. Höckner. M. Altenburger montre que la mortalité à un âge déterminé, par exemple à 35 ans, est plus forte pour les personnes qui sont dans leur sixième ou dans leur septième année d'assurance que pour celles qui ont dix ans d'assurance et plus. Cela revient à dire que la courbe de mortalité a la forme (*a*) ci-dessous:

(a) (b)



Cette allure singulière, provient-elle de ce que les observations portant sur les assurances ayant dix ans de durée et plus sont en moyenne plus récentes que celles ayant servi à déterminer la mortalité de sélection? C'est très probable. Si nous pouvions reprendre les observations complètes qui ont conduit à la table d'Abel, avec les entrées d'avant 1876, nous verrions que cette forme singulière de la courbe de mortalité disparaît presque complètement; on a la forme (*b*), du moins si l'on prend les taux de mortalité non ajustés et qu'on fait abstraction de quelques irrégularités. La table ajustée présente

[1]) J. Altenburger: Selekt- und Aggregattafeln, Comptes rendus, tome II, pages 302—305.

aussi, à certains âges, l'allure singulière (a), mais cela est dû à l'ajustement [1]).

* * *

Jusqu'ici nous avons examiné des questions concernant les assurances en cas de décès. L'influence d'une variation de la mortalité est beaucoup plus importante dans les assurances de rentes. Une diminution de la mortalité entraîne le payement des rentes pendant une période plus longue et peut avoir de graves conséquences pour les sociétés. Aussi, l'adaptation des bases techniques aux conditions réelles de la vie est-elle bien plus nécessaire dans les rentes que dans l'assurance de capitaux. Toutes les sociétés travaillant en Suisse ont introduit, ces années passées, de nouveaux tarifs de rentes. Nous n'étudierons pas l'influence que l'amélioration constante de la mortalité des rentiers a eue sur les tarifs et sur les réserves mathématiques. Cela a été fait à plus d'une reprise déjà, et encore récemment dans le Bulletin de l'Association des Actuaires suisses de 1934 par M. Nolfi, dans un travail très intéressant qui a pour titre: «Die Sterblichkeit in der Rentenversicherung.» En revanche, nous dirons quelques mots des difficultés qu'on a en Suisse de trouver des tables de mortalité satisfaisantes pour l'assurance de rentes.

Malheureusement, aucune table de rentiers basée sur des observations suisses n'a été publiée jusqu'ici. En général on a dû se fonder sur des tables étrangères, ce qui a des inconvénients.

La mortalité générale en Suisse n'est pas la même que dans d'autres pays; il faut admettre qu'il en est

---

[1]) Voir dans les Comptes rendus du dixième Congrès international d'actuaires, à Rome, la communication de M. E. Gisi, «Aggregat- und Selektionstafeln», tome II, pages 197 et 198.

également ainsi de la mortalité des rentiers; cela est du reste confirmé par les observations des sociétés. Pour les âges dépassant 50 à 60 ans, la mortalité suisse est plus élevée que la mortalité de Suède, d'Angleterre, d'Allemagne et d'ailleurs. Lorsqu'on choisit une table étrangère de rentiers, il semble donc qu'on est autorisé à adopter une table basée sur des observations qui remontent à quelques années en arrière. On remarque par exemple que la mortalité observée ces années passées en Suisse, chez les rentiers âgés de plus de 65 ans, ne s'écarte pas trop des prévisions qu'on pourrait faire à l'aide des tables anglaises $0^{[am]}$ et $0^{[af]}$ [1]. Actuellement, la mortalité chez les rentiers et rentières suisses est probablement un peu plus faible que celle qui est donnée par ces tables.

Une seconde difficulté qui se présente, surtout pour les rentes différées, c'est que si la mortalité suisse est relativement élevée pour les âges avancés, elle est au contraire plutôt faible pour les âges compris entre 20 et 40 ou 50 ans. Si donc on choisit une table étrangère, il est très probable que pour ces âges-là les taux de mortalité seront trop élevés, surtout si, eu égard aux âges avancés, on choisit une table déjà ancienne. Cela ressort avec évidence du graphique 9 sur lequel nous avons reporté la table de mortalité des rentières britanniques $0^{[af]}$, ainsi que la table de mortalité de la population féminine suisse *SF* 1929—32.

Admettons qu'on puisse utiliser à la rigueur la table $0^{[af]}$ pour les rentières suisses, à partir de 65 ans, peut-être en ayant soin de choisir des chargements un peu élevés et un taux technique un peu bas. De 30 à 50 ans, les taux de mortalité de la table finale 0^{af} sont

---

[1]) British offices life annuity tables 1893.

doubles des taux donnés par *SF* 1929—32. C'est à peine si la mortalité de première année de $0^{[af]}$ est légèrement inférieure à celle de *SF* 1929—32. Nous ne pouvons pas faire l'hypothèse que la mortalité des rentières suisses sera probablement supérieure à celle de la population féminine totale; on doit même admettre le contraire. Il n'est donc pas possible d'adopter également la table $0^{[af]}$ pour les jeunes âges et l'âge mûr. Mais rien n'empêcherait de construire une table de mortalité composée d'une portion de la table *SF* 1929—32, par exemple jusqu'à 55 ans, d'une portion de la table anglaise $0^{[af]}$, par exemple depuis 65 ans, et de raccorder d'une manière ou d'une autre ces deux tronçons entre eux. On obtiendrait ainsi une table qui se rapprocherait davantage des observations qu'on a faites jusqu'ici en Suisse que la table anglaise $0^{[af]}$.

Du reste, pour tenir compte du fait que la mortalité de personnes qui concluent des assurances de rente est plus faible que la mortalité générale, on devrait choisir comme premier tronçon, jusqu'à 55 ans, non pas les taux de mortalité donnés par *SF* 1929—32, mais plutôt ces taux réduits dans une mesure convenable. De plus, on pourrait considérer ces taux réduits comme définissant une table finale qu'on compléterait de manière à obtenir une table par âges à l'entrée. Si l'on voulait avoir une durée de sélection de cinq ans, comme pour $0^{[af]}$, on pourrait déterminer la mortalité de 1^re^, de 2^e^, de 3^e^, de 4^e^ et de 5^e^ année, en multipliant les taux de mortalité de la table finale respectivement par les facteurs 0,65; 0,80; 0,90; 0,96 et 0,99; ou bien par 0,50; 0,70; 0,84; 0,93 et 0,98; ou bien encore par 0,40; 0,64; 0,81; 0,92 et 0,98. Ces trois séries de facteurs ont la particularité que les différences troisièmes sont toutes égales à l'unité; la dernière correspond à peu près à ce qui découle de la table $O^{[af]}$ pour les âges inférieures à 60 ans.

Lorsqu'on a choisi le mieux possible une table de mortalité pour l'un des sexes, on pourrait croire que pour l'autre la table correspondante constituera, avec le même taux technique d'intérêt et les mêmes chargements, les bases techniques les mieux appropriées. C'est sans doute vrai pour une compagnie qui dispose de tables construites d'après ses propres expériences. C'est moins certain lorsque les tables sont basées sur d'autres observations, surtout s'il s'agit d'observations faites à l'étranger.

La mortalité des rentiers et des rentières dépend beaucoup du milieu dans lequel ils se recrutent; celui-ci peut varier d'une société à l'autre et d'un pays à l'autre; les habitudes jouent un plus grand rôle que dans les assurances de capitaux. Chez nous, les femmes contractent plus volontiers des assurances de rentes que les hommes. Durant les périodes où le taux d'intérêt des placements est bas, on souscrit quelquefois des rentes en guise de placements, sans accorder la même importance à la santé qu'en temps ordinaire; cette tendance est peut-être plus accentuée chez les femmes que chez les hommes. On a donc de bonnes raisons de penser que la mortalité des rentières, par rapport à celle des rentiers, diffère peut-être dans d'assez fortes proportions lorsqu'on passe d'une société à l'autre, d'un pays à l'autre, ou d'une époque à une autre. Du reste on obtiendrait sans doute encore des résultats différents si l'on comparait la mortalité féminine générale à la mortalité masculine générale.

Le tableau suivant donne le rapport de la mortalité féminine à la mortalité masculine, exprimé en pour-

Rapport de la mortalité féminine à la mortalité masculine,

$$100 \cdot \frac{q_y}{q_x}$$

a) Tables de rentiers

$x = y$	Rentiers britanniques		Rentiers français		Deutsche Rentner-sterbetafeln 1893 [3]	Tafeln der Allgemeinen Rentenanstalt zu Stuttgart 1855—1897 [3]	Tafeln der Preussischen Renten-versicherungs-anstalt 1839—1896 [3]	Rentiers norvégiens RM et RK 1935 [5]
	1863—1893 O^{am} et O^{af} [1]	1900—1920 $a(m)$ et $a(f)$ [2]	1819—1899 1900—D [3]	1863—1913 Tables de M. Marais [4]				
	%	%	%	%	%	%	%	%
30. . . .	98	—	83	—	56	64	63	64
35. . . .	102	—	60	94	108	76	60	64
40. . . .	105	89	75	94	95	74	54	65
45. . . .	105	90	92	88	71	58	50	67
50. . . .	99	87	73	78	60	53	48	68
55. . . .	88	71	61	68	65	57	47	69
60. . . .	76	62	67	63	65	67	49	70
65. . . .	71	60	71	66	73	72	53	71
70. . . .	74	62	77	73	71	71	59	72
75. . . .	79	66	80	78	74	75	68	73
80. . . .	84	70	90	83	80	83	78	73

[1]) British offices life annuity tables 1893, Londres 1903.
[2]) The Mortality of annuitants 1900—1920, Londres 1924.
[3]) Veröffentlichungen des Deutschen Vereins für Versicherungs-Wissenschaft, Heft XI, Oktober 1906, pages 28—31.
[4]) Bulletin de l'Institut des Actuaires Français, tome 37, année 1931, pages 244—247.
[5]) Nytt beregningsgrunnlag for livrenter, Oslo 1935.

b) Tables de la population

$x = y$	Population suisse [1]				Population anglaise		Population allemande	
	1881—88	1901—10	1920/21	1929—32	1881—90 [2]	1920—22 [4]	1881—90 [3]	1924—26 [4]
	%	%	%	%	%	%	%	%
30. . . .	100	107	100	85	95	90	103	102
35. . . .	95	96	91	80	91	82	94	106
40. . . .	86	84	83	73	84	77	84	99
45. . . .	76	69	77	69	79	76	71	89
50. . . .	75	69	74	66	79	78	71	86
55. . . .	81	71	73	67	80	75	76	82
60. . . .	87	76	75	71	81	74	83	82
65. . . .	92	86	79	75	83	75	90	85
70. . . .	99	91	85	83	86	77	94	89
75. . . .	98	95	91	86	89	81	96	91
80. . . .	98	93	99	91	89	84	95	94

[1]) Contributions à la statistique suisse, 4e fascicule, pages 56—59, Berne 1935.
[2]) Supplement to the 55th Annual Report of the Registrar General, tome I, pages XIV et XV.
[3]) Statistik des Deutsches Reiches, Band 200, pages 24*—27*.
[4]) Contributions à la statistique suisse, 4e fascicule, page 26.

cent, pour seize paires de tables correspondantes du sexe féminin et du sexe masculin, huit paires de tables de rentiers et huit paires de tables de la population. Quelques tables de rentiers sont établies par âges à l'entrée; d'autres sont des tables agrégées. Pour les tables anglaises de 1893 et les tables de M. Marais, le rapport de la mortalité féminine à la mortalité masculine est plus faible si l'on se base sur la mortalité de première année que si l'on considère la mortalité finale. Dans le tableau, nous avons indiqué les rapports obtenus à l'aide des tables finales.

Le rapport de la mortalité des rentières à celle des rentiers varie énormément d'une paire de tables à l'autre, et en général aussi d'un âge à l'autre, du moins jusqu'à 60 ans. De 40 à 55 ans, il est le double ou presque pour les tables anglaises 0^{am} et 0^{af} que pour les tables de rentiers prussiens, et les autres paires de tables donnent les valeurs intermédiaires les plus diverses, quoique plusieurs d'entre elles datent à peu près de la même époque. Tandis que pour les rentiers norvégiens, le rapport augmente insensiblement de 64 % à 73 % lorsque l'âge croît de 30 à 80 ans, on constate pour les rentiers allemands (Deutsche Rentnersterbetafeln) et pour les rentiers français 1900—*D* des variations extrêmement rapides, tantôt dans un sens, tantôt dans l'autre.

De la période d'observation 1863—1893, tables 0^{am} et 0^{af}, à la période 1900—1920, tables *a* (*m*) et *a* (*f*), la mortalité des rentières britanniques s'est améliorée dans une plus forte mesure que celle des rentiers; le rapport a diminué. La comparaison des tables françaises est plus délicate; en regard des anciennes tables agrégées 1900—*D*, on a les tables par âges à l'entrée de M. Marais. Mais on peut sans doute déduire du tableau que pendant l'âge mûr, les rentières n'ont pas conservé toute l'avance qu'elles avaient sur les rentiers au point de vue de la vitalité; en revanche, cette avance s'est encore un peu accentuée chez les personnes âgées.

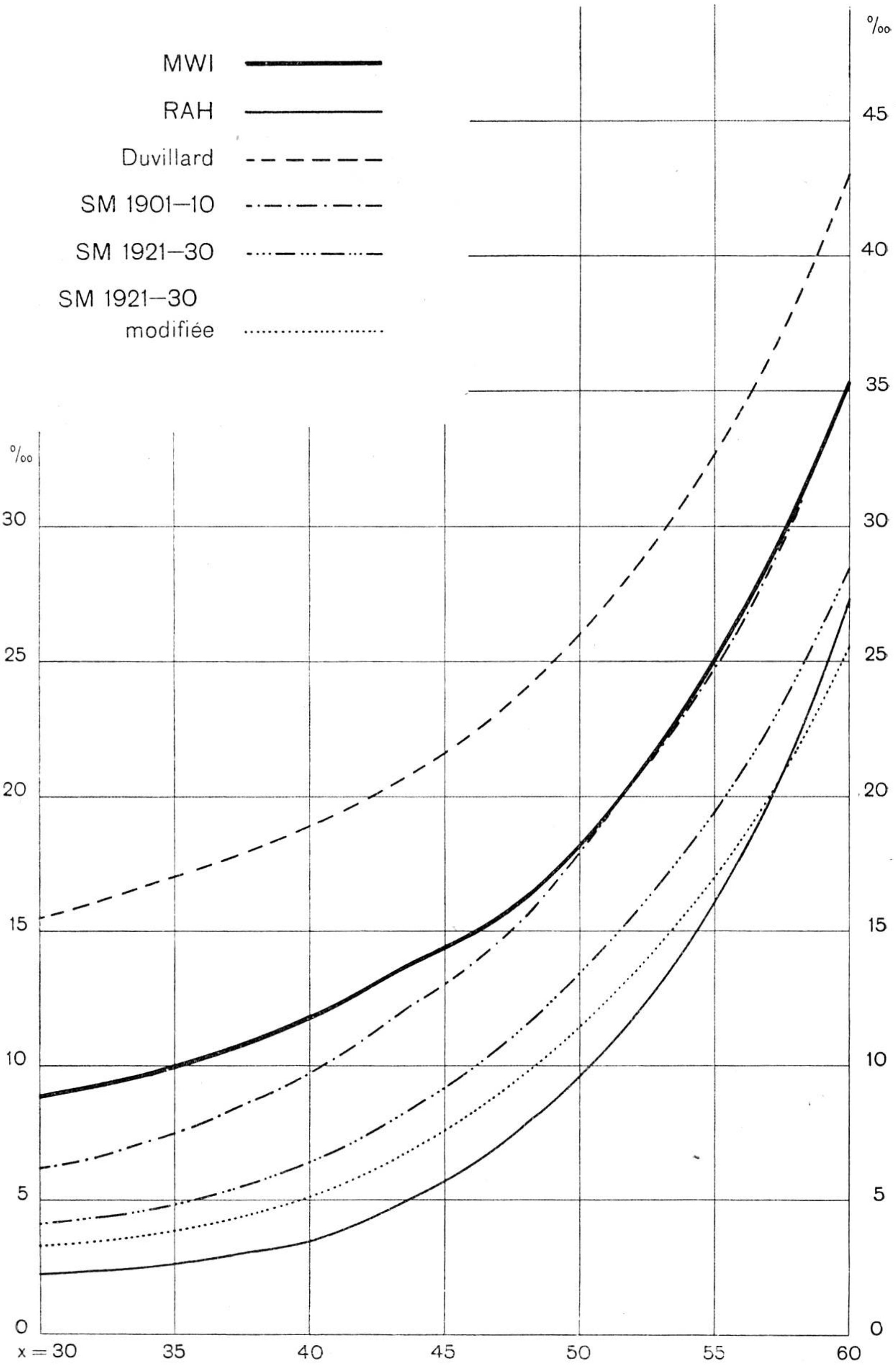
Les huit paires de tables de la population s'étendent sur une période d'observation de près de cinquante années et sur trois pays. Cependant, les différences entre les valeurs extrêmes du rapport, pour un âge déterminé, sont presque toujours inférieures à 20 %, et l'amplitude des variations en fonction de l'âge est bien moins grande que pour les rentiers.

Dans la population suisse, l'amélioration de la mortalité des femmes d'une période d'observation à la suivante a presque constamment été plus forte que celle des hommes, ce qui se traduit par une diminution des pour-cents donnés dans le tableau. Il y a quelques exceptions très nettement marquées; ainsi pour les âges compris entre 45 et 55 ans, le recul de la mortalité masculine a été plus accentué que celui de la mortalité féminine en passant de la période d'observation 1901—10 à la période 1920/21. Dans la population anglaise, on note un avantage en faveur des femmes, mais il est moins accentué que pour les rentières. En revanche, en Allemagne, dans l'âge mûr l'amélioration de la mortalité a été beaucoup plus sensible chez les hommes que chez les femmes; à partir de 60 ans, l'avantage est de nouveau en faveur des femmes.

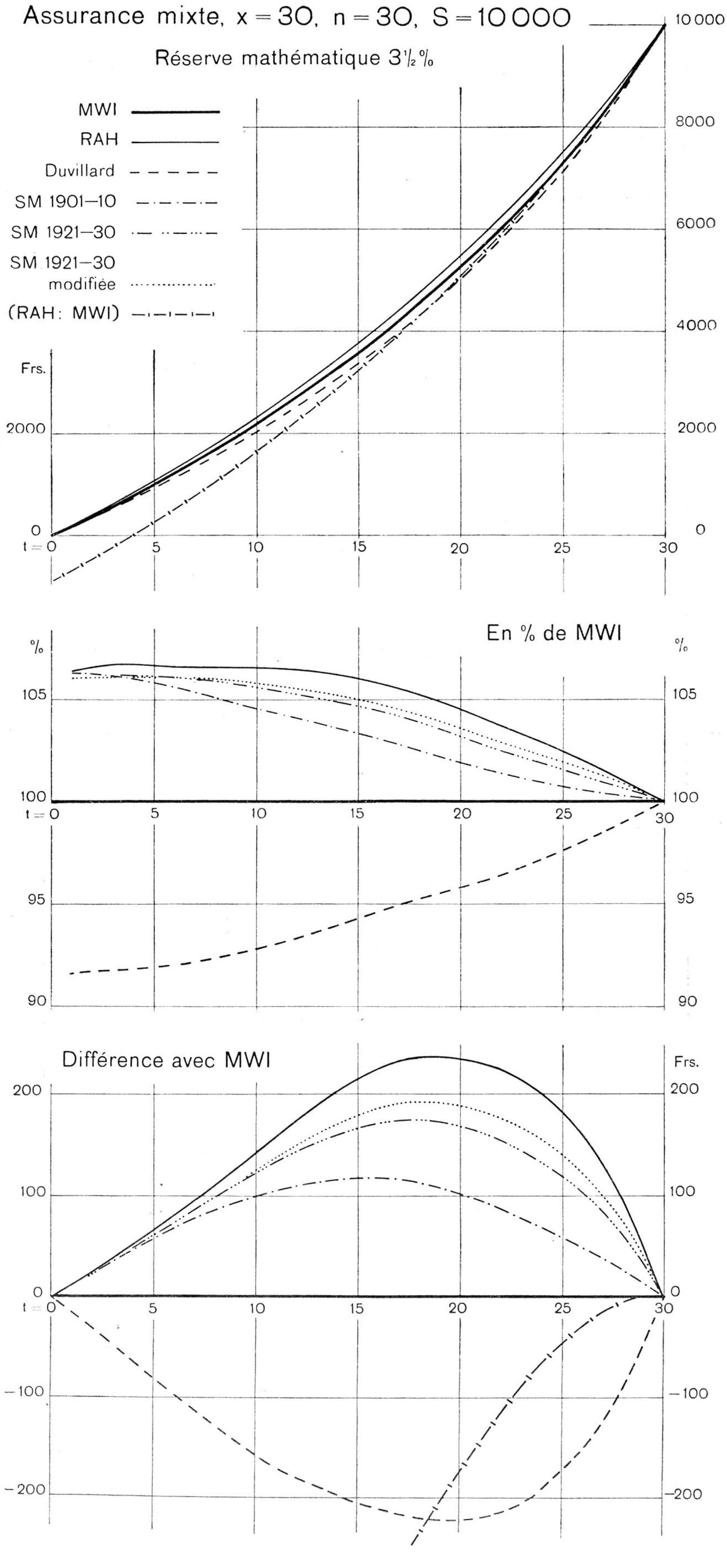
Ces considérations montrent qu'il est tout aussi nécessaire pour une compagnie de suivre le cours de la mortalité de ses rentiers et de ses rentières que des assurés en cas de décès. Si l'effectif des rentes assurées en Suisse n'est pas suffisant pour construire des tables de mortalité complètes, il serait en tout cas extrêmement intéressant et utile de connaître le résultat des observations des sociétés.

Graphique 1

Taux de mortalité



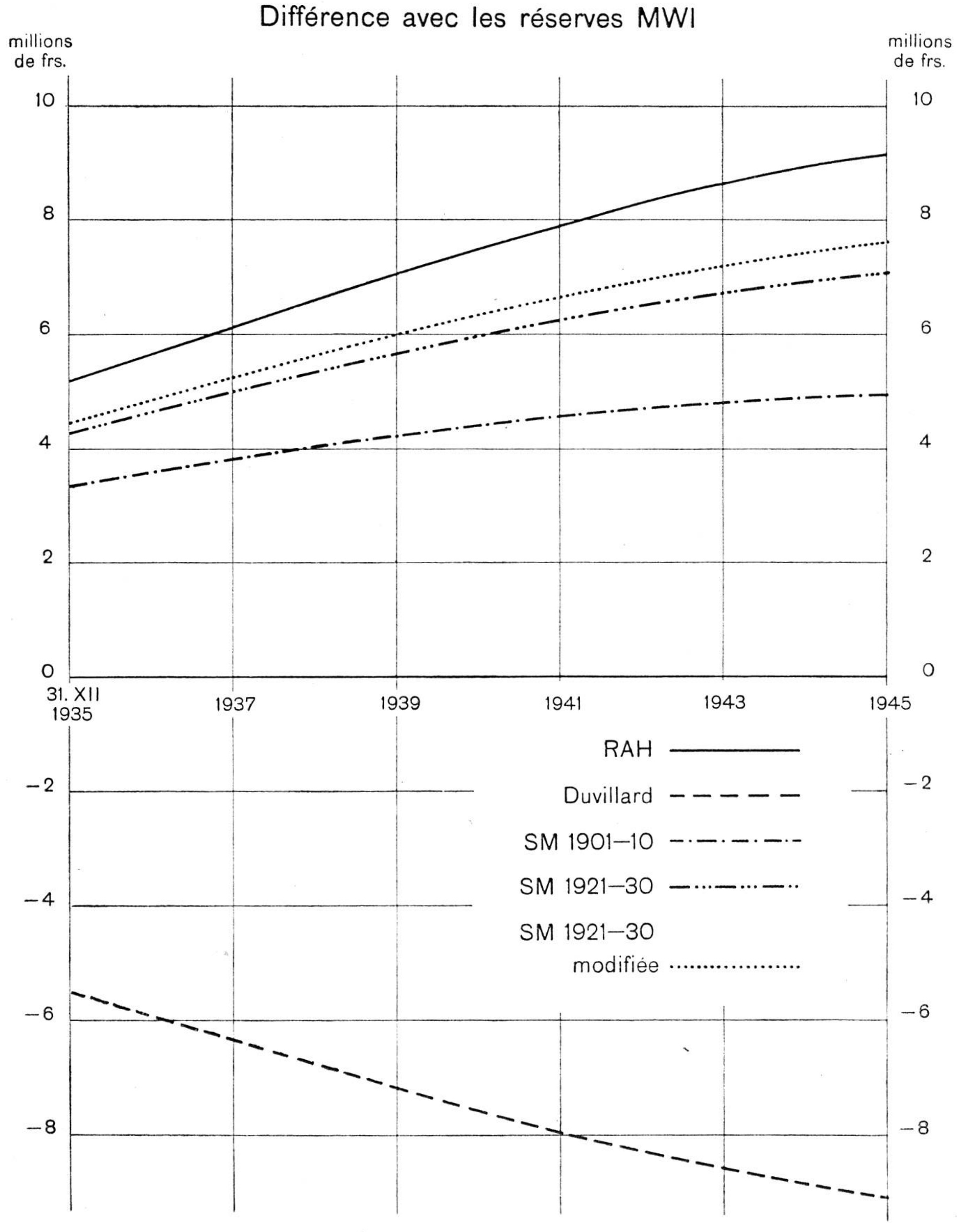
Graphique 2



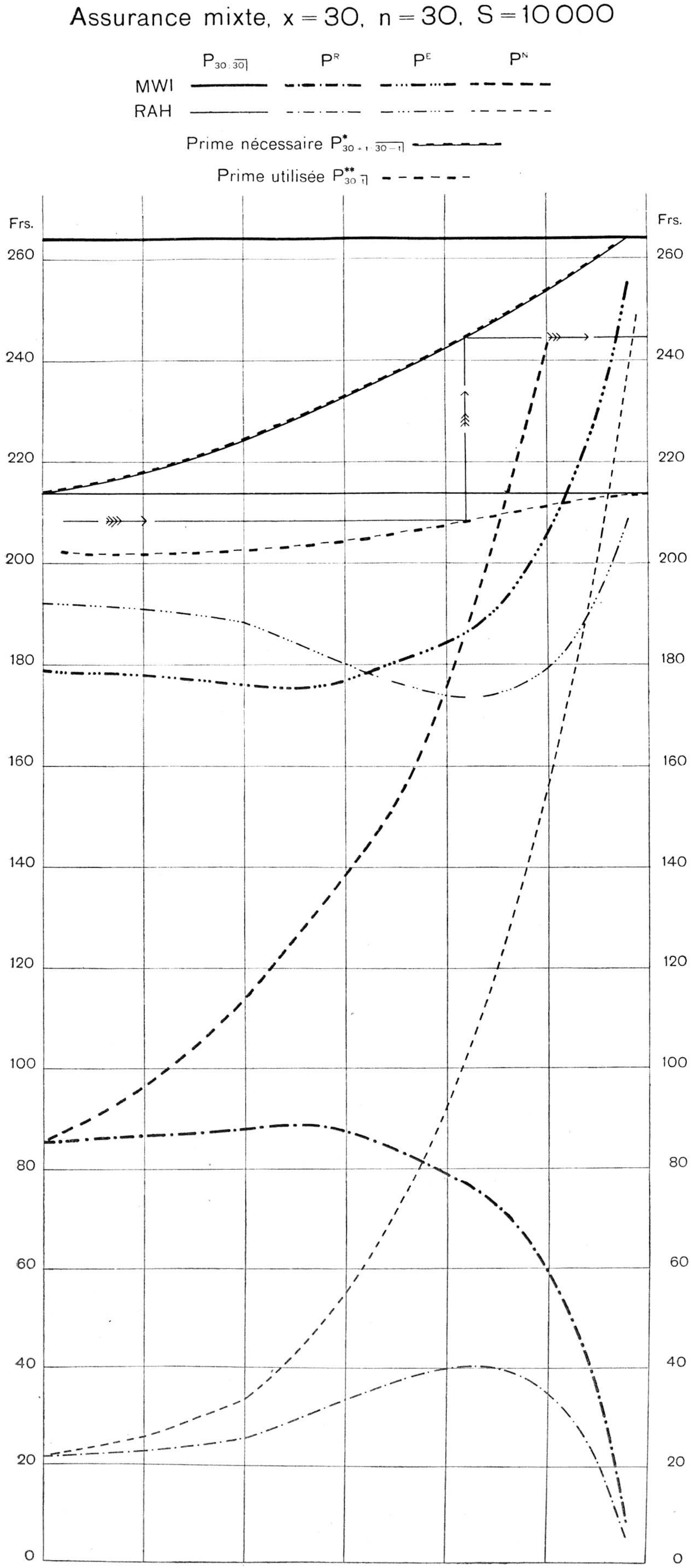
Assurance mixte, x = 30, n = 30, S = 10 000
Réserve mathématique 3½%
MWI
RAH
Duvillard
SM 1901–10
SM 1921–30
SM 1921–30 modifiée
(RAH: MWI)
Frs.
10 000
8000
6000
4000
2000
0
t = 0
5
10
15
20
25
30
En % de MWI
%
105
100
95
90
Différence avec MWI
Frs.
200
100
0
−100
−200

Graphique 3

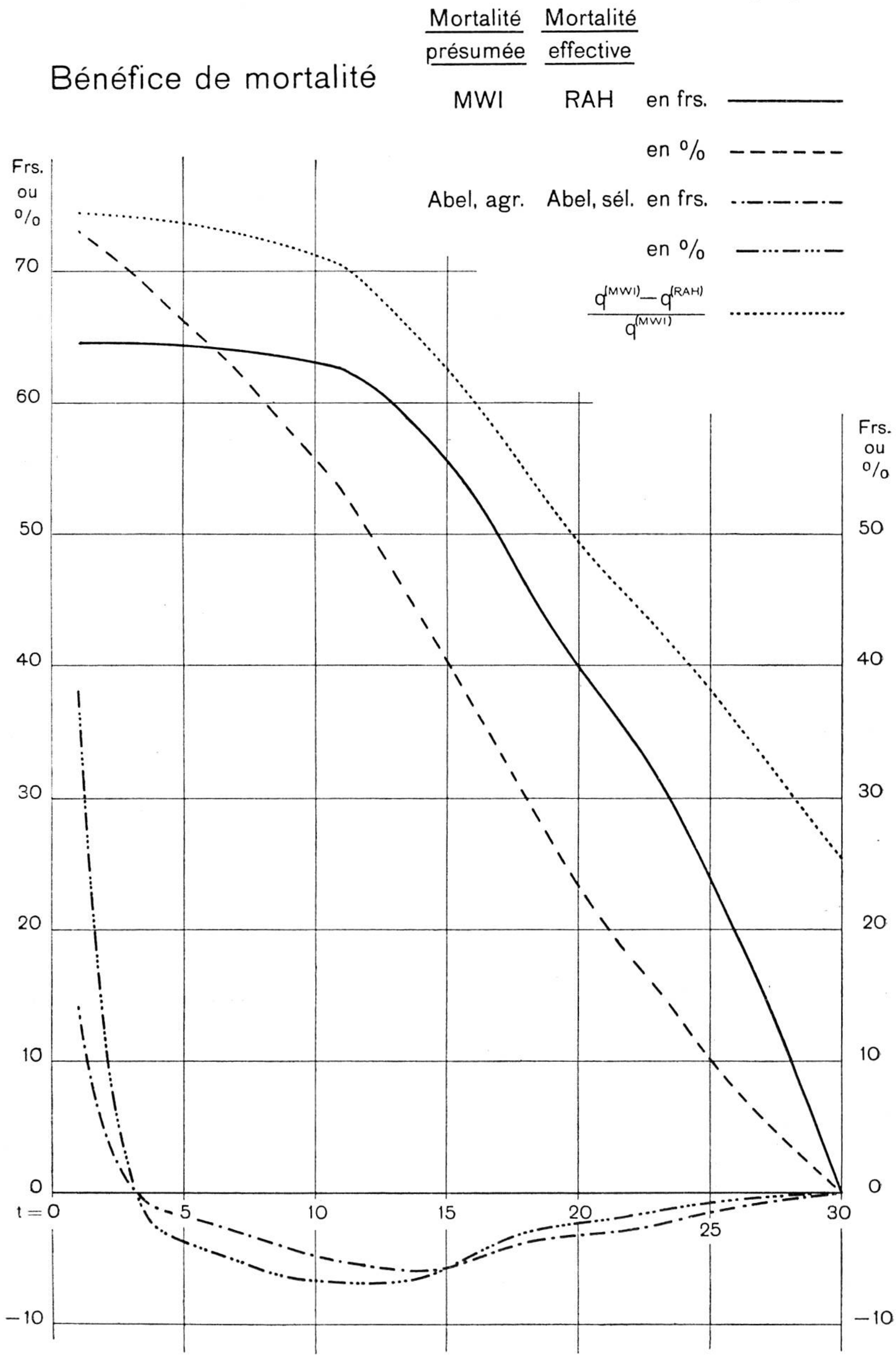
Réserves mathématiques $3\frac{1}{2}$ %
d'un portefeuille d'assurances mixtes $30 : \overline{30}|$



Graphique 4

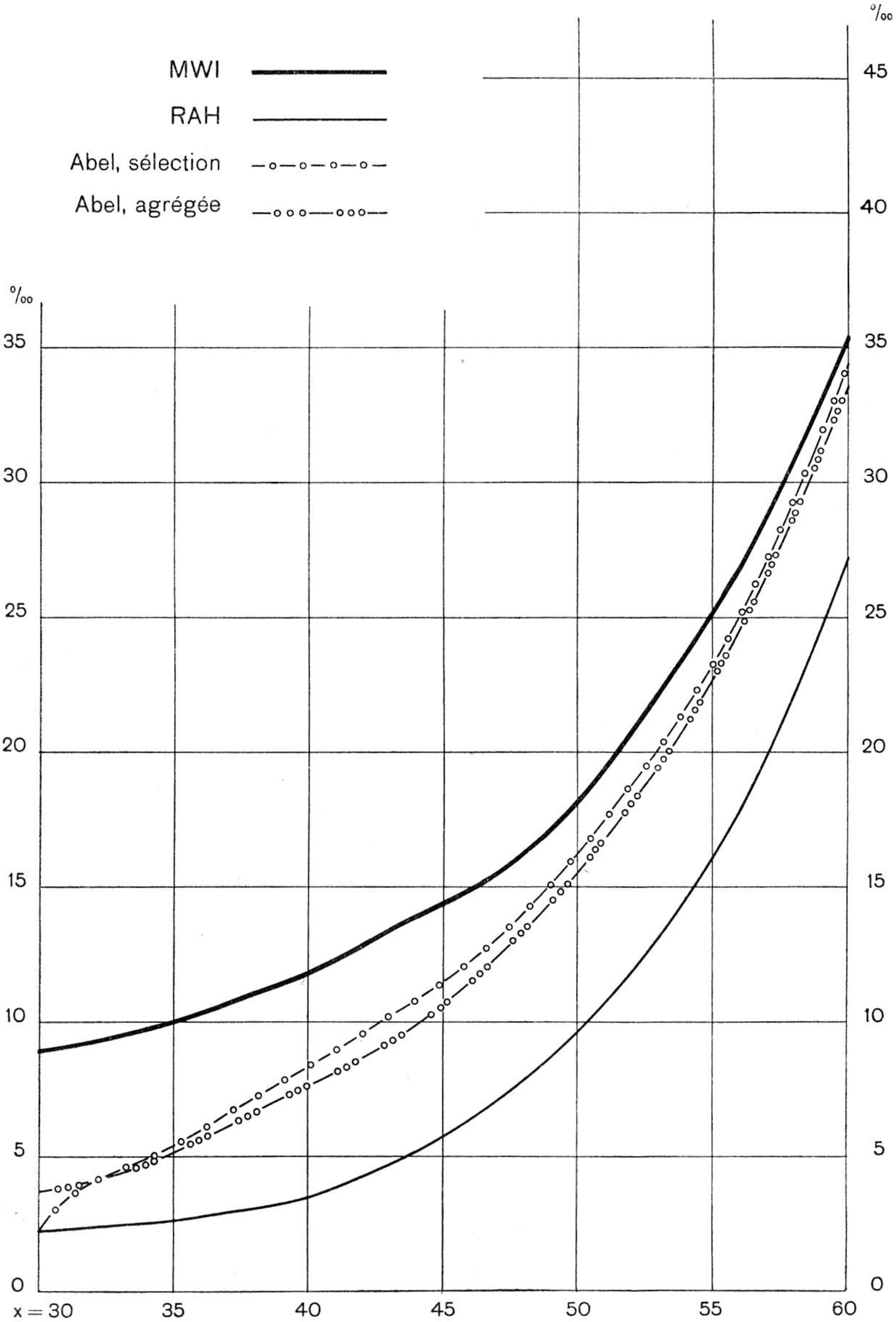

Assurance mixte, x = 30, n = 30, S = 10 000
$P_{30:\overline{30}|}$
P^R
P^E
P^N
MWI
RAH
Prime nécessaire $P^*_{30+t:\overline{30-t}|}$
Prime utilisée $P^{**}_{30:\overline{t}|}$
Frs.
260
240
220
200
180
160
140
120
100
80
60
40
20
0
t = 0
5
10
15
20
25
30

Graphique 5


Bénéfice de mortalité
Mortalité présumée
Mortalité effective
MWI
RAH
en frs.
en %
Abel, agr.
Abel, sél.
en frs.
en %
$\frac{q^{(MWI)} - q^{(RAH)}}{q^{(MWI)}}$
Frs. ou %
70
60
50
40
30
20
10
0
−10
t = 0
5
10
15
20
25
30

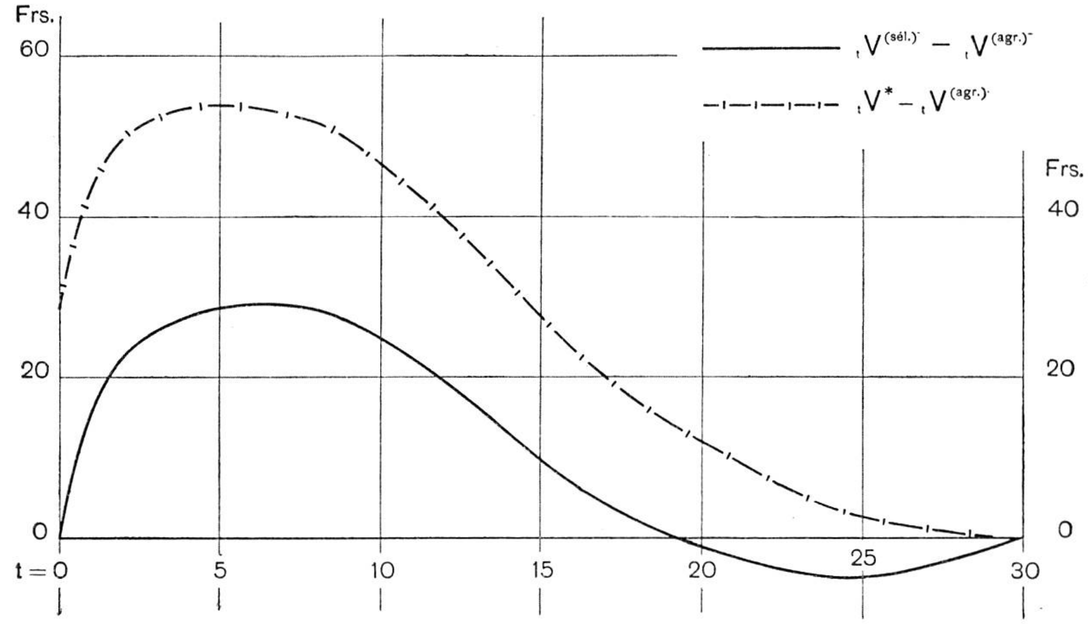
Graphique 6

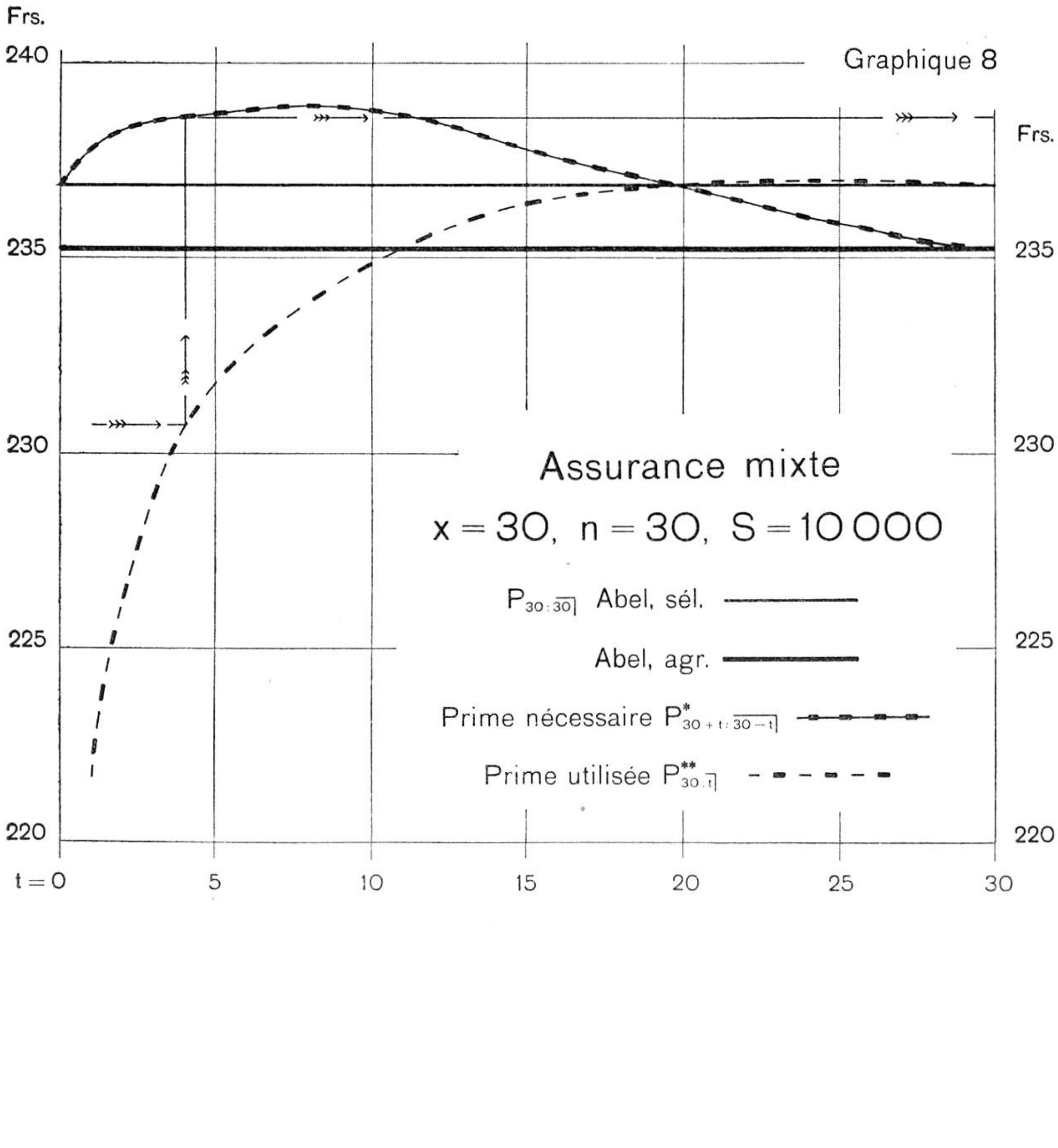
Taux de mortalité



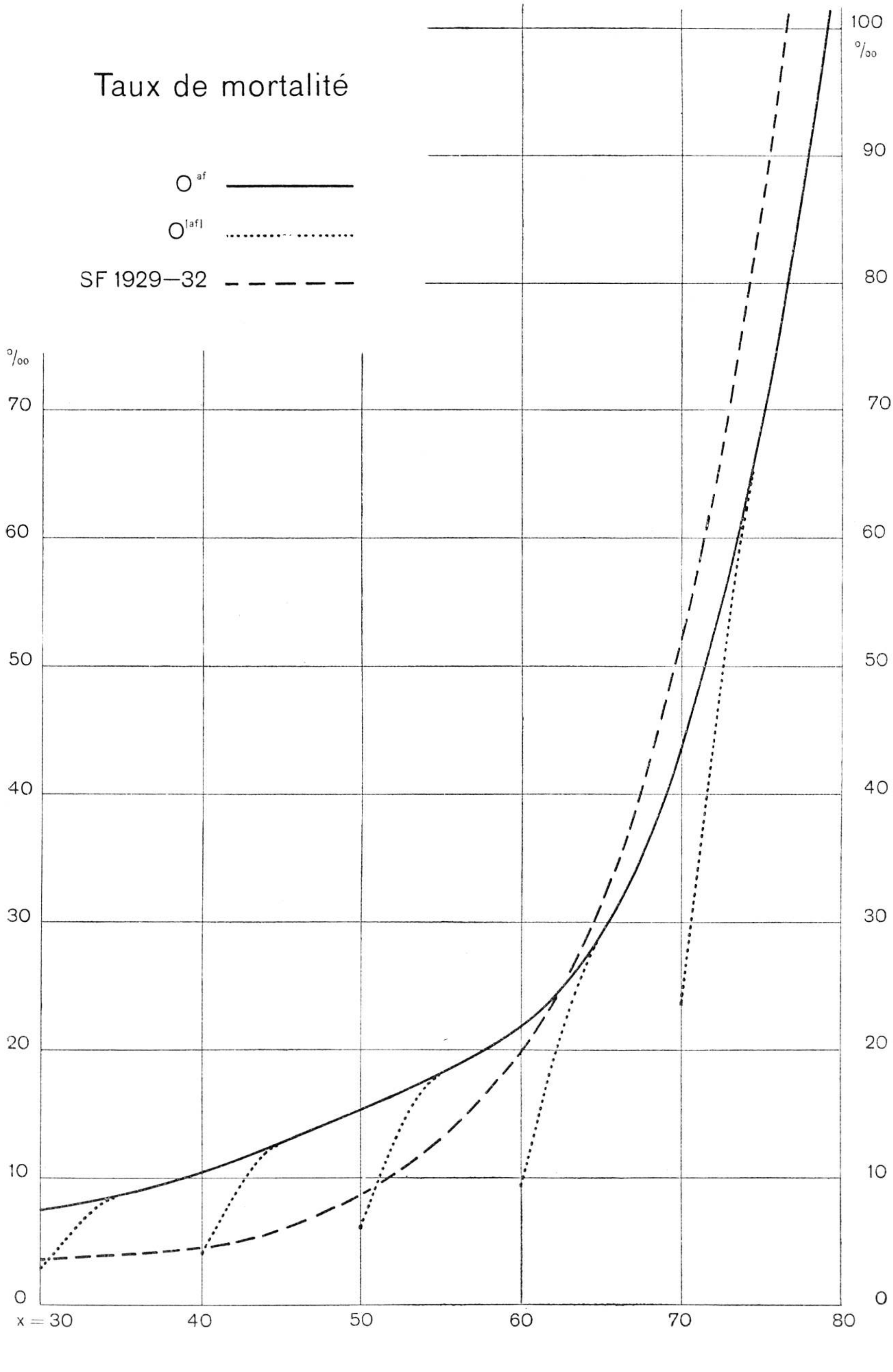
Graphique 7

Assurance mixte, $x = 30$, $n = 30$, $S = 10\,000$





Graphique 9



Taux de mortalité
O af
O [af]
SF 1929–32
‰
100
90
80
70
60
50
40
30
20
10
0
x = 30
40
50
60
70
80