**Zeitschrift:** Mitteilungen / Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker

= Bulletin / Association des Actuaires Suisses = Bulletin / Association of

**Swiss Actuaries** 

**Herausgeber:** Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker

**Band:** 28 (1933)

**Artikel:** Methodischer Beitrag zur Deckungskapitalberechnung in der

Sozialversicherung

Autor: Zwinggi, E.

**DOI:** https://doi.org/10.5169/seals-967439

#### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

#### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

#### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

**Download PDF: 25.11.2025** 

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

# Methodischer Beitrag zur Deckungskapitalberechnung in der Sozialversicherung.

Von Dr. E. Zwinggi, Basel.

## a) Allgemeines.

In der Versicherung eines ganzen Personenbestandes auf sozialer Grundlage wird die Gesamtreserve zumeist als Summe über die Rücklagen für jede einzelne vorhan-Altersklasse berechnet; diese Berechnungsart setzt also die Bestimmung des individuellen Deckungskapitals auf Grund eines ausreichenden Durchschnittsbeitrages als primäre Grösse voraus. Dieses Vorgehen ist für die Praxis vollständig ausreichend, es lässt aber die Gesetzmässigkeiten der Gesamtreserve nicht klar hervortreten. Im Falle der Invalidenversicherung z. B. kommt der Messung des Einflusses eines Wechsels der Rechnungsgrundlagen auf die Reserven grosse Bedeutung zu; wohl kann diese Variation für das individuelle Deckungskapital zahlenmässig oder doch wenigstens der Richtung nach gemessen werden, die vorzunehmende Summation aller Variationen über die verschiedenen Alter trübt aber die gewonnenen Erkenntnisse wieder, da als Gewicht die zahlenmässige Besetzung der vorhandenen Altersklassen mitzuberücksichtigen ist. Anders ausgedrückt: neben dem funktionellen Verlauf der Sterbens- und Invalidierungswahrscheinlichkeiten ist auch die Art der Ergänzung des Versichertenbestandes durch Neueintritte für die Entwicklung der Gesamtreserve massgebend.

Im Hinblick auf eine einfache formelmässige Darstellung der im folgenden abzuleitenden Eigenschaften des Deckungskapitals in der sozialen Invalidenversicherung lassen wir an Stelle der Gesamtreserve die durchschnittliche Reserve treten; ob die ganze technische Rücklage oder bloss ein arithmetisches Mittel in seinem zeitlichen Verlaufe beobachtet wird, spielt für uns keine Rolle. Als Durchschnittsdeckungskapital definieren wir einfach den Quotient aus der Gesamtreserve und der Anzahl Personen. Wir stellen uns dann die Aufgabe, die Durchschnittsreserve so darzustellen, dass der Einfluss der Grundgrössen verhältnismässig leicht gemessen werden kann. Anschliessend daran möchten wir noch andeuten, wie das Durchschnittsdeckungskapital in der zu gebenden Form leicht als Ausgangspunkt zu einem systematischen Aufbau der sozialen Invalidenversicherung verwendet werden kann.

## b) Eine Differentialgleichung für das Durchschnittsdeckungskapital.

Die Altersverteilung des versicherten Bestandes sei dargestellt durch die Funktion  $L_x^{(t)}$ ; diese Grösse gebe uns die Zahl der x-jährigen Aktiven t Jahre nach Beginn der Versicherung an. Jeder Aktive sei auf die lebenslängliche Invalidenrente «1» versichert, die Beitragspflicht erlischt erst beim Eintritt der Invalidität. Ferner nehmen wir an, jedes Mitglied trete einheitlich im Alter z ein. Allgemein stelle uns  $B^a(t)$  den Umfang des Aktivenbestandes zur Zeit t dar; auch gebe  $B^a(t)$   $\varphi^a(t)dt$  die Zahl der Neueintritte im Zeitmoment t bis t+dt. Wenn noch  $p_z^a(t-\tau)$  die Wahrscheinlichkeit  $t-\tau$  Jahre nach Eintritt noch aktiv zu sein bedeutet, so ist  $B^a(t)$  gegeben durch:

$$B^{a}\left(t\right) = \int\limits_{z}^{\infty} L_{x}^{\left(t\right)} dx$$

oder

(1) 
$$B^{a}(t) = \int_{0}^{t} B^{a}(\tau) \varphi^{a}(\tau) p_{z}^{a}(t-\tau) d\tau.$$

Um die Vorgänge in unserem Versicherungsbestande in die Zukunft verfolgen zu können, müssen wir die Kenntnis der Funktion  $B^a(t)$  voraussetzen. Eine «plausible Vermehrungsformel» hat die künftige zahlenmässige Entwicklung des versicherten Personenbestandes festzulegen. Handelt es sich beispielsweise um die Erfassung der Vorgänge in einer grossen Pensionskasse mit obligatorischem Beitritt, so wird oft  $B^a(t) = \text{konstant an-}$ genommen. Anderseits treffen wir bei der Versicherung eines Volksganzen die Annahme, dass der Aktivenbestand stetig gegen einen obern Grenzwert hintendiere. — Ist aber einmal Ba (t) durch Beobachtung der bisherigen Entwicklung unter Herbeiziehung von Hypothesen über die künftige Geschwindigkeit der Vermehrung festgelegt worden, so kann auch die Intensität der Veränderung von  $B^a(t)$  gebildet werden. Sie ist definiert durch

(2) 
$$\frac{d B^a(t)}{B^a(t) \cdot dt} = \eta^a(t).$$

Ein zunehmender Aktivenbestand hat auch eine positive Intensität der Veränderung zur Folge.

Die Durchschnittsreserve, bezogen auf ein aktives Mitglied t Jahre nach Beginn der Versicherung, sei mit V(t) bezeichnet. Analog bezeichne  ${}_tV_z$  das individuelle Deckungskapital eines im Alter z eingetretenen Aktiven t Jahre nach dem Eintritt. — Für die  $B^a(\tau) \varphi^a(\tau) d\tau$ 

im Zeitmoment  $\tau$  bis  $\tau + d\tau$  Eingetretenen beträgt die Reserve im Zeitpunkt t (also  $t - \tau$  Jahre später):

$$B^{a}\left(\tau\right)\varphi^{a}\left(\tau\right)\cdot p_{z}^{a}\left(t-\tau\right)\cdot_{t-\tau}V_{z}\cdot d\tau.$$

Die Gesamtreserve  $B^a(t) \cdot V(t)$  ist nach Voraussetzung die Summe der Einzelreserven über alle vorhandenen Altersklassen:

(3) 
$$B^{a}(t) \cdot V(t) = \int_{0}^{t} B^{a}(\tau) \varphi^{a}(\tau) \cdot p_{z}^{a}(t-\tau) \cdot {}_{t-\tau}V_{z} \cdot d\tau.$$

Wir bilden nun den Differentialquotienten des Ausdruckes (3):

$$(4) \qquad B^{a}(t) \frac{dV(t)}{dt} + V(t) \frac{dB^{a}(t)}{dt} =$$

$$= \int_{0}^{t} B^{a}(\tau) \varphi^{a}(\tau) \cdot {}_{t-\tau}V_{z} \cdot \frac{d}{dt} p_{z}^{a}(t-\tau) d\tau$$

$$+ \int_{0}^{t} B^{a}(\tau) \varphi^{a}(\tau) \cdot p_{z}^{a}(t-\tau) \frac{d}{dt} {}_{t-\tau}V_{z} \cdot d\tau.$$

Aus der Theorie der individuellen Invalidenversicherung ist nun aber bekannt, dass  ${}_tV_z$  der folgenden Differentialgleichung gehorcht <sup>1</sup>):

(5) 
$$\frac{d_{t}V_{z}}{dt} = \left(\delta + \mu_{z+t}^{a} + \gamma_{z+t}\right) \cdot {}_{t}V_{z} + P_{z+t} - \gamma_{z+t} \cdot a_{z+t}^{i}.$$

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>) A. Loewy; Zur Theorie und Anwendung der Intensitäten in der Versicherungsmathematik. — Heidelberg 1917.

Darin bedeutet  $\delta$  die Zinsintensität ( $\delta = \ln 1 + i$ ),  $\mu_{z+t}^a$  die Sterblichkeitsintensität eines Aktiven und  $\gamma_{z+t}$  die Invalidierungsintensität. — Nach dieser Gleichung (5) ersetzen wir nun in (4)  $d_{t-t}V_z$ : dt, wobei noch die individuelle Prämie  $P_{z+t}$  durch den Durchschnittsbeitrag  $P_A$  abgelöst wird. Wir finden dann:

$$(6) B^{a}(t) \frac{d V(t)}{d t} + V(t) \frac{d B^{a}(t)}{d t} =$$

$$= \delta \int_{0}^{t} B^{a}(\tau) \varphi^{a}(\tau) p_{z}^{a}(t - \tau) \cdot_{t-\tau} V_{z} \cdot d\tau$$

$$+ P_{A} \int_{0}^{t} B^{a}(\tau) \varphi^{a}(\tau) p_{z}^{a}(t - \tau) d\tau$$

$$- \int_{0}^{t} B^{a}(\tau) \varphi^{a}(\tau) p_{z}^{a}(t - \tau) \cdot \gamma_{z+t-\tau} \cdot a_{z+t-\tau}^{i} \cdot d\tau.$$

Vorerst wird durch  $B^a(t)$  dividiert; dann braucht man bloss zu beachten, dass

$$\frac{d p_z^a (t-\tau)}{dt} = -\left(\mu_{z+t-\tau}^a - \gamma_{z+t-\tau}\right) p_z^a (t-\tau),$$

ferner die früher abgeleiteten Beziehungen (1), (2) und (3) einzusetzen und endlich zu definieren, dass

(7) 
$$J^{a}(t) = \frac{1}{B^{a}(t)} \int_{0}^{t} B^{a}(\tau) \varphi^{a}(\tau) p_{z}^{a}(t-\tau) \cdot \gamma_{z+t-\tau} \cdot a_{z+t-\tau}^{i} d\tau,$$

um den Schritt von Beziehung (4) zu (6) zu verstehen und die nachfolgende Zusammenfassung zu überprüfen:

(8) 
$$\frac{dV(t)}{dt} = \left\{\delta - \eta^a(t)\right\}V(t) + P_A - J^a(t).$$

Damit ist aber für das Durchschnittsdeckungskapital eine ähnliche Differentialgleichung gefunden worden, wie wir eine unter (5) für die individuelle Reserve angegeben haben. Bevor wir aber auf die Deutung und die Anwendung dieser Beziehung näher eintreten, wollen wir noch eine weitere Möglichkeit der Ableitung angeben.

Dazu knüpfen wir am besten an Gleichung (7) an, indem wir den Integranden deuten wollen. Von den  $B^a(\tau) \varphi^a(\tau) d\tau$  in  $d\tau$  eingetretenen Aktiven erleben  $B^a(\tau) \varphi^a(\tau) p_z^a(t-\tau) d\tau$  den Zeitpunkt t als aktiv. Im folgenden Zeitmoment t bis t+dt werden davon  $B^a(\tau) \varphi^a(\tau) p^a(t-\tau) \cdot \gamma_{z+t-\tau} d\tau \cdot dt$  invalid; diesen Elementen ist der Barwert der Invalidenrente  $a_{z+t-\tau}^i$  mitzugeben. Zusammen wird in dt also die Summe

$$B^{a}\left(\tau\right)\varphi^{a}\left(\tau\right)p_{z}^{a}\left(t-\tau\right)\cdot\gamma_{z+t-\tau}\cdot a_{z+t-\tau}^{i}\,d\,\tau\cdot d\,t$$

für die Eintrittsgeneration  $\tau$  aufzubringen sein. Um alle Aufwendungen im Zeitpunkt t zu erfassen, integrieren wir noch über alle Eintrittstermine  $\tau$  von o bis t; dieses Integral gibt dann also die in dt durch Invaliditätsfälle fällig werdenden Rentenbarwerte an. Wir setzen dafür  $B^a(t) \cdot J^a(t) dt$  und finden:

(9) 
$$B^{a}(t) \cdot J^{a}(t) dt = \int_{0}^{t} B^{a}(\tau) \varphi^{a}(\tau) p_{z}^{a}(t-\tau) \cdot \gamma_{z+t-\tau} \cdot a_{z+t-\tau}^{i} d\tau \cdot dt.$$

Damit stossen wir, aber ausgehend von einer andern Begriffsbildung, wieder auf Beziehung (7).

Im Zeitpunkt t beträgt die Gesamtreserve  $B^{a}(t) \cdot V(t)$ ; nach Ablauf des Zeitmomentes dt hat sie sich verändert zu  $B^{a}(t + dt) \cdot V(t + dt) = \{B^{a}(t) + dB^{a}(t)\}$ 

 $\{V(t) + dV(t)\}$ . Unter Verwendung von (2) finden wir für das Produkt:

$$\{B^a(t) + B^a(t) \eta^a(t) dt\} \cdot \{V(t) + dV(t)\}$$

oder auch bei Weglassung der Grössen unendlichklein zweiter Ordnung:

$$(10) \quad B^a(t) \cdot V(t) + B^a(t) \eta^a(t) \cdot V(t) dt + B^a(t) \cdot dV(t).$$

Diese neue Gesamtreserve muss nun offenbar gleich sein der aufgezinsten Anfangsreserve

(11) 
$$B^{a}(t) \cdot V(t) \{1 + \delta \cdot dt\},$$

vermehrt um die Beitragseinnahmen

$$(12) P_A \cdot B^a(t) dt$$

und vermindert endlich um die aufgebrachten Rentenbarwerte in dt:

$$(13) Ba(t) \cdot Ja(t) dt.$$

Ordnet man noch (10) = (11) + (12) - (13), so folgt:

(14) 
$$\frac{d V(t)}{d t} = \left\{\delta - \eta^a(t)\right\} V(t) + P_A - J^a(t).$$

Diese Gleichung ist aber mit der frühern Differentialgleichung (8) vollständig identisch. Die erste Methode hat den Begriff des *individuellen* Deckungskapitals *primär* verwendet, während die zweite zum vornherein auf die Vorgänge im *Kollektiv* unter Ausschaltung individueller Begriffe aufbaut. Beide Methoden führen zum gleichen Ergebnis, haben aber ganz verschiedene Ausgangspunkte.

Deutung der Reservendifferentialgleichung setzen wir einen wachsenden Aktivenbestand voraus;  $\eta^a(t)$  ist also positiv. Dann setzt sich die Zunahme des Durchschnittsdeckungskapitals dV(t) zusammen aus dem erzielten Zins  $\delta \cdot V(t) dt$  der vorhandenen Reserve und den eingenommenen Beiträgen  $P_A$  dt, vermindert um die aufzubringenden Rentenbarwerte  $J^a(t) dt$ und vermindert endlich um das Glied  $\eta^a(t) \cdot V(t) dt$ . Diese Grösse stellt uns aber die durch Zuwachs absorbierte Durchschnittsreserve dar. Bei einem anwachsenden Aktivenbestand wird also rein durch die Vermehrung ein Teil der Reserve beansprucht, während bei einem abnehmenden Versichertenbestand Reserve frei wird. Man erkennt also, dass der Messung des Einflusses der Bestandesentwicklung eine mindest so grosse Bedeutung zukommt wie der Erfassung einer Variation der Sterblichkeits- und Invalidierungsverhältnisse. — Im folgenden Abschnitt wollen wir an zwei Beispielen den Einfluss von  $\eta^a(t)$  nachweisen.

### c) Zwei Spezialfälle.

Wir nehmen zuerst an,  $\eta^a(t)$  sei konstant. Dann ist nach Formel (2):

$$\frac{d B^a(t)}{B^a(t) \cdot dt} = k,$$

und daraus:

$$(15) Ba(t) = Ba(0) \cdot ekt.$$

Die Annahme einer konstanten Veränderungsintensität k zieht nach sich, dass der Aktivenbestand nach einer geometrischen Progression anwächst.

Die Differentialgleichung (14) für das Durchschnittsdeckungskapital lautet dann:

(16) 
$$\frac{d V(t)}{d t} = (\delta - k) V(t) + P_{\Delta} - J^{a}(t).$$

Wird noch  $\delta = k$ , d. h. wird die Zinsintensität gleich der Vermehrungsintensität, so schrumpft die Reservendifferentialgleichung auf den folgenden Ausdruck zusammen:

(17) 
$$\frac{d V(t)}{d t} = P_{A} - J^{a}(t).$$

Die Integration dieses Ausdruckes liefert für das Durchschnittsdeckungskapital selber:

(18) 
$$V(t) = V(0) + P_{\Delta} \cdot t - \int_{0}^{t} J^{a}(\lambda) d\lambda.$$

Man erkennt, dass die durchschnittliche Rücklage in diesem speziellen Falle einfach gleich ist der bei Versicherungsbeginn vorhandenen Reserve, vermehrt um alle eingenommenen Beiträge und vermindert um die Summe der auszufolgenden Rentenbarwerte. Der Einfluss des Zinses ist durch den Wegfall von  $\delta$  aufgehoben.

Als zweiten Spezialfall nehmen wir  $\eta^a(t) = 0$  an. Aus (2) folgt dann unmittelbar  $d B^a(t) = 0$ , also  $B^a(t) = \text{konstant}$ . Die entsprechende Differentialgleichung für V(t) lautet dann:

(19) 
$$\frac{d V(t)}{d t} = \delta \cdot V(t) + P_{\Delta} - J^{a}(t).$$

Eine erste Integrationsmöglichkeit besteht einfach in der gliedweisen Integration; das Resultat lautet dann:

$$V(t) = V(0) + \delta \int_{0}^{t} V(\lambda) d\lambda + P_{\Delta} \cdot t - \int_{0}^{t} J^{a}(\lambda) d\lambda$$

$$(20) \qquad V(t) = h(t) + \delta \int_{0}^{t} V(\lambda) d\lambda.$$

Die zu bestimmende Funktion V(t) tritt auch unter dem Integralzeichen auf; zu lösen ist demnach eine Integralgleichung. Wir möchten aber auf die verschiedenen Lösungsmethoden bei diesen Spezialfällen nicht näher eintreten, sondern gleich die allgemeine Lösung der Differentialgleichung (14) durchführen.

## d) Das Durchschnittsdeckungskapital.

Die zu lösende Differentialgleichung hat allgemein die Form

$$\frac{d y(t)}{d t} + \varphi(t) y(t) + f(t) = 0$$

einer linearen Differentialgleichung. Die Lösung heisst:

$$(21) V(t) = \begin{cases} \int_{0}^{t} \left\{ \delta - \eta^{a}(t) \right\} d\tau \\ e^{\int_{0}^{t} \left\{ \delta - \eta^{a}(t) \right\} d\tau} \end{cases} \left\{ C - \int_{0}^{t} \left\{ J^{a}(\lambda) - P_{A} \right\} e^{\int_{0}^{\lambda} \left\{ \delta - \eta^{a}(t) \right\} d\tau} d\lambda \right\}.$$

Nun ist aber

(22) 
$$e^{\int_{0}^{t} \left\{\delta - \eta^{a}(\tau)\right\} d\tau} = e^{\delta t} \cdot \frac{B^{a}(0)}{B^{a}(t)} = \frac{B^{a}(0)}{v^{t} \cdot B^{a}(t)}.$$

Wir setzen in (21) ein; dann muss noch C bestimmt werden. Bei t = 0 ergibt sich C zu V(0); V(0) ist die bei Beginn der Versicherung eventuell vorhandene durchschnittliche Reserve. Damit folgt endgültig:

(23) 
$$V(t) = \frac{B^{a}(0) \cdot V(0)}{v^{t} \cdot B^{a}(t)} + \frac{1}{v^{t} \cdot B^{a}(t)} \int_{0}^{t} v^{\lambda} \cdot B^{a}(\lambda) \left\{ P_{A} - J^{a}(\lambda) \right\} d\lambda.$$

Wir wollen dieser Beziehung für das Durchschnittsdeckungskapital in der sozialen Invalidenversicherung die entsprechende für das individuelle Deckungskapital gegenüberstellen. Die Differentialgleichung für die individuelle Rücklage ist bereits angegeben worden; wir brauchen bloss Gleichung (5) nach den gleichen Gesetzen wie vorhin zu integrieren:

$${}_tV_z = \frac{l_z^{aa} \cdot {}_0V_z}{v^t \cdot l_{z+t}^{aa}} + \frac{1}{v^t \cdot l_{z+t}^{aa}} \int_0^t v^\lambda \cdot l_{z+\lambda}^{aa} \left\{ P_{z+\lambda} - \gamma_{z+\lambda} \cdot a_{z+\lambda}^i \right\} d\lambda.$$

Der gleiche Aufbau der Beziehungen für das Durchschnittsdeckungskapital und für das individuelle Dekkungskapital ist unverkennbar. An Stelle des Stammes  $l_{z+t}^{aa}$  tritt der Aktivenbestand  $B^a(t)$ , die individuelle Prämie  $P_{z+t}$  wird vom Durchschnittsbeitrag  $P_A$  abgelöst. Laut Definition entspricht  $J^a(t)$  genau dem Glied  $\gamma_{z+t} \cdot a_{z+t}^i$ .

Nun ist aber bekannt, dass die Differentialgleichung für das individuelle Deckungskapital als Ausgangspunkt zu einem systematischen Aufbau der Einzelversicherung mehrfach Anwendung gefunden hat <sup>1</sup>). Ein analoger Aufbau liesse sich nun auch für die Sozialversicherung auf Grund der Differentialgleichung für das Durchschnittsdeckungskapital erzielen. Wir möchten im letzten Abschnitt noch kurz die Hauptetappen dieser Darstellungsweise für die hier behandelte Invalidenversicherung andeuten <sup>2</sup>).

## e) Durchschnittsbeitrag.

Zur Bestimmung des Durchschnittsbeitrages  $P_A$ , der bis jetzt noch unbestimmt in unsere Formeln eingeführt worden war, müssen wir zuerst Gleichung (23) deuten. Der Integrand  $B^a(\lambda)$   $\{P_A - J^a(\lambda)\} d\lambda$  stellt die im Zeitmoment  $d\lambda$  mögliche Rücklage dar; multipliziert man noch mit  $v^{\lambda-t} = r^{t-\lambda}$ , so zinsen wir diese Rücklage auf den Beobachtungstermin t auf. Der Integration entspricht die Summation aller ermöglichten Rücklagen für den ganzen Aktivenbestand und über die ganze abgelaufene Versicherungsdauer. Dazu kommt nun noch die Ausgangsreserve  $B^a(0) \cdot V(0)$ . Um endlich das durchschnittliche Deckungskapital zu finden, muss noch durch Division durch  $B^a(t)$  das Mittel genommen werden. Die Summation der Rücklagen vom Versicherungsbeginn an kennzeichnet unser Verfahren zur

<sup>1)</sup> A. Loewy: Zur Theorie und Anwendung der Intensitäten in der Versicherungsmathematik. — Heidelberg 1917. Vom Verfasser: Zur Darstellung der Reserve in der Einzel- und in der Sozialversicherung. — Mitteilungen der Vereinigung schweizerischer Versicherungsmathematiker, Heft 27, 1932.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>) Einige Eigenschaften des Durchschnittsdeckungskapitals sind entwickelt in der Arbeit von Zelenka: Durchschnittliche Prämienreserve in der Sozialversicherung. — Aktuárské Vědy, Band 3, 1932.

Bestimmung des Durchschnittsdeckungskapitals als retrospektiv. — Ausgehend von dieser Deutung des Integrals als mittlere Differenz der aufgezinsten Werte der gesamten Einnahmen und Ausgaben kann auch ein Ausdruck für das prospektive Durchschnittsdeckungskapital als Unterschied der Barwerte der künftigen Belastung und Entlastung angegeben werden:

(25) 
$$V(t) = \frac{1}{v^t \cdot B^a(t)} \int_{t}^{\infty} v^{\lambda} \cdot B^a(\lambda) \left\{ J^a(\lambda) - P_{\Delta} \right\} d\lambda.$$

Geht man noch zur Grenzlage V(0) = 0 über, so findet man für den Durchschnittsbeitrag  $P_4$ :

(26) 
$$P_{A} = \frac{\int_{0}^{\infty} v^{\lambda} \cdot B^{a}(\lambda) \cdot J^{a}(\lambda) d\lambda}{\int_{0}^{\infty} v^{\lambda} \cdot B^{a}(\lambda) d\lambda}.$$

Der Wert des Durchschnittsbeitrages  $P_4$  wurde aus dem Begriff des Durchschnittsdeckungskapitals heraus unter Umgehung der individuellen Reserven entwickelt. Damit dürfte aber auch gezeigt sein, dass das Durchschnittsdeckungskapital als Ausgangspunkt zu einem systematischen Aufbau der Finanzsysteme in der sozialen Invalidenversicherung gewählt werden kann. Wir behalten uns vor, in einer andern Untersuchung ausführlicher auf diese Verhältnisse einzutreten.

W<sup>2</sup> .