Une formule de Loys de Cheseaux

Une formule de Loys de Cheseaux.

Par **S. Dumas.**

Philippe Loys de Cheseaux fut un bon mathématicien vaudois qu'une mort prématurée empêcha de donner toute sa mesure. Né en 1718, il mourut en 1751 [1]).

Il proposa [2]) de calculer le nombre annuel des décès par la formule

$$(1) \qquad y = \frac{1}{49}(4 + 255x - 730x^2 + 520x^3).$$

Il choisit ses unités de manière qu'à la naissance

$$x = 1,$$

au dernier âge représenté dans la table, celui que nous désignons par ω

$$x = 0,$$

et que le nombre des décès pour la première année

$$y_{x=1} = 1.$$

[1]) Voir: *Isely*. Essai sur l'histoire des mathématiques dans la Suisse française. Neuchâtel, chez Attinger 1884.

Bays. Mathématiciens suisses. Discours d'ouverture du Président annuel de la Société helvétique des sciences naturelles réunie à Fribourg en 1926. Actes de la Société helvétique des sciences naturelles, chez Sauerländer & Cie, Aarau 1926.

[2]) Mémoires posthumes sur diverses questions d'astronomie et de mathématiques avec de nouvelles tables très exactes des moyens mouvements du soleil et de la lune. Lausanne, Antoine Chapuis 1754.

Une nouvelle édition du même ouvrage est intitulée: Remarques astronomiques sur le livre de Daniel, mémoire sur les satellites, loi et propriété de l'équilibre, probabilité sur la durée de la vie humaine, table des équinoxes du soleil et de la lune. A Lausanne et se trouve aussi à Paris, chez Lamy, libraire 1777.

Quoique Cheseaux ne cite pas Moivre, il semble connaître sa formule, car il examine le cas dans lequel le nombre annuel des décès est constant, ainsi que celui dans lequel ce nombre diminue linéairement. Il rejette ces deux hypothèses et désignant par *E F G M* la ligne qui représente le nombre annuel des décès, il dit que la nature de cette courbe «ne peut être connue que par l'expérience. Elles s'accordent toutes à donner pour la la ligne *E F G M* une courbe à un maximum et à un minimum, sans compter ses deux extrémités *E* et *M*, qui, relativement à ses autres points, sont des espèces de maximum et de minimum».

Passons pour plus de clarté aux notations auxquelles nous sommes accoutumés et désignons par d_x le nombre annuel de décès à l'âge x. Voici, d'après Cheseaux, «les dimensions ordinaires» de la courbe envisagée:

$$(2) \qquad \begin{cases} d_0 = 1 \\ d_{\frac{\omega}{4}} = \frac{2}{7} \cdot \frac{2}{7} = \frac{4}{49} \\ d_{\frac{\omega}{2}} = \frac{2}{7} \\ d_{\omega} = d_{\frac{\omega}{4}} = \frac{4}{49} \end{cases}$$

Prenons la longueur $o\omega$ comme unité; un calcul élémentaire nous conduira au polynôme du 3e degré défini par les conditions (2); nous arrivons à l'équation (1).

Choisissons l'année pour unité et posons, comme Cheseaux nous y invite,

$$\omega = 80;$$

cela revient à remplacer x dans l'équation (1) par $\frac{x}{80}$.

Dans nos notations et abstraction faite d'un facteur de proportionnalité, (1) devient:

(3) $d_{80-x} = 51\,200 + 40\,800x - 1460x^2 + 13x^3.$

D'après cette formule, le nombre annuel des décès prend sa plus petite valeur à 24 ans et sa plus grande à 62 ans.

On aimerait savoir sur quelles expériences l'auteur se base pour dire que ce sont les «dimensions ordinaires» de la courbe des décès. Nous doutons que même à son époque, cette affirmation ait été exacte. Considérons en effet la table de Deparcieux qui date de 1746 quoiqu'elle repose sur des observations fort antérieures. Le nombre annuel des décès passe par sa plus petite valeur entre 11 et 15 ans; il est le même pour les cinq ans consécutifs. Il passe par sa plus grande valeur entre 71 et 75. Prenons par contre-partie une table moderne, la table de la popula-suisse de 1901 à 1910; pour les hommes, le plus petit nombre des décès dans la jeunesse est à 12 ans et le plus grand nombre à 70 ans; pour les femmes, ces deux âges sont 11 et 73 ans. Si nous prenons plus de 80 ans pour la durée de la vie humaine, le plus petit nombre et le plus grand nombre des décès se produisent plus tard d'après la formule de Cheseaux; nous perdons d'un côté ce que nous gagnons de l'autre.

Remarquons encore que cette formule nous donne au début de la vie une probabilité de décès extrêmement faible

$$p_0 = 0{,}033.$$

La tentative de Cheseaux n'a donc pas abouti à une formule pratique; nous avons cru cependant devoir la rappeler, car nous savons que de nombreux actuaires suisses s'intéressent aux travaux de leurs devanciers.