

Zeitschrift: Mitteilungen / Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker
= Bulletin / Association des Actuaires Suisses = Bulletin / Association of
Swiss Actuaries

Herausgeber: Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker

Band: 16 (1921)

Artikel: À propos de l'introduction des assurances sociales en Suisse

Autor: Marchand, Émile

DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-967467>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 02.04.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

B. Wissenschaftliche Mitteilungen.

A propos de l'introduction des assurances sociales en Suisse.

Contribution à l'étude des diverses possibilités
pour la répartition des charges.

Par **Emile Marchand**, Zurich,
docteur ès-sciences mathématiques.

„Les Mathématiques doivent être
les auxiliaires, mais non les
maîtresses et les despotes de
l'Economie sociale.“

Cheysson.

Les Actuaires et les Institutions
de prévoyance, 1895.

Le 21 juin 1919, le Conseil fédéral de la Confédération suisse adoptait un message à l'Assemblée fédérale concernant l'attribution à la Confédération du droit de légiférer en matière d'assurances invalidité, vieillesse et survivants, et concernant la création des ressources nécessaires à la Confédération pour les assurances sociales. Ce message contient un grand nombre d'aperçus intéressants.

L'introduction des assurances sociales dans un pays exige des études complexes; complexes non seulement quant à l'organisation, à la solution financière et à la

portée économique, mais également quant aux problèmes actuariels.

Le but de ce travail est de résumer, d'une façon succincte et du point de vue de l'actuaire, diverses possibilités pour l'organisation des assurances en général; de souligner que si, suivant les systèmes, les principes pour la répartition des charges sont en eux-mêmes foncièrement différents, les résultats auxquels ils conduisent pratiquement peuvent néanmoins, dans certains cas, être équivalents; puis, ayant formulé certaines hypothèses, qui se trouveront vraisemblablement réalisées, de recommander d'adopter pour les assurances projetées en Suisse le système de la répartition des charges annuelles.

Ce travail comprend 4 chapitres :

- I. Aperçu historique.
- II. Les divers modes de répartition des charges dans tout groupement d'assurance.
- III. Le problème suisse.
- IV. Conclusions.

Chapitre premier.

Aperçu historique. — Les actuaires et les institutions de prévoyance. — Evolution en matière d'assurance.

En 1895, à Bruxelles, lors du Premier Congrès International d'Actuaires, plusieurs orateurs (Maingie, Duboisdenghien, Quiquet, Cheysson) jetèrent leur cri d'alarme, quant à „l'imprévoyance dans les institutions de prévoyance“ et quant aux déficits dans les sociétés de secours mutuel, et présentèrent des rapports sur les moyens à mettre en œuvre pour combattre les erreurs

qui règnent généralement dans cette matière. A cette époque, les actuaires étaient trop peu consultés, et il fallait insister sur la nécessité de l'intervention de la science actuarielle dans ces œuvres sociales éminentes à longue échéance. Proclamer qu'une institution de prévoyance sans calcul est un navire sans boussole n'était alors nullement une vérité courante. Enoncer que la détermination des primes doit être basée sur la péréquation des ressources avec les engagements, et que la situation financière des institutions privées, qui subviennent à leurs besoins de prévoyance par leurs propres moyens, doit résulter d'un bilan périodiquement établi où figurent au passif les valeurs des charges futures fournies d'après les règles techniques, étaient des notions quasi nouvelles. Parmi les moyens indiqués pour combattre les erreurs signalées, mentionnons la diffusion de la science actuarielle par l'enseignement supérieur, la vulgarisation par une large publicité des principes fondamentaux de cette science et, enfin, l'intervention directe de l'Etat, qui montrerait le bon exemple en bannissant de ses institutions les procédés et les principes antiscientifiques.

Ce fut un des mérites des Congrès Internationaux d'Actuaires de revenir à ce chapitre, non pas toujours directement, mais souvent, à propos de questions connexes. Ainsi, par exemple, à l'ordre du jour du deuxième Congrès, tenu à Londres en 1898, figurait une discussion sur les „Pensions de vieillesse“. On ne peut se défaire de l'impression que les travaux d'alors insistent tout d'abord sur l'importance d'une base actuarielle scientifique, qui n'est pas encore généralement reconnue, plutôt que sur les diverses possibilités pour la répartition des charges. Si on en parle déjà, c'est dans tous les cas sans entrer dans beaucoup de détails.

Du reste, ce fait n'a rien d'étonnant si l'on songe qu'il s'agissait alors, avant tout, soit d'institutions privées, soit d'institutions de l'État en tant qu'employeur, et ne s'adressant qu'à un groupement relativement restreint de fonctionnaires ou d'employés. Ces entreprises étant gérées d'après les principes commerciaux, un choix entre les divers systèmes pour la répartition des charges ne pouvait pas entrer en considération, le système de la capitalisation des primes s'imposait. Il s'imposait certes, non comme un dogme, mais uniquement eu égard aux institutions en question.

Le développement de l'idée de l'assurance, son extension à des groupements de plus en plus vastes placèrent les actuaires devant des problèmes nouveaux. Des définitions se précisèrent, comme celle, par exemple, des *assurances sociales*; des notions nouvelles surgirent, comme celle, par exemple, de l'État assureur, non plus simplement en tant qu'employeur, mais en tant que *collectivité*, comme *représentant et expression de la solidarité nationale*. Tout cela appelait de nouvelles études et des solutions adaptées aux circonstances modifiées. Le rôle de l'actuaire est, sinon de prévoir le développement de l'assurance, du moins de le guider dans les voies les plus appropriées.

En 1909 eut lieu à Vienne le sixième Congrès International d'Actuaires. Parmi les travaux présentés et les discussions, ceux se rapportant à la détermination des primes dans l'assurance sociale auront droit à une mention spéciale dans l'histoire de l'évolution de l'assurance. Il faut citer les noms de Lembourg, von Borkiewicz, Kok, Schromm, Kaan et Blaschke. En lisant ces rapports, on peut mesurer le chemin parcouru par l'idée de l'assurance depuis le Congrès de Bruxelles

(1895). Les travaux présentés à Vienne en 1909 furent les premiers jalons dans une voie élargie. Il ne s'agissait pas d'abandonner les méthodes reconnues exactes de l'assurance privée ou de repousser le principe scientifique de la péréquation des ressources avec les engagements ¹⁾; non. Mais l'introduction de l'assurance sociale avait fait apparaître des exigences inconnues, auxquelles il fallait donner suite, et créé des possibilités qu'il fallait examiner. L'assurance privée ne connaissait et ne connaît encore que les primes individuelles, variables suivant le risque, et, pour la répartition des charges, que le groupement par période d'adhésion à l'assurance des individus présentant le même risque. L'assurance de masses, par l'Etat en tant qu'expression de la solidarité nationale, allait nécessiter des simplifications, et, d'autre part, le champ élargi de l'organisme de l'assurance allait permettre d'envisager la fixation de primes moyennes et de prévoir des groupements nouveaux pour la répartition des charges, suivant l'organisation, suivant que l'assurance était obligatoire ou facultative, suivant que l'institution était à durée limitée ou illimitée, suivant qu'il fallait songer à la possibilité d'une liquidation ou non. Pour la détermination des primes collectives et comme caractéristique du groupement, on pouvait admettre l'ensemble des assurés, présents et futurs, ou bien la classe d'âge, ou bien les contemporains, etc. Était-il légitime de prévoir aussi dans le cas de primes moyennes la capitalisation de ces primes, ou bien la répartition des charges annuelle ne pouvait-elle pas conduire aux mêmes résultats? En un mot,

¹⁾ Les actuaires ont dû tant lutter à la fin du XIX^e siècle jusqu'à ce que les dirigeants et l'opinion publique aient adopté ce principe pour les entreprises à caractère privé, qu'ils se garderont bien d'en saper jamais les fondements.

une synthèse de l'assurance prise dans son sens le plus général s'imposait impérieusement ¹⁾.

Le thème officiel de discussion au Congrès de Vienne comportait: „Les méthodes de calcul des primes et réserves mathématiques dans l'assurance sociale, notamment les conditions de l'application de primes collectives“. Les rapporteurs, après avoir discuté la notion d'assurances sociales, après avoir défini les nouveaux problèmes, traitèrent les méthodes de détermination des primes moyennes et leur légitimité avec toute l'importance que ce sujet comportait. On est frappé de constater que la plupart des rapports n'ont pas attaché à la question des *réserves mathématiques* la valeur qui lui revenait. Ce point a été le plus souvent, soit négligé, soit esquissé en une ou deux phrases. Lembourg, par exemple, fait les considérations suivantes :

„Quant aux réserves, il est fort possible que l'on puisse réaliser des formules très exactes, en raisonnant sur une population hypothétique. Mais le problème abstrait n'est pas très intéressant. J'attends pour m'en préoccuper une occasion où les conditions de ce problème se poseront d'une façon précise.“

Et Kaan ajoutera :

„In dem uns vorliegenden Thema ist auch die Frage nach der *Prämienreserve* aufgeworfen. Diese Frage lässt sich mit wenig Worten abtun.

Eine *individuelle Prämienreserve* im Sinne der Privatversicherung gibt es in der auf Durchschnittsprämien aufgebauten *Zwangsversicherung nicht*, denn

¹⁾ Qu'il soit permis à ce sujet de rappeler, par exemple, les essais de von Bortkiewicz qui distinguait 4 types fondamentaux quant aux diverses possibilités pour la répartition des charges : la méthode dite régulière et périodique, celles régulière-non périodique, irrégulière-périodique et irrégulière-non périodique, essais accompagnés de représentations graphiques.

die individuelle Prämienreserve ist ein vom Äquivalenzprinzip nicht zu trennendes Korrelat.“

On sent que le problème des réserves dans l'assurance sociale n'est pas encore mûr; non pas le problème de la réserve pour chaque assuré pris individuellement, mais la réserve pour la collectivité. C'est à Vienne que les actuaires ont la première occasion d'aborder ce nouveau chapitre; on étudie les conditions de l'applicabilité de primes moyennes et examine la synthèse dont il est question ci-dessus. Quant aux méthodes de calcul des réserves, on n'en parle pas ou peu. Et pourtant, il faut faire deux exceptions.

Von Borkiewicz, en examinant les relations qui existent entre les primes correspondant à diverses possibilités pour la répartition des charges, fut conduit à des résultats théoriques importants. Dans certaines hypothèses et dans la supposition que le taux d'accroissement de la population est égal au taux technique de l'intérêt, les primes pour divers systèmes de répartition des charges sont égales entre elles. En particulier, la prime calculée d'après le système de la répartition des charges annuelles pour l'époque du plein fonctionnement de l'assurance est égale, dans la supposition énoncée ci-dessus quant au taux d'accroissement de la population, à la prime collective établie d'après le système des primes moyennes. Ceci permet de tirer des conclusions intéressantes quant aux réserves.

Blaschke, dans un discours qu'il dut écourter sur les injonctions du président, souleva la question suivante :

„Ich möchte Sie auf ein Prinzip aufmerksam machen, das bisher in der Beurteilung der Probleme der Sozialversicherung eine gewisse Rolle gespielt hat und, wie

ich glaube, nicht schlechtweg aus der Privatversicherung übertragen werden darf, wenn man den Zwang der Verhältnisse in der öffentlichen Versicherung mitberücksichtigt. Ich meine die Wertung zwischen Kapitaldeckung und Umlage.“

Les quelques pages du discours de Blaschke mériteraient d'être citées en entier.

„Wenn man annehmen darf, dass es überhaupt einen Beharrungszustand gibt — ich meine also einen Zustand, wo der Versicherungsstock und die Prämienreserve nicht mehr wächst —, übt das Prämienverfahren bekanntlich die Wirkung, dass die jährlichen Versicherungsleistungen der Summe aus den Prämien und den Zinsen gleichkommen. Nimmt man nun an, dass der Staat Versicherer sei, dass die Deckungskapitalien für die Prämienreserve in Staatspapieren angelegt sind und die Beiträge zwischen Staat, Unternehmer und Arbeiter geteilt werden, dann wird also im Beharrungszustande der ganze Zinsenbedarf vom Versicherer gedeckt, weil ja der Staat für die Zinsen aufkommt. Zwischen dem Prämienverfahren und der Umlage besteht sachlich kein Unterschied. Der ganze Bedarf an Versicherungsleistungen muss in dem Jahre des Bedarfes von den Beitragspflichtigen, also von den Arbeitern, dem Unternehmer und vom Staate aufgebracht werden.“

.

„Die Belastung der Interessentenkreise ist in meinem Beispiel beim Umlage- und beim Prämienverfahren vollständig identisch.“

Les résultats de von Bortkiewicz et les considérations de Blaschke étaient nouveaux. Ils montraient que, dans certains cas et dans certaines suppositions, divers systèmes de répartition des charges sont équi-

valents, qu'il n'existe pas entre eux de cloison étanche, et que, partant de prémisses différentes, on arrive parfois à des conclusions identiques.

Les actuaires venaient à peine de quitter Vienne que deux travaux marquants pour la question qui nous intéresse furent publiés. Le premier de *Blaschke*: „Die Prämien und die Prämienreserven der Invalidenversicherung der Arbeiter.“ Blaschke montre :

- 1° de quelle manière on peut établir, dans les assurances sociales, la limite vers laquelle tend avec le nombre des années la réserve afférente à un organisme d'assurance, lorsque la prime collective est déterminée par le système des primes moyennes ;
- 2° les critères que doivent satisfaire ces organismes pour rendre la réserve nulle ;
- 3° les modifications qu'il faudrait faire subir à un organisme pour rendre la réserve minimum.

Le second travail est de *Kaan*: „Die Finanzsysteme in der öffentlichen und in der privaten Versicherung.“ C'est un aperçu systématique complet et très clair des diverses possibilités de groupement pour la répartition des charges ¹⁾.

Ces deux études de Blaschke et de Kaan complètent et couronnent les rapports et discussions de Vienne d'une manière remarquable.

Le dernier Congrès International d'Actuaires eut lieu à Amsterdam en 1912. La question de l'assurance de masses par l'Etat n'y fit pas l'objet d'une étude

¹⁾ Ce travail magistral de Kaan fut rendu accessible aux actuaires anglais par une communication de George William Richmond, de Edimbourg, présentée en mars 1911 devant l'Institut des Actuaires anglais, et insérée dans le tome XLV du „Journal of the Institute of Actuaries“.

spéciale. Le thème: „L'organisation des pensions de vieillesse dans les administrations publiques“ fournit toutefois à plus d'un orateur (Blaschke, Gamborg, Dawson, Pothémont, Hoffmann, Zoot, Manes, Risser, Moir) l'occasion de préciser l'un ou l'autre des points de vue émis pour la première fois à Vienne.

La lecture des rapports de 1912 et de la discussion qu'ils provoquèrent produit l'impression que les résultats acquis en 1909 à Vienne, à la suite des travaux de von Bortkiewicz, Blaschke et Kaan, ne faisaient pas encore partie à cette époque-là du bagage scientifique de la plupart des actuaires. On s'en convainc aisément en observant les points de vue divers où se placent les orateurs. La synthèse de l'assurance et l'étude systématique de la légitimité des diverses méthodes pour la répartition des charges élargissent incontestablement l'horizon et ouvrent des perspectives nouvelles à ceux qui se sont donné la peine de se préoccuper de ces questions-là.

Et aujourd'hui qu'en est-il? L'évolution partie de Vienne en 1909 continue. L'introduction des assurances sociales dans un Etat fournit aux actuaires de ce pays une occasion spéciale d'étudier le problème à nouveau dans sa généralité. Qu'ils doivent parfois renoncer à quelque théorie préconçue, qui dans son application se trouverait impossible ou du moins difficilement réalisable, c'est probable. Qu'ils doivent souvent collaborer avec le sociologue, voire même être mis sur la bonne piste par les considérations des économistes, cela tient à la nature très complexe des problèmes. Mais toujours, s'ils entreprennent l'étude de ces questions avec conscience, poussant leurs investigations jusqu'au fond, selon des méthodes scientifiques, ils ne pourront finalement que se rallier, certaines hypothèses se trouvant

réalisées, aux principes immuables contenus dans les formules de Kaan et de Blaschke.

Est-ce à dire que les actuaires aient déjà envisagé tous les problèmes et approfondi toutes les questions qui peuvent surgir dans ce domaine. Vraisemblablement il n'en sera jamais ainsi, ces institutions étant appelées à se modifier avec le temps et à s'adapter à des circonstances nouvelles.

Chapitre II.

Les divers modes de répartition des charges dans tout groupement d'assurance.

§ 1. Définitions.

Un ensemble bien déterminé de personnes se réunissent pour constituer, à partir d'un moment précis, un groupement d'assurance dans des conditions exactement définies. A ce groupement du début adhéreront peu à peu d'autres personnes, dans des circonstances également bien déterminées. D'autre part, le nombre des participants diminuera peu à peu, soit par l'arrivée de l'événement ou de l'un des événements qui fait l'objet de l'assurance, soit par suite d'autres circonstances prévues dans des cas bien définis. Le groupement d'assurance ainsi constitué aura pour but de prévoir le paiement de sommes (capitales, rentes), dont le montant est fixé d'avance, exigibles dans des circonstances exactement définies. Ces prestations sont acquises à l'aide de versements des assurés, versements uniques ou périodiques, constants, croissants ou décroissants, selon une règle bien précise, temporaires ou à vie entière, exigibles à des dates et dans des circonstances exactement définies.

Les circonstances exactement définies dont il vient d'être question ne doivent être en corrélation qu'avec des événements dont l'arrivée puisse être exprimée par des probabilités elles-mêmes bien déterminées et supposées invariables (tels que, par exemple, le décès, l'incapacité de travail, le célibat au moment du décès, etc.).

Dans le but de simplifier et de rendre plus concrètes les considérations qui précèdent et celles qui vont suivre, nous avons donc supposé que le groupement d'assurance est un groupement de personnes. Nous ferons, en outre, l'hypothèse que le risque assuré ne dépend que de l'âge des adhérents. Ces suppositions ne limiteront en rien nos considérations, qui seraient valables dans l'hypothèse d'un risque, fonction de la profession, de l'habitat, de l'hérédité, etc., voire même dans le cas d'un groupement autre qu'un groupement de personnes.

Nous désignons par

- x l'âge d'un assuré au moment de son adhésion;
 x_0 sera l'âge minimum et ω l'âge maximum.
- t l'époque de l'adhésion comptée à partir de la constitution du groupement. x et t sont des nombres positifs et entiers (à la seule exception de $t = 0$), ce qui revient à admettre que tous les assurés ont leur anniversaire le même jour (par exemple, le 1^{er} janvier), et que les adhésions au groupement se font à date fixe, une fois par année (le 1^{er} janvier).
- n la durée d'assurance à un moment quelconque, comptée à partir de l'adhésion de l'assuré au groupement; N sera la plus grande durée qui puisse intervenir (un nombre entier).
- $\tau = t + n$ représentera l'époque où l'assuré est âgé de $x + n$ années, époque comptée à partir de la constitution du groupement.

- $M_{x, n}^t$ le nombre de personnes qui adhèrent au groupement à l'époque t , âgées de x années, et qui en font encore partie, en qualité de payeurs de primes, à l'époque $t + n$, âgées de $x + n$ années, avec une activité de n années.
- K_x^t le nombre de combinaisons d'assurance différentes à la disposition des assurés qui adhèrent au groupement à l'époque t , âgés de x années.
- k l'une quelconque de ces combinaisons.
- ${}^k N_{x, n}^t$ le nombre de personnes parmi les $M_{x, n}^t$ personnes définies ci-dessus, qui s'assurent ou se sont assurées selon la combinaison k .

$$\left(M_{x, n}^t = \sum_{k=1}^{K_x^t} {}^k N_{x, n}^t \right).$$

- ${}^k p_{x, n}^t$ le montant que chacun des ${}^k N_{x, n}^t$ assurés doit verser à l'époque $t + n$.
- ${}^k A_{x, n}^t$ la valeur des versements aux assurés à effectuer dans l'intervalle $t + n$ à $t + n + 1$, valeur rapportée à l'époque $t + n$, et correspondant à l'ensemble des assurés selon la combinaison k , qui ont adhéré à l'époque t , à l'âge x , et pour lesquels, après n années de participation, des droits aux prestations subsistent pour eux-mêmes ou pour leurs ayants-droit.

Remarquons que ${}^k p_{x, n}^t$ correspond à *un* assuré, tandis que ${}^k A_{x, n}^t$ s'applique à *l'ensemble* des assurés.

§ 2. Synthèse de l'assurance.

Si i désigne le taux annuel de l'intérêt pour le capital 1 et $r = 1 + i$, il est évident que

$$\frac{1}{r^t} \sum_{n=0}^N \frac{1}{r^n} \sum_{k=1}^{K_x^t} k A_{x,n}^t$$

représente la valeur au début du groupement des prestations prévues pour tous ceux qui y ont adhéré à l'époque t et à l'âge x .

$$\frac{1}{r^t} \sum_{x=x_0}^{\omega} \sum_{n=0}^N \frac{1}{r^n} \sum_{k=1}^{K_x^t} k A_{x,n}^t$$

représente la valeur au début du groupement des prestations prévues pour ceux qui y ont adhéré à l'époque t , quel que soit l'âge d'entrée.

$$\sum_{t=0}^T \frac{1}{r^t} \sum_{x=x_0}^{\omega} \sum_{n=0}^N \frac{1}{r^n} \sum_{k=1}^{K_x^t} k A_{x,n}^t$$

représente la valeur au début du groupement des prestations prévues pour ceux qui y ont adhéré depuis le début jusqu'au temps T , et enfin, si l'on suppose la durée du groupement illimitée,

$$\sum_{t=0}^{\infty} \frac{1}{r^t} \sum_{x=x_0}^{\omega} \sum_{n=0}^N \frac{1}{r^n} \sum_{k=1}^{K_x^t} k A_{x,n}^t$$

représentera la valeur au début du groupement de la totalité des prestations prévues.

De la même manière,

$$\sum_{t=0}^{\infty} \frac{1}{r^t} \sum_{x=x_0}^{\omega} \sum_{n=0}^N \frac{1}{r^n} \sum_{k=1}^{K_x^t} {}^k N_{x,n}^t \cdot {}^k p_{x,n}^t$$

sera l'expression de la valeur au début du groupement de tous les versements des adhérents.

Toute la science actuarielle repose sur le principe fondamental de la péréquation des ressources avec les engagements, c'est-à-dire, si nous admettons que le groupement dans son ensemble doit se subvenir à lui-même, sans aucun apport extérieur, il faudra qu'au début du groupement, la valeur des ressources égale celle des engagements, ou encore, lors de la liquidation du groupement, il faudra que les dépenses aient été exactement équilibrées par les recettes.

Ce principe s'exprimera par l'équation fondamentale suivante :

$$\sum_{t=0}^{\infty} \frac{1}{r^t} \sum_{x=x_0}^{\omega} \sum_{n=0}^N \frac{1}{r^n} \sum_{k=1}^{K_x^t} ({}^k A_{x,n}^t - {}^k N_{x,n}^t \cdot {}^k p_{x,n}^t) = 0 \quad (1)$$

Tous les systèmes d'assurance devront satisfaire cette équation et, réciproquement, de cette équation devront dériver tous les modes de répartition des charges dans tout groupement d'assurance.

Les diverses possibilités pour la répartition des charges différeront l'une de l'autre uniquement par la manière dont le groupement total sera subdivisé en sous-groupements, tels que chacun subviennent à ses propres charges, sans apport extérieur.

Les versements ${}^k A_{x,n}^t$ peuvent être soit des capitaux, soit des rentes, aux adhérents eux-mêmes ou à des tierces

personnes. Dans le cas de rentes, ${}^k A_{x, n}^t$ embrasse la totalité des rentes payables après n années aux bénéficiaires, quelle que soit l'échéance des rentes, et indépendamment du fait si, parmi les adhérents de jadis à l'époque t et à l'âge x , il en existe encore ou non¹⁾. ${}^k A_{x, n}^t$ dépend du montant des capitaux ou rentes assurés et de diverses probabilités (probabilité de l'arrivée de l'événement ou de l'un des événements qui fait l'objet de l'assurance, probabilité de l'arrivée dans telle ou telle circonstance, etc.).

Dès que ${}^k N_{x, 0}^t$ sera connu, on pourra admettre que les ${}^k N_{x, n}^t$ correspondants seront donnés, ce qui, dans l'assurance en cas de décès ou en cas de vie, par exemple, revient à supposer déterminé l'ordre de survie.

Quant aux ${}^k N_{x, 0}^t$, suivant la nature du problème, ou bien ils seront tout à fait indéterminés, ou bien une hypothèse pourra être formulée à leur sujet. Les ${}^k N_{x, 0}^t$ indéterminés correspondent aux groupements d'assurance où l'adhésion est *facultative* et où le recrutement des assurés est, sinon aléatoire, du moins ne se laisse exprimer par aucune relation. Ce sera le critère des assurances privées. Dans ce cas-là, tout groupement d'assurance qui prévoirait la répartition des charges afférentes aux assurés actuels également sur les adhérents futurs, devra de prime abord être exclu. Dès que le groupement d'assurance suppose un

¹⁾ En faisant subir une légère transformation à l'équation fondamentale (1), il serait facile de substituer ${}^k A_{x, n}^t$ par une expression où interviendrait, dans le cas de rentes, non plus les rentes annuelles payées, mais un capital égal à la valeur des rentes futures, valeur déterminée au moment de l'exigibilité de la première rente.

recrutement constant des adhérents, une entrée *obligatoire* pour certains individus, pour certaines collectivités, il est clair qu'alors il y aura possibilité d'établir une hypothèse quant aux ${}^k N_{x, o}^t$, et les modes de répartition des charges se trouveront de ce fait accrus.

§ 3. Principes fondamentaux à la base des sous-groupements usuels.

Le but de cette étude n'est pas de poursuivre plus avant dans la voie où nous nous sommes engagés, et de procéder à la dissection systématique de la formule (1). Nous renvoyons au travail complet de Kaan¹⁾ et nous nous contenterons de relever deux principes fondamentaux, accompagnés d'un résumé succinct de divers sous-groupements.

Les principes dont il va être question sont celui de la répartition des charges annuelles et celui de la capitalisation des primes. Ces deux principes découlent de suppositions particulières et dissemblables ; ils partent de points de vue différents, mais a priori ne s'excluent toutefois pas.

La *répartition des charges annuelles* ne considère que la collectivité des *contemporains*. Chaque année, on répartit les dépenses produites au sein d'un sous-groupement parmi les adhérents à ce sous-groupement. *Annuellement*, les dépenses sont exactement équilibrées par les recettes. La possibilité d'un versement unique, pour se libérer en une seule fois de ses obligations, est exclue. Chaque sous-groupement ne dure qu'une année. Lorsque l'année est écoulée, il ne reste théoriquement rien en caisse — une réserve n'entre pas

¹⁾ Dr. Julius Kaan. — Die Finanzsysteme in der öffentlichen und in der privaten Versicherung. Wien 1910.

en considération — et le sous-groupement est dissous. L'année suivante, l'assuré adhèrera à un nouveau sous-groupement, constitué éventuellement d'une manière analogue, sans qu'il y ait là la moindre nécessité.

Les sous-groupements pourront être, par exemple :

- a.* les individus contemporains ayant adhéré à l'assurance au même instant et présentant le même risque ;
- b.* les individus contemporains ayant adhéré à l'assurance au même instant, quel que soit le risque ;
- c.* les individus contemporains présentant le même risque, quelle qu'ait été l'époque de leur adhésion à l'assurance ;
- d.* les individus contemporains ayant adhéré à l'assurance au même âge, sans présenter actuellement le même risque ;
- e.* tous les individus contemporains, quel que soit leur risque et quelle qu'ait été l'époque de leur adhésion à l'assurance.

La *capitalisation des primes* résulte du fait que, pour tout système d'assurance, la condition nécessaire, mais aussi suffisante, pour la répartition des charges, se trouve résumée dans l'équation (1). En conséquence, les primes seront déterminées — selon les circonstances et suivant le problème, uniques ou périodiques, constantes, croissantes ou décroissantes, d'après des règles bien définies — de telle sorte qu'*au début de l'assurance*, la valeur actuelle des recettes futures soit égale à la valeur actuelle des dépenses futures. En général, cette péréquation du début entre les ressources et les engagements ne subsistera pas, et, dès la première année, l'équilibre sera le plus souvent rompu. Dès lors, interviendra la nécessité de considérer les *réserves*.

La capitalisation des primes exige, dès la formation d'un sous-groupement, une vue d'ensemble et des suppositions précises pour son développement futur. Les sous-groupements pourront être, par exemple,

- a.* les individus ayant adhéré à l'assurance au même instant et présentant le même risque ;
- b.* les individus ayant adhéré au même instant, quel que soit le risque ;
- c.* les individus ayant présenté le même risque lors de leur adhésion, quelle qu'ait été l'époque de leur adhésion ;
- d.* tous les individus, présents et futurs, quel que soit leur risque et quelle qu'ait été l'époque de leur adhésion à l'assurance.

Cette liste, de même que la précédente, n'a aucune prétention d'épuiser toutes les possibilités ; elles ne mentionnent que les cas les plus courants de répartition des charges annuelles, d'une part, et de capitalisation des primes, d'autre part.

La capitalisation correspond, en général, à une interprétation plus individualiste de l'assurance que la répartition annuelle. Elle sous-entend une association bien délimitée d'individus ayant lié leur sort pour un plus ou moins grand nombre d'années. Si le versement prévu est certain, comme pour l'assurance mixte, par exemple, les prestations d'un adhérent, payées en une seule fois ou année après année, peuvent être envisagées comme devant constituer peu à peu, du moins partiellement, le capital ou les rentes sûrement une fois exigibles et revenant à l'adhérent lui-même ou à ses ayants-droit directs.

§ 4. Equivalence entre le système de la capitalisation des primes et de la répartition des charges annuelles.

Des considérations qui précèdent résulte que la répartition des charges annuelles et la capitalisation des primes découlent de principes dissemblables. Prendre pour point de départ, dans un cas, les contemporains, et dans l'autre cas, d'autres collectivités, telles que, par exemple, les diverses générations qui adhéreront les unes après les autres, correspond évidemment à des manières de voir peut-être aussi légitimes l'une que l'autre suivant les cas, mais en elles-mêmes fort différentes.

Qu'en est-il de l'application pratique de ces systèmes ? De la diversité des principes qui sont à leur base, peut-on conclure sans autre à la diversité des résultats ? La capitalisation des primes conduira-t-elle toujours à une répartition des charges différente de la répartition annuelle ?

Un des buts de ce travail est précisément de relever qu'il n'en est pas ainsi.

A l'occasion de l'aperçu historique du début, nous avons formulé, en passant, un résultat indiqué pour la première fois par von Bortkiewicz. Revenons brièvement à ce problème et tirons-en quelques conclusions quant à l'équivalence des systèmes en présence.

Pour simplifier, posons $K_x^t = 1$, c'est-à-dire que nous bornons cette étude à une seule combinaison d'assurance.

Faisons une distinction entre les adhérents du début $M_{x,0}^0$ et les adhérents futurs $M_{x,0}^t$ ($t > 0$), et comparons les primes pour deux groupements établis selon des principes foncièrement différents.

Groupement A. Il comprendra l'ensemble des adhérents à partir de la deuxième année d'existence de

l'organisme de l'assurance ($t > 0$); nous déterminerons la prime d'après la méthode de la capitalisation des primes.

Groupement B. Il comprendra l'ensemble des contemporains à partir de l'époque du plein fonctionnement de l'assurance, c'est-à-dire à partir de l'époque où la génération englobée au début aura complètement disparu ($\tau \geq N$); nous déterminerons la prime d'après le principe de la répartition annuelle ¹⁾.

Nous ferons 3 suppositions :

Supposition I (concerne le risque assuré). Pour des risques équivalents; les charges de l'assurance restent les mêmes pendant toute la durée de l'organisme de l'assurance, ce qui s'exprime par la relation

$$\frac{A_{x, n}^t}{M_{x, 0}^t} = \psi_1(x, n) \quad t > 0$$

$\psi_1(x, n)$ étant une fonction indépendante de t . Cette hypothèse est naturelle; elle suppose que les versements à effectuer à des assurés placés dans les mêmes conditions d'âge et de durée sont égaux. La supposition $t > 0$ permet de considérer pour les adhérents du début d'autres prestations que pour les générations ultérieures.

Supposition II (concerne l'ordre de survie). L'ordre de survie est indépendant de la génération; ce qui s'exprime par la relation

¹⁾ Pour être tout à fait exact, il faudrait dire *les* groupements B. En effet, tandis que les adhérents du groupement A font toujours partie du même groupement pendant toute la durée de leur participation, pour l'application de la répartition annuelle, il y a chaque année un nouveau groupement. Comme nous le verrons plus loin, nous ferons une supposition qui conduira à une prime constante pour tous les groupements B, de telle sorte qu'ils deviendront identiques les uns avec les autres. Nous conserverons, dès lors, l'expression de groupement B.

$$\frac{M_{x, n}^t}{M_{x, 0}^t} = \psi_2(x, n)$$

$\psi_2(x, n)$ étant une fonction indépendante de t . Cette hypothèse est plausible; elle suppose que les taux de mortalité, etc., ne varient pas avec les années.

Supposition III (concerne les adhésions au groupement). Pour la catégorie bien délimitée, qui fait l'objet de l'assurance, l'adhésion est *obligatoire*. Elle pourra se faire à tous les âges possibles, de telle sorte toutefois que la répartition d'après l'âge des nouveaux adhérents à partir de la deuxième année soit chaque année la même, et que le nombre des nouveaux adhérents augmente annuellement toujours dans la même proportion. Si j désigne le taux annuel d'accroissement du nombre des nouveaux assurés, nous représenterons par c la grandeur $c = 1 + j$. La supposition III s'exprime par la relation

$$\frac{M_{x, 0}^t}{M_{x, 0}^1} = \psi_3(t) \quad t > 0$$

$\psi_3(t)$ étant une fonction indépendante de x , qui sera

$$\psi_3(t) = c^{t-1} \text{)}.$$

Les suppositions précédentes admises, la prime p_A , pour le groupement A, peut être mise sous la forme suivante

$$p_A = \frac{\sum_{x=x_0}^{\omega} \sum_{n=0}^N \frac{A_{x, n}^1}{r^n}}{\sum_{x=x_0}^{\omega} \sum_{n=0}^N \frac{M_{x, n}^1}{r^n}} \quad (2)$$

¹⁾ On peut démontrer que cette expression pour $\psi_3(t)$ est nécessaire et suffisante pour obtenir des *primes constantes* pour les groupements successifs dans le cas de la répartition annuelle, à partir du plein fonctionnement de l'assurance.

et pour le groupement B

$$p_B = \frac{\sum_{x=x_0}^{\omega} \sum_{n=0}^N \frac{A_{x,n}^1}{c^n}}{\sum_{x=x_0}^{\omega} \sum_{n=0}^N \frac{M_{x,n}^1}{c^n}} \quad (3)$$

L'expression de p_B ne diffère de celle de p_A qu'en ce que r a été remplacé par c . Supposons $c = r$ ou $j = i$, c'est-à-dire un taux annuel d'accroissement de la population égal au taux technique de l'intérêt; les primes p_A et p_B sont alors égales. Ce résultat intéressant est évidemment avant tout théorique; il va permettre de tirer quelques conclusions.

Nous admettons pour la fin de ce chapitre $c = r$.

Groupement A. Tout se passe de la manière suivante: avant la période du plein fonctionnement de l'assurance, la prime p_A des assurés, après versements aux ayants-droit, constituera une réserve. Cette réserve atteindra un montant R à l'époque $\tau = N$ ¹⁾. L'assurance fonctionnera dès lors en plein, et le résultat ci-dessus montre qu'à partir de ce moment-là, dans les suppositions établies, l'intégralité des primes, $\Sigma p_A = \Sigma p_B$, sera nécessaire pour subvenir aux charges de l'assurance. La réserve R n'augmentera plus que de ses propres intérêts. Dès l'époque du plein fonctionnement de l'assurance, les adhérents n'auront plus aucune conscience de cette réserve, qui, du reste, ne sera appelée à jouer un rôle qu'au moment de la liquidation éventuelle du groupement.

¹⁾ Nous supposons $R > 0$, ce qui sera généralement le cas dans l'assurance sociale; suivant la nature et le montant des prestations prévues, il pourrait en être autrement.

Groupement B. Tout se passe de la manière suivante: si, durant la période qui précède le plein fonctionnement de l'assurance, nous supposons également la répartition des charges annuelles, aussi longtemps que τ sera plus petit que N , pour les adhérents du groupement B , les versements seront inférieurs à ceux des adhérents du groupement A (dans la supposition $R > 0$). A partir de $\tau = N$, et aussi longtemps que de nouvelles générations adhéreront au groupement, les primes obtenues par suite de la répartition annuelle seront égales, comme nous l'avons vu, aux primes collectives du groupement A .

La seule différence dans la répartition des charges pour les groupements A et B réside dans le fait que pour $\tau < N$, les adhérents de A paient davantage que ceux de B , et qu'au moment de la liquidation ce surplus, augmenté de ses intérêts, serait à la disposition des adhérents d'alors, qui continueraient à ne payer que leurs primes p_A , tandis que les adhérents de B verraient leurs charges augmenter à ce moment-là. Toutefois, il faut remarquer que, dans l'assurance sociale, la durée de l'organisme de l'assurance est généralement illimitée, et jamais pour la fixation des charges, on ne se basera sur les années du début, ni sur la possibilité d'une liquidation; seule l'époque du plein fonctionnement de l'assurance permettra de se faire une idée exacte des charges assumées.

Nous pouvons facilement abandonner une des suppositions faites pour le groupement A . Il a été admis que A ne comprenait que l'ensemble des adhérents à partir de la deuxième année d'existence de l'organisme d'assurance. Considérons un nouveau groupement A_1 , déduit de A en y rattachant tous les adhérents de A pour les époques $\tau \geq \tau_1$, τ_1 étant lui-même plus

grand que N , et, bien qu'il n'y ait-là aucune nécessité, versons au groupement A_1 une réserve R_1 , égale à ce que serait devenue la réserve R à l'époque τ_1 . Les groupements A_1 et A seront *identiques* à partir de τ_1 , de même A_1 et B à la seule exception près de cette réserve R_1 qui, comme nous l'avons déjà constaté, ne joue aucun rôle ou du moins est tout à fait accessoire¹⁾.

En résumé, nous sommes donc partis de deux groupements établis selon des principes tout à fait différents ; nous avons postulé pour A (A_1) la capitalisation des primes, pour B la répartition annuelle, et, grâce à diverses suppositions, nous avons été conduits à des charges identiques pour les adhérents.

Les suppositions faites n'ont bien entendu qu'une valeur théorique. En général, l'application des principes de la capitalisation des primes et de la répartition annuelle conduira à des résultats différents. Les divergences qui résulteront de l'emploi de l'un ou l'autre de ces systèmes seront plus ou moins grandes selon le problème, selon les suppositions de départ.

L'application du système de la capitalisation des primes est toujours légitime, et la répartition obtenue, toujours équitable ; la réciproque : „l'emploi du système de la répartition des charges annuelles n'est jamais légitime et la répartition, jamais équitable“ n'est pas juste. Il y a des cas, et l'exemple ci-dessus en est un, où ces deux systèmes conduisent à des répartitions identiques, et, partant, aussi légitimes et aussi

¹⁾ Des résultats analogues pourraient être obtenus si, au lieu de considérer la prime *collective* du groupement A , on parlait de la prime *individuelle* de l'assurance privée, et au lieu de la répartition des charges annuelles quel que soit le risque et quelle qu'ait été l'époque de l'adhésion à l'assurance, on envisageait uniquement la répartition des charges parmi les contemporains ayant adhéré à l'assurance au même âge, quel que soit leur risque actuel.

équitables l'une que l'autre. Il est *incorrect* de généraliser et de dire que, pour l'époque du plein fonctionnement de l'assurance, les primes calculées d'après le système de la capitalisation des primes seront *toujours* inférieures aux primes obtenues par la répartition annuelle parce que, dans la capitalisation des primes, une partie des charges sera couverte par les intérêts des réserves.

Chapitre III.

Le problème suisse.

§ 1. Le problème théorique.

L'introduction de l'assurance contre la vieillesse et de celle des survivants en Suisse¹⁾ se présente d'une manière quelque peu différente de l'exemple qui a illustré les considérations du chapitre précédent. Bien qu'aucune décision et qu'aucun programme définitifs n'aient vu le jour, on peut toutefois formuler quelques postulats qui, vraisemblablement, se trouveront réalisés dans l'organisation des assurances sociales en Suisse.

1° L'assurance sera rendue *obligatoire*, ce qui lui conférera d'une manière indéniable son caractère d'assurance sociale. Si la population suisse tout entière ou

¹⁾ Nous laissons à dessein de côté l'assurance contre l'invalidité; nous estimons que cette branche d'assurance devrait être rattachée à l'assurance contre la maladie ou à l'assurance contre les accidents, qui ont déjà comme rouage important et nécessaire une organisation médicale. L'invalidité est le plus souvent une conséquence de l'âge. Si des rentes de vieillesse sont déjà accordées, il ne reste que l'invalidité par suite de maladie ou d'accident. La nécessité d'être assuré contre ces risques dans ces circonstances est assez variable, étant donné en outre la difficulté de définir ce risque. Il est aussi à craindre que, suivant les régions et suivant le milieu de la population, le droit aux prestations d'invalidité soit mis différemment à contribution.

seulement quelques catégories bien définies de citoyens seront englobées dans cette organisation, c'est là une question importante en elle-même, mais qui, pour les considérations qui vont suivre, ne joue aucun rôle.

2° La population du début sera englobée dans l'assurance, c'est-à-dire, au moment de l'introduction des assurances, les vieillards, les veuves et les orphelins, aussi bien que tous ceux qui auraient été incorporés plus tôt, si l'assurance avait existé, seront admis sans autre, bien que la période du paiement des primes soit écoulée pour les uns, et écourtée pour les autres.

3° Dans la suite, l'adhésion se fera en général à l'âge minimum x_0 . Les adhésions à un âge supérieur, ainsi que les sorties pour une cause autre que le décès, ne sont pas exclues.

Nous ferons toutefois l'hypothèse

- a. que la répartition d'après l'âge pour la collectivité des contemporains est constante,
- b. que la répartition d'après l'âge pour chaque nouvelle génération d'adhérents est constante.

4° Il sera prévu des rentes, dont le montant sera invariable, exigibles sans délai de carence.

5° L'assurance sera à la charge *des assurés* et de *l'Etat*. Si la loi prévoit également la participation des employeurs, on répartira la prime de l'assuré entre l'employé et l'employeur; ce serait là une modification de l'hypothèse ci-dessus qui, pour cette étude, ne jouerait aucun rôle. En disant qu'une partie des frais sera à la charge de l'Etat, nous entendons la Confédération et les cantons. De quelle façon la répartition se fera entre eux, c'est là également une question qui ne nous intéresse pas.

6° La prime des assurés sera constante, et égale à la prime collective établie d'après la méthode des primes moyennes et correspondant au groupement formé par l'ensemble des adhérents à partir de la 2^{me} année du fonctionnement de l'assurance.

7° Les charges de l'Etat proviendront uniquement du fait que la population du début sera englobée dans l'assurance.

8° Le taux technique sera supérieur au taux annuel d'accroissement du groupement.

9° et 10°. Les suppositions I et II du chapitre précédent.

Telles sont, succinctement résumées, les hypothèses qui constituent le *problème suisse*. Les données sont donc le groupement des assurés, les primes des adhérents et les prestations de l'assurance; la seule inconnue est la répartition des sommes mises à la charge de l'Etat, charges qui résulteront de l'incorporation de la génération du début.

Comment couvrir les charges de l'Etat? La solution qui vient en premier lieu à l'esprit consiste à faire verser par l'Etat la réserve du début ou, selon l'expression consacrée, à amortir le déficit initial; il pourrait se libérer ainsi en une ou plusieurs fois de toutes ses obligations. Cette solution ne peut être prise sérieusement en considération. En effet, le déficit initial atteindrait environ 3 milliards 220 millions de francs, seulement pour l'assurance contre la vieillesse, et seulement pour une rente de Fr. 600.—, accordée il est vrai à la population suisse tout entière, aux hommes à partir de 65 ans, aux femmes à partir de 60 ans. En y adjoignant le déficit pour l'assurance des survivants, cette somme augmentera encore de quelques centaines

de millions. Vu la situation financière actuelle de la Confédération et des cantons, il est complètement exclu de songer à amortir ce déficit dans un avenir rapproché. Le service des intérêts seul atteindrait déjà plus de 120 millions de francs annuellement.

Avant de discuter les diverses possibilités qui restent à l'Etat pour la répartition des charges qui lui incombent, arrêtons-nous un instant à une expression établie par Blaschke ¹⁾.

Désignons par

- p_A , comme au chapitre précédent, la prime collective, établie d'après la méthode des primes moyennes, à verser par les assurés conformément à la supposition sous 6° ci-dessus ;
- p_B , la prime qui résulterait de la répartition des charges annuelles parmi les contemporains.

Les hypothèses faites sous 3° ci-dessus permettent de constater que :

- a. le plein fonctionnement de l'assurance s'établira dès le début ;
- b. le nombre des assurés croîtra annuellement selon une progression géométrique ;
- c. le nombre des nouveaux adhérents croîtra annuellement selon une progression géométrique ;
- d. la prime p_B , définie ci-dessus, sera constante et indépendante de l'époque d'observation τ .

En vertu de la supposition 8°, $j < i$, d'où $c < r$ et $p_A < p_B$, conformément aux équations (2) et (3).

Si M_0 désigne le nombre des assurés au début, $M_0 \cdot c^t$ sera le nombre des assurés t années plus tard.

¹⁾ Dr Ernst Blaschke — Die Prämien und Prämienreserven der Invalidenversicherung der Arbeiter — Wien, 1910.

Si R_0 désigne la réserve au début ¹⁾, $R_0 \cdot c^t$ sera la réserve t années plus tard. t pouvant croître au delà de toutes limites, $R_0 \cdot c^t$ croîtra également, tandis que $\frac{R_0 \cdot c^t}{M_0 \cdot c^t} = \frac{R_0}{M_0}$, c'est-à-dire la réserve individuelle

dans le système des primes moyennes et de la capitalisation des primes, sera une quantité constante dans notre problème. Cette quantité est facile à obtenir; partons de l'équation

$$R_0 + p_A \left[M_0 + \frac{M_0 c}{r} + \frac{M_0 c^2}{r^2} + \dots \right] = p_B \left[M_0 + \frac{M_0 c}{r} + \frac{M_0 c^2}{r^2} + \dots \right] \quad ^2)$$

d'où

$$R_0 = M_0 \frac{r}{r-c} (p_B - p_A), \quad (4)$$

et

$$\frac{R_0}{M_0} = \frac{r}{r-c} (p_B - p_A).$$

Cette dernière relation permet de formuler le théorème suivant :

„Pour tout groupement tel que celui décrit ci-dessus, où, en particulier, les adhérents paient une prime collective déterminée d'après le principe des primes moyennes, la réserve unité, c'est-à-dire la réserve

¹⁾ R_0 est donné par l'expression suivante :

$$R_0 = \sum_{x=x_0}^{\omega} \sum_{n=0}^N \frac{A_{x,n}^0}{r^n} - p_A \cdot \sum_{x=x_0}^{\omega} \sum_{n=0}^N \frac{M_{x,n}^0}{r^n}.$$

²⁾ Cette équation est établie selon la méthode prospective et suppose qu'il n'y a pas lieu de se préoccuper d'une liquidation possible.

de la collectivité divisée par le nombre des adhérents, tend vers une limite finie pour l'époque du plein fonctionnement de l'assurance. Cette limite est égale à la valeur de la rente perpétuelle d'un montant égal à la différence entre la prime obtenue par la répartition des charges annuelles et la prime collective payée par les adhérents, valeur calculée à un taux égal à la différence entre le taux technique et le taux d'accroissement du groupement.

L'équation (4) peut se mettre sous la forme suivante :

$$M_0 \cdot c^t \cdot p_A + \frac{r-1}{r} R_0 \cdot c^t = M_0 \cdot c^t \cdot p_B + \frac{c-1}{r} R_0 \cdot c^t.$$

„Dans le cas de l'accroissement constant du nombre des adhérents, alors que le plein fonctionnement de l'assurance est atteint, le total des recettes annuelles en primes et en intérêts est égal à la somme des dépenses et des intérêts de la réserve au début de l'année, intérêts déterminés à un taux égal au taux d'accroissement du groupement.

Supposons, pour un instant, $j=0$ d'où $c=1$. L'équation (4) exprime alors un fait bien connu

$$M_0 \cdot p_B = \frac{r-1}{r} R_0 + M_0 \cdot p_A \quad (5)$$

à savoir que „dans le cas où le groupement admet un état stationnaire, c'est-à-dire un état où le nombre des adhérents reste invariable et où la réserve ne s'accroît plus, les dépenses annuelles sont alors égales aux recettes en primes et en intérêts“.

En vue du problème suisse, donnons encore à l'équation (4) deux nouvelles formes, à savoir :

$$M_0 \cdot c^t \cdot p_A + \frac{r-1}{r} R_0 + \frac{r-1}{r} R_0 (c^t - 1) = M_0 \cdot c^t \cdot p_B + \frac{c-1}{r} R_0 \cdot c^t \quad (6)$$

$$\text{et } M_0 \cdot c^t \cdot p_A + \frac{r-c}{r} R_0 \cdot c^t = M_0 \cdot c^t \cdot p_B \quad (7)$$

La relation (6) correspond à la répartition des charges suivant le principe de la *capitalisation des primes*. Le terme $\frac{r-1}{r} R_0$ dans cette relation indique le versement annuel de l'Etat.

La relation (7) correspond à la répartition des charges suivant le principe de la *répartition annuelle*. Le terme $\frac{r-c}{r} R_0 \cdot c^t$ dans cette relation indique le versement annuel de l'Etat.

En d'autres termes, et plus explicitement, si nous postulons le système de la capitalisation (relation 6), il est nécessaire et suffisant, la perspective d'une liquidation étant exclue, pour couvrir les charges annuelles et au delà, que l'Etat verse au commencement de chaque année un montant constant égal à $\frac{r-1}{r} R_0$, c'est-à-dire égal aux intérêts du déficit initial R_0 , intérêts déterminés au taux technique admis.

Si nous postulons le système de la répartition (relation 7), il est nécessaire et suffisant, pour couvrir exactement les charges annuelles, que l'Etat verse au commencement de chaque année un montant égal pour la $(t+1)^{\text{me}}$ année d'assurance à $\frac{r-c}{r} R_0 \cdot c^t$, à savoir un montant égal aux intérêts du déficit initial R_0 , intérêts déterminés à un taux égal à la différence entre le taux technique et le taux d'accroissement du groupement, intérêts multipliés par le facteur c^t .

Pour $c=1$, nous retrouvons la propriété caractéristique déjà établie par l'équation (5); nous avons ici un nouvel exemple pour lequel il y a *équivalence absolue entre les systèmes de la capitalisation des primes et de la répartition annuelle*.

Dans le cas de $r > c > 1$, pour l'année t' déterminée par la relation

$$c^{t'} = \frac{r-1}{r-c},$$

nous aurons équivalence entre les deux systèmes en question. Pour $t < t'$, les charges de l'Etat établies d'après le système de la répartition annuelle seront *inférieures* à celles que fourniraient le système de la capitalisation des primes. Pour $t > t'$, ce sera le contraire.

Si $r = 1,04$ et $c = 1,005$, cette époque t' , où se produira le renversement du rapport entre les charges établies par les deux systèmes en présence, arrivera 26 ans après le début du fonctionnement de l'assurance.

Durant les t' années, où l'Etat verserait davantage, d'après le système de la capitalisation, que suivant la répartition annuelle, le surplus constituera une réserve qui atteindra à la fin de la t^{me} année d'assurance un montant égal à $R_0 (c^{t'} - 1)$.

Rapport entre le versement des assurés et celui de l'Etat, dans la supposition de la répartition annuelle.

Le versement des assurés est $c^t \cdot M_0 \cdot p_A$, celui de l'Etat dans la répartition annuelle

$$c^t \cdot \frac{r-c}{r} R_0 = c^t \cdot \frac{r-c}{r} M_0 \cdot \frac{r}{r-c} [p_B - p_A] = c^t \cdot M_0 [p_B - p_A]$$

d'où

$$\frac{\text{versement de l'Etat}}{\text{versement des assurés}} = \frac{p_B - p_A}{p_A} = \frac{p_B}{p_A} - 1.$$

Ce rapport est donc constant et positif. En d'autres termes, dans les hypothèses du problème suisse, tel que nous l'avons posé, et dans la supposition de la répartition annuelle, le montant à verser par l'Etat sera toujours une fraction constante des dépenses annuelles, fraction plus grande que celle correspondant au versement des assurés si $p_B > 2p_A$, et plus petite si $2p_A > p_B > p_A$.

Rapport entre le versement des assurés et celui de l'Etat, dans la supposition de la capitalisation.

Le versement des assurés est $c^t \cdot M_0 \cdot p_A$, celui de l'Etat dans la supposition de la capitalisation

$$\frac{r-1}{r} R_0 = \frac{r-1}{r} M_0 \cdot \frac{r}{r-c} [p_B - p_A] = M_0 \cdot \frac{r-1}{r-c} [p_B - p_A]$$

d'où

$$\frac{\text{versement de l'Etat}}{\text{versement des assurés}} = \frac{1}{c^t} \cdot \frac{r-1}{r-c} \left[\frac{p_B}{p_A} - 1 \right].$$

Ce rapport n'est pas indépendant de t . Pour t'' fourni par l'équation

$$c^{t''} = \frac{r-1}{r-c} \left[\frac{p_B}{p_A} - 1 \right]$$

le montant que devrait verser annuellement l'Etat dans la supposition de la capitalisation sera égal au versement des assurés.

Pour $t < t''$, le versement de l'Etat sera supérieur à celui des assurés, pour $t > t''$, inférieur.

En d'autres termes, dans nos hypothèses du problème suisse et dans la supposition de la capitalisation, le montant à verser par l'Etat sera une fraction

Graphiquement, nous aurons les représentations suivantes :

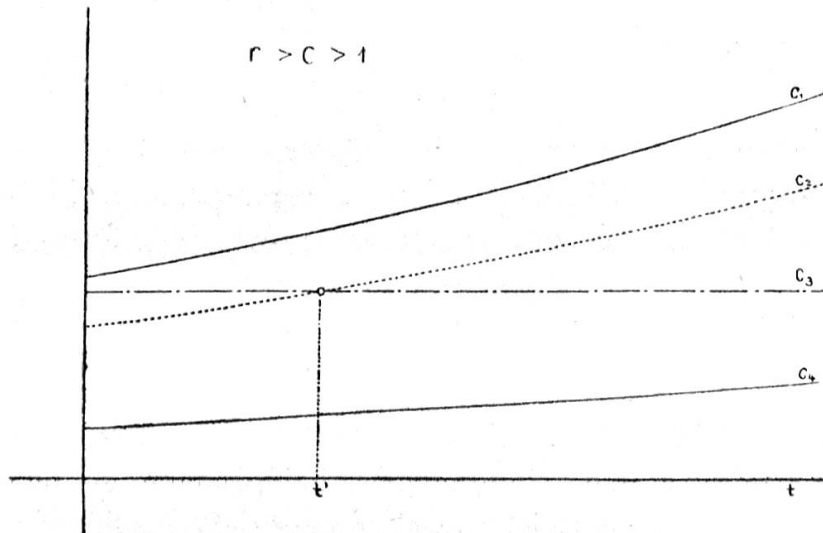


Fig. 1.

- C_1 dépenses totales.
- C_2 versement de l'Etat (répartition annuelle).
- C_3 versement de l'Etat (capitalisation des primes).
- C_4 recettes en primes des assurés.

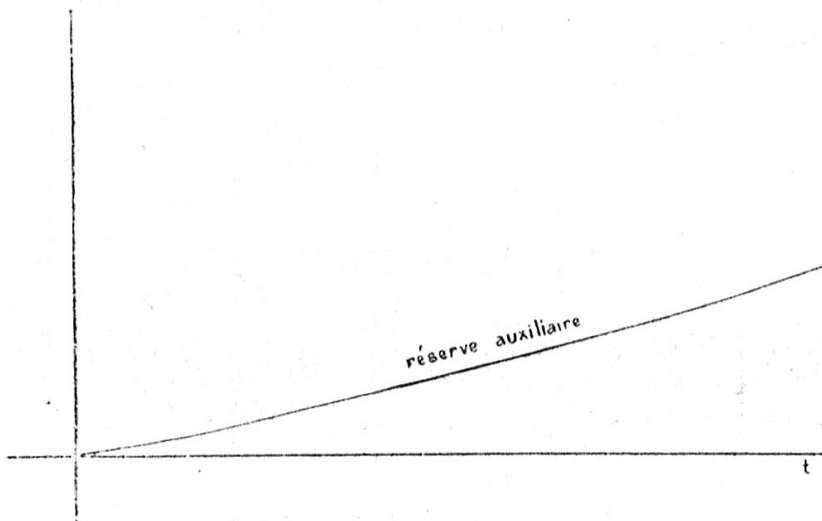


Fig. 2.

La fig. 1 devient dans le cas particulier où $c = 1$

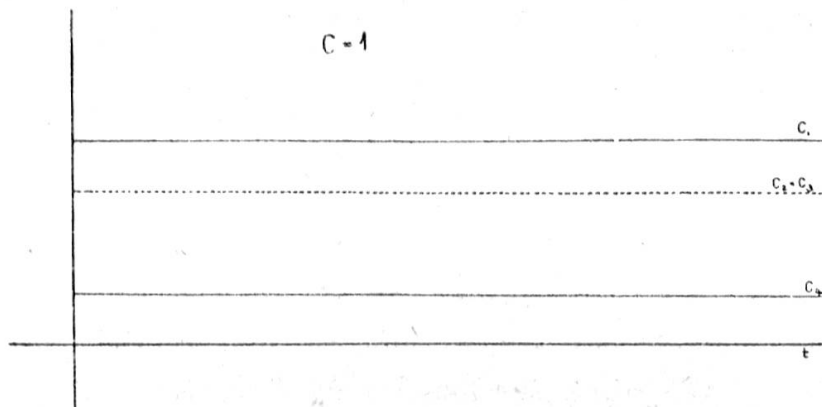


Fig. 3.

C_1 dépenses totales.

$C_2 = C_3$ versement de l'Etat (répartition annuelle) =
versement de l'Etat (capitalisation des primes).

C_4 recettes en primes des assurés.

et il n'existe pas de réserve auxiliaire.

Dans le cas particulier où $c = r$, la fig. 1 se réduit à la fig. 4

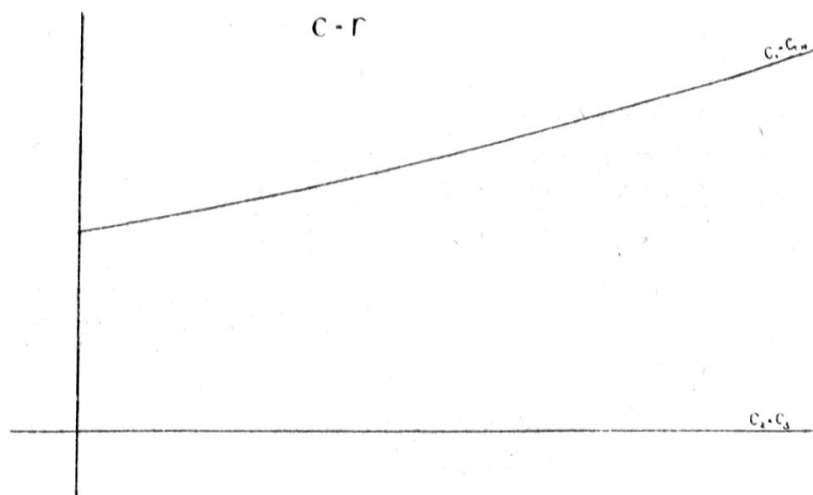


Fig. 4.

$C_1 = C_4$ dépenses totales = recettes en primes des assurés.

$C_2 = C_3$ versement de l'Etat (répartition annuelle) =
versement de l'Etat (capitalisation des primes).

et il n'existe également pas de réserve auxiliaire.

Reportons un instant notre attention sur le fonds auxiliaire qui, par suite de l'application du système de la capitalisation, ferait son apparition. L'ensemble des assurés à l'époque t serait $M_0 \cdot c^t$ et la réserve auxiliaire $R_0 (c^t - 1)$, représentant ainsi la réserve mathématique pour $M_0 (c^t - 1)$ assurés. Pour les M_0 autres assurés, il n'y aurait aucune réserve, bien que tous aient payé la même prime. La réserve $R_0 (c^t - 1)$ ne s'appliquerait pas à une catégorie d'âges privilégiés, mais se répartirait sur tous les âges représentés.

§ 2. Le problème pratique.

Comme il a déjà été dit, il est impossible à l'heure actuelle de se faire une idée quelque peu exacte de la manière dont le problème pratique sera posé. Il n'est toutefois pas sans intérêt de mentionner quelques variantes des hypothèses précédentes et d'indiquer les modifications que subiraient de ce fait les résultats ci-dessus.

a. Le problème théorique a admis le plein fonctionnement dès le début, non seulement quant au nombre des adhérents, mais également quant aux prestations accordées. Or, les charges de l'État ne proviennent que de l'incorporation de la population du début¹⁾; une mesure équitable pour diminuer ces charges sera de prévoir pour ces adhérents-là des rentes réduites, d'autant plus que, pour une partie d'entre eux, il ne sera versé aucune prime (pour les vieillards, les veuves et les orphelins du début) et que, pour les autres, la période de paiement sera écourtée.

¹⁾ Si l'État veut ou peut prendre encore davantage à sa charge et supporter à lui seul les frais pour un complément de rentes à toutes les générations (pour l'ensemble de la population ou pour certaines catégories), c'est là une question indépendante du problème considéré.

Sans entrer dans beaucoup de détails, indiquons toutefois ce que deviendra le tableau de la page 35 et la fig. 1, dans ce cas particulier.

R_0 sera toujours donné par l'expression

$$R_0 = \sum_{x=x_0}^{\omega} \sum_{n=0}^N \frac{A_{x,n}^0}{r^n} - p_A \cdot \sum_{x=x_0}^{\omega} \sum_{n=0}^N \frac{M_{x,n}^0}{r^n}$$

où les grandeurs $A_{x,n}^0$ correspondront aux rentes réduites.

Désignons par $p_0, p_1, p_2 \dots p_t \dots$ la répartition annuelle-unité, c'est-à-dire rapportée à un adhérent, et admettons que le plein fonctionnement quant aux prestations sera atteint au bout d'un temps $t = N_1$ ($N_1 \leq N$).

Année d'assurance	Paiement des assurés	Paiement de l'Etat (capitalisation)	Dépenses annuelles	Paiement de l'Etat (répartition)
1	$M_0 \cdot p_A$	$\frac{r-1}{r} R_0$	$M_0 \cdot p_0$	$M_0 (p_0 - p_A)$
2	$c \cdot M_0 \cdot p_A$	$\frac{r-1}{r} R_0$	$c \cdot M_0 \cdot p_1$	$c \cdot M_0 (p_1 - p_A)$
3	$c^2 \cdot M_0 \cdot p_A$	$\frac{r-1}{r} R_0$	$c^2 \cdot M_0 \cdot p_2$	$c^2 \cdot M_0 (p_2 - p_A)$
...
$t_1 + 1$	$c^{t_1} \cdot M_0 \cdot p_A$	$\frac{r-1}{r} R_0$	$c^{t_1} \cdot M_0 \cdot p_{t_1}$	$c^{t_1} \cdot M_0 (p_{t_1} - p_A)$
...
$t_2 + 1$	$c^{t_2} \cdot M_0 \cdot p_A$	$\frac{r-1}{r} R_0$	$c^{t_2} \cdot M_0 \cdot p_B$	$c^{t_2} \cdot M_0 (p_B - p_A)$
...

$$t_1 < N_1 \text{ et } t_2 > N_1.$$

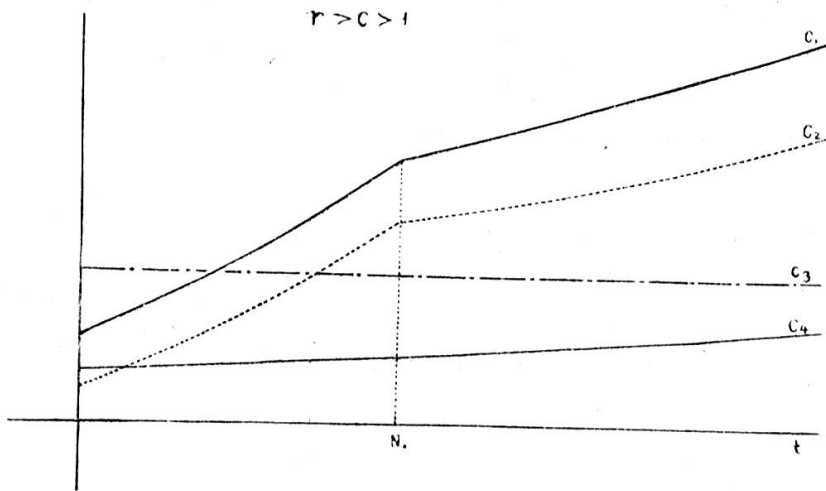


Fig. 5.

- C_1 dépenses totales.
- C_2 versement de l'Etat (répartition annuelle).
- C_3 versement de l'Etat (capitalisation des primes).
- C_4 recettes en primes des assurés.

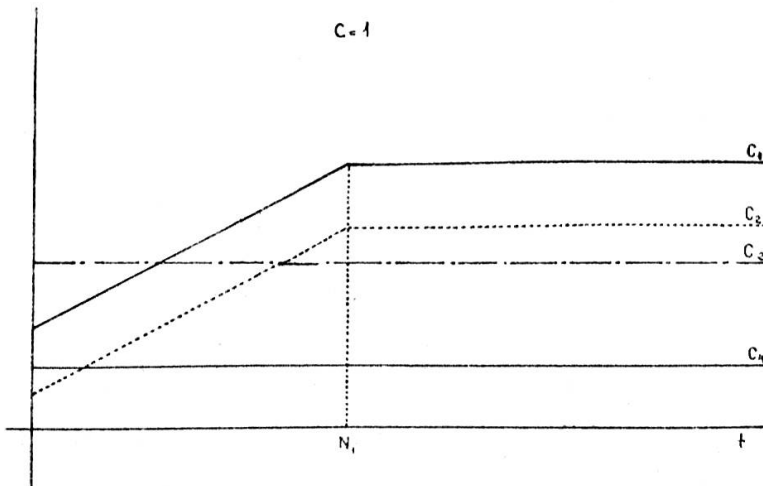


Fig. 6.

- C_1 dépenses totales.
- C_2 versement de l'Etat (répartition annuelle).
- C_3 versement de l'Etat (capitalisation des primes).
- C_4 recettes en primes des assurés.

Ici aussi l'application du système de la capitalisation conduirait à la constitution d'une réserve auxiliaire, facile à déterminer, mais dont l'expression analytique ne pourrait pas se mettre sous une forme aussi simple que dans le tableau de la page 35, et qui pour ce motif a été laissée de côté.

(Dans les fig. 5 et 6 — voir p. 40 —, la position respective des diverses lignes est tout à fait arbitraire; elle dépend avant tout de la réduction des rentes pour la génération du début.)

b. Pour admettre le plein fonctionnement dès le début, il a fallu supposer que la composition du groupement au début présentait précisément la composition la plus probable pour l'avenir. Si les circonstances exigeaient de considérer une autre répartition de la population, les résultats indiqués ne s'appliqueraient que partiellement aux premières années d'assurance, pour reprendre leur valeur intégrale dès que la génération du début aurait disparu ($\tau \geq N$).

c. En vertu de l'hypothèse énoncée sous 6° à la page 28, la prime p_A sera la prime collective correspondant au groupement formé par l'ensemble des adhérents à partir de la 2^me année d'assurance, quel qu'ait été leur âge au moment de leur adhésion.

Rien n'empêchera de choisir comme prime, la prime technique correspondant à l'âge minimum x_0 . Au point de vue actuariel, la méthode la plus conforme reviendrait alors à considérer deux groupements distincts: un groupement général

$$\sum_{x=x_0}^{\omega} \sum_{n=0}^N M_{x,n}^0 + \sum_{t=1}^{\infty} \sum_{n=0}^N M_{x_0,n}^t$$

et un groupement spécial

$$\sum_{t=1}^{\infty} \sum_{x=x_0+1}^{\omega} \sum_{n=0}^N M_{x,n}^t.$$

Après disparition de la population du début, les principes généraux obtenus précédemment s'appliqueraient, sans autre, au premier de ces groupements. Les admissions à un âge supérieur à x_0 feraient l'objet d'une réglementation spéciale. On pourrait exiger de ces assurés un versement supplémentaire, ou une réduction déterminée des rentes pourrait être prévue. Il est bien évident que ces deux groupements ne correspondraient pas à deux organisations différentes; les assurés n'auraient aucune conscience de cette distinction purement théorique, dont le but serait uniquement de faciliter la détermination des versements à prévoir.

d. Le message du Conseil fédéral du 21 juin 1919 est suivi d'une annexe concernant la couverture actuarielle des charges de l'assurance, annexe due à M. P. Nabholz. Au point de vue actuariel, les hypothèses qui y sont formulées sont, d'une manière générale, celles groupées précédemment sous le nom de problème suisse. Le groupement total est scindé toutefois en deux sous-groupements fortement distincts :

le premier
$$\sum_{t=0}^{\infty} \sum_{x=x_0}^{X-1} \sum_{n=0}^N A_{x,n}^t$$

le second
$$\sum_{x=X}^{\omega} \sum_{n=0}^N A_{x,n}^0.$$

X désignant l'âge à partir duquel l'adhérent a droit aux rentes de vieillesse.

Pour le premier, la capitalisation des primes est préconisée, pour le second, la répartition des charges

annuelles¹⁾. Cette divergence avec les suppositions de cette étude porte donc uniquement sur le déficit initial R_0 . Son amortissement partiel est prévu, ce qui entraîne une répartition des charges quelque peu différente de celle exposée dans les pages précédentes.

§ 3. Capitalisation ou répartition ?

La question de savoir s'il faut recommander, pour les assurances sociales en Suisse, le système de la capitalisation des primes ou celui de la répartition annuelle, est maintenant simple. Le système de la capitalisation est à rejeter.

En premier lieu, pour la raison qu'*il ne peut pas y avoir d'une manière générale réellement capitalisation des primes*, tant que l'amortissement du déficit initial n'est pas prévu. Spécifier dans la loi ou dans une ordonnance d'exécution, dire aux assurés que l'Etat détermine sa contribution annuelle d'après le système de la capitalisation des primes, ce serait laisser croire que les primes des assurés sont véritablement mises en réserve, et faire supposer que des capitaux suffisants existent pour la couverture des engagements futurs. Tant que le déficit initial ne sera pas *complètement* amorti, il faudra que chaque génération prête aux gé-

¹⁾ Dans la supposition d'une population stationnaire et à partir de l'époque du plein fonctionnement de l'assurance, le système proposé revient exactement à la répartition annuelle des nouvelles réserves, quoique l'auteur ait rejeté au préalable ce mode de couverture pour recommander la capitalisation des primes. Il y aura

dès lors constamment $\sum_{x=x_0}^{X-1} M_{x,0}^0$ adhérents qui auront payé leurs

primes comme les autres, mais pour lesquels il n'existera aucune réserve quelconque, bien que soi-disant les charges actuarielles aient été déterminées d'après le système de la capitalisation des primes.

nération plus âgées, et que les primes d'une génération servent à payer partiellement ou complètement les rentes des générations contemporaines ¹⁾. Si l'application stricte et rigoureuse du principe de la capitalisation des primes peut conduire, comme nous l'avons vu par les considérations précédentes, peu à peu, à la constitution d'une réserve, cette dernière ne sera suffisante que pour une fraction des adhérents, fraction variable suivant les hypothèses. Pour le reste, *il n'y aura rien*.

En second lieu, une constatation s'impose: De la façon dont le problème suisse se présente, les deux systèmes, strictement appliqués, conduiraient à des résultats peu différents l'un de l'autre. Que l'on détermine le versement annuel de l'Etat, comme différence annuelle entre les dépenses et les recettes des assurés, ou que l'on calcule le plus exactement possible les intérêts du déficit initial, ces deux sommes, du moins si l'on admet les rentes maxima dès le début, ne différeraient pas beaucoup l'une de l'autre et seraient même rigoureusement égales dans la supposition d'une population stationnaire ($c = 1$) ²⁾.

¹⁾ On entend parfois repousser le système de la capitalisation à l'occasion du problème suisse, pour ne pas laisser d'énormes capitaux entre les mains de l'Etat. Souvent les personnes raisonnant ainsi ne se sont pas suffisamment rendu compte que les primes seront absorbées dans leur majeure partie par les charges courantes de la génération contemporaine.

²⁾ Si le déficit initial était complètement amorti, on pourrait argumenter de la sorte: les résultats sont tout à fait ou sensiblement équivalents, c'est juste; mais ils sont obtenus de tout autre manière. Dans la capitalisation des primes, les réserves libérées par suite de sinistres et les primes du risque suffisent pour liquider les dépenses; les primes-épargne des assurés sont bel et bien mises en réserve, tandis que pour la répartition annuelle, ce sont les primes qui ont été utilisées pour le règlement des dépenses, et les réserves, si elles existent, restent intactes. Bien qu'identiques dans leurs résultats, les deux systèmes ont cependant leur raison d'être.

La diversité des principes peut conduire, il est vrai, à un déplacement des charges suivant le temps. Les sommes à verser par l'Etat sont au début, dans la répartition annuelle, suivant les suppositions, égales ou inférieures au montant constant que prévoirait la capitalisation des primes. Mais rien n'empêche de modifier les charges qui résulteraient pour l'Etat de la répartition annuelle, *en constituant dès les premières années, un fonds auxiliaire plus ou moins arbitraire*, selon les capitaux disponibles. Le but de ce fonds n'est pas de revenir par une voie détournée au système de la capitalisation, ni de créer une réserve pour des engagements futurs bien déterminés; ce serait uniquement une mesure de prudence, ayant pleinement conscience que l'accroissement de la population entraînera dans la suite une augmentation proportionnelle des charges. Les intérêts de ce fonds auxiliaire, aussi bien du reste que le fonds lui-même, pourraient être mis à contribution par l'Etat, dès le moment où il le jugerait à propos pour l'aider à subvenir à ses charges. La création d'un fonds auxiliaire est surtout recommandable dans le cas de prestations réduites pour la génération du début. Les assurés payeraient déjà leurs primes intégralement, tandis que le versement de l'Etat serait un minimum. Il saura alors profiter de ces premières années pour constituer une réserve auxiliaire.

Les résultats pratiques d'un tel système combiné pourront différer aussi peu qu'on le voudra de ceux qui résulteraient de l'application du principe de la capitalisation des primes.

En troisième lieu, la répartition annuelle faciliterait et simplifierait à tous les égards l'introduction et l'organisation des assurances. Au point de vue technique, la capitalisation des primes exige des suppositions bien

précises, dès le début, quant à l'ordre de survie, aux probabilités de nuptialité, etc., quant au taux de l'intérêt, quant à la composition future de la population, en particulier quant à c . Durant le fonctionnement de l'assurance des écarts ne manqueraient pas de se produire entre les faits et les suppositions. De là, des déficits à combler ou des bonis peut-être momentanés qui serviraient de prétexte aux assurés pour réclamer une réduction de leurs primes, etc.; le tout accompagné d'expertises longues et coûteuses, de recherches statistiques laborieuses, pour arriver à des résultats légèrement modifiés qui, au bout de quelques années, demanderaient de nouveau à être révisés.

Le taux de l'intérêt serait, parmi les bases techniques, celle qui pourrait être au début le plus arbitrairement choisie: un écart entre l'intérêt réel et l'intérêt théorique ne pouvant se produire que pour autant qu'il existe des capitaux. Une modification du taux de l'intérêt, dans le principe de la capitalisation, aurait pour but un déplacement entre les versements des assurés et ceux de l'Etat. Si le taux croît, la prime diminue et les charges de l'Etat augmentent. L'équation (5) montre que, dans la supposition de la population stationnaire ($c = 1$), la diminution des recettes en primes sera exactement compensée par l'augmentation des sommes à verser par l'Etat.

Chapitre IV.

Conclusions.

I. Chaque institution de prévoyance, pour laquelle l'actuaire est appelé à donner son préavis, que ce soit dans l'industrie privée, ou pour les fonctionnaires de l'Etat ou encore pour l'organisation des assurances sociales, se présente sous des aspects différents et dans des circonstances rarement analogues. Chaque problème étant de nature très complexe exige des études particulières, chaque fois longues et laborieuses. L'actuaire, après avoir étudié une institution dans un cas déterminé, théoriquement et pratiquement, jusque dans ses moindres détails, ne peut pas la considérer comme une institution-type, un schéma auquel il pourra adapter tant bien que mal les organisations qu'il aura à examiner dans la suite, sans que ses conclusions risquent de manquer de rigueur.

II. L'évolution en matière de prévoyance sociale a conduit à l'assurance de masses par l'Etat. L'Etat s'est vu obligé de devenir assureur, non plus en sa qualité d'employeur, mais en tant que collectivité et expression de la solidarité nationale. Cette constatation pourrait justifier à elle seule l'adoption, par opposition au système préconisé pour les institutions à caractère privé, d'un principe basé sur la collaboration et l'entraide des contemporains.

III. Certaines hypothèses se trouvant réalisées, l'application des principes de la capitalisation des primes et de la répartition annuelle conduit à des résultats identiques.

IV. Les caractéristiques du problème suisse sont les suivantes :

- a. la population du début sera englobée dans l'assurance ;
- b. la prime des assurés sera déterminée en faisant abstraction de la population du début ;
- c. le déficit initial en résultant, déficit exclusivement à la charge de l'Etat, ne sera pas ou seulement partiellement amorti.

Ce dernier point rend l'application stricte du principe de la capitalisation des primes *illusoire*. Tant que le déficit initial ne sera pas *intégralement* amorti, toute réserve réellement constituée ne pourra s'appliquer qu'à un nombre restreint d'assurés.

V. *Prévoir que l'Etat prendra à sa charge une fraction constante des dépenses annuelles, c'est préjuger le système et exclure la capitalisation des primes.*

VI. Etant donné les circonstances et les conditions dans lesquelles se pose le problème suisse, il est désirable d'admettre le principe de la *répartition des charges annuelles* pour l'organisation des assurances en Suisse et, éventuellement, suivant le cas et d'une façon plus ou moins arbitraire, de se rapprocher de la répartition que fournirait le principe de la capitalisation des primes par la constitution d'un fonds auxiliaire.

Zurich, juillet 1921.

Travaux consultés.

- 1° De la nécessité d'introduire dans les programmes d'enseignement des divers degrés l'étude des institutions de prévoyance et des principes qui doivent leur servir de base. — Rapport de L. Maingie. 1^{er} Congrès International d'Actuaires. Bruxelles 1895.
- 2° Moyens à mettre en œuvre pour combattre les erreurs qui règnent généralement en matière d'institution de prévoyance. — Rapport de L. Duboisdeghien. 1^{er} Congrès International d'Actuaires. Bruxelles 1895.
- 3° Les actuaires et les institutions de prévoyance. — Rapport de Albert Quiquet et E. Cheysson. 1^{er} Congrès International d'Actuaires. Bruxelles 1895.
- 4° Préface de la traduction française du Text-Book de l'Institut des Actuaires de Londres, par Léon Mahillon (novembre 1894).
- 5° Denkschrift über die Berechnung des durchschnittlichen jährlichen Beitragserfordernisses zu der Invaliden- und Altersversicherung. Wien 1909, k. k. Hof- und Staatsdruckerei.
- 6° Méthode de calcul des primes et réserves mathématiques dans l'assurance sociale, notamment les conditions de l'application de primes moyennes. — Rapport de Ch. Lembourg, Bruxelles. 6^{me} Congrès International. Vienne 1909.
- 7° Die Deckungsmethoden der Sozialversicherung. — Rapport de Prof. Dr L. von Bortkiewicz, Berlin. 6^{me} Congrès International. Vienne 1909.
- 8° Les méthodes de calcul des primes et des réserves de primes dans l'assurance publique, particulièrement l'application de primes moyennes. — Rapport de J. L. Kok, Rotterdam. 6^{me} Congrès International. Vienne 1909.
- 9° Methoden der Bemessung der Prämien und der Prämienreserven in der öffentlichen Versicherung, insbesondere

Voraussetzungen für die Verwendung von Durchschnittsprämien. — Rapport de Rudolf Schromm. 6^{me} Congrès International. Vienne 1909.

- 10° Procès-verbaux du 6^{me} Congrès International des Actuaires. — Vienne 1909 ; p. 132—168.
- 11° Die Prämien und Prämienreserven der Invalidenversicherung der Arbeiter. Von Regierungsrat Prof. Dr. Ernst Blaschke. — „Versicherungswissenschaftliche Mitteilungen des österreichisch-ungarischen Verbandes der Privat-Versicherungs-Anstalten.“ Neue Folge, 5. Bd. Wien 1910.
- 12° Die Finanzsysteme in der öffentlichen und in der privaten Versicherung. Von Dr. Jul. Kaan. — „Versicherungswissenschaftliche Mitteilungen des österreichisch-ungarischen Verbandes der Privat-Versicherungs-Anstalten“. Neue Folge. 5. Bd. Wien 1910.
- 13° State Insurance against Invalidity and Old-Age, the Actuarial Basis of the Austrian Method. By George William Richmond, F. I. A. Edinburgh. Vol. XLV. Journal of the Institute of Actuaries, p. 336. London 1911.
- 14° Staatliche Pensionsregelung unter besonderer Berücksichtigung der Massnahmen zur Bedeckung der bezüglichen Ausgaben. Von Hofrat Prof. Dr. Ernst Blaschke, Wien. — Rapport du 7^{me} Congrès International d'Actuaires. Amsterdam 1912.
- 15° Die Organisation des öffentlichen Pensionswesens in Dänemark. Von V. E. Gamborg, Copenhagen. — Rapport du 7^{me} Congrès International. Amsterdam 1912.
- 16° Governmental Methods of Providing Old-Age Pensions. By Miles M. Dawson, New York. — Rapport du 7^{me} Congrès International. Amsterdam 1912.
- 17° American public pension systems and civil service retirement plans. By Frederick L. Hoffmann, Newark. — Rapport du 7^{me} Congrès International. Amsterdam 1912.

- 18° L'organisation des pensions de vieillesse dans les administrations publiques. Par E. Pothémont, Paris. — Rapport du 7^{me} Congrès International. Amsterdam 1912.
- 19° The public Administration of Old-Age Pensions in the United Kingdom. By Vyvyan Marr, London. — Rapport du 7^{me} Congrès International. Amsterdam 1912.
- 20° L'organisation des pensions de vieillesse dans les administrations publiques des Pays-Bas et des Indes néerlandaises. Par H. W. A. Zoot. — Rapport du 7^{me} Congrès International. Amsterdam 1912.
- 21° Die Altersversorgung in der öffentlichen Verwaltung. Von Pohl, Berlin. — Rapport du 7^{me} Congrès International. Amsterdam 1912.
- 22° Procès verbaux du 7^{me} Congrès International d'Actuaires. Amsterdam 1912, p. 484—535.
- 23° Die Organisation der Schweizerischen Alters-, Invaliden- und Hinterlassenenversicherung. Von Dr. W. Zollinger, Zürich. — Zeitschrift für schweizerische Statistik und Volkswirtschaft, Heft 3, 55. Jahrg., 1919.
- 24° Rapport rédigé sur la demande du Département fédéral de l'Economie publique concernant diverses questions touchant l'introduction des assurances sociales en Suisse et contenant en particulier un projet pratique, par Dir. D^r G. Schærtlin. — Zurich 1921 (Rapport inédit.)

