Variabeler Zinsfuss für Rententarife.

Von Direktor **J. Riem**, Basel.

Anlässlich der 11. ordentlichen Mitgliederversammlung am 14. Oktober 1916 in Olten hat unser Präsident, Herr Direktor Dr. G. Schärtlin, in seiner Begrüssungsrede seine Ansicht über die Folgen kundgetan, welche die Anwendung eines höheren Zinsfusses als des bisher üblichen von 3 % oder $3^1/_2$ % mit sich bringt.

Er sagte damals schon, dass dort, wo eine Staatsaufsicht bestehe, diese zu erwägen habe, ob die Erhöhung des Zinsfusses die Sicherheit der Versicherungsgesellschaft nicht in Frage stellen könne. Es muss ohne weiteres zugegeben werden, dass dies der Fall sein kann, wenn der *erhöhte* Zinsfuss bei der Berechnung des Deckungskapitals für die ganze Dauer des Versicherungsvertrages *ungekürzt* zur Anwendung gebracht werden soll. Die bisherige Praxis hat bei Berechnung des Deckungskapitals an dem starren System der Beibehaltung eines *gleichbleibenden* Zinsfusses von 3 und $3^1/_2$ % für alle Versicherungsjahre festgehalten. Das ist gewiss eine gute Lösung solange der wirklich erzielte Zinsfuss den der Berechnung des Deckungskapitals zugrunde gelegten um $^1/_2$ %, also im ganzen zirka $3^1/_2$ % und

4 % nicht überschreitet. Heute jedoch, wo gute Kapitalanlagen zu 5 % für eine 10jährige Dauer an der Tagesordnung sind, ist indessen die Beibehaltung der bisherigen Praxis für die Sicherheit der Versicherungsgesellschaft nicht unbedingt erforderlich. — Wir dürfen innerhalb der nächsten 10 Jahre, sagen wir bis 1929, mit der Erzielung von 5 % Zinsen für mündelsicher *neu angelegte* Kapitalien sehr wohl rechnen. Was in 1930 die in 1919 angelegten Kapitalien an Zinsen abwerfen, können wir einstweilen noch nicht beurteilen; es kann sein, dass sie mehr als 5 %, es kann aber auch sein, dass sie weniger als 5 % abwerfen; immerhin ist anzunehmen, dass wir mit einem Mindesterträgnis von 4½ % rechnen dürfen. Für noch spätere Geschäftsjahre, also von heute ab z. B. nach 20 Jahren, sollte man jedoch auf einen Zinsenertrag von nur 4 % abstellen. Halten wir nun einmal an den drei Punkten fest, 5 %, 4½ % und 4 % für jetzt mündelsicher angelegte Kapitalien während der gedachten drei Zeitperioden, so liegt wohl kein Grund vor, warum diese dre Punkte bei versicherungstechnischen Berechnungen *nicht* Verwertung finden sollten, zumal die Anwendung verschiedener im voraus nach der abgelaufenen Dauer der Versicherung festgesetzter Zinsfüsse der Technik keine besonderen Schwierigkeiten bereitet. Legt man nun den technischen Berechnungen der Prämien und des Deckungskapitals einen Zinsfuss zugrunde, welcher ½ % *weniger* beträgt, als der wirklich erzielte ausmacht, so bleibt die Sicherheit der Gesellschaft nach wie vor *ungefährdet*. Nach dem bisher Gesagten dürfen den technischen Berechnungen daher folgende Zinsfüsse unterlegt werden:

für die nächste	Periode von 10 Jahren	4½ %
„ „ zweitfolgende	„ „ „ „	4 %
„ „ weiteren Versicherungsjahre		3½ %.

Man kann hier nun entgegenhalten:

Die Anwendung der gedachten Zinsfüsse habe nur Geltung für die in *1919* abgeschlossenen Versicherungen, für das Jahr *1920* müsse man sich wiederum mit einer Änderung befassen, ebenfalls im Jahre 1921 usw. Das trifft aber dann nicht zu, wenn man schon für die erste Periode von 10 Jahren einen Zinsfuss wählt, welcher zirka $^1/_2$ % weniger beträgt, als der in der zweiten Periode von 10 Jahren zu erzielende im Durchschnitt ausmacht. Als solchen Zinsfuss kann man $4^1/_4$ % betrachten. Geht man nun noch einen Schritt weiter und reduziert diesen Zinsfuss von $4^1/_4$ % vom 11. Versicherungsjahre ab bis zum 20. Versicherungsjahr gleichmässig von Jahr zu Jahr um je $^3/_{40}$ %, so gelangt man beim 20. Versicherungsjahr auf einen von da ab gleichbleibenden Zinsfuss von $3^1/_2$ %. Demnach darf man, ohne die Sicherheit der Gesellschaft zu gefährden, für alle während der nächsten *10* Geschäftsjahre neu abzuschliessenden Versicherungen folgende Zinsfüsse zugrunde legen:

für	das	1.	Versicherungsjahr	$4^{10}/_{40}$	=	4.25 %
„	„	2.	„	$4^{10}/_{40}$	=	4.25 %
„	„	3.	„	$4^{10}/_{40}$	=	4.25 %
„	„	4.	„	$4^{10}/_{40}$	=	4.25 %
„	„	5.	„	$4^{10}/_{40}$	=	4.25 %
„	„	6.	„	$4^{10}/_{40}$	=	4.25 %
„	„	7.	„	$4^{10}/_{40}$	=	4.25 %
„	„	8.	„	$4^{10}/_{40}$	=	4.25 %
„	„	9.	„	$4^{10}/_{40}$	=	4.25 %
„	„	10.	„	$4^{10}/_{40}$	=	4.250 %
„	„	11.	„	$4^{7}/_{40}$	=	4.175 %
„	„	12.	„	$4^{4}/_{40}$	=	4.100 %
„	„	13.	„	$4^{1}/_{40}$	=	4.025 %
„	„	14.	„	$3^{38}/_{40}$	=	3.950 %

für	das	15.	Versicherungsjahr	$3^{35}/_{40}$	=	3.875 %
„	„	16.	„	$3^{32}/_{40}$	=	3.800 %
„	„	17.	„	$3^{29}/_{40}$	=	3.725 %
„	„	18.	„	$3^{26}/_{40}$	=	3.650 %
„	„	19.	„	$3^{23}/_{40}$	=	3.575 %
„	„	20.	und mehr Versicherungsjahre	$3^{20}/_{40}$	=	3.500 %

Führt man den vorgezeichneten Gedankengang an Beispielen versicherungstechnisch durch, so gelangt man dabei zu sehr interessanten Resultaten, die insbesondere auch zu weiterem Studium anregen.

Die nachfolgende Untersuchung gilt also der Beantwortung der Frage „Liegt speziell für die *schweizerischen* Versicherungsgesellschaften ein Bedürfnis vor, von der bisherigen Praxis, nämlich der Beibehaltung eines Zinsfusses von $3^1/_2$ %, abzuweichen oder nicht?“ Mit anderen Worten: „Ist die Beantwortung der Frage dringlicher Natur oder kann sie ad calendas graecas verschoben werden?“

Wie bekannt, haben schon vor dem Inkrafttreten des französischen Gesetzes betreffend den Zinsfuss in der Lebensversicherung verschiedene französische Lebensversicherungsgesellschaften *neue Rententarife* auf der Grundlage eines für die ganze Dauer des Vertrages gleichbleibenden Zinsfusses von *$4^1/_4$* % in die Praxis eingeführt. Von der Einführung neuer Tarife zum Zinsfuss von *$4^1/_4$* % für die *Todesfallversicherung* scheinen die französischen Gesellschaften bis nach Beendigung des Krieges, d. h. bis zum Inkrafttreten des Gesetzes, zuwarten zu wollen. — Bisher haben die *schweizerischen* Versicherungsgesellschaften eine *abwartende* Stellung zum neuen Rententarife der französischen Gesellschaften eingenommen. Heute jedoch, wo die *französischen* Gesellschaften mit dem neuen

Rententarife zu $4^1/_4$ % eine wirksame Konkurrenz im Wettbewerbe mit den *schweizerischen* Gesellschaften in *Frankreich* ausüben, müssen wir uns wohl oder übel mit der Sache befassen. Der neue Rententarif der „*Urbaine*“ in Paris versetzt uns in die Lage, Vergleiche zwischen dem in *Frankreich* geltenden *schweizerischen* und dem Rententarif der „Urbaine“ anstellen zu können.

Jährliche Renten für ein Leben in Frankreich:

Eintritts-alter	Schweizerischer Tarif %	Tarif der Urbaine %	Differenz
30	4.82	5.39	0.57
40	5.46	6.01	0.55
50	6.58	7.12	0.54
60	8.67	9.22	0.55
70	12.38	12.96	0.58
80	15.19	15.80	0.61
85	15.84	16.46	0.62

Die „Urbaine“ und mit ihr die meisten grösseren französischen Gesellschaften überbieten jetzt die schweizerischen Gesellschaften bei sämtlichen Beitrittsaltern in den Rentenleistungen um mehr als $^1/_2$ %. Wie sollen da die schweizerischen Gesellschaften in *Frankreich* vor dem Inkrafttreten des französischen Versicherungsgesetzes im Wettbewerbe um Rentengeschäfte konkurrieren? Zur Erläuterung dieser Frage sollen folgende Beispiele näher untersucht werden:

Ein *30*jähriger, ein *40*jähriger, ein *49*jähriger, ein *50*jähriger und ein *60*jähriger *Franzose* besitzen je ein geerbtes Kapital von Fr. 100,000. Diese 5 Kapitalien im Gesamtwerte von *Fr. 500,000* sind bei soliden Bankhäusern und Sparkassen zu *4¼* % zinstragend angelegt.

Von Agenten der *schweizerischen* Versicherungsgesellschaft werden gegen Einzahlung obiger Kapitalien à fonds perdu folgende jährlichen Leibrenten offeriert:

für	den	30jährigen	Fr.	4820
"	"	40 "	"	5460
"	"	49 "	"	6430
"	"	50 "	"	6580
"	"	60 "	"	8670

Die 30—49jährigen Kandidaten erwidern: „Wir lassen unser Geld *einstweilen* noch so lange bei unseren Bankhäusern stehen, als wir gegenüber der Bankleistung zu *4¼* % keinen Nachteil erblicken können." Wie lange dieses „*Einstweilen*" sich hinauszieht, zeigt folgende Überlegung:

1. Der *30jährige* Franzose kann sein Geld auf der Sparkasse zu 4¼ % noch *41* Jahre lang, d. h. bis zu seinem 71. Lebensjahr stehen lassen, derselben jährlich die offerierten Fr. 4820 entnehmen und dann erst bei den schweizerischen Gesellschaften aus dem Reste seines Sparkassenvermögens von *Fr. 39,523* eine Leibrente kaufen, die ihm jährlich *Fr. 5035,* also Fr. 215 mehr als die offerierten Fr. 4820 einbringt.

2. Der *40jährige* Franzose kann sein Geld auf der Sparkasse zu 4¼ % noch *20* Jahre lang, d. h. bis zu seinem 60. Lebensjahr stehen lassen, derselben jährlich die offerierten *Fr. 5460* entnehmen und dann erst bei den schweizerischen Gesell-

schaften aus dem Reste seines Sparkassenvermögens von *Fr. 63,019* eine Leibrente kaufen, welche ihm jährlich Fr. 5464, also noch Fr. 4 mehr als die offerierten Fr. 5460 einbringt.

3. Der *49jährige* Franzose kann sein Geld auf der Sparkasse zu $4^1/_4$ % noch *ein* Jahr lang, d. h. bis zu seinem 50. Lebensjahre stehen lassen, derselben einmal die offerierten *Fr. 6430* entnehmen und aus dem Reste von *Fr. 97,820* eine Leibrente kaufen, die immer noch jährlich Fr. 6 mehr einbringt als die offerierten Fr. 6430.

4. Der *50jährige* Franzose wird sich schon besinnen müssen, ob er mit dem Rentenkauf noch zuwarten soll; er kann aus seiner Sparkasse nach *ein*jähriger Wartezeit und Entnahme der offerierten Fr. 6580 nur noch eine Leibrente von Fr. 6573, *also Fr. 7* weniger, kaufen. Nach 10jähriger Wartefrist und 10maliger Entnahme von *Fr. 6580* kann er nur noch eine Leibrente von Fr. 6216, also Fr. 364, weniger kaufen.

5. Der *60jährige* Franzose kann nach *ein*jähriger Wartefrist und einmaliger Entnahme von Fr. 8670 nur noch eine Leibrente von Fr. 8574, also Fr. 96 weniger, kaufen. Nach 10jähriger Wartefrist kann er nur noch eine Leibrente von *Fr. 5733* kaufen, wenn er während dieser 10 Jahre alljährlich der Sparkasse die offerierten *Fr. 8670* entnimmt.

Aus dieser Überlegung heraus folgt, dass bei einer $4^1/_4$ %igen Sparkassenverzinsung erst vom *50. Lebensjahre* an Rentenkäufer erwartet werden dürfen.

Da der Kapitalist aber heute nicht mehr mit einer $4^1/_4$ %igen Verzinsung rechnet, sondern auf $4^1/_2$ %,

$4^3/_4$ % oder sogar auf 5 % hofft, so wird das Rentenkaufbedürfnis nicht mehr vom *50.* Lebensjahre an, sondern noch später erwartet werden müssen. Mit einer $4^1/_2$ %igen Verzinsung kommt bei den schweizerischen Lebensversicherungsgesellschaften in Frankreich erst mit dem *53.* Lebensjahre, mit einer $4^3/_4$ %igen Verzinsung erst beim *56.* Lebensjahre und mit einer 5 %igen Verzinsung beim *58.* Lebensjahre der Vorteil eines Rentenkaufs zur Geltung.

Die Erfahrung hat diese Erscheinung längst bestätigt.

Sollen die *schweizerischen* Versicherungsmathematiker sich nun einfach mit der unvorteilhaften Konjunktur des schweizerischen Rentengeschäftes begnügen und sich sagen, so ist es, und besser wird es nicht werden? Nein, das wäre ein grosser Verstoss gegen die *Versicherungspraxis.*

Die Mathematiker sind dazu berufen, nachzuforschen, ob da nicht etwa ein Fehler in *der Grundlage* liegt, und diesen Fehler aufzudecken ist die Aufgabe nachfolgender Ausführungen.

Wenn wir die jüngeren Lebensalter mehr für die Rentenkäufe interessieren wollen, so müssen wir dem heutigen Geldmarkte Rechnung tragen und im Minimum an Renten so viel versprechen, dass die Aufschiebung eines Rentenabschlusses bis zu vorgerückteren Lebensjahren keinen Anreiz mehr bietet. Zu diesem Zwecke sind die Minimalrentensätze berechnet worden, welche für die jüngeren Beitrittsalter geboten werden sollten, und zwar für den Fall, dass eine 4, $4^1/_4$, $4^1/_2$, $4^3/_4$ und 5 %ige Verzinsung Platz greifen kann.

Diese Rentensätze sind folgende:

Beitrittsalter	Minimalrentenangebot, wenn die Sparkassenverzinsung beträgt:					Schweizerischer Tarif für Frankreich
	4 %	$4^1/_4$ %	$4^1/_2$ %	$4^3/_4$ %	5 %	
30	4.89	5.02	5.19	5.36	5.55	4.82
35	5.13	5.24	5.39	5.55	5.72	5.99
40	5.47	5.54	5.66	5.80	5.95	5.46
45	5.94	5.96	6.05	6.16	6.28	5.93
50	6.58	6.58	6.60	6.67	6.76	6.58
55	7.45	7.45	7.45	7.46	7.49	7.45
58	8.13	8.13	8.13	8.13	8.13	8.13
59	8.39	8.39	8.39	8.39	8.39	8.39
60	8.67	8.67	8.67	8.67	8.67	8.67

Vergleicht man die so gefundenen *Minimalsätze* mit dem neuen Rententarif *der „Urbaine"*, so findet man, dass ihr Tarif für die *jüngeren* Beitrittsalter mit Rücksicht auf den heutigen Geldmarkt gar nicht so schlecht gewählt ist. Dies gilt insbesondere für die Rentensätze der *jüngeren Beitrittsalter;* nicht gleich zutreffend ist es für die Rentensätze der *höheren Beitrittsalter,* trotz der angewandten *sélection répétée* vom Alter 66 an. Über die Rentensätze der höheren Beitrittsalter soll später noch besonders gesprochen werden. Aus dem bisher Gesagten darf indessen wohl schon folgendes Fazit gezogen werden:

„Die Hauptgewinnquelle der Rentenversicherungen ist *der Überschuss* der Zinsen über den rechnungsmässigen Bedarf.

Die Kapitaleinzahlung für junge Rentner ist grösser als die Kapitaleinzahlung für ältere Rentner. Deshalb ist auch die Überschussbildung der Zinsen über den rechnungsmässigen Bedarf bei den jüngeren Rentnern bedeutend grösser als bei älteren Rentnern.

Durch Nichtabschluss von Rentenversicherungen mit relativ jungen Beitrittsaltern wird somit den schweizerischen Versicherungsgesellschaften die Hauptgewinnquelle der Rentenversicherungen verstopft."

Die anfangs gestellte Frage nach der Dringlichkeit der Zinsfusserhöhung muss deshalb für das schweizerische Rentengeschäft in Frankreich in bejahendem Sinne beantwortet werden.

Der *Kernpunkt* der Sache liegt aber noch tiefer. Das öftere Hin- und Herpendeln nach der Gewinn- und Verlustseite im Rentengeschäfte der Lebensversicherungsgesellschaften hat sich nachgerade zu einer unerfreulichen Tatsache ausgewachsen. Die Zinsenüberschussbildung spielt im Rentengeschäfte eine sehr grosse Rolle; sie ist jedoch im voraus für einen umschriebenen Zeitabschnitt leichter zu beurteilen als die Überschussbildung in der Sterblichkeit der Rentenversicherten, die bei einem bescheidenen Geschäftsumfange oft dem Zufallsspiel stark unterworfen ist. Es bleibt ferner noch der Kostendeckungsfrage Erwähnung zu tun, die gerade in der gegenwärtigen Zeit vermehrte Anforderungen an die Verwaltung der Gesellschaft stellt. Greift man aus den Gewinn- und Verlustquellen des Rentengeschäftes diejenige *der Sterblichkeit* heraus, so müssen wir uns sagen, dass die Sterblichkeit unter den Rentnern der der Berechnung der Prämien und des Deckungskapitals zugrunde gelegten Sterbetafel absolut nicht entspricht. In den meisten Fällen haben wir, von dem Zufallsspiel abgesehen, mit einer *Unter*sterblichkeit der Rentner zu tun. Diesem Umstande müssen wir soviel wie möglich entgegenarbeiten. Wir müssen unsern Berechnungen eine Sterbetafel zugrunde legen, welche die *fortgesetzte* Untersterblichkeit der Rentner möglichst aufhebt. Und damit kommen wir *für das Rentengeschäft* zur Frage der Anwendung von *Selekttafeln.*

Zu den nachfolgenden Untersuchungen für zweckmässige Berechnungen von Prämien und Deckungskapital *für Rentenversicherungen* ist die „*Gothaer Neue Bankliste für Männer*“ gewählt worden. Dabei ist zu bemerken, dass die Gothaer Tafel für die Eintrittsalter von 67—80 Jahren mittels analytischer Rechnung ergänzt werden musste unter Anwendung der King und Hardyschen Formel, wobei die neu gerechneten Sterbenswahrscheinlichkeiten sich sehr gut an die Karupschen Beobachtungen anpassen. Den Berechnungen wurden die eingangs dieser Untersuchungen erwähnten degressiven Zinssätze von $4^1/_4$—$3^1/_2$ % zugrunde gelegt, bei denen vom 11. Versicherungsjahre ab der Zinsfuss von Jahr zu Jahr je um $^3/_{40}$ % abnimmt, um bis zum 20. Versicherungsjahre auf $3^1/_2$ % zu gelangen; für die weiteren Versicherungsjahre ist der Zinsfuss von $3^1/_2$ % unverändert gelassen.

Auf diese Weise sind, unter Beibehaltung der in Frankreich angewandten Kostenaufschläge $\left(\frac{1.05}{0.97}\right) = 1.0825$, nach der Karupschen *Männer*tafel zu $4^1/_4$—$3^1/_2$ % folgende Rentensätze für sofort beginnende Leibrenten auf ein Leben für Männer und Frauen berechnet worden:

Jährliche Renten für ein Leben:

Karup $4^1/_4$—$3^1/_2$ %

Eintrittsalter	Männer %	Frauen %
30	5.27	4.96
40	6.09	5.70
50	7.46	6.71
60	9.74	8.67
70	13.51	11.92
80	19.50	17.69

Die Vergleichung der Rentensätze nach der Karupschen Tafel mit den Rentensätzen der *schweizerischen* Versicherungsgesellschaften *für die Schweiz* zeigt folgendes Bild:

Eintritts-alter	Jährliche Renten für ein Leben			
	Karup $4^1/_4$—$3^1/_2$ %		Schweizer Geschäft $3^1/_2$ %	
	Männer	Frauen	Männer	Frauen
30	5.27	4.96	5.14	4.84
40	6.09	5.70	5.88	5.50
50	7.46	6.71	7.27	6.54
60	9.74	8.67	9.58	8.52
70	13.51	11.92	14.13	12.47
80	19.50	17.69	22.82	20.70

Während nach den Karupschen Selekttafeln trotz des angewandten höheren Zinsfusses für die Eintrittsalter *über 60* Jahre sich *kleinere* Rentensätze ergeben als diejenigen des Schweizergeschäftes, sind dieselben für die jüngeren Eintrittsalter *grösser* als die letzteren.

Daraus muss wiederum geschlossen werden, dass die *schweizerischen Versicherungsgesellschaften bei Rentenabschlüssen für die Beitrittsalter unter 60 Jahren zu teuer und für die Beitrittsalter über 60 Jahren zu billig sind.*

Deshalb erscheint der Zeitpunkt für gekommen, wo die Grundlagen des schweizerischen Rentengeschäftes einer Revision unterzogen werden sollten. Die Tarife für Rentenversicherungen sollten heute mit Hülfe von *Selekttafeln zu variablem Zinsfuss* berechnet werden. Auf diese Weise werden den *schweizerischen* Versicherungsgesellschaften in Zukunft grosse Überraschungen im finanziellen Ergebnis des Rentengeschäftes erspart bleiben.

Zum Schlusse dieser Betrachtungen sei noch kurz folgendes erwähnt:

Die Rechnung nach Selekttafeln *mit variablem Zinsfusse* bietet zwar, wie bereits bemerkt, technisch keine Schwierigkeiten; es ist jedoch zu empfehlen, der bequemen und schnellen Rechnung wegen folgende 4 Grössen für jedes Beitrittsalter bereit zu halten:

1) $$\frac{D_x}{D_{[x+t]}}$$

2) $$\frac{N_x - N_{[x+t]}}{D_{[x+t]}}$$

3) $$\frac{\overline{M}_x - \overline{M}_{[x+t]}}{D_{[x+t]}}$$

4) $$\frac{N_x - N_{[x+t]} - \left(\overline{R}_x - \overline{R}_{[x+t]} - t\,\overline{M}_{[x+t]}\right)}{D_{[x+t]}}$$

Die 3. und 4. Grösse wurde deshalb beigefügt, damit die Rechnungen auch für die *Todesfallversicherungen* und für die Versicherungen mit Rückgewähr der jährlichen Prämienzahlungen eingeschlossen werden können.

Man braucht nun aber zur Bestimmung dieser 4 Grössen gar nicht die Kommutationszahlen D, N und $\overline{M}$ zu kennen. Man kann die Grössen aus $\dfrac{1+i}{p_x}$ und aus $\dfrac{\overline{q}_x}{p_{[x]}}$ sofort, und zwar eine aus der anderen herleiten, was mit Hülfe der Rechenmaschinen sehr schnell geschehen kann.

Führe man noch kürzere Bezeichnungen ein und schreibt:

$$1)\qquad \frac{D_x}{D_{[x+t]}} = {}_{[x+t]}\varphi_x$$

$$2)\qquad \frac{N_x - N_{[x+t]}}{D_{[x+t]}} = {}_{[x+t]}\psi_x$$

$$3)\qquad \frac{\overline{M}_x - \overline{M}_{[x+t]}}{D_{[x+t]}} = {}_{[x+t]}\omega_x$$

$$4)\qquad \frac{N_x - N_{[x+t]} - \left(\overline{R}_x - \overline{R}_{[x+t]} - t\,\overline{M}_{[x+t]}\right)}{D_{[x+t]}} = {}_{[x+t]}\omega_x^R,$$

so ist man nun in der Lage, mit Hülfe der 4 Grössen ohne weiteres folgende Werte bestimmen zu können:

1. sämtliche Rentenbarwerte;
2. die einmaligen Prämien für die Todes- und Erlebensfallversicherungen;
3. die jährlichen Prämien für die Todes- und Erlebensfallversicherungen mit und ohne Rückgewähr;
4. die zugehörigen Deckungskapitale.

Es ist z. B.:

$$1)\qquad a_{x\overline{t|}} = \frac{{}_{[x+t]}\psi_x}{{}_{[x+t]}\varphi_x}$$

$$2)\qquad E_{x\overline{t|}} = \frac{1}{{}_{[x+t]}\varphi_x}$$

$$3)\qquad {}_{|t}A_x = \frac{{}_{[x+t]}\omega_x}{{}_{[x+t]}\varphi_x}$$

4) $$A_{x\,\overline{t}|} = \frac{1 + {}_{[x+t]}\omega_x}{{}_{[x+t]}\varphi_x}$$

5) $$\left(E_{x\,\overline{t}|}\right)\mathscr{P} = \frac{1}{{}_{[x+t]}\psi_x}$$

6) $$\mathscr{P}_{x\,\overline{t}|} = \frac{1 + {}_{[x+t]}\omega_x}{{}_{[x+t]}\psi_x}$$

7) $$\left(E^R_{x\,\overline{t}|}\right)\mathscr{P} = \frac{1}{{}_{[x+t]}\omega^R_x}$$

8) $${}_tV_x = \mathscr{P}_x\,{}_{[x+t]}\psi_x - {}_{[x+t]}\omega_x$$

Zur Gruppenrechnung des Deckungskapitals für die Versicherungen *mit* und *ohne* Prämienrückgewähr sind die Grössen φ, ψ, ω und ω^R *mit grossem Vorteil* verwendbar. Diese vier Grössen wurden auf Grundlage der Gothaer Neuen Bankliste für das Eintrittsalter von 30 Jahren sowohl zum gleichbleibenden Zinsfuss von 3 % als auch zum variablen Zinsfuss von $4^1/_4$—$3^1/_2$ % numerisch ausgewertet; sie sind am Schlusse dieser Arbeit in einer Tabelle zusammengestellt.

Die Anwendung der Selekttafel mit *variablem* Zinsfuss kann aber nicht nur für die Rentenversicherungen allein, sondern auch für die Versicherungen auf den Erlebensfall empfohlen werden, für die Versicherungen auf den Erlebensfall namentlich dort, wo es sich um *einmalige* Prämienzahlungen handelt. Die Kostenaufschläge auf die Nettoprämien sollten dabei mit Rücksicht auf die vermehrten Anforderungen, welche an die Gesellschaften wegen der Entlöhnung der Agenten und nicht minder wegen der stets wachsenden Unkosten im Verwaltungsapparat gestellt werden,

den heutigen Bedürfnissen besser angepasst werden. Die *einmaligen* Prämien dürfen wegen der unmittelbar grösseren Zinseneinnahme wohl eine bescheidene Verbilligung erfahren; hingegen sollte auf eine Verbilligung der *jährlichen* Prämien nicht eingetreten werden.

Bis jetzt wurden nur die Renten- und Erlebensfallversicherung zum Gegenstand vorliegender Erörterungen gemacht, und zwar aus dem Grunde, weil die Gesellschaften auf diesem Versicherungszweige bisher keine befriedigenden finanziellen Ergebnisse erzielt haben. Die Gesellschaften sind deshalb auch nur selten in die Lage gekommen, Überschüsse aus diesen Versicherungen, welche zumeist *ohne Anspruch am Geschäftsgewinn* abgeschlossen werden, an die Versicherten *mit Anspruch am Geschäftsgewinne* überweisen zu können.

Die Todesfall- und gemischten Versicherungen werden bei den meisten Gesellschaften des In- und Auslandes, mit Ausnahme von Frankreich, *mit Anspruch am Geschäftsgewinn* abgeschlossen. Für diese Versicherungen muss die Anwendung einer Selekttafel mit variablem, d. h. anfangs höherem Zinsfuss *zurzeit* noch für keine so dringliche Sache wie für die Renten- und Erlebensfallversicherungen gehalten werden, und zwar aus folgenden Gründen:

1. weil die Versicherungsgesellschaften bisher auf den Todesfallversicherungen trotz der *Kriegs-* und *Epidemie*gefahr immer noch einen finanziellen Überschuss mit ihrer Sterblichkeitsgrundlage erzielt haben;
2. weil der Einfluss des höheren Zinsfusses sich ohne weiteres durch die *Gewinnbeteiligung* der Versicherten regelt.

Hülfs-

zur *unmittelbaren*

1. der sofort beginnenden lebenslänglichen und temporären Leibrente;
2. der einmaligen und jährlichen Prämien für Todesfall, Erlebensfall und gemischten Versicherungen *ohne* und mit Rückgewähr der Prämien im Todesfalle;
3. sämtlicher zugehöriger Deckungskapitale.

Gothaer Neue Bankliste, Eintrittsalter 30 Jahre, 3 %.

i	[30+t]	φ_{30}	ψ_{30}	ω_{30}	ω^R_{30}
%					
3	31	1.033162	1.033162	0.003116	1.030046
3	32	1.068624	2.102948	0.007483	2.091205
3	33	1.106074	3.211691	0.012717	3.184622
3	34	1.145467	4.361690	0.018702	4.311526
3	35	1.186712	5.554749	0.025295	5.473182
3	36	1.229877	6.793171	0.032495	6.670956
3	37	1.275235	8.080583	0.040473	7.906405
3	38	1.322953	9.420370	0.049298	9.181191
3	39	1.373065	10.815083	0.058929	10.496969
3	40	1.425801	12.268865	0.069476	11.855697
3	45	1.734189	20.559694	0.137380	19.368665
3	50	2.138886	31.046446	0.238117	28.338735
3	55	2.709895	45.125981	0.401438	39.395018
3	60	3.584217	65.641666	0.682340	53.815644
3	65	5.042464	98.547376	1.189613	74.328311
3	70	7.795436	158.95379	2.197972	107.876542
3	75	13.990147	292.56505	4.535393	175.53486
3	80	32.037273	678.61209	11.439749	360.18628
3	85	105.24065	2,240.3075	39.569636	1,089.4048
3	90	605.47593	12,905.943	231.97880	6,035.7675
3	95	9,858.2095	210,169.82	3,791.3949	97,417.36
3	100	765,700.39	16,324.311.	294,556.46	7,561,755.6

Anmerkung:

$$ {}_{[x+t]}\varphi = \frac{D_x}{D_{[x+t]}}; \quad {}_{[x+t]}\psi_x = \frac{N_x - N_{[x+t]}}{D_{[x+t]}}; $$

grössen

Berechnung folgender Barwerte:

1. der sofort beginnenden lebenslänglichen und temporären Leibrente;
2. der einmaligen und jährlichen Prämien für Todesfall, Erlebensfall und gemischten Versicherungen *ohne* und mit Rückgewähr der Prämien im Todesfalle;
3. sämtlicher zugehöriger Deckungskapitale.

Gothaer Neue Bankliste, Eintrittsalter 30 Jahre, $4^1/_4$—$3^1/_2$ %.

i	[30+t]	φ_{30}	ψ_{30}	ω_{30}	ω^R_{30}
%					
$4^{10}/_{40}$	31	1.045700	1.045700	0.003135	1.042565
$4^{10}/_{40}$	32	1.094718	2.141594	0.007568	2.129741
$4^{10}/_{40}$	33	1.146834	3.291156	0.012929	3.263734
$4^{10}/_{40}$	34	1.202092	4.497917	0.019119	4.446909
$4^{10}/_{40}$	35	1.260490	5.765006	0.026003	5.681744
$4^{10}/_{40}$	36	1.322192	7.096159	0.033594	6.970911
$4^{10}/_{40}$	37	1.387593	8.496628	0.042076	8.317443
$4^{10}/_{40}$	38	1.456985	9.971545	0.051534	9.724562
$4^{10}/_{40}$	39	1.530526	11.525334	0.061946	11.195588
$4^{7}/_{40}$	40	1.608597	13.164239	0.073440	12.734335
$3^{32}/_{40}$	45	2.055825	22.628239	0.147976	21.375220
$3^{20}/_{40}$	50	2.616598	34.592907	0.257992	31.742665
$3^1/_2$	55	3.396385	50.780868	0.436067	44.749163
$3^1/_2$	60	4.602299	74.857734	0.744090	62.389043
$3^1/_2$	65	6.633449	114.18914	1.304934	88.546154
$3^1/_2$	70	10.506357	187.56391	2.430082	133.150558
$3^1/_2$	75	19.317428	352.27509	5.066237	226.55233
$3^1/_2$	80	45.320872	835.25869	12.953323	489.22991
$3^1/_2$	85	152.52501	2,822.3112	45.611740	1,551.4574
$3^1/_2$	90	899.02103	16,652.6069	273.23491	8,909.5436
$3^1/_2$	95	14,996.376	277,817.7365	4,572.37802	147,749.0765
$3^1/_2$	100	1,193,336.64	22,107,488.10	363,922.0563	11,752,264.10

$$ {}_{[x+t]}\omega_x = \frac{\bar{M}_x - \bar{M}_{[x+t]}}{D_{[x+t]}}; \quad {}_{[x+t]}\omega^R_x = \frac{N_x - N_{[x+t]} - \left(\bar{R}_x - \bar{R}_{[x+t]} - t\,\bar{M}_{[x+t]}\right)}{D_{[x+t]}}. $$