Zeitschrift: Mitteilungen / Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker

= Bulletin / Association des Actuaires Suisses = Bulletin / Association of

Swiss Actuaries

Herausgeber: Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker

Band: 2 (1907)

Artikel: Die Selektionssterbetafeln, die Unkostendeckung und die Verrechnung

von Abschlusskosten der Versicherungen auf den Todesfall

Autor: Riem, J.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-967487

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 26.11.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Die Selektionssterbetafeln, die Unkostendeckung und die Verrechnung von Abschlusskosten der Versicherungen auf den Todesfall.

Von J. Riem, Chefmathematiker der Basler Lebensversicherungs-Gesellschaft, Basel.

I. Selektionssterbetafeln.

Die Anregung zu einer Diskussion im Schosse der Vereinigung schweizerischer Versicherungsmathematiker über die Herstellung von Selektionssterbetafeln und über den Einfluss solcher Tafeln auf die Unkostendeckung in der Lebensversicherung gebührt Herrn Direktor Dr. Schärtlin und ist in seinem Referate im 1. Hefte, I. Jahrgang der Mitteilungen obiger Vereinigung, auf Seite 15 und folgende, niedergelegt.

Bevor man an die Herstellung von Selektionssterbetafeln aus schweizerischem Versicherungsmaterial herantritt, halte ich die Beantwortung folgender Fragefür angezeigt:

"Sind die Wirkungen der von den Lebensversicherungsgesellschaften für die Versicherungen auf den Todesfall bisher angewandten Aggregatsterbetafeln von einer solchen Bedeutung, dass sie die Solidität einer Gesellschaft gefährden können?"

Ich glaube, der Beantwortung dieser Frage um so mehr ein berechtigtes Interesse entgegenbringen zu sollen, als dieselbe nicht ohne Einfluss auf die Beurteilung der die Privatversicherungsgesellschaften beaufsichtigenden Behörden sein kann.

Wenn ich in meiner Kongressschrift über die Vergleichung der einjährigen Sterbenserwartungen und der Nettorechnungen für Versicherungen auf den Todesfall ärztlich untersuchter Leben aus Aggregat- und Selektionstafeln britischer und deutscher Erfahrungen zu einem negativen Resultate in der praktischen Anwendung der theoretisch gewiss berechtigten Selektionssterbetafeln gelangt bin, so ist das in der Hauptsache allen Nebenumständen zuzuschreiben, welche die einjährigen Sterbenserwartungen beeinflussen, und über welche man sich bisher noch nicht endgültig zu verständigen vermocht hat. Ich nenne hier das Geschlecht, den Beruf, die Versicherungsart, die Gewinnbeteiligung, vollwertige, mittelwertige, minderwertige Leben und nicht zum mindesten die Verbindung von zwei und mehr Leben.

Ich will nun einmal alle die Sterbenserwartung beeinflussenden Nebenumstände beiseite stellen und annehmen, die Wissenschaft hätte tatsächlich Selektionstafeln für die Todesfallversicherungen gefunden, welche für die Versicherungstechnik passen. Als solche Selektionstafeln bezeichne ich die Tafel O'M' und die Tafel D'M' und die Tafel D'M' Ausser diesen Selektionstafeln will ich zu meinen Betrachtungen noch aus dem gleichen Material diejenigen von mir als hypothetische Tafeln bezeichneten heranziehen, welche die ersten Beobachtungsjahre, und zwar bei den britischen die ersten 10, bei den deutschen die ersten 7 Jahre ausschliessen. Im folgenden sind diese letz-

tern Tafeln mit dem Ausdruck Teilselektionstafeln bezeichnet. Nehme ich nun noch zu meinen Berechnungen die Aggregattafeln hinzu, so habe ich es mit folgenden, aus dem gleichen Material hergestellten Tafeln zu tun:

Selektionstafeln $O^{[M]}$ und $D^{[M\,u.\,WI]}$ Teilselektionstafeln $O^{[M]}$ und $O^{[M]}$ und $O^{[M\,u.\,WI]}$ Aggregattafeln $O^{[M]}$ und $O^{[M\,u.\,WI]}$

Zum besseren Verständnisse lasse ich die Dekremente aus den Selektionstafeln, Teilselektionstafeln und Aggregattafeln für das Eintrittsalter von 30 Jahren folgen (Tafeln 1 und 2).

Den Werten der Teilselektionstafeln liegt der Gedanke zu Grunde, dass die ärztliche Untersuchung nicht mit der Zeit der Aufnahme in die Versicherung zusammenfällt; es ist vielmehr zwischen der ärztlichen Untersuchung und der Aufnahmezeit bei dem britischen Material ein Zeitraum von 10 und bei dem deutschen Material ein Zeitraum von 7 Jahren gedacht. Infolgedessen liefern die Teilselektionstafeln einjährige Sterbenserwartungen, welche innerhalb der ersten 10 bezw. 7 Versicherungsjahre grösser sind als diejenigen der Selektionstafeln, während vom 11. bezw. 8. Versicherungsjahre an die einjährigen Sterbenserwartungen in beiden Tafeln gleich sind. Es wird nun nicht schwer fallen, einzuschen, dass das nach der Teilselektionstafel berechnete Deckungskapital allen Anforderungen, welche die Selektionstafel in bezug auf die Sterbenserwartungen verlangt, genügt. Nun ist aber das nach der Teilselektionstafel berechnete Deckungskapital bei sämtlichen von Direktor Dr. Schärtlin in seinem Referate angeführten Beispielen kleiner als nach der Se-

Tafel 1.

Britisches

Alter	Sei	Teil- etc. 11 O ^[M]		
x	l_x	d_x	q_x (0/00)	l_x
30	87 153	272	3.12	88 541
31	86 881	436	$5{02}$	87 870
32	$86\ 445$	502	5.80	87 192
33	85 943	543	6.33	$86\ 505$
34	$85\ 400$	581	6.80	85 808
35	$84\ 819$	618	7.28	85 100
36	$84\ 201$	655	7.78	84 379
37	$83\ 546$	693	8.29	83 645
-38	$82\ 853$	732	8.83	$82\ 897$
39	82 121	772	9.40	82 132
40	81 349	802	9.86	81 349
41	$80\ 547$	824	10.22	80 547
42	$79\ 723$	847	10.62	79 723
43	$78\ 876$	871	11.05	78 876
44	78005	900	11.53	$78\ 005$
45	$77\ 105$	929	12.05	77 105
46	$76\ 176$	961	12.61	76 176
47	$75\ 215$	995	13.23	$75\ 215$
48	$74\ 220$	1033	13.91	$74\ 220$
49	$73\ 187$	1072	14.65	73 187
50	$72\ 115$	1 115	15.46	72 115
51	$71\ 000$	1 161	16.35	71 000
52	$69\ 839$	$1\ 209$	17.31	69 839
53	$68\ 630$	1 261	18.37	68 630
54	$67\ 369$	1 315	19.53	67 369
5 5	$66\ 054$	1 373	20.79	66~054
56	$64\ 681$	1 434	22.17	64 681
57	$63\ 247$	1497	23.67	63 247
58	61 750	$1\ 563$	$25{32}$	61 750
59	$60\ 187$	1632	27.11	60 187

Material.

Eintrittsalter: 30 Jahre.

	$egin{array}{l} \mathbf{selektion} \ 11 \ \ O^{[M]} \end{array}$			$egin{aligned} \mathbf{Aggregat} \ O^M \end{aligned}$					Alte	r	
_	d_x	$q_x (^{0}/_{00})$		l_x		d_x		q_x (0/00)		x	
	$egin{array}{ c c c c } \hline d_x \\ 671 \\ 678 \\ 687 \\ 697 \\ 708 \\ 721 \\ 734 \\ 748 \\ 765 \\ 783 \\ 802 \\ 824 \\ 847 \\ 871 \\ 900 \\ 929 \\ 961 \\ \hline \end{array}$	7.57 7.72 7.88 8.06		l_x 91 942 91 395 90 828 90 239 89 628 88 995 88 338 87 657 86 952 86 223 85 467 84 685 83 875 83 035 82 165 81 262 80 325		$\begin{array}{ c c c }\hline d_x\\ 547\\ 567\\ 589\\ 611\\ 633\\ 657\\ 681\\ 705\\ 729\\ 756\\ 782\\ 810\\ 840\\ 870\\ 903\\ 937\\ 974\\ \end{array}$		q_x ($^{0}/_{0}$ 5.95 6.20 6.48 6.77 7.06 7.38 7.71 8.04 8.38 8.77 9.15 9.56 10.01 10.48 10.99 11.53 12.13	i	30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46	
	995 1 033 1 072 1 115 1 161 1 209 1 261 1 315 1 373 1 434 1 497 1 563 1 632	13.23 13.91 14.65 15.46 16.35 17.31 18.37 19.53 20.79 22.17 23.67 25.32 27.11		79 351 78 338 77 284 76 185 75 039 73 842 72 592 71 286 69 919 68 489 66 993 65 427 63 788		1 013 1 054 1 099 1 146 1 197 1 250 1 306 1 367 1 430 1 496 1 566 1 639 1 715		12.77 13.45 14.22 15.04 15.95 16.93 17.99 19.18 20.45 21.84 23.38 25.05 26.89		47 48 49 50 51 52 53 54 55 56 57 58 59	

Deutsches

Alter	Se L	$ ext{Teil-} 8 \ D^{[Mu.WI]}$			
x	l_x	d_x	q_x (0/00)	l_x	
30	91 331	596	6.52	91 997	
31	90 735	757	8.35	91 110	
32	89 978	840	9.33	90 214	
33	89 138	867	9.73	89 310	
34	88 271	873	9.89	88 395	
35	87 398	888	10.16	87 468	
36	86 510	937	10.83	86 528	
37	85 573	971	11.35	85 573	
38	$84\ 602$	989	11.69	84 602	
39	83 613	1 009	12.07	83 613	
40	82604	1 031	12.48	82 604	
41	81573	1 056	• 12.93	81 573	
42	80 517	1 081	13.43	80 517	
43	$79\ 436$	1 110	13.97	79 436	
44	78326	1 140	14.56	$78\ 326$	
45	77 186	1 175	$15{21}$	77 186	
46	$76\ 011$	1 210	$15{93}$	76 011	
47	$74\ 801$	1 250	16.70	74 801	
48	$73\ 551$	$1\ 291$	17.56	$73\ 551$	
49	$72\ 260$	$1\ 336$	18.49	72 260	
50	70924	1384	19.51	$70\ 924$	
51	$69\ 540$	1435	20.63	69 540	
52	$68\ 105$	1489	21.86	$68\ 105$	
53	66 616	$1\ 545$	23.20	66 616	
54	$65\ 071$	1 606	24.67	65 071	
55	63 465	1 668	$26{28}$	63 465	
56	61 797	1.733	$28{04}$	61 797	
57	60 064	1 800	$29{97}$	60 064	
:58	$58\ 264$	1 870	$32{29}$	$58\ 264$	
59	56 394	1 940	34.40	56 394	

Material.

Eintrittsalter: 30 Jahre

etc.	ktion Mu. WI/	F	$rac{ ext{Aggregat}}{D^{Mu.WI}}$				
d_x	q_x (0/00	l_x	d_x	q_x (%)	o) x		
d_x 887 896 904 915 927 940 955 971 989 1 009 1 031 1 056 1 081 1 110 1 140 1 175 1 210 1 250 1 291 1 336 1 384 1 435 1 489 1 545	9. ₆₄ 9. ₈₃	$\begin{array}{ c c c c }\hline 0 & I_x \\ \hline & 91578 \\ 90770 \\ 89952 \\ 89121 \\ 88280 \\ 87424 \\ 86551 \\ 85662 \\ 84756 \\ 83828 \\ 82878 \\ 81903 \\ 80897 \\ 79862 \\ 78799 \\ 77707 \\ 76590 \\ 75450 \\ 74281 \\ 73077 \\ 71831 \\ 70528 \\ 69166 \\ 67741 \\ \hline \end{array}$	$egin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$	8.82 9.01 9.24 9.44 9.70	30		
1 606	$24{67}$	$66\ 251$	$1\ 556$	23.49	54		
$\frac{1668}{1733}$	$26.28 \\ 28.01$	$64\ 695$ $63\ 074$	$\frac{1}{621}$ $\frac{621}{1691}$	$\begin{array}{c} 25{06} \\ 25{81} \end{array}$	55 56		
$egin{array}{c c} 1 \ 800 \\ 1 \ 870 \\ \hline \end{array}$	$ \begin{array}{c c} 29.97 \\ 32.09 \end{array} $	$61\ 383 \\ 59\ 624$	$\begin{array}{c} 1.759 \\ 1.832 \end{array}$	$\begin{array}{c} \cdot 28.66 \\ 30.73 \end{array}$	57 58		
1 940	34.40	57 792	1 900	32.88	59		

lektionstafel. Die in dem erwähnten Referate angeführten Beispiele belege ich der Kürze halber mit folgenden Bezeichnungen:

Lebenslängliche Versicherung mit lebenslänglicher Prämienzahlung = A;

lebenslängliche Versicherung mit 30jähriger Prämienzahlung $=A_{::30}$;

gemischte Versicherung auf 30 Jahre = $E_{:30}$; Versicherung auf den bestimmten Zeitpunkt von 30 Jahren = $F_{:30}$.

Bei den nachfolgenden Beispielen wurde ein Zinsfuss von $3^{1}/2$ % zu Grunde gelegt und angenommen, dass die Sterbefallsumme am Schlusse des Versicherungsjahres bezahlt werde.

Die Tafel 3 lehrt nun, dass der Versicherer zur Begegnung der Selektionsgefahr nicht unumgänglich das hohe Deckungskapital aus der Selektionstafel im Passivum der Bilanz haben muss, weil das kleinere Deckungskapital nach der Teilselektionstafel tatsächlich genügt. Die Tafel 3 zeigt aber auch, dass das nach der Aggregattafel berechnete Deckungskapital noch grösser ist als dasjenige nach der Teilselek-Es soll hier jedoch die Möglichkeit nicht tionstafel. unerwähnt bleiben, dass bei der lebenslänglichen Versicherung Fälle eintreten können, wo in späteren Versicherungsjahren das Deckungskapital kleiner ist als nach der Teilselektionstafel. Allein diese Fälle sind in der Versicherungspraxis so selten, dass sie als bedeutungslos angesehen werden dürfen. Es dürfte somit der Nachweis geliefert sein, dass jede Lebensversicherungsgesellschaft, die ihr Deckungskapital nach einer Aggregattafel berechnet, in der Lage ist, die Verpflichtungen, welche ihr durch später zu erwartende grössere Sterblichkeit erwachsen, zu decken. Es bleibt

 $\begin{array}{c} {\rm Tafel\ 3.} \\ {\rm \textbf{Deckungskapital\ f\"{u}r\ 100\ unter\ Zugrundelegung\ des\ Eintritts-alters\ von\ 30\ Jahren.} \end{array}$

				Se	lektion		Teil	selektion	l	Ag	gregat	
Ar	't	t		O[M]	D[Mu, V]	VI]	ete. 11 <i>O[M</i>	$\left egin{array}{l} egin{arr$	VI)	OM	DMu.1	V 1
4		$\frac{1}{5}$,	$1.42 \\ 6.53 \\ 27.73$			$\begin{bmatrix} 1{05} \\ 5_{:56} \\ 26_{:77} \end{bmatrix}$			$\begin{array}{c c} 1{15} \\ 5{96} \\ 27{51} \end{array}$		
		30 40 50	1	$44.50 \\ 61.36 \\ 75.75$			$43.76 \\ 60.84 \\ 75.43$			$44.50 \\ 61.48 \\ 75.87$		
$A_{:so}$		1 5 20 30 50	$ \epsilon $	$\begin{array}{c c} 1.69 \\ 7.97 \\ 86.25 \\ 82.85 \\ 83.76 \end{array}$			$1{33}$ $7{07}$ $35{64}$ $62{85}$ $83{76}$			$egin{array}{c} 1.42 \\ 7.42 \\ 36.07 \\ 62.90 \\ 83.87 \\ \end{array}$		
$A\!\!E_{:30}$	2	1 5 10 20 25	$\frac{1}{2}$	$egin{array}{c c} 2.22 \\ 0.90 \\ 2.88 \\ 3.50 \\ 3.91 \\ \hline \end{array}$	$2.11 \\ 10.39 \\ 22.15 \\ 52.72 \\ 73.26$		$ \begin{array}{c} 1.87 \\ 10.00 \\ 21.88 \\ 52.90 \\ 73.58 \end{array} $	$1.85 \\ 9.90 \\ 21.66 \\ 52.42 \\ 73.09$	52	$ \begin{array}{c c} 1.96 \\ 10.37 \\ 22.40 \\ 53.34 \\ 73.85 \end{array} $	$1.87 \\ 10.00 \\ 21.81 \\ 52.62 \\ 73.27$	
$F_{:30}$	1		$\frac{16}{22}$	2.04 0.57 2.78 1.33 1.90	$\begin{array}{c} 2.00 \\ 10.39 \\ 22.52 \\ 54.05 \\ 74.67 \end{array}$	5	1.91 10.25 22.43 54.11 4.78	1.91 10_{-21} 22_{-85} 53_{-94} 74_{-61}	$\frac{2}{5}$		$\begin{array}{c} 1{91} \\ 10{25} \\ 22{40} \\ 54{01} \\ 74{68} \end{array}$	

Anmerkung. Die Versicherung auf Lebenszeit konnte für $\underbrace{D[M\,u.W\,I]}_{\text{etc.}}$ und für 8 $\underbrace{D[M\,u.W\,I]}_{\text{nicht berechnet werden, weil}}_{\text{die hierzu erforderlichen Elemente nicht vollständig vorliegen.}}$

in diesem Falle, wie im Abschnitt II gezeigt wird, der Gesellschaft in den späteren Versicherungsjahren aus der jährlichen Tarifprämie nur etwas weniger zur Bestreitung der Unkosten übrig als in den ersteren. Es ist also für die nach Aggregattafeln rechnenden Anstalten nicht notwendig, für die Selektionsgefahr eine besondere Reserve anzusammeln. Die Selektionsgefahr kann aus einem Bruchteile der jährlichen Tarifprämie gedeckt werden. Anstatt der Aggregattafeln kann also zu jeder Zeit, ohne Erhöhung des Deckungskapitals, die Teilselektionstafel aus dem gleichen Material den Berechnungen des Deckungskapitals unterstellt werden. Durch diese Modifikation der Rechnungsgrundlage des Deckungskapitals wird der Selektionsgefahr vollständig Rechnung getragen. Ich komme nun zur Beantwortung der eingangs gestellten Frage über die Gefährdung der Solidität einer Gesellschaft bei Anwendung von Aggregattafeln für die Versicherungen auf den Todesfall.

Nach den vorliegenden Ausführungen muss diese Frage verneint werden.

Man wird sich nun auch folgende Frage beantworten müssen: "Woher kommt es, dass das nach der Teilselektionstafel berechnete Deckungskapital kleiner ausfällt als nach der Selektionstafel?"

Die Antwort auf diese Frage liegt sehr nahe:

Die Anwendung der Teilselektionstafel erfordert eine grössere jährliche Nettoprämie als die Anwendung der Selektionstafel. Da ferner nach Ablauf der ersten 10 bezw. 7 Versicherungsjahre die Barwerte der Renten und der einmaligen Prämien in beiden Tafeln völlig einander gleich sind, so ist der Unterschied der Deckungskapitalien aus beiden Tafeln gleich der Differenz der Nettoprämien multipliziert mit dem gemeinsamen Barwerte der vorschüssigen Renteneinheit, also

$$\begin{pmatrix} 11 & O^{[M]} & O^{[M]} & \\ P_x & - & P_x \end{pmatrix}_{\mathbf{a}_{x+t} = t} \underbrace{\begin{matrix} O^{[M]} & & \text{it of } \\ & 11 & O^{[M]} & \\ & & t \end{matrix}}_{\mathbf{c}_{x}} \underbrace{\begin{matrix} \text{etc.} & & \\ & 11 & O^{[M]} & \\ & & t \end{matrix}}_{\mathbf{c}_{x}}$$

beziehungsweise:

$$\begin{pmatrix} 8D^{[Mu,WI]} & D^{[Mu,WI]} \\ P_x & - & P_x \end{pmatrix} a_{x+t} = {}_tV - {}_tV$$
 etc.

Der Barwert der vorschüssigen Renteneinheit nimmt mit steigendem Alter ab, und deshalb wird auch der Unterschied der Deckungskapitalien von Jahr zu Jahr geringer und verschwindet mit Ablauf des letzten Versicherungsjahres. Ich habe jetzt den Nachweis geliefert, warum das Deckungskapital aus der Selektionstafel nach der Selektionszeit grösser ist als das Deckungskapital aus der Teilselektionstafel; ich habe dieses Faktum unter Zuhülfenahme der prospektiven Berechnungsmethode des Deckungskapitals bewiesen. Es bleibt nun noch die Beweisleistung übrig, warum das Deckungskapital der Selektionstafel während der Selektionszeit grösser ist als das Deckungskapital nach der Teilselektionstafel. Ich begründe dieses Faktum unter Zuhülfenahme der retrospektiven Berechnungsmethode des Deckungskapitals.

Die Gesamtsumme der Differenzen der jährlichen Nettoprämien stellt sich innerhalb der ersten 10 Versicherungsjahre

Differenzen der auf ein Jahr diskontierten Sterbefallkapitalien vermindert um das Deckungskapital sich auf

1.50 % 1.49 % 1.38 % 0.52 % der Versicherungssumme stellt. Es bleibt also in unseren Beispielen für die Ansammlung des Deckungskapitals bei der Teilselektion

 $0.83~^{0}/_{0}$ $0.73~^{0}/_{0}$ $0.63~^{0}/_{0}$ $0.25~^{0}/_{0}$ der Versicherungssumme weniger übrig als bei der Selektion.

II. Unkostendeckung der Versicherungen auf den Todesfall.

Die Teilselektionstafeln sind so konstruiert, dass in den ersten Versicherungsjahren die einjährigen Sterbenserwartungen grösser sind als die der Selektionstafel. Aus diesem Grunde sind die aus der Anwendung der Teilselektionstafeln hervorgehenden Überschüsse aus den einjährigen Sterbenserwartungen der ersten Versicherungsjahre nicht als reine Sterblichkeitsgewinne zu betrachten, sondern es sind darin auch noch solche Überschüsse enthalten, welche die Lebensversicherungsgesellschaften, namentlich die jüngeren, um konkurrenzfähig und produktiv bleiben zu können, zur Deckung der Unkosten haben müssen.

Wenn nun eine Lebensversicherungsgesellschaft sich den Luxus gestattet, durch Einführung von Selektionstafeln ihrem Unkostenbudget aus der Prämieneinnahme einen Zwang aufzuerlegen, so kann das nur auf zwei Arten geschehen:

Erstens. Es besteht die Möglichkeit, aus bisher überflüssig angesammelter Extrareserve die Erwerbskosten zu bestreiten.

Zweitens. Falls keine überflüssig angesammelten Extrareserven vorhanden sind, wird der Gesellschaft mit Zustimmung der beaufsichtigenden Behörden gestattet, auf Kosten der zukünftigen Einnahmen beim Deckungskapital eine Anleihe zu machen.

Aus leicht begreiflichen Gründen werden nun nicht viele Gesellschaften existieren, welche die Erwerbskosten aus überflüssig angesammelter Extrareserve zu decken in der Lage sind. Bei der zweiten möglichen Art der Unkostendeckung muss man sich wirklich fragen: "Woher kommt es, dass die Zillmermethode, welche bisher perhorresziert wurde, jetzt unter der Flagge der Selektion ihren Schrecken verloren hat?"

Ich will diese Frage unbeantwortet lassen und nur ausrufen: Tempora mutantur et nos mutamur in illis.

Nimmt man den Prospekt einer beliebigen Lebensversicherungsgesellschaft, etwa den der Basler, zur Hand und fragt beispielsweise nach dem Preise einer lebenslänglichen Versicherung mit lebenslänglicher Prämienzahlung ohne Gewinnbeteiligung zum Eintrittsalter von 30 Jahren, so sagt dieser Prospekt:

Die gesuchte Versicherung kostet für das Kapital von Fr. 100 jährlich Fr. 2. 34 an Prämien (100 π_{30}).

Aus dieser Prämie hat die Gesellschaft nun folgendes zu bestreiten:

- 1. für die Ansammlung eines hinreichenden Deckungskapitales zu sorgen,
- 2. das Sterbefallkapital zu bezahlen,
- 3. die Unkosten zu decken.

Vom praktischen Standpunkte betrachtet, hätte Nr. 3 an erster und Nr. 1 an dritter Stelle stehen sollen. Ich habe jedoch die Gruppierung in der obigen Weise vorgezogen.

Um diesen eingegangenen Verpflichtungen nachkommen zu können, wird der Versicherer die Prämie in ihre Bestandteile zerlegen. Für die Ansammlung des Deckungskapitals benötigt der Versicherer einer Kapital-Deckungsprämie; ich will hierfür den bisher üblichen Ausdruck "Reserveprämie" beibehalten und diese Reserveprämie mit π_x bezeichnen. Um das Sterberisiko zu decken, gebraucht der Versicherer eine Sterberisikoprämie; ich bezeichne diese mit π_x . Zur Deckung der Unkosten ist eine Unkostendeckungsprämie nötig, dieselbe soll mit π_x bezeichnet werden. Es besteht nun die Gleichung:

$$\pi_x = \overset{V}{\pi_x} + \overset{q}{\pi_x} + \overset{u}{\pi_x}.$$

Bei den von jetzt ab folgenden Berechnungen halte ich streng an dem Grundsatze fest, dass die Sterblichkeit der neueren Wissenschaft zufolge nur nach der Selektionstafel eintrete; dagegen verwende ich für die Berechnung des Deckungskapitals neben der Selektionstafel auch noch die Teilselektionstafel und die Aggregattafel. Markiert man die Selektion durch ein en angehängten Strich und die Teilselektion durch zwei angehängte Striche und lässt das Aggregat ohne Index, so erhält die Reserveprämie π_x folgende Werte:

Selektion:
$$\begin{aligned} & \overset{V}{\pi_x} = \frac{t \, V_x'}{1+i} - {}_{t-1} V_x' \\ & Teilselektion: & \overset{V}{\pi_x} = \frac{t \, V_x''}{1+i} - {}_{t-1} V_x'' \\ & Aggregat: & \overset{V}{\pi_x} = \frac{t \, V_x}{1+i} - {}_{t-1} V_x \end{aligned}$$

Die Reserveprämie ist also vom Deckungskapital abhängig und deshalb eine variable Grösse.

Die Sterberisikoprämie π_x erhält folgende Werte:

Selektion:
$$\pi_x = \frac{(1-tV_x)}{1+i} \frac{q_{x+t-1}}{1+i}$$

Teilselektion:
$$\pi_x = \frac{(1-_t V_x'') \ q_{x+t-1}'}{1+i}$$

Für die Versicherungen auf bestimmte $\operatorname{Zeit}(F)$ hat die Sterberisikoprämie nicht die obige, sondern folgende Form:

Die Sterberisikoprämie ist also ebenfalls vom Deckungskapital abhängig und deshalb eine variable Grösse.

Die Unkostendeckungsprämie π_x^u erhält den Wert:

$$\overset{u}{\pi_x} = \pi_x - (\overset{V}{\pi_x} + \overset{q}{\pi_x})$$

Die Unkostendeckungsprämie ist unter der Voraussetzung, dass die Sterbenserwartung nach dem -Gesetze der Selektion verlaufe, für

die Selektion eine konstante Grösse;

die Teilselektion während der Selektionszeit eine variable und nach der Selektionszeit eine konstante Grösse;

das Aggregat eine variable Grösse.

Die Prämienbestandteile für das angezogene Beispiel werden in der folgenden Tafel 4 beleuchtet:

Tafel 4.

Lebenslängliche Versicherung von Fr. 100. Eintrittsalter:
30 Jahre. Jährliche Prämie Fr. 2. 34.

VersiehJahr	Prämienbestandteile	O ^[M] Selektion	$egin{array}{c} { m etc.} \ 11 O_{[M]} \ { m Teil-} \ { m selektion} \end{array}$	О ^М Aggregat
1	Reserveprämie Sterberisikoprämie Unkostendeckungsprämie	Fr. 1.37 0.30 0.67	1.01 0.30 1.03	Fr. 1.11 0.30 0.93
2	Reserveprämie Sterberisikoprämie Unkostendeckungsprämie	$ \begin{array}{c c} 1.20 \\ 0.47 \\ 0.67 \end{array} $	1.01 0.47 0.86	1.09 0.47 0.78
3	Reserveprämie	$1.13 \\ 0.54 \\ 0.67$	$1.01 \\ 0.54 \\ 0.79$	$1.07 \\ 0.54 \\ 0.73$
10	Reserveprämie Sterberisikoprämie Unkostendeckungsprämie	$0.88 \\ 0.79 \\ 0.67$	$0.93 \\ 0.80 \\ 0.61$	$0.94 \\ 0.79 \\ 0.61$
30	Reserveprämie Sterberisikoprämie Unkostendeckungsprämie	$0.22 \\ 1.45 \\ 0.67$	0.27 1.47 0.60	$0.24 \\ 1.45 \\ 0.65$
40	Reserveprämie Sterberisikoprämie Unkostendeckungsprämie	-0.45 2.12 0.67	-0.42 2.16 0.60	$-0.45 \ 2.12 \ 0.67$
50	Reserveprämie Sterberisikoprämie Unkostendeckungsprämie	$ \begin{array}{c c} -1.30 \\ 2.97 \\ 0.67 \end{array} $	$ \begin{array}{c c} -1.27 \\ 3.01 \\ 0.60 \end{array} $	-1.31 2.95 0.70

Wie man aus der Tafel 4 ersehen kann, bleibt für die Unkostendeckung des ersten Versicherungsjahres bei der Teilselektion 1.03 %, bei der Selektion aber nur 0.67 % der Versicherungssumme übrig. Das ist ein ganz wesentlicher Unterschied für den Versicherer. Der praktische Fachmann fährt also mit der Teilselektion besser als mit der Selektion. Auch im 2., 3., 4. und 5. Versicherungsjahre bleiben grössere Quoten übrig, die jedesmal mit zur Deckung neuer Versicherungsabschlüsse verwendet werden können. Auch die Anwendung der Aggregattafel für Deckungskapital zeigt für den praktischen Fachmann bessere Verhältnisse als die Anwendung der Selektionstafel für das Deckungskapital, ohne die Solidität der Gesellschaft zu gefährden.

Man ersieht aus diesen Berechnungen, dass die Verwendung einer grösseren Sterblichkeitserwartung in den ersten Versicherungsjahren, welche nichts weiter sein soll als die normale Sterblichkeit plus einem Unkostenbeitrag, ein notwendiges Bedürfnis für die Versicherungsanstalten ist. Ich komme daher zu dem Schlusse:

"Die Selektionssterbetafeln haben zweifelsohne für die Orientierung eine grosse theoretische Bedeutung, aber es liegt kein Grund vor, dieselben für die Todesfallversicherungen praktisch zu verwenden."

III. Verrechnung von Abschlusskosten der Versicherungen auf den Todesfall.

Bezeichnet man die Summe der im Abschnitte II besprochenen Reserveprämie und Sterberisikoprämie, nämlich $\pi_x + \pi_x$, mit Inventarprämie (prime d'inven-

taire), so findet man im Beispiele der Tafel 4, wo die Sterblichkeit nur nach dem Gesetze der Selektion verläuft, dagegen das Deckungskapital sowohl nach der Selektionstafel als auch nach der Teilselektionsund der Aggregattafel berechnet ist, folgendes:

Die Inventarprämie $\binom{v}{\pi_x + \frac{q}{\pi_x}}$ ist für den Fall, dass das Deckungskapital berechnet ist nach der

Selektionstafel eine für alle Versicherungsjahre konstante Grösse,

Teilselektionstafel während der Selektionszeit eine variable und nach der Selektionszeit eine konstante Grösse,

Aggregattafel eine für alle Versicherungsjahre variable Grösse.

Es trifft also hier für die Inventarprämie genau dasselbe zu, was im Abschnitte II über die Unkostendeckungsprämie, nämlich $\pi_x = \binom{v}{\pi_x} + \binom{q}{\pi_x}$, gesagt ist. Die nachfolgende Tafel 5 veranschaulicht das Gesagte.

Lässt man nun die aus der Teilselektionstafel direkt hervorgehende, jährlich gleichbleibende Nettoprämie, die wohlverstanden nicht mit den Inventarprämien zu verwechseln ist, für die Selektionstafel gelten, so entsteht die Ungleichheit

$$P_x'' \cdot \mathbf{a}_x' > P_x' \mathbf{a}_x'.$$

Der Barwert der Leistung des Versicherten übersteigt demnach den Barwert der Leistung der Gesellschaft um

$$(P''_x - P'_x) a'_x$$
.

Mit andern Worten:

Die erstjährige Inventarprämie ist um den obigen Betrag von

 $(P''_x - P'_x)$ a'_x

Tafel 5.

Lebenslängliche Versicherung von Fr. 100. Eintrittsalter:
30 Jahre.

Versich	Inventarprämic $\binom{V}{\pi} + \binom{q}{\pi}$					
Jahr	Selektion	Teilselektion	Aggregat			
	Fr.	Fr.	Fr.			
1	1.67	1.31	1.41			
2	1.67	1.48	1.56			
3	1.67	1.55	1.61			
10	1.67	1.73	1.73			
30	1.67	1.74	1.69			
40	1.67	. 1.74	1.67			
5 0	1.67	1.74	1.64			

Anmerkung. Das französische Aufsichtsgesetz für Privatversicherung schreibt die prime d'inventaire als eine für alle Versicherungsjahre konstante Grösse vor, trotzdem die Berechnung des Deckungskapitals nach der Aggregattafel A. F. verlangt wird.

zu gross ausgefallen, und es darf dieser Betrag, ohne die Solidität der Gesellschaft zu gefährden, zur Deckung der Abschlusskosten verwendet werden. Die Inventarprämie des ersten Versicherungsjahres ist demnach nicht P''_x , sondern

$$P'' - (P''_x - P'_x) a'_x$$
.

Für die folgenden Versicherungsjahre ist die Inventarprämie stets gleich

$$P_x^{''}$$

Der Fachmann wird nun sagen:

Auf diese Weise ist man zur Zillmermethode der Berechnung des Deckungskapitals gelangt, welche eine ganz bestimmte Grenze vorschreibt. Ich nenne diese Grenze der Zillmerquote, bis etwas Besseres gefunden wird, eine natürliche für die Selektionstafeln. Aus der nachfolgenden Tafel 6 ersieht man die numerischen Grenzwerte der natürlichen Zillmerquote für die angewandten Beispiele.

Tafel 6.
Natürliche Grenze der Zillmerquote für die Selektionstafeln.

Versich Art	x	O[M] O/o der Versiche	$D^{\mathit{[Mu.WI]}}$ 0/0 erungssumme
A	20 30 40	$1{16} \\ 1{33} \\ 1{78}$	(0.64)
$A_{:30}$	20 30 40	$egin{array}{c} 1{14} \ 1{30} \ 1{73} \end{array}$	(0.63)
$E_{:30}$	20 30 40	$1{11} \ 1{29} \ 1{72}$	0.61
$F_{:30}$	20 30 40	0. ₄₀ 0. ₄₆ 0. ₆₂	0.23

Anmerkung. Die eingeklammerten Werte sind nicht gerechnet, sondern abgeschätzt.

Die natürliche Grenze der Zillmerquote ist bei der $O^{[M]}$ -Tafel mehr als doppelt so gross wie bei der Tafel $D^{[Mu,WI]}$. Beachtenswert ist, dass die natürliche Grenze

der Zillmerquote sowohl vom Eintrittsalter als auch von der Versicherungsart abhängt. Die Unterschiede sind jedoch bei den Versicherungsarten A, $A_{:30}$ und $\mathcal{E}_{:30}$ so wenig in dem gleichen Eintrittsalter bemerkbar, dass man dieselben vernachlässigen kann. Man darf daher sagen: Die natürliche Grenze der Zillmerquote richtet sich nach dem Eintrittsalter und nicht nach den genannten drei Versicherungsarten. Eine bemerkenswerte Ausnahme von dieser Regel macht die Versicherung auf einen bestimmten Zeitpunkt (F).

Rechnet man nun rückwärts mittelst der natürlichen Grenze der Zillmerquote das Deckungskapital

Tafel 7.

Lebenslängliche Versicherung von Fr. 100 mit lebenslänglicher Prämienzahlung zum Eintrittsalter von 30 Jahren.

Deckungskapital.

	Ohne	Mit
Nach	Verrechnung v.A	bschl u sspro v ision
Jahren	etc. 11 O[M]	über 1.33 $^{ m 0/o}$ der VersichSumme $O^{[M]}$
	Fr.	Fr.
1	1.05	0.11
2	2.13	1.42
3	3.25	2.70
5	5.56	5.28
10	11.89	11.89
20	26.77	26.77
30	43.76	43.76
40	60.84	60.84
50	75.43	7 5.43

nach der Selektionssterbetafel, so gelangt man nach Ablauf der Selektionszeit zu genau den gleichen Werten, welche man aus der Nettoprämie der Teilselektionstafel ohne Anwendung der Zillmermethode erhält, wie das Beispiel in der Tafel 7 veranschaulicht.

Das Deckungskapital ohne Verrechnung von Abschlussprovision nach 11 $O^{[M]}$ ist innerhalb der Selektionszeit grösser als das Deckungskapital mit Verrechnung des Grenzwertes der Abschlussprovision nach der Selektionstafel $O^{[M]}$. Die Anwendung jeder grösseren Zillmerquote für die Selektionstafel, als die in Tafel 6 berechnete, führt notwendig zu einem kleineren Deckungskapital als nach der Teilselektionstafel ohne Verrechnung von Abschlussprovision, mithin auch zu einem kleineren Deckungskapital als nach der Aggregattafel ohne Verrechnung von Abschlussprovision.

Wenn nun die Berechnung des Deckungskapitals aus der Teilselektionstafel bezw. aus der Aggregattafel Werte ergibt, welche diejenigen aus der Selektionstafel mit Anwendung der natürlichen Grenze der Zillmerquote übersteigen, so liegt gewiss kein zwingender Grund vor, Selektionstafeln für die Versicherungen auf den Todesfall praktisch zu verwenden.