

**Zeitschrift:** Mitteilungen der Naturforschenden Gesellschaft in Bern  
**Herausgeber:** Naturforschende Gesellschaft in Bern  
**Band:** 28 (1971)

**Vereinsnachrichten:** Mathematische Vereinigung in Bern : Bericht über das Vereinsjahr 1970/71

#### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 22.12.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## Mathematische Vereinigung in Bern

### Bericht über das Vereinsjahr 1970/71

#### 1. Zusammensetzung des Vorstandes:

Präsident: Prof. Dr. J. Rätz, Bern  
 Vizepräsident: Prof. Dr. H. Carnal, Liebefeld-Bern  
 Sekretär: Dr. W. Nohl, Muri bei Bern  
 Kassier: Prof. Dr. R. Hüsser, Muri bei Bern  
 Beisitzer: G. Reusser, Gymnasiallehrer, Bolligen  
               Prof. Dr. H. Riedwyl, Bern  
               W. Gull, Gymnasiallehrer, Liebefeld-Bern

#### 2. Veranstaltungen:

(einschließlich Vereinsjahr 1969/70)

277. Sitzung, Freitag, den 9. Mai 1969. Vortrag von Herrn Prof. Dr. F. SIGRIST, Neuchâtel: *Problèmes d'algèbre linéaire et topologie algébrique*.

278. Sitzung, Freitag, den 6. Juni 1969. I. Geschäftssitzung. II. Vortrag von Herrn HANS-PETER BIERI, Bern: *Topologie und Limitierung*.

279. Sitzung, Dienstag, den 25. November 1969. Vortrag von Herrn PD Dr. J. RÄTZ, Bern: *Isometrische und lineare Abbildungen*. (Autorreferat siehe Mitt. Natf. Ges. Bern, NF 27. Bd., S. 114—115, 1970).

280. Sitzung, Freitag, den 20. Februar 1970. Vortrag von Herrn Dr. P. MANI, Bern: *Zur Eulerschen Charakteristik n-dimensionaler Polytope*. (Autorreferat siehe Mitt. Natf. Ges. Bern, NF 27. Bd., S. 115, 1970).

281. Sitzung, Dienstag, den 28. April 1970. Vortrag von Herrn Prof. Dr. W. Bos, Konstanz: *Multiplikation in euklidischen Räumen*.

282. Sitzung, Freitag, den 26. Juni 1970. I. Geschäftssitzung. II. Vortrag von Herrn Dr. F. STREIT, Bern: *Statistische Rückschlüsse beim Behrens-Fisher-Problem*.

Beim Behrens-Fisher-Problem handelt es sich darum, auf Grund zweier Stichproben, die von normalverteilten Grundgesamtheiten

mit unbekannten Mittelwerten und voneinander verschiedenen unbekannten Streuungen stammen, statistische Aussagen über die Differenz der Mittelwerte zu machen. Eine Lösung dieses Problems wurde ursprünglich von R. A. Fisher vorgeschlagen. Seine Herleitung dieser Beziehung ist aber nicht widerspruchsfrei. In diesem Vortrag werden zwei Rückschlußverfahren, die Methode der statistischen Schätzung und die Methode der strukturellen Wahrscheinlichkeiten besprochen und ihre Anwendung auf das Behrens-Fisher-Problem aufgezeigt.

Das letztgenannte Verfahren führt auf eine widerspruchsfreie Begründung der Fisherschen Lösung.

Eine erweiterte Fassung dieses Referats wurde in den Mitteilungen der Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker, Band 70, 307—329, 1970, publiziert.

Franz Streit, Bern

283. Sitzung, Freitag, den 6. November 1970. Vortrag von Herrn Dr. K. STOOP, Bern: *Simulation — eine Methode der angewandten Mathematik*.

284. Sitzung, Dienstag, den 15. Dezember 1970. Vortrag von Herrn Dr. J. SCHMID, Bern: *Über Hüllenalgebren*.

Hüllenalgebren sind Paare  $(A, t)$ , bestehend aus einer Booleschen Algebra  $A$  und einer Abbildung (dem Hüllenoperator)  $t$  von  $A$  in  $A$ , welche den 4 Kuratowskischen Axiomen genügt:  $t 0 = 0$ ,  $t(a + b) = ta + tb$ ,  $ta > a$ ,  $t^2 a = ta$ .

Viele Begriffe aus der Theorie der topologischen Räume lassen sich auf die weitere Klasse der Hüllenalgebren übertragen, so etwa der Begriff «kompakt». Die beiden Strukturen unterscheiden sich jedoch wesentlich durch ihre Morphismen: Punktabbildungen für topologische Räume, Homomorphismen für Hüllenalgebren. Sätze aus der Allgemeinen Topologie, welche Aussagen über Morphismen beinhalten, lassen sich deshalb im allgemeinen nicht auf Hüllenalgebren übertragen. Der wichtige Satz, daß das stetige epimorphe Bild eines kompakten Raumes wieder kompakt ist, gilt für Hüllenalge-

bren noch unter Einsatz eines starken Trennungsaxioms.

Es gelingt jedoch, eine Kompaktifizierungstheorie für Hüllealgebren aufzubauen, wobei eine Kompaktifizierung einer vorgegebenen Hüllealgebra definiert ist als eine (in einem präzisierten Sinn) «kleine» Oberstruktur der betreffenden Hüllealgebra. Das Verfahren der Kompaktifizierung basiert auf der topologischen Darstellungstheorie für Boolesche Algebren: Der Stone-Raum einer Booleschen Algebra  $A$  wird so modifiziert, daß ein Hülleoperator  $t$  auf  $A$  im neuen Raum seinen Niederschlag findet. Den Schlüssel zur Kompaktifizierung liefern dann Existenz und Eigenschaften minimaler abgeschlossener Teilmengen des neuen Raumes. Man erhält so eine ganze Klasse von im allgemeinen nicht äquivalenten Kompaktifizierungen. Eine Unterklasse besonders einfacher solcher Kompaktifizierungen läßt sich auch auf spezielle topologische Räume anwenden und ergibt dort Zusammenhänge mit der Alexandroffschen Einpunkt-kompaktifizierung.

Jürg Schmid, Bern

285. Sitzung, Dienstag, den 12. Januar 1971. Vortrag von Herrn G. HEIMBERG, Lausanne: *Mathématiques nouvelles et enseignement gymnasial.*

286. Sitzung, Freitag, den 29. Januar 1971. Vortrag von Herrn G. REUSSER, Bern: *Zwei Leitgedanken für den Mathematikunterricht im Gymnasium.*

1. Wird die Mathematik als eine Stadt mit Plätzen, Hauptstraßen, Nebengassen usw. aufgefaßt, so ergeben sich für den Mathematikunterricht folgende Konsequenzen.

— Der Stoff sollte im Unterricht nicht linear, nur dem innern logischen Aufbau gemäß, angeordnet sein, sondern er müßte die Querverbindungen hervorheben.

— Der Lehrplan darf keine Reihenfolge erzwingen. Er soll die Möglichkeit geben, in dieser Stadt hin und her zu wandern.

— Wie man sich in einer Stadt verlieren kann, so auch im Gebäude der Mathematik. Deshalb sollen gewisse Leitgedanken wegleitend sein. Unter vielen anderen seien hier zwei Leitbegriffe hervorgehoben, die große Teile des Stoffes durchziehen: die Erweiterung von Mengen und die Fortsetzung von Funktionen.

2. Erweiterung von Mengen. Die Ring- und Körpererweiterungen können bei jungen Schülern (etwa vom zwölften Altersjahr an) vorbereitet werden anhand von Übungen folgender Art:

— Welches ist die kleinste Zahlenmenge, die 3 enthält und in welcher die Addition eine innere Verknüpfung ist? — Gleiche Frage, aber die gesuchte Menge soll Obermenge von  $\{3; 7\}$  oder von  $\{3; 12\}$  sein.

Vorauszusetzen ist, daß den Kindern die Ring- und Körpereigenschaften am Beispiel der ganzen, der rationalen und der reellen Zahlen explizit bekannt sind. Gleiche Fragen können gestellt werden mit der Forderung, daß die erzielte Menge eine additive oder auch eine multiplikative Gruppe sei. Später werden Ringe und Körper gesucht.

Mit der Frage, den kleinsten Ring herzustellen, der den Körper der rationalen (oder der reellen) Zahlen und einen Buchstaben  $x$  enthält, wird das Rechnen mit Polynomen entwickelt. Verlangt man einen Körper, so entsteht das Buchstabenrechnen: ein Kalkül mit «rationalen Ausdrücken», in welchem die Buchstaben wie bei den Polynomen als Unbestimmte vorkommen.

Faßt man ferner die Buchstaben als Variablen über der Menge der rationalen (oder der reellen) Zahlen auf, so wird jedem Polynom eine Polynomfunktion, jedem rationalen Ausdruck eine rationale Funktion zugeordnet. Mit diesen Funktionen kann wieder gerechnet werden, und dieser Kalkül läßt sich mit demjenigen über den Ausdrücken vergleichen: Die Ringe der Polynome und der Polynomfunktionen sind isomorph. Einschränkungen sind hingegen notwendig bei den rationalen Funktionen. Auf rationale Ausdrücke sind die Körperaxiome ausnahmslos anwendbar, nicht aber auf die assoziierten rationalen Funktionen.

Wird beim Polynomring über den rationalen Zahlen zusätzlich von der Unbestimmten verlangt, daß ihr Quadrat die Zahl zwei ist, so erhält man den Körper der Polynome ersten Grades in  $\sqrt{2}$  mit rationalen Koeffizienten. Wird beim Polynomring über den reellen Zahlen verlangt, daß  $x^2 = -1$  ist, so entsteht der Körper der komplexen Zahlen.

In der Geometrie können in ähnlicher Weise Transformationsgruppen erzeugt wer-

den, in Zusammenhang mit den entsprechenden Ornamenten.

Die gleiche Idee der Erweiterung kommt zur Anwendung beim Erzeugen von Vektorräumen in der linearen Algebra.

3. Fortsetzung von Abbildungen. In einer Menge soll eine Funktion so definiert werden, daß ihre Restriktion in einer Unter- menge eine vorgegebene Funktion ist. Elementare Beispiele im Unterricht gibt es viele, wovon einige erwähnt seien.

— Proportionalität oder lineare Fortsetzung.

Gegeben  $f: \{2\} \rightarrow \mathbb{R}$   
 $2 \mapsto 8$

Gesuchte Fortsetzung  $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$   
 $x \mapsto a x$

Lösung  $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$   
 $x \mapsto 4x$

— Affine Fortsetzung.

Gegeben  $f: \{4; 9\} \rightarrow \mathbb{R}$   
 $4 \mapsto 11$   
 $9 \mapsto 21$

Gesucht  $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$   
 $x \mapsto ax + b$

Lösung  $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$   
 $x \mapsto 2x + 3$

— In ähnlicher Weise: quadratische Fortsetzung, Polynomfortsetzung (Polynomfunktion durch  $n$  Punkte) usw.

— In der Geometrie. Sind von einer Abbildung geeignete Punktpaare gegeben, so kann nach einer Fortsetzung gefragt werden, die eine Isometrie, eine Streckung, eine Ähnlichkeitsabbildung, eine affine Abbildung, eine projektive Abbildung ist.

— Der gleiche Gedanke kann zur Definition der Potenzen, der trigonometrischen Funktionen usw. dienen.

— In der Analysis. Wird der Stetigkeitsbegriff bei reellen Funktionen vor dem Limesbegriff eingeführt, so kann dieser durch stetige Fortsetzung definiert werden. Schließlich führt die Taylorreihe zunächst im reellen, dann im komplexen Zahlenbereich zur analytischen Fortsetzung.

— In der linearen Algebra. Sind die Bilder der Basisvektoren eines Vektorraumes gegeben und fordert man zusätzlich Linearität,

so ist die Abbildung als lineare Fortsetzung für den ganzen Raum bestimmt.

4. Zum Schluß. Der Mengenbegriff, der Abbildungsbegriff und die einfachsten Strukturbegriffe sollten (am konkreten Beispiel) im Unterricht sehr früh vorbereitet werden, und der Schüler sollte sobald wie möglich mit ihnen vertraut sein. Der gelegentliche Einwand, man könne mit den heutigen mathematischen Begriffsbildungen nichts anfangen, trifft nicht zu. Die Erfahrung zeigt, daß sie den Schülern Spaß machen, vorausgesetzt, sie werden mit Phantasie eingesetzt und der Entwicklung der Kinder angepaßt.

G. Reusser

287. Sitzung, Dienstag, den 16. Februar 1971. Vortrag von Herrn Dr. Chr. MEIER, Bern: *Zerlegungsähnlichkeit bei Polyedern*.

Zwei eigentliche Polyeder  $A$  und  $B$  des  $k$ -dimensionalen euklidischen Raumes lassen sich nach einem Satz von H. E. Debrunner (Elemente der Mathematik 24 (1969) 1—6) stets so in endlich viele polyedrische Teilstücke  $A_1, \dots, A_n$  bzw.  $B_1, \dots, B_n$  zerlegen, daß  $A_i$  und  $B_i$  für  $i = 1, \dots, n$  homothetisch sind. Dabei verstehen wir unter Zerlegung eine Zerlegung im Sinne der Elementargeometrie. Mit  $G(r)$  bezeichnen wir diejenige Untergruppe der Homothetiegruppe, die erzeugt wird von der Translationsgruppe und einer einzigen Dilatation mit einer positiv reellen Zahl  $r \neq 1$ .  $G(r)$  besteht dann aus Abbildungen  $f$ , die zusammengesetzt sind aus einer Dilatation mit einer Potenz von  $r$  und einer Translation. Durch die Wirkung eines Gruppenelementes  $f$  wird ein Polyeder  $A$  in ein ähnlich gelegenes und im Verhältnis einer  $r$ -Potenz ähnliches Polyeder  $f(A)$  übergeführt.

Das Debrunner'sche Resultat läßt sich jetzt wie folgt verschärfen: Es existieren stets Zerlegungen von  $A$  und  $B$  in polyedrische Teilstücke  $A_1, \dots, A_n$  bzw.  $B_1, \dots, B_n$  so, daß im Element  $f_i$  von  $G(r)$  gilt:

$$B_i = f_i(A_i) \text{ für } i = 1, \dots, n.$$

Christoph Meier, Bern

Ferner wurden die Mitglieder eingeladen zur *öffentlichen Gastvorlesung* vom Montag, den 22. Februar 1971, von Herrn Prof. Dr. H. J. NASTOLD, Münster i. W.: *Zur Dualität in der lokalen Algebra*.