

**Zeitschrift:** Mitteilungen der Naturforschenden Gesellschaft in Bern  
**Herausgeber:** Naturforschende Gesellschaft in Bern  
**Band:** 27 (1970)

**Vereinsnachrichten:** Mathematische Vereinigung in Bern

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 02.05.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

BERGER, ED.: La flore des étangs de Bonfol et de ceux de la région française avoisinante.

Recueil d'études et de travaux scientifiques publié à l'occasion de la 135<sup>e</sup> session de la Société helvétique des Sciences Naturelles à Porrentruy. Porrentruy 1955.  
Ed. Berger

*Aus dem Jahresbericht 1969*

#### Mitgliederbewegung

Ende 1969 zählte unsere Gesellschaft 3 Ehrenmitglieder und 157 ordentliche Mitglieder, total 160 (1968: 151). 4 Austritte stehen 13 Eintritten gegenüber. Wir heißen willkommen: Hr. Chr. Campiche, Hr. P. Fankhauser, Frau H. Gerber, Fr. V. Gerber, Dr. E. Grütter, Dr. O. Harnisch, Fr. E. Hauser, Hr. J. Maag, Hr. A. Peyer, Hr. R. Schmid, Fr. R. Schneider, Fr. E. Wäber, Hr. H. Wenger.

## Mathematische Vereinigung in Bern

Nach der Hauptversammlung vom 6. Juni 1969 setzte sich der Vorstand der Mathematischen Vereinigung in Bern für das Geschäftsjahr 1969/70 wie folgt zusammen:

Präsident: Herr G. Reusser, Bolligen  
Vizepräsident: Herr PD Dr. J. Rätz, Bern  
Sekretär: Herr Dr. W. Nohl, Muri  
Kassier: Herr Dr. R. Hüsler, Muri  
Beisitzer: Herr Prof. Dr. H. Carnal, Liebefeld  
Herr PD Dr. H. Riedwyl, Bern  
Herr W. Gull, Liebefeld

Der vollständige Sitzungsbericht wird im nächsten oder übernächsten Heft der «Mitteilungen» veröffentlicht. Im folgenden seien nur die Autorreferate zweier Vorträge, die im verflossenen Vereinsjahr gehalten worden sind, wiedergegeben.

#### *Isometrische und lineare Abbildungen*

(Vortrag, gehalten für die Mathematische Vereinigung in Bern am 25. November 1969)

Sind  $E$  und  $F$  zwei euklidische Vektorräume, so ist bekanntlich jede isometrische

Abbildung  $T$  von  $E$  in  $F$  eine affine Abbildung; fordert man zusätzlich  $T0 = 0$ , so ist  $T$  sogar linear. Dieses Ergebnis kann nach verschiedenen Seiten hin verallgemeinert werden:

*Satz 1:* Voraussetzungen: 1)  $K$  sei ein geordneter kommutativer Körper. 2)  $K'$  und  $K''$  stehen für  $K$ , für den algebraischen Erweiterungskörper  $K(i)$  von  $K$  oder für den Quaternionenschiefkörper  $Q(K)$  über  $K$ . 3)  $M$  bzw.  $N$  sei ein Vektorraum über  $K'$  bzw.  $K''$ . 4)  $f$  bzw.  $g$  bezeichne eine Hermitesche Form auf  $M$  bzw.  $N$ ;  $g$  sei definit. 5)  $T$  sei eine Abbildung von  $M$  in  $N$  mit  $T0 = 0$  und  $g(Tx - Ty, Tx - Ty) = f(x - y, x - y)$  für alle  $x, y$  aus  $M$ . — Behauptungen: a)  $T$  ist  $K$ -linear; b) Gilt im Falle  $K' = K'' = K(i)$  [bzw.  $Q(K)$ ] außerdem  $T(ix) = iTx$  [ $T(jx) = jTx$ ;  $T(kx) = kTx$ ] für alle  $x$  aus  $M$ , wo  $i$  [ $j, k$ ] die imaginären Einheiten bezeichnen, so ist  $T$  auch  $K'$ -linear.

*Satz 2 (MAZUR-ULAM):* Sind  $M$  und  $N$  normierte reelle Vektorräume, so ist jede isometrische Abbildung  $T$  mit  $T0 = 0$  von  $M$  auf  $N$  linear.

Die Frage, ob dieser Satz für beliebige metrische Vektorräume gilt, ist offen.

**Satz 3:** Voraussetzungen: 1)  $K$  sei ein kommutativer Körper der Charakteristik  $\neq 2$ . 2)  $M$  und  $N$  bezeichnen Vektorräume über  $K$ . 3)  $f$  bzw.  $g$  sei eine symmetrische Bilinearform auf  $M$  bzw.  $N$ ;  $g$  sei nichtausgeartet. 4)  $T$  sei eine Abbildung von  $M$  in  $N$  mit  $T0 = 0$  und  $g(Tx - Ty, Tx - Ty) = f(x - y, x - y)$  für alle  $x, y$  aus  $M$ . — Behauptung: Für die Linearität von  $T$  ist jeder der folgenden zwei Sachverhalte hinreichend: a)  $T$  ist surjektiv; b)  $f$  ist nichtausgeartet und  $\dim N \leq 1 + \dim M < \infty$ .

Setzt man in Satz 3 b)  $M = N = \mathbb{R}^4$ ;  $f(x, y) = g(x, y) = x_1 y_1 + x_2 y_2 + x_3 y_3 - x_4 y_4$  mit  $x = (x_1, x_2, x_3, x_4)$ ,  $y = (y_1, y_2, y_3, y_4)$ , so ist jede der Voraussetzung 4) genügende Abbildung  $T$  linear. Somit folgt die Linearität der Lorentztransformationen aus  $T0 = 0$  und der Invarianzforderung  $x_1'^2 + x_2'^2 + x_3'^2 - x_4'^2 = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 - x_4^2$ , wo  $Tx = (x_1', x_2', x_3', x_4')$ , allein. *Jürg Rätz, Bern*

*Zur Eulerschen Charakteristik  
n-dimensionaler Polytope*

(Vortrag, gehalten für die Mathematische Vereinigung in Bern am 20. Februar 1970)

Im Jahre 1852 hat Ludwig Schläfli eine Definition und eine Berechnung der Eulerschen Charakteristik für  $n$ -dimensionale konvexe Polytope veröffentlicht. Bei seiner Rechnung machte er die Annahme, daß sich der Randkomplex jedes Polytops Stück um Stück in einer übersichtlichen Weise abbauen lasse. Später erhoben sich Zweifel an der Gültigkeit dieser Annahme in den höheren Dimensionen, insbesondere seit der Entdeckung von kombinatorischen  $n$ -Zellen,  $n \geq 3$ , für welche ein entsprechender stückweiser Abbau nicht möglich ist. In diesem Vortrag wurde eine einfache Konstruktion angegeben, die den Zweck hat, Schläflis Voraussetzung nachträglich zu rechtfertigen.

Eine klare Einführung in das Problem erhält der Leser etwa an der folgenden Stelle: B. Gruenbaum, «Convex Polytopes», John Wiley and Sons, London, New York, Sidney (1967), 141—142. *P. Mani*