Zeitschrift: Mitteilungen der Naturforschenden Gesellschaft Bern

Herausgeber: Naturforschende Gesellschaft Bern

Band: - (1942)

Artikel: Der mathematische Nachlass von Ludwig Schläfli (1814-1895) an der Schweizerischen Landesbibliothek

Autor: Burckhardt, Johann Jakob

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-319408

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 11.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Johann Jakob Burckhardt

Der mathematische Nachlass von Ludwig Schläfli (1814—1895) an der Schweizerischen Landesbibliothek

(Bearbeitet mit Unterstützung der Escher-Abegg-Stiftung in Zürich.)

Inhalt.

A. Bericht über die Ordnung und Katalogisierung des mathematischen Nachlasses von Ludwig Schläfli.
1. Vorarbeit.
2. Ordnung.
3. Sachkatalog.
4. Zustand des Nachlasses.
5. Nummerverzeichnis der von Graf nicht angeführten nachgelassenen Manuskripte.
6. Verzeichnis der gedruckten Abhandlungen, die bei Graf nicht angeführt sind.
7. Verzeichnis der aus dem Nachlass durch J. H. Graf herausgegebenen Schriften.
8. Journale von L. Schläfli.

B. Sachverzeichnis der gedruckten Abhandlungen und der unveröffentlichten Manuskripte von Ludwig Schläfli.

C. Anhang: Ueber L. Schläflis nachgelassene Manuskripte zur Theorie der quadratischen Formen.

A. Bericht über die Ordnung und Katalogisierung des mathematischen Nachlasses von Ludwig Schläfli

1. Vorarbeit.

Die konstituierende Sitzung des im Jahre 1937 in Genf als Nachfolgerin des Steiner Komitees ins Leben gerufenen Steiner-Schläfli-Komitees der S. N. G. fand am 18. Juni 1938 statt. Herr

Prof. W. Scherrer (Bern) erstattete Bericht über seine Durchsicht des Nachlasses von L. Schläfli. Er kam dabei zur Ueberzeugung, dass der Nachlass einer Neuordnung und Katalogisierung bedürfe, um bearbeitet werden zu können.

Unsere Anfrage bei der Landesbibliothek in Bern als Besitzerin des Nachlasses um Bewilligung zur Durchführung dieses Unternehmens fand freundliche Unterstützung, doch konnte uns keine finanzielle Beihilfe zugesagt werden. Unser Vorhaben wurde uns ermöglicht durch Unterstützung der Escher-Abegg-Stiftung in Zürich, der wir für ihre grosszügige Hilfe unsern aufrichtigen Dank aussprechen. Mit der Durchführung der Arbeit wurde Verfasser dieser Zeilen vom Komitee Steiner-Schläfli betraut. Der Verfasser möchte an dieser Stelle dem Präsidenten des Komitees, Herrn Prof. L. Kollros, für seine stets hilfreiche Unterstützung bestens danken.

Der Plan zur Durchführung der Arbeit wurde mit der Direktion der Landesbibliothek festgelegt, und die Arbeit im Spätherbst 1939 begonnen, sie wurde durch die Zeitereignisse mehrmals unterbrochen. Die Landesbibliothek hat uns in verdankenswerter Weise den Nachlass zur Bearbeitung nach Zürich überlassen und dadurch die Durchführung ermöglicht.

2. *Ordnung.*

Der Nachlass war völlig ungeordnet. Auf jedem Manuskript befinden sich im allgemeinen drei Nummern:

a) eine Nummer in Blaustift, herrührend von Herrn Prof. J. H. Graf in Bern. Diese Nummer ist diejenige des Verzeichnisses Graf: Nachgelassene Manuskripte Schläflis, Mitteilungen der Naturforschenden Gesellschaft in Bern aus dem Jahre 1896, Seite 163 bis 176.
b) eine Nummer in Bleistift im Stempel der Landesbibliothek.
c) eine Nummer in Rotstift, die vermutlich von Schläfli stammt.

In Uebereinstimmung mit der Direktion der Landesbibliothek haben wir unserer Ordnung das Nummernverzeichnis von Graf zugrunde gelegt. Wir haben demnach die Manuskripte nach Nummern in Kartonschachteln gelegt. Der Nachteil dieses Verfahrens besteht darin, dass oft inhaltlich zusammengehörende Stücke unter

verschiedene Nummern fallen. Durch Anlage eines Sachkataloges versuchen wir diesem Nachteil abzuhelfen (siehe unten B.).

Das Verzeichnis von Graf ist ungleichmässig angelegt. Teilweise werden alle im selben Heft von Schläfli gesammelten Manuskripte unter verschiedenen Nummern mit ausführlichen Titeln angeführt, teilweise werden mehrere oder viele Hefte verschiedenen Inhaltes unter demselben Titel und derselben Nummer verzeichnet. In unserem Sachverzeichnis bedeutet daher eine angeführte Nummer oft, dass sich unter dieser Nummer unter anderm ein Manuskript des gesuchten Inhaltes befindet. Wenn möglich, haben wir zum leichteren Auffinden eine Seitenzahl oder eine Nummer der Landesbibliothek angegeben.

Zur Durchführung dieser Arbeit haben wir uns einen Zettelkatalog nach laufenden Nummern des Verzeichnisses Graf angelegt, worin jedes Manuskript nach Umfang und Inhalt verzeichnet ist. Wir hoffen, diesen Zettelkatalog auf der Landesbibliothek der Benützung zugänglich zu machen. Er soll die leichtere Auffindung des gewünschten Stückes ermöglichen.

Soweit die Manuskripte keine Nummer von Graf tragen, haben wir sie laufend weiter numeriert und unten auf Seite 5 f. mit Inhalt aufgeführt.

3. Sachkatalog.

Ist somit ein bestimmtes Sachgebiet zur Einsicht erwünscht, so entnimmt man unserem Sachkatalog die einschlägigen Nummern. Wir haben es, um mit unserer Veröffentlichung nicht zu viel Platz zu beanspruchen, unterlassen, die zugehörigen Titel anzugeben. Diese können leicht im Verzeichnis Graf nachgeschlagen werden.

Wir haben in den Sachkatalog auch die gedruckten Abhandlungen Schläflis aufgenommen. Diese sind ebenfalls von Graf a. a. O., Seite 157—162, laufend numeriert zusammengestellt. Um diese Nummern von denjenigen der unveröffentlichten Manuskripte zu unterscheiden, haben wir die Nummern der gedruckten Abhandlungen mit einem Stern versehen.

4. Zustand des Nachlasses.

a) Manuskripte. Während es bei einer ersten Durchsicht schwer oder beinahe unmöglich war, ein bestimmtes, bei Graf angeführtes Manuskript zu finden und sich somit ein Bild über die Vollständigkeit des Nachlasses zu machen, ist es uns jetzt

möglich, zu sagen, dass nur weniges fehlt. Wir haben folgende Nummern nicht finden können:

40, 72, 93—96, 121—123, 150, 163, 190, 211, 217, 222, 227, 282, 285, 293, 294, 297, 298, 300.

Bei 72 soll es sich nach Graf um viele Hefte zur Theorie der Besselschen Funktionen handeln, deren Verlust zu bedauern ist. Nach den roten Nummern fehlen etwa 10 % der Stücke.

b) Briefwechsel. Ueber die an Schläfli gerichteten und erhaltenen Briefe gibt Graf ebenfalls ein Verzeichnis a. a. O., Seite 147—153.

Bei diesen Briefen liegt folgende Notiz:

„Zur Beachtung: Die gesamte in der Mappe enthaltene Korrespondenz Schläflis lag zur Benützung längere Zeit in den Händen von Herrn Prof. Dr. J. H. Graf in Bern und wurde der Landesbibliothek nach seinem Tode (Juni 1918) von der Witwe zurückgegeben.

Eine Uebersicht über diese Briefe und ein Verzeichnis sämtlicher Korrespondenzen findet sich in der von Prof. Graf seinerzeit (1896) herausgegebenen Biographie Schläflis (S. 30ff.); leider aber fehlen in dem aus dem Nachlass Graf an die Landesbibliothek zurückgelangten Korrespondenzen-Fascikel verschiedene in der obigen Schläfli-Biographie noch erwähnten Briefe, welche die Landesbibliothek wohl, ohne eigenes Verschulden, als verloren betrachten muss. November 1919.

Schweizerische Landesbibliothek,
Der Vizedirektor: Dr. Ernst Haffter."

Es lag uns somit ob, den Bestand der vorhandenen Briefe aufzunehmen. Die Briefe von folgenden Herren fehlen:

Becker, J. C. (1872); Klein, F. (1872—1876); Neumann, C. (1868—1876); Schiff, Hugo; Schwarz, H. A. (1872 bis 1880); Stern, M. A. und Alf. (1884—1891); Sylow, L. (1882); Tardy, P. (1865—1877); Veltmann, W. (1879 bis 1881); Vollenweider, C. (1885—1891); Weiler, A. (1804); Weber, H. (1891); Winkler, J. (1852); Willmann, A. (1877); Wolf, R. (1850—1893); Zeuthen, H. G. (1882).

Der Verlust der Briefe von Mathematikern wie Klein, Neumann, Schwarz, Sylow, Weber und anderen, aber auch von Schläflis Freund, H. Schiff, ist ausserordentlich bedauerlich.

Von folgenden Herren sind Briefe an Schläfli vorhanden, aber von Graf nicht aufgeführt:

Crelle (1851); Dähler (1864); Demme, H. (1863); Deyhle (1847); Eggimann, J. (1871); Frey, A.; Haas, D. (1884); Hopf (1854—1884, betrifft Anstellung Schläflis am Polytechnikum); Jahn; Iselin, J. (1894); Janin, E. (1865); Kohler, Sam. (1880); Oettinger, L.; Pelz, A. (1883); Raabe, J. L. (1851); Rettig, G. (1858—1866, betrifft u. a. Anstellung am Polytechnikum); Schrötter, Ant. (1852, betrifft Vorlegung der Arbeit „Vielfache Kontinuität" in Wien); Sidler, G. (1865—1894); Siegfried, H. (1870, Oberst H. Siegfried, betrifft $\int e^{-x^2} dx$).

5. *Nummernverzeichnis der von Graf nicht angeführten nachgelassenen Manuskripte.*

304. Ueber eine leichte Konstruktion des Krümmungsmittelpunktes der Ellipse. 1 Bogen.
305. Keplersche Aufgabe und ihre Lösung durch Reihenentwicklung.
306. Siehe 239—242. Bogen 1—5: Bernoullische Zahlen, Bogen 6—11: Differenzenrechnung.
307. Doppelblätter, Seite 1—166.
    Seite 1: Ueber die Konstruktion des Krümmungsmittelpunktes bei der Ellipse.
    Seite 7: Ueber die Klassengleichung der Kurve dritten Grades.
    Seite 23: Ueber die Klassengleichung einer in Beziehung auf ihren Grad freien algebraischen Kurve.
    Seite 30: Ueber algebraische Flächen im Raume von *n* Dimensionen.
    Seite 39: Ein zur Theorie der Determinanten gehörender Satz.
    Seite 43—166: Ueber die Resultante, siehe 171, *24.
308. Siehe 113.
309. Zum Potential der Ellipse. Seite 1—14.
310. 1. Seite 1—8: Wilsonscher Satz und Reziprozitätssatz.
    2. Seite 1—7: Quadratische Formen, Pellsche Gleichung (1878).
311. Mechanik, Vorlesung 1877/78. Seite 1—6.

312. Ueber die Beziehung zwischen Analyse und geometrischer Intuition, Seite 1—5. Siehe *60.
313. Geometrische Optik, 1 Bogen.
314. Thetafunktionen, Seite 129—300.
315. Bogen 1— 3: Singularitäten ebener algebraischer Kurven. Bogen 4—12: Kegelschnitte in allgemeiner Behandlung.
316. Nachtrag zur analytischen Geometrie der Ebene, Seite 1 bis 67, Vorlesung.
317. Referate von Dissertationen, 2 Bogen.
318. Siehe 245.
319. Zur Theorie der Besselschen Funktionen, siehe 72.
320. Inhaltsverzeichnis der ersten zehn Bände von Crelle Journal.
321. Zur Funktionentheorie, Seite 1—47.
322. Elliptische Modulfunktionen, Bogen 1—18, ausgearbeitetes Manuskript.
323. Ein Paket lose Blätter, fragmentarische Manuskripte.

6. Verzeichnis der gedruckten Abhandlungen, die bei Graf nicht angeführt sind.

*59 a) Annali di matematica pura ed applicata 1875, serie II, t. VI, p. 1—20: Sull'uso delle linee lungo le quali il valore assoluto di una funzione è costante.

7. Verzeichnis der aus dem Nachlass durch J. H. Graf herausgegebenen Schriften.

a) in den Mitteilungen der Naturforschenden Gesellschaft Bern:
   1896: Briefwechsel Steiner-Schläfli.
   1900: Praktische Integration.
   1905: Briefwechsel Schläfli-Cayley.
   1915: Briefwechsel Schläfli-Borchardt.
b) in den neuen Denkschriften der schweizerischen naturforschenden Gesellschaft:
   1901, Band 38: Theorie der vielfachen Kontinuität.

8. Journale von L. Schläfli.

Unter den nachgelassenen Manuskripten von L. Schläfli haben wir drei Journale gefunden:

1. Journal von 1846, besteht aus Nr. 146 (Februar), Nr. 262 bis 267 (Juli-August), Nr. 170 (September-Oktober), Nr. 167 (Oktober), Nr. 261 (?).

2. Journal 1861: Nr. 13, Nr. 54.
3. Journal 1868—1869: Nr. 26—34.

B. Sachverzeichnis der gedruckten Abhandlungen und der unveröffentlichten Manuskripte von Ludwig Schläfli

		Seite
1.	Algebra	7
2.	Algebraische Funktionen	7
3.	Algebraische Geometrie	8
4.	Auszüge aus Literatur	9
5.	Bernoullische Zahlen und Funktionen, Gamma-Funktionen	9
6.	Besselsche Funktionen	10
7.	Differentialgeometrie	11
8.	Differentialgleichungen	11
9.	Differential- und Integralrechnung	12
10.	Geometrie (Elementargeometrie, analytische Geometrie, Extremalprobleme)	12
11.	Integration und approximative Integration	14
12.	Konforme Abbildung	14
13.	Kugelfunktionen	14
14.	Mechanik	15
15.	Modulargleichungen, elliptische Funktionen	15
16.	Optik	16
17.	Potentialtheorie	16
18.	Quadratische Formen	16
19.	Reihen	17
20.	Theorie der vielfachen Kontinuität	18
21.	Versicherung	19
22.	Zahlentheorie (siehe auch 18)	19

1. Algebra.

Gedruckte Abhandlungen: * 8, * 24, * 54.
Nachgelassene Manuskripte: 112, 171, 261, 273, 307.

2. Algebraische Funktionen.

Gedruckte Abhandlungen: * 39.
Nachgelassene Manuskripte: 29, 133—137, 195—196, 208 (Seite 62) 209.

133—137 und 209 umfasst fünf Hefte aus dem Jahre 1876: „Ueber Integrale algebraischer Funktionen" nach Clebsch.

195—196, Heft I, Seite 6—36 und Heft II, Seite 1—59: „Theorie der Abelschen Funktionen" nach Riemanns Vorlesung (teilweise Abschrift).

Zusammenfassung: Die Manuskripte beziehen sich auf Literaturstudien und sind Vorbereitungen auf *39 und auf die im Sommer 1878 gehaltene Vorlesung über Abelsche Funktionen.

3. Algebraische Geometrie.

Gedruckte Abhandlungen: *24 (insbesondere Anhang), *33, *58, *59, *61, *63.

Nachgelassene Manuskripte: 78, 91, 110, 155, 158, 162, 165, 179, 180, 189, 223, 225, 249, 270, 296, 307.

78: „Ueber Flächen dritten Grades". Drei Hefte, Seiten 1 bis 93 aus dem Jahr 1871. Das Manuskript stellt eine nicht zu Ende geführte Bearbeitung der Abhandlungen *58, *59 und *61 dar. 223 behandelt denselben Gegenstand.

296: 1. Seite 1—60. Ausgearbeitete Einführung in die Theorie der Flächen dritten Grades mit Herleitung der darauf befindlichen Doppelsechser. Das Manuskript endigt mit der Behandlung der Kernfläche und des Pentaeders. Die Darstellung ist elementar gehalten in dem Sinne, dass keinerlei Vorkenntnisse aus der algebraischen Geometrie vorausgesetzt werden und stellt wohl die einzige solche deutsch geschriebene Einführung von Schläflis Hand in eine seiner schönsten Entdeckungen dar. Die Bestimmung der 27 Geraden auf der Fläche dritter Ordnung geschieht nach dem Verfahren von Cayley (Cambridge Dublin J. *4,* 1849, p. 118 oder Cayley Coll. Math. Papers, Cambridge, *1,* p. 445), indem man die Anzahl von 27 von Doppelebenen an den berührenden Kegel feststellt, die aus der Fläche dritten Grades die 27 Geraden ausschneiden. (Das Manuskript stammt wohl aus derselben Zeit wie Nr. 78).

2. Seite 1—128. Vorlesung von 1876 über Flächen dritten Grades (einige Seiten fehlen).

3. Seite 1—24. Antwort auf Fragen von Steiner.

91. Vorlesungsausarbeitung über Kurven dritten Grades (März 1877).

155: „Geometrische Untersuchungen" aus dem Jahre 1854. 25 Hefte, wir erwähnen:

Heft IV bis VIII: Allgemeine Sätze über Kurven in der Ebene, § 1 bis § 26.

Heft VIII bis X: Ueber ebene Kurven.

Heft X, XI und XII: Antworten auf Steinersche Fragen. Siehe hierzu: Der Briefwechsel zwischen Jakob Steiner und Ludwig Schläfli, herausgegeben von J. H. Graf. Mitteilungen der Naturforschenden Gesellschaft Bern aus dem Jahre 1896, Bern 1897.

Heft XII und XIII: Raumkurven dritten Grades.

Heft XV bis XIX: Algebraische Flächen.

179: (Fortsetzungen siehe Nr. 165 und 249). Frühe Arbeiten zur algebraischen Geometrie (etwa aus dem Jahre 1847). Darunter befindet sich ein ausgearbeitetes Manuskript (Landesbibliothek Nr. 1077) „Ueber die Klassengleichung der Kurve dritten Grades", siehe auch Nr. 225 und *24, Anhang.

270: Französische Fassung der Arbeiten über algebraische Kurven (aus dem Jahre 1854), Fortsetzung in Nr. 162.

Zusammenfassung: Der Nachlass gibt ein vollständiges Bild von Schläflis Arbeiten zur algebraischen Geometrie. Besonders hervorzuheben sind die Hefte Nr. 155 mit den Antworten auf Steiners Fragen (siehe auch unten unter 10. Geometrie) und die Bearbeitungen Nr. 78 und 296 der Fläche dritten Grades.

4. Auszüge aus Literatur.

Nachgelassene Manuskripte: 1, 2, 35, 36—39, 60, 62, 64—68, 71, 73—75, 77, 80, 83, 87, 99, 101, 103, 108—111, 118, 121, 124, 137—138, 142, 144, 147—148, 153—154, 161, 164, 166, 168—169, 173—175, 179, 182, 185, 188, 190, 196, 202, 209, 211, 219, 228 bis 229, 234—235, 244, 246, 250, 253—254, 258, 261, 268—270, 274, 281, 290—291. (164: lies im Verzeichnis Graf: Proclos).

Das Verzeichnis zeigt, dass ein grosser Teil von Schläflis Nachlass aus Literaturauszügen besteht. Diese vermitteln ein Bild von Schläflis sorgfältiger Arbeitsweise und zeigen uns seine grossen Kenntnisse der zeitgenössischen Literatur.

5. Bernoullische Zahlen und Funktionen, Gamma-Funktionen (siehe auch 11. Integration).

Gedruckte Abhandlung: *65.

Nachgelassene Manuskripte: 8, 43—52, 56, 58—59, 61, 93, 128—130, 141, 145, 155, 201, 204, 241—242, 280, 282, 306.

58: Druckvorlage zu * 65.

145: Seite 1—89: Ausgearbeitetes Manuskript über die Darstellung der Gamma-Funktion, der konformen Abbildung der inneren Fläche des Kreises auf die innere Fläche eines Vieleckes, ferner über elliptische Funktionen und komplexe Integrale.

155: Heft XX—XXI, § 1—24: Ueber Bernoullische Zahlen (Jahr 1855), zusammenhängende Darstellung.

Zusammenfassung: Schläfli hat sich in seiner Thuner Zeit insbesondere mit den Bernoullischen Zahlen befasst, hierin liegt der Ursprung seiner funktionentheoretischen Arbeiten. Im Nachlass befinden sich viele Skizzen hierzu, aber ausser Nr. 155 keine Ausarbeitung.

6. Besselsche Funktionen.

Gedruckte Abhandlungen: * 42, * 43, * 51, * 52, * 57, * 59 a.

Nachgelassene Manuskripte: 66, 72, 85, 113, 187, 193, 204.

85: Lösung der Keplerschen Gleichung durch Entwicklung nach Besselschen Funktionen.

113: Seite 88—110: zu H. Weber, Crelle Journal, Bd. 75.

204: befindet sich in 72.

72: die von Graf angegebenen vielen Hefte zu den Besselschen Funktionen haben wir im Nachlass nicht gefunden. Wir haben in Nr. 72 zerstreute, unnumerierte Manuskripte über Besselsche Funktionen eingeordnet. Zu Schläflis Arbeiten über Besselsche Funktionen siehe das Buch: „Graf und Gubler, Theorie der Besselschen Funktionen, Bern, 1898—1900", worin Schläflis Vorlesungen und wohl der Inhalt der erwähnten Hefte zum Teil wiedergegeben sind. Siehe ferner C. Wagner, Beiträge zur Entwicklung der Besselschen Funktionen I. Art. (Mitteilungen der Naturforschenden Gesellschaft Bern aus dem Jahre 1894), Ueber die Darstellung einiger bestimmter Integrale durch Besselsche Funktionen (ebenda 1895); L. Crelier, Sur la fonction Bessélienne de deuxième espèce $\overset{n}{S}$ (x) (ebenda 1897).

Zu den gedruckten Abhandlungen siehe insbesondere E. T. Whittaker and G. N. Watson, Modern analysis (Cambridge), und G. N. Watson, Theory of Bessel Functions (Cambridge

1922). In diesen beiden Werken sind die Ergebnisse von Schläfli vollständig verarbeitet.

7. *Differentialgeometrie.*

Gedruckte Abhandlungen: * 1, * 2, * 3, * 29, * 38, * 56.

Nachgelassene Manuskripte: 6, 7, 10, 11, 17, 25, 27, 30, 31, 34, 83, 86, 103, 118, 139, 146, 149, 151, 162, 170, 176, 183 bis 184, 198, 212—215, 232, 248,255, 262—264, 267, 270, 297, 300.

7: siehe 183.

10 und 11: siehe 13.

118: siehe auch 184, 212—213.

146 und 149: siehe * 2.

151: siehe * 1.

183: Ausarbeitung von * 3.

184: Verschiedene ausgearbeitete Manuskripte über das Gewebe von zwei Dimensionen.

215: „Bemerkungen zu der Abhandlung Lamés über die isostatischen Flächen", ausgearbeitetes Manuskript, zeigt den Ausgangspunkt von Schläflis Beschäftigung mit den orthogonalen Flächen an.

232: Vorarbeiten und Konzepte zu * 38.

Zusammenfassung: Schläflis früheste Publikationen * 1, * 2, * 3 befassen sich mit Flächentheorie, wozu sich im Nachlass die Vorarbeiten befinden. Erst in späteren Jahren ist Schläfli in * 38 auf dieses Gebiet in grosser Allgemeinheit zurückgekommen.

8. *Differentialgleichungen.*

Gedruckte Abhandlungen: * 7, * 36, * 51, * 53, * 67.

Nachgelassene Manuskripte: 11, 117, 119, 211, 234, 237, 287, 292, 295, 299, 302.

11: siehe 13, Heft a, Seite 6—19 (Jahr 1861), ausgearbeitetes Manuskript.

119: Seite 1—140: Vorlesung vom Winter 1878/79. 1. Teil: Minimalprobleme der Flächentheorie, 2. Teil: Differentialgleichungen.

234: Seite 1—88: Vorlesung über partielle Differentialgleichungen, Sommer 1870.

287: zu *36, Ergänzungen zu Riemanns Vorlesungen über partielle Differentialgleichungen.

292: Seite 1—151: bezieht sich auf Seite 53 von Riemanns Vorlesungen über Schwere etc., herausgegeben von Hattendorff.

Zusammenfassung: Es sind keine nachgelassenen selbständigen Arbeiten zur Theorie der Differentialgleichungen vorhanden.

9. Differential- und Integralrechnung.

Gedruckte Abhandlungen: *5, *11, *44, *45, *46, *62.

Nachgelassene Manuskripte: 100, 127, 177, 231, 239—242, 260.

100: 1 Heft ausgearbeitetes Manuskript zur Einleitung in die Differentialrechnung.

239—242: Vorlesung Sommer 1873.

260: Ueber die Transformation der Variablen bei vielfachen Integralen.

Zusammenfassung: Es sind keine selbständigen Untersuchungen hinterlassen.

10. Geometrie (Elementargeometrie, analytische Geometrie, Extremalprobleme).

Gedruckte Abhandlungen: *4, *19, *21, *22, *33.

Nachgelassene Manuskripte: 1, 19, 32, 84, 89, 101, 110, 139, 146, 148, 154, 155, 167, 185, 189, 216, 218, 224, 238, 257, 258, 261, 271, 279, 304, 315—316.

84, 154, 258: enthalten Abschriften, ausführliche Bemerkungen und zusätzliche Rechnungen zu J. Steiners isoperimetrischen Problemen.

89: 1. Landesbibliothek Nr. 1173, Bogen 1—23: ausgearbeitetes Manuskript über die analytische Geometrie der Ebene.

2. Landesbibliothek Nr. 905, Seite 1—267: ausgearbeitetes Manuskript über Flächen zweiten Grades, Krümmungslinien, orthogonale Flächen.

101: Auszug aus den Elementen Euklids.

155, Heft I und II: Elementares über Kegelschnitte.

216 und 238 gehören zusammen.

224: 1. Seite 1—4: Ueber eine leichte Konstruktion des Krümmungsmittelpunktes bei der Ellipse.

2. Seite 1—63: Fusspunktvielecke; Aufgaben aus der analytischen Geometrie der Ebene, hauptsächlich Kreise betreffend.

3. Seite 1—22: Analytische Geometrie der Ebene: Ein Problem über den Schwerpunkt beim Dreiseit, Enveloppe der Durchmesser des Dreiseits u. a.

271: Heft I und II: Theorie der Ellipse, Parabel und Hyperbel. Heft III: Konstruktion, Diskussion der allgemeinen Gleichung zweiten Grades in homogener Form, Heft IV und V: Einige, die Kegelschnitte betreffende Aufgaben, zu deren Lösung die Kenntnis ihrer perspektivischen Eigenschaften erfordert wird, u. a., ausgearbeitetes Manuskript.

279: Drei Aufgaben über Kegelschnitte.

304: siehe 224 und 307.

Zusammenfassung: Beachtenswerte Ausarbeitungen stellen Nr. 89 und 271 dar. Siehe hierzu insbesondere den Briefwechsel Steiner-Schläfli, Seite 262 (Mitteilungen der Naturforschenden Gesellschaft Bern aus dem Jahr 1896), wo Steiner schreibt: „Reimer war bereit, ein Werk von mir über „Algebraische Kurven und Flächen" 20—30 Bogen zu verlegen. Auch lehnte er nicht ab, denselben Gegenstand von Ihnen analytisch behandelt, oder eine analytische Geometrie später noch folgen zu lassen, als ich ihm versicherte, dass dieselbe reicher und besser sein würde, als alle bisherigen". Die nachgelassenen Manuskripte Schläflis bestätigen diese Aussagen Steiners. Siehe ferner 216 und 238.

84, 154, 258 enthalten Bemerkungen kritischer und ergänzender Natur zu Steiners isoperimetrischem Problem, die von Schläfli während seiner Thuner Zeit abgefasst sind. Insbesondere weist Schläfli auf die Notwendigkeit hin, einen Existenzbeweis für das Extremum zu führen. Auf diese kritische Einstellung Schläflis den Steinerschen Lösungen gegenüber macht bereits Prof. W. Scherrer in einem Bericht vom 24. August 1938 an das Schläfli-Komitee aufmerksam.

Ferner sind die 25 Hefte in Nr. 155 bemerkenswert, die mit „Geometrische Untersuchungen" überschrieben sind und aus dem Jahre 1854 stammen. Heft I und II enthalten Elementares über Kegelschnitte. Heft III ff., auch mit a, b, c, ... überschrieben und je mit einem ausführlichen Inhaltsverzeichnis versehen, behandeln viele spezielle geometrische Probleme im Anschluss an den Briefwechsel mit J. Steiner. Wir erachten sie einer genauen Durchsicht wert.

11. Integration und approximative Integration.

Gedruckte Abhandlungen: *15, L. Schläfli, Praktische Integration, herausgegeben aus dem Nachlass von J. H. Graf, Mitteilungen der Naturforschenden Gesellschaft Bern 1900.

Nachgelassene Manuskripte: 9, 45, 61, 130.

9: enthält u. a. die Druckvorlage zu „Praktische Integration".

45: Nr. 41—53 bilden ein Heft, 45 siehe darin Seite 13—14.

Bemerkung: siehe auch bei 5. Bernoullische Zahlen.

12. Konforme Abbildung.

Gedruckte Abhandlungen: *40.

Nachgelassene Manuskripte: 8, 81, 92, 145, 187, 205, 233, 288.

8: Konforme Abbildung des Dreiecks und des Vierecks mittels der Gamma-Funktion.

81: siehe 79, Seite 10 ff., Fortsetzung in 205. Druckvorlage von *40.

187: Seite 37—56, 77—112, Bogen 1—21: Bruchstück über die hypergeometrische Reihe und die konforme Abbildung von Vielecken.

Zusammenfassung: Schläfli befasste sich eingehend mit dem Problem der konformen Abbildung. Siehe auch die Dissertation seiner Schülerin Elisabeth Litwinoff-Iwaschkina „Lösung einer Abbildungsaufgabe", Petersburg 1879 und von G. Huber „Anwendungen der konformen Abbildung", Zürich 1883.

13. Kugelfunktionen.

Gedruckte Abhandlungen: *27, *47.

Nachgelassene Manuskripte: 9, 13, 65—67, 85, 116, 143—144, 156, 186, 282, 284.

9: Seite 31: Ueber Kugelfunktionen, Einführung.

13: (Landesbibliothek Nr. 866 und 867). Umfangreiches Konzept zu *47 (Journal von 1861, Heft a und b).

65—67 (Landesbibliothek Nr. 885, Seite 78—112): Anmerkungen zu Riemann, Vorlesungen über mathematische Physik, herausgegeben von Hattendorff.

116: Seite 1—668: Anmerkungen zu Heines Theorie der Kugelfunktionen.

143: Seite 1—56: Konzept zu *27.

144: Seite 1—243 (Seite 3 und 4 fehlen): Ueber Heines

Kugelfunktionen erster und zweiter Art (Auszug aus C. Neumann, Theorie der Besselschen Funktionen, Leipzig 1867).

156: siehe auch 13.

186: Seite 1—23: Hier tritt die nach Schläfli benannte Integralformel auf.

284: siehe 276.

Zusammenfassung: Die nachgelassenen Manuskripte stellen Vorarbeiten und Auszüge zur Theorie der Kugelfunktionen dar.

14. Mechanik.

Gedruckte Abhandlungen: *10, *25, *50.

Nachgelassene Manuskripte: 22—24, 69, 76, 98, 120, 275, 311.

69, 98, 120, 275, 311: Bruchstücke und ausgearbeitete Vorlesungen über analytische Mechanik.

15. Modulargleichungen, elliptische Funktionen, Lamésche Funktionen.

Gedruckte Abhandlungen: *20, *23, *37, *48, *49, *50, *55, *69.

Nachgelassene Manuskripte: 13, 54, 63, 92, 97, 114, 124—125, 131—132, 176, 181, 194, 203, 220—221, 236, 256, 278, 314, 321 bis 322.

13: Heft d (bei Graf unter Nr. 256) 54, 131—132: Vorarbeiten und Bemerkungen zu *23.

92 und 176: Rektifikation der Cassinischen Kurve mit elliptischen Integralen.

124: Heft B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, aus dem Jahr 1867 zu Hermites Modulargleichungen (Heft A haben wir nicht gefunden) siehe auch 221.

181: enthält folgende Manuskripte:

Landesbibliothek Nr. 881: ausgearbeitete Darstellung der Elemente der elliptischen Funktionen.

Landesbibliothek Nr. 1094: elliptische Funktionen und geodätische Linien in der Ebene und auf der Kugel.

Landesbibliothek Nr. 1137: ohne Ueberschrift.

Landesbibliothek Nr. 1041: drei Hefte I, II und III aus früherer Zeit über die Elemente der elliptischen Funktionen.

Landesbibliothek Nr. 1042: Verwandlungen I: Formeln für die Verdoppelung und Halbierung des Argumentes.

BIBLIOTHEK der E. T. H.

Landesbibliothek Nr. 927: ausgearbeitetes Manuskript über Gamma-Funktionen und elliptische Funktionen (Seite 1—156 und 2 lose Blätter).

194 (Seite 1—106): Teilstück einer Vorlesung (Jahr 1886).

220: zu * 48.

236 (Seite 1—161): ausgearbeitete Vorlesung über elliptische Funktionen (Jahr 1870).

256: siehe 13.

278: siehe 221.

314 (Seite 129—300): Thetafunktionen.

322 (Bogen 1—18): ausgearbeitetes Manuskript über elliptische Modulfunktionen.

Zusammenfassung: Unser Verzeichnis zeigt die grosse Menge an nachgelassenem Material. Nr. 124 (und 221) enthalten viele Rechnungen, die von Schläfli zu sein scheinen, insbesondere sind die vielen Zahlenbeispiele bemerkenswert. Dieses Material bedarf einer weiteren Bearbeitung, siehe hierzu * 37. Nr. 236 ist eine sehr schön ausgearbeitete Vorlesung.

16. Optik.

Gedruckte Abhandlung: * 6.

Nachgelassene Manuskripte: 88, 303.

17. Potentialtheorie.

Nachgelassene Manuskripte: 20, 69, 70, 292, 309.

292 (Seite 1—151, aus dem Jahre 1882): bezieht sich auf Riemanns Vorlesungen über Schwere etc., herausgegeben von Hattendorff.

Zusammenfassung: Zu 292 siehe die Dissertation von Schläflis Schüler, U. Bigler, „Potential einer elliptischen Walze, 1889".

18. Quadratische Formen (einschliesslich kubische Formen).

Gedruckte Abhandlungen: * 31.

Nachgelassene Manuskripte: 18, 21, 41, 53—54, 80, 106, 126, 172, 191, 197, 200, 252, 310.

* 31: siehe L. E. Dickson, History of the theory of numbers, Washington 1923, Vol. 3, p. 68: „L. Schläfli noted that the equation used by Gauss (Disq. arith. Art. 235) to prove that A, B, C are integers can be given a remarkable symbolic form

involving partial derivatives of the second order. No application is made of the complicated formula".

18: Heft c, Seite 11—17.

21: Heft c, Seite 23—28.

41: Seite 1—5, siehe *31.

53: Seite 32—38, siehe auch 54, Heft f, Seite 17.

106: enthält insbesondere umfangreiche Tabellen.

126: 1. Seite 101—198: quadratische Formen.

2. Seite 1—24: binäre quadratische Formen mit positivem nichtquadratischem Determinant (Jahr 1878).

3. Seite 1—91: Zahlenlehre, Vorlesung Sommer 1878, behandelt die Komposition der Formen.

4. Seite 1—268: ausgearbeitetes Manuskript, behandelt die Klasseneinteilung der Formen.

5. Seite 1—4: quadratische Formen.

6. Seite 1—35: Modulargleichungen.

172: fünf Vorlesungshefte und Bogen 1—23.

200 (Seite 1—54 und eine Tabelle): Teil einer Vorlesung über Zahlenlehre, enthält viele Beispiele zu Gauss, Disq. arith.

252: Landesbibliothek Nr. 1102, Seite 1—36: „Quadratische Formen (Dirichlet)", aus dem Jahr 1860.

Landesbibliothek Nr. 1103, Seite 1—59: „Multiplikation binärer quadratischer Formen usw.".

Zusammenfassung: Die nachgelassenen Manuskripte zeugen von Schläflis eingehender Kenntnis der Gauss-Dirichletschen Formentheorie, in welche er während seines Aufenthaltes in Rom von Dirichlet eingeführt wurde. Manche Stellen seiner Vorlesung weichen von der üblichen Darstellung ab. Insbesondere das hinterlassene Tabellenmaterial bedarf einer genauen Durchsicht. *)

Man vergleiche die Arbeit von Schläflis Schüler, A. Meyer, „Zur Theorie der unbestimmten ternären quadratischen Formen, 1871".

19. Reihen.

Gedruckte Abhandlungen: *16, *17—18, *26, *28, *34, *41.

Nachgelassene Manuskripte: 44, 52, 79, 104, 301.

Zusammenfassung: Kleinere Bemerkungen zur Reihenlehre.

(* siehe den Anhang.

20. Theorie der vielfachen Kontinuität.[1])

Gedruckte Abhandlungen: *30, *32, *35, *64, *66, *68, *70. Aus dem Nachlass von J. H. Graf herausgegeben: Theorie der vielfachen Kontinuität, Neue Denkschrift der allgemeinen schweizerischen Gesellschaft für die gesamten Naturwissenschaften, Bd. 38, Zürich 1901.

Nachgelassene Manuskripte: 11, 12, 115, 230, 243, 245, 272.

11 (Heft a, Seite 11—19): ausgearbeitetes Manuskript.

12: Heft a, Seite 20—25, 26—31.

115: Druckvorlage zur Abhandlung „Theorie der vielfachen Kontinuität".

Seite 1—5 „Anzeige einer Abhandlung über die Theorie der vielfachen Kontinuität".

Seite 1—345 „Theorie der vielfachen Kontinuität".

Dazu vier Seiten Inhaltsübersicht.

243: Seite 81—126, § 20 bis § 27: Vielfache Kontinuität. Zu Beginn weicht der Text nur wenig von der veröffentlichten Fassung 115 ab, von § 24 an ist andere Paragrapheneinteilung und anderer Text. Das erhaltene Manuskript schliesst mit der Theorie der regulären Polytope und scheint eine frühere Fassung zu sein. Dazu ein Inhaltsverzeichnis § 1 bis § 54.

272: Neun Hefte, II—X. Heft II beginnt mit vier Seiten Literaturauszügen, anschliessend Seite 1—32 und folgende Hefte: Theorie der vielfachen Kontinuität. Gegenüber der Druckvorlage Nr. 115, nur leichte Abweichungen.

Zusammenfassung: Ausser der Druckvorlage Nr. 115 befinden sich im Nachlass unter 243 ein Teil und unter Nr. 272 eine vollständige, von 115 abweichende Fassung der vielfachen Kontinuität. 243 scheint vor 272 abgefasst zu sein. Sodann sind die Arbeiten 11 und 12, die sich im Journal von 1861 befinden, und 245 als Vorarbeiten zu *35 und *68 anzusprechen. Konzepte und Vorarbeiten zur vielfachen Kontinuität haben wir keine aufgefunden, der Nachlass aus den früheren Jahren Schläflis ist uns nicht so vollständig überliefert wie derjenige aus der späteren Zeit.

---

[1]) Man vergleiche die ausführliche Besprechung im Nieuw Archief voor Wiskunde, 2. Reihe, Teil VI, 2. Stück, S. 200 ff.

21. Versicherung.

Nachgelassene Manuskripte: 4.

22. Zahlentheorie (siehe auch: Quadratische Formen).

Nachgelassene Manuskripte: 3, 152, 172, 226, 310.

Zusammenfassung: Stoff zu Vorlesungen, 152 ist eine Ausarbeitung (6 Hefte).[2])

C. Anhang: Ueber L. Schläflis nachgelassene Manuskripte zur Theorie der quadratischen Formen

Im Nachlass von L. Schläfli befinden sich umfangreiche Manuskripte zur Theorie der quadratischen Formen, welche die Gaussische Theorie und die Dirichletsche Bestimmung der Klassenzahl behandeln (siehe den vorangehenden Sachkatalog). Dabei sind uns insbesondere die vielen durchgeführten Zahlenbeispiele aufgefallen, mit denen Schläfli den Gang seiner Vorlesungen belebte. Dieses Material stellte er in Tabellen zusammen, die sich in Nr. 106 (nach dem Verzeichnis von Graf) befinden. Sie weisen kein Datum auf, aber anhand der Manuskripte in Nr. 126, die mit den Jahren 1878 und 1880 datiert sind, glauben wir annehmen zu können, dass sie 1880 oder kurz nachher zusammengestellt wurden. Wir geben zunächst eine Uebersicht über die in Nr. 106 befindlichen Tabellen.

I. Zwei Bogen mit einer Tabelle für nichtquadratische positive Determinanten D von D = 2 bis D = 1003. Zu jedem D wird die Anzahl der Geschlechter und die Anzahl der Klassen pro Geschlecht angegeben.

II. 1 Bogen. „Uebersicht der primitiven Klassen der Formen, die zu einem negativen (nichtquadratischen) Diskriminant — d gehören.“ Tabelle für d = 2 bis d = 74. Die reduzierten Formen sind jeweils angegeben.

---

[2]) In seinem Nachruf auf G. Sidler berichtet F. Rudio, dass sich in dessen Nachlass in der Stadtbibliothek Bern Ausarbeitungen von folgenden Vorlesungen Schläflis befinden: Einleitung in die Infinitesimalrechnung, Elemente der analytischen Geometrie, Ueber Funktionen mit komplexen Variablen, Theorie der elliptischen Funktionen, Anwendung des Integrationsweges auf bestimmte Integrale, Ueber ebene Kurven dritter Ordnung, Ueber Flächen dritter Ordnung. (Siehe Vierteljahrsschrift Zürcher Naturf. Ges., Bd. 53, S. 1—32.)

III. „Positive nichtquadratische Determinanten von 75 an, Klassen binärer quadratischer Formen".

Tabelle mit den reduzierten Formen, D = 75 bis D = 714 auf 20 Bogen.

Tabelle mit den reduzierten Formen, D = 715 bis D = 1006 auf 10 Bogen (etwas grösseres Format).

IV. Tabelle mit Formen zu D = 9041 bis D = 9176 (10 Bogen).

V. Auflösung der Gleichung $x^{61} - 1 = 0$. (5 Bogen).

VI. 1 Bogen Tabelle von 1 bis 155. (Wovon?)

VII. 1 Blatt (?).

VIII. 3 Bogen Restcharaktere.

IX. 2 Bogen Bruchstücke: Quadratische Formen.

X. „Klassen binärer quadratischer Formen mit negativem Determinant". Von D = — 135 bis D = — 1303 (29 Bogen).

XI. „Fortsetzung von Dirichlets Betrachtungen über die Anzahl der Klassen eigentlich primitiver binärer quadratischer Formen, deren Determinant keinen quadratischen Divisor enthält". (Seite 1—7).

In der Tabelle X gibt Schläfli zu jeder Klasse die reduzierte Form an. Wir haben diese Tabelle mit denjenigen von C. F. Gauss verglichen (siehe C. F. Gauss, Werke, Bd. 2, Seite 450 ff., Göttingen 1863). Dabei stellten wir fest, dass im ersten Tausend nach Schläfli ausser den bei Gauss angegebenen Determinanten die folgenden irregulär sind (in Klammern fügen wir den Irregularitätsindex bei):

— 468 (*2*), — 544 (*2*), — 547 (*3*), — 931 (*3*).

Ferner ist bei Gauss der Index von — 459 weggelassen, er beträgt nach Schläfli 3.

Geben wir der Vollständigkeit halber noch an, dass die von Schering (siehe Gauss a. a. O.) als irregulär angegebene Determinante — 972 (*3*) auch bei Schläfli als solche auftritt.

Bezeichnen wir mit einer römischen Ziffer die Anzahl der Geschlechter, mit einer arabischen die Anzahl der Klassen pro Geschlecht, so können wir die Abweichungen der Tabellen von Gauss und von Schläfli folgendermassen angeben, wobei wir das Ergebnis unserer Nachrechnung beifügen:

Determinante	Schläfli	Gauss	Bemerkung
—371	I, 24	II, 12	Irrtum bei Gauss.
—485	IV, 5	IV, 4	Irrtum bei Gauss.
—551	II, 13	II, 11	Irrtum bei Gauss.
– 647	I, 23	I, 25	Irrtum bei Gauss.
—718	II, 12	II, 6	Schreibfehler bei Schläfli.
—933 } —993 }			sind bei Gauss miteinander zu vertauschen.
—1111	II, 8	II, 11	Irrtum bei Schläfli (falsche Numerierung der Klassen).
—1116	IV, 6	IV, 9	Irrtum bei Gauss.
—1127	II, 14	II, 11	Irrtum bei Schläfli (Klassen falsch numeriert).
—1237			Druckfehler bei Gauss, wo stehen muss —1137.
—1261	IV, 5	II, 10	Irrtum bei Gauss.

Die entsprechenden Tabellen für D = — 2 bis D = — 134 befinden sich bei Schläfli in Nr. 126, 3. Manuskript, Seite 27—37, und stimmen mit den Werten bei Gauss überein. Am selben Ort, Seite 20 ff., behandelt Schläfli die irregulären negativen Determinanten, wobei er die bei Gauss fehlenden noch nicht anführt.

Während die Tabelle X von Schläfli, abgesehen von der Angabe der reduzierten Formen, bei weitem nicht so viel Material enthält wie diejenige von Gauss, so reicht seine Tabelle III der positiven Determinanten weiter als diejenige von Gauss. Schläfli gibt ausserdem zu jeder Klasse die Periode an. Wir haben die folgenden Abweichungen gefunden:

Determinante	Schläfli	Gauss	Bemerkung
136	IV, 2	IV, 1	Der Irrtum von Gauss wurde bereits von H. Weber, Lehrbuch der Algebra, Bd. 3, S. 544, bemerkt.
142	II, 3	II, 1	
150	IV, 1	VIII, 1	Irrtum bei Gauss.
156	IV, 2	IV, 1	
174	IV, 1	II, 1	Irrtum bei Gauss.
192	II, 2	IV, 2	Irrtum bei Schläfli.
208	IV, 1	fehlt	

Determinante	Schläfli	Gauss	Bemerkung
209	II, 1	fehlt	Druckfehler bei Gauss, wo 229 zweimal vorkommt, einmal mit II, 1.
226	II, 4	II, 3	
227	II, 1	fehlt	
229	I, 3	I, 3 und II, 1	Druckfehler bei Gauss, siehe 209.
291	IV, 2	II, 3	Irrtum bei Gauss.
397	I, 1	I, 3	
905	II, 4	II, 3	

Diese Zusammenstellung möchten wir beschliessen in der Hoffnung, dass das Interesse der Zahlentheoretiker uns die Veröffentlichung der Tabelle III ermöglichen werde.