Sitzungsberichte
der Mathematischen Vereinigung in Bern

---

113. Sitzung, Mittwoch, den 5. Februar 1941.

Herr **Gaston Julia,** Professeur à la Sorbonne et à l'Ecole polytechnique de Paris, membre de l'Institut, spricht über das Thema: **„La vie et l'œuvre de Lagrange".**

---

114. Sitzung, Freitag, den 14. Februar 1941.

(gemeinsam mit der Naturforschenden Gesellschaft Bern)

Herr **Prof. Dr. W. Michel** spricht über das Thema: **„Von Zahlen und Zahlzeichen".**

Wir verweisen auf das im Verlag A. Francke, A-G., Bern, 1941, erschienene Büchlein des Referenten: „Die Entstehung der Zahlen".

---

115. Sitzung, Freitag, den 28. Februar 1941.

Herr **Dr. Max Schürer** spricht über das Thema: **„Grundzüge des wissenschaftlichen Rechnens".**

Die Wissenschaft vom Rechnen hat zur numerischen Auswertung — meist approximativer — mathematischer Beziehungen Methoden zu entwickeln, die durch den zu erreichenden Genauigkeitsgrad, die Häufigkeit der Wiederholung derselben Rechnung bei veränderten Parametern und die zur Verfügung stehenden Hilfsmittel bedingt sind und von denen möglichst geringer Arbeitsaufwand und grösstmögliche Sicherheit gefordert wird. Die in die mathematischen Beziehungen eingehenden Grössen sind zum Teil reine Zahlen, zum Teil unabhängige Variable, die durch den Rechner willkürlich festgelegt werden können, oft aber Beobachtungen oder aus Beobachtungen abgeleitete Grössen mit beschränkter Genauigkeit. Durch diese und das notwendige Abrunden speziell der unendlichen Dezimalbrüche können die mathematischen Beziehungen nur approximativ erfüllt werden. Der theoretisch erreichbare Genauigkeitsgrad wird in vielen Fällen nicht verlangt, wodurch die Rechenmethoden entscheidend beeinflusst werden.

Die wichtigsten Methoden des wissenschaftlichen Rechnens sind:

1. Die Einführung von Zwischenunbekannten (Transformationen),
2. die Tabulierung und die damit verbundene Interpolation,
3. die Reihenentwicklungen und Differentialformeln,
4. die Näherungsverfahren im weiteren Sinne,

5. die numerische Infinitesimalrechnung und
6. die Ausgleichungsrechnung.

An drei Beispielen, der Umwandlung von Aequator- in Ekliptikkoordinaten, der Lösung der Keplerschen Gleichung $M = E - e \sin E$ und der Bestimmung der geographischen Breite aus gemessenen Zenitdistanzen, werden diese Methoden kurz illustriert.

---

116. Sitzung, Freitag, den 23. Mai 1941.

Herr **Prof. Dr. A. Mercier** spricht über das Thema: **„Der mathematische Grund für die Einführung der Spinoren in die Quantenmechanik“.**

Die im Vortrag behandelten Probleme sind im 1. Teil des Artikels: „Beziehungen zwischen den Chliffordschen Zahlen und den Spinoren“, Helv. Phys. Acta., **14,** 565—573, 1941, zusammengefasst.

---

117. Sitzung, Freitag, den 21. November 1941.

Herr **Prof. Dr. W. Scherrer** spricht über das Thema: **„Ueber den Begriff des Atoms“.**

Ausnahmsweise kommt an dieser Stelle ein ausführliches Referat einer Tageszeitung zum Abdruck. „Bund“ Nr. 559 (28. November 1941) schreibt:

In der letzten Sitzung der Mathematischen Vereinigung in Bern, in der auch die Bernische Naturforschende Gesellschaft zahlreich vertreten war, sprach Herr Prof. Dr. W. Scherrer in vollbesetztem Hörsaal über einige Ergebnisse seiner mehrjährigen Versuche einer mathematischen Neufassung des Atombegriffs.

In der exakt-naturwissenschaftlichen Forschung, deren Ziel die klare Ergründung der Gesetzlichkeiten ist, nach denen wirkliches Geschehen abläuft, erkennt der Referent zwei sich polar entsprechende Verhalten: individuelles Denken und Gemeinschaftsleistung. Er weist darauf hin, dass beide Verhalten Vorteile bieten, aber auch gewisse Gefahren in sich schliessen. Nach dieser Zweiteilung ist die gesamte Darbietung des Referenten geordnet.

Im gemeinschaftlich gefassten Teil muss der Kreis weit gezogen werden, um die fast unüberblickbare Mannigfaltigkeit von Ergebnissen gemeinsamer Forschung zu umreissen. Im individualistischen Teil wird ein eigener Gesichtspunkt entwickelt und vertieft.

In dieser Beziehung darf erwähnt werden, dass den Grundideen des Referenten eine einfache Natürlichkeit innewohnt, deren Naturbedingtheit besonders vom mathematisch orientierten Naturwissenschaftler geahnt wird, der seine Urteile nach Formgefühl und Wesentlichkeit zu bilden gewohnt ist.

Mit Interesse hörte man, wie die Ansichten des griechischen Philosophen Demokritos über das Seiende und das Nichtseiende sowie über das Unteilbare, in den Grundlegungen der exakten Naturwissenschaften der Gegenwart immer noch durchgreifen, und wie diese nun auch die Thesen des Referenten zu stützen vermögen. Die im gewissen Sinne rücksichtslose Besinnung auf das Grundsätzlichste führte W. Scherrer zu seinen Postulaten über die Grundgegebenheit der physikalischen Wirklichkeit, zum Wirkungsatom, das in der vier-dimensionalen Raum-Zeit-Mannigfaltigkeit räumlich und zeitlich atomisiert, das heisst als unteilbar erklärt wird.

Die Weltlinie des „dreidimensionalen" Atoms ist nicht unteilbar, und sie scheint mit ihren kontinuierlich vielen Gestaltungsmöglichkeiten nicht einfach und ursprünglich genug, um die Auszeichnung, letzter Baustein der physikalischen Welt zu sein, für sich beanspruchen zu können. Mit dem „vierdimensionalen" Atom im vierdimensionalen Raum findet die Uebertragung der für die Mathematik grundlegenden Dualität der Begriffe Punkt-Raum in die Physik ihre Verwirklichung.

Um den mathematischen Ansatzpunkt zu gewinnen, erläuterte der Referent die Entwicklung des Atombegriffs an Hand der Prinzipien der Punktdynamik und der Wellenmechanik. Die klassische Quantentheorie, in ihrer vollendetsten Form, schliesst an die Hamiltonsche partielle Differentialgleichung an. Die Unmöglichkeit, nicht stationäre Zustände zu verstehen, veranlassten de Broglie, gestützt auf eine Parallele, die zum Fermatschen Prinzip der kleinsten Zeit und dem Euler-Maupertuisschen Prinzip der kleinsten Wirkung gezogen werden kann, die Punktdynamik in eine Wellenmechanik überzuführen, ähnlich wie seinerzeit die Strahlenoptik zur Wellenoptik erweitert wurde. Als Gordischer Knoten erweist sich die Notwendigkeit, von der Lorentztransformation der Relativitätstheorie Gebrauch zu machen, die als Nebenwirkung eine Ueberlichtgeschwindigkeit in Erscheinung treten lässt. Dieser kann nur schwer Wirklichkeitscharakter zugesprochen werden, und bedeutende Physiker sahen sich veranlasst, von einem „Gespensterfeld" zu sprechen. Doppelt rätselhaft erscheint der de Brogliesche Gedanke dadurch, dass Schrödinger nicht in der Lage war, ihn unmittelbar fortzusetzen, und sich gezwungen sah, wieder auf die ursprüngliche, nichtrelativistische Hamilton-Funktion zurückzugreifen. Die damit umgangene Schwierigkeit tritt aber wieder voll in Erscheinung, beim Versuch, die mathematisch formvollendeten Ansätze von Schrödinger relativistisch zu gestalten. Wohl gelang es, durch Einführung formaler Operatoren beim Einkörperproblem Verfeinerungen zu erzielen; eine tiefere Einsicht aber blieb verschlossen, da nicht einmal das Zweikörperproblem in widerspruchsloser Weise formuliert werden konnte.

Damit ist der Punkt erreicht, wo der Referent in der Lage ist, seine prinzipiellen Gesichtspunkte in mathematischer Formulierung zum Ausdruck zu bringen.

Die klassische Atomdefinition, welche nur eine räumliche Aufteilung vorsieht, wird erweitert dadurch, dass auch die zeitliche Existenz des Atoms einer Teilung unterworfen wird, in vollkommener Uebereinstimmung mit dem Grundsatz des Demokritos: „Das Nichtseiende ist ebenso wichtig wie das Seiende." Die kontinuierliche Existenz des Atoms wird negiert; an ihre Stelle tritt ein intermittierend in Erscheinung tretendes Wirkungsatom. Die Trägheit, die in ihrer Kontinuität keine befriedigende Kennzeichnung der Bewegung gestattet, wird aufgelöst in einen Rhythmus, der uns nur durch seine hohe Frequenz die kontinuierliche Existenz vortäuscht. Das Amplitudenquadrat der klassischen de Broglie-Welle liefert direkt die relative Wahrscheinlichkeitsdichte für das Auftreten der einzelnen Wirkung. Auf diese Weise erfährt die rätselhafte de Broglie-Welle eine natürliche Interpretation.

Für die Fortführung der Theorie ist nun der vorgeschlagene Ansatz für die Wechselwirkung entscheidend: Das Feld wird aufgehoben, und direkt ersetzt durch die Materiewelle des störenden Teilchens.

Als schwerwiegende Konsequenz, deren Haltbarkeit erst der weitere Ausbau der Theorie erweisen muss, ergibt sich die Möglichkeit direkter Koinzidenzen verschiedener Teilchen. Verschiedene Schlussfolgerungen scheinen darauf hinzudeuten, dass gerade die mit oben genannter Möglichkeit in Verbindung stehenden Phänomene besonderes Interesse verdienen. So gelingt es, die Entstehung schwerer Teilchen aus leichten mathematisch zu verfolgen.

Durch den klaren und hochqualifizierten Vortrag, dessen Verständnis in allen Teilen allerdings nicht unerhebliche Anforderungen stellte, gewann die Hörerschaft den Eindruck, dass durch die Thesen und Ansätze des Referenten, deren rechnerische Verarbeitung bereits weitgreifende Perspektiven andeuten, aller Wahrscheinlichkeit nach ein neuer Wendepunkt geschaffen ist, der dazu geeignet ist, uns im Streben nach einer endgültigen Klärung des mathematisch-physikalischen Weltganzen einer befriedigenden und vielleicht einfacheren Lösung näherzubringen.

---

118. Sitzung, Freitag, den 19. Dezember 1941.

Herr **Pd. Dr. J. J. Burckhardt** (Zürich), spricht über das Thema: **„Ludwig Schläfli“.**

Wir verweisen auf den im gleichen Heft veröffentlichten ausführlichen Bericht des Referenten: „Der mathematische Nachlass von Ludwig Schläfli (1814—1895)“.

Der Begriff der Abbildung und seine Rolle in der Geometrie. Referat über den Vortrag von Herrn **Prof. Dr. W. Scherrer,** gehalten an der 110. Sitzung, Freitag, den 23. Februar 1940.

Im ersten Teil des Vortrages wird allgemein skizziert, wie der Begriff der Abbildung dazu dient, einerseits in Räumen mit vorgegebener Metrik geometrische Gebilde zu charakterisieren, anderseits abstrakte Mannigfaltigkeiten mit einer Metrik auszustatten und auf diese Weise „Geometrien“ zu definieren.

Im zweiten Teil des Vortrages wird am Beispiel der eigentlichen (zweidimensionalen) Flächen im vierdimensionalen Euklidischen Raum gezeigt, wie der Begriff der Abbildung erlaubt, eine ursprünglich sich der Anschauung entziehende Fragestellung in ein Problem der zweidimensionalen Flächen-theorie umzuwandeln. Anknüpfend an einen an anderer Stelle (Commentarii Mathematici Helvetici 7, S. 150, 1934) publizierten Ansatz, teilt dann der Referent verschiedene Resultate aus einer unveröffentlichten Untersuchung mit:

a) Die Geometrie der Flächen im Euklidischen R_4 wird durch drei simultaninvariante quadratische Differentialformen beherrscht.

b) Die zugehörigen absoluten Simultaninvarianten geben Anlass zur Einführung von fünf Krümmungsmassen, zwischen denen aber eine Relation besteht.

c) Die unter a) erwähnten Differentialformen

$$ds^2, \; d\sigma_1{}^2, \; d\sigma_2{}^2$$

liefern auch den analytischen Ausdruck für drei Abbildungen:

1. Die „erste sphärische Abbildung" der gegebenen Fläche auf die „erste Richtungskugel" mit dem Verzerrungsverhältnis

$$\frac{d\sigma_1}{ds}.$$

2. Die „zweite sphärische Abbildung" der gegebenen Fläche auf die „zweite Richtungskugel" mit dem Verzerrungsverhältnis

$$\frac{d\sigma_2}{ds}.$$

3. Die „Zwischenabbildung" der ersten Richtungskugel auf die zweite mit dem Verzerrungsverhältnis

$$\frac{d\sigma_2}{d\sigma_1}.$$

Gestützt auf diese Hilfsmittel lassen sich nun zahlreiche Fragestellungen aus der Theorie der Flächen im R_3 auf die Flächen im R_4 übertragen.

So ergeben sich als ausgezeichnete Linien auf den Flächen des R_4:

Die „gewöhnlichen Krümmungslinien" durch die Forderung extremaler $\left|\frac{d\sigma_1}{ds}\right|$ resp. $\left|\frac{d\sigma_2}{d\sigma}\right|$.

Die „Zwischenkrümmungslinien" durch die Forderung extremaler $\left|\frac{d\sigma_2}{d\sigma_1}\right|$.

Die „Asymptotenlinien" durch die Forderung $\left|\frac{d\sigma_2}{d\sigma_1}\right| = 1.$

Ausgezeichnete Flächen im R_4 ergeben sich, je nach dem eine oder zwei der drei oben erwähnten Abbildungen voll- oder halbausgeartet, resp. kongruent, flächentreu oder konform sind. Man erhält folgende Typen:

a) „Riemannsche Flächen", d. h. Flächen, die ursprünglich erklärt werden als diejenigen Gebilde, die sich ergeben, wenn man die vier reellen Variablen x, y, u und v einer analytischen Funktion

$u + iv = f(x + iy)$

als Koordinaten in einem Euklidischen R_4 auffasst. (Hier ergibt sich ein

Zusammenhang mit älteren Untersuchungen von Kommerell, Mathematische Annalen, Bd. 60, S. 548.)

b) „Torsen“ (Tangentenflächen einer Raumkurve im R_4).

c) „Räumliche Flächen“ (die ganz in einem dreidimensionalen Unterraum liegen).

d) „Abwickelbare Flächen“ (deren Gauss'sche Krümmung Null ist).

e) „Minimalflächen“.