Zeitschrift: Mitteilungen der Naturforschenden Gesellschaft Bern

Herausgeber: Naturforschende Gesellschaft Bern

Band: - (1912)

Artikel: Das Dreieck und die Kiepert'sche Parabel

Autor: Schenker, O.

Kapitel: VIII: Die Abstände des Brennpunktes der Kiepert'schen Parabel von den Seiten des Grunddreiecks ABC

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-319226

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 17.08.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

und sein Abstand von der Seite B C (s. Fig. 3):

$$\sin(C - A) \cdot \sin(B - A) : (1 - 8 \cdot \cos A \cdot \cos \cdot B \cdot \cos C)$$

Aus Gründen der Analogie sind seine Abstände von den Seiten C A und A B:

$$\sin(A - B) \cdot \sin(C - B) : (1 - 8 \cdot \cos A \cdot \cos B \cos C) \text{ bezw.}$$

$$\sin(B - C) \cdot \sin(A - C) : (1 - 8 \cdot \cos A \cdot \cos B \cdot \cos C)$$

Dies sind die Abstände des Brennpunktes der Kiepert'schen Parabel von den Seiten des Grunddreiecks A B C, wie nachher gezeigt wird. Unsere zyklischen Kurven 3. Ordnung haben also gemeinsame imaginäre Asymptoten, welche durch die imaginären Kreispunkte und durch den Brennpunkt der Kiepert'schen Parabel gehen. Der Brennpunkt der Kiepert'schen Parabel ist also auch ein gemeinsamer Brennpunkt dieser zyklischen Kurven.

VIII. Die Abstände des Brennpunktes der Kiepert'schen Parabel von den Seiten des Grunddreiecks ABC.

Der Abstand dieses Brennpunktes von der Seite BC ist nach Seite 35:

$$d = \frac{[\sin(C - A) - \sin(C - B) \cdot \cos C] \cdot \sin C (\sin^2 C - \sin^2 A) + \sin(C - B) \cdot \sin^2 C (\sin C \cdot \cos C - \sin A \cdot \cos A)}{[-\sin(C - A) + \sin(C - B) \cdot \cos C]^2 + \sin^2(C - B) \cdot \sin^2 C}$$

Der Nenner ist wie bereits gefunden

$$= \sin^2 C (1 - 8 \cdot \cos A \cdot \cos B \cdot \cos C)$$

Der Zähler kann in die Form gebracht werden

$$[\sin(C - A) - \sin(C - B) \cdot \cos C] \cdot \sin C \cdot \sin B \cdot \sin(C - A) - \sin(C - B) \cdot \sin^2 C \cdot \cos B \sin(C - A)$$

$$= -\sin(C - B) \cdot \sin(C - A) \cdot \sin C \cdot \sin A + \sin^2(C - A) \sin C \cdot \sin B$$

$$= \sin(C - A) \cdot \sin C [\sin(C - A) \cdot \sin B - (C - B) \cdot \sin A)$$

$$= \sin(C - A) \cdot \sin C \cdot \frac{1}{2} (\cos 2A - \underline{\cos 2C} + \underline{\cos 2C} - \cos 2B)$$

$$= \sin(C - A) \cdot \sin^2 C \cdot \sin(B - A)$$

Darum ist der Abstand des Brennpunktes von der Seite BC:

$$\underline{\sin(A - C) \cdot \sin(A - B) : (1 - 8 \cdot \cos A \cdot \cos B \cdot \cos \cdot C)}$$

Die Abstände von den Seiten CA und AB werden analog sein:

$$\sin(B - A) \cdot \sin(B - C) : (1 - 8 \cdot \cos A \cdot \cos B \cdot \cos C)$$

bezw.

$$\sin(C - B) : \sin(C - A) : (1 - 8 \cdot \cos A \cdot \cos B \cdot \cos C)$$

IX. Der Abstand des Brennpunktes der Kiepert'schen Parabel von der Euler'schen Geraden oder der Halbparameter der Kiepert'schen Parabel.

Derselbe ist offenbar gleich dem doppelten Seitenabstand

$$\sin(A - C) \cdot \sin(A - B) : (1 - 8 \cdot \cos A \cdot \cos B \cdot \cos C)$$

multipliziert mit dem Cosinus des Winkels, den die Euler'sche Gerade mit der x-Achse bildet. Die Tangente dieses Winkels ist (s. pag. 30):

$$\frac{\sin(C - B) \cdot \cos C - \sin(C - A)}{\sin C \cdot \sin(C - B)}$$

somit sein Cosinus

$$1 : \sqrt{1 + \frac{[\sin(C - B) \cdot \cos C - \sin(C - A)]^2}{\sin^2 C \cdot \sin^2(C - B)}} \quad \text{oder}$$

$$= \sin C \cdot (C - B) :$$

$$\sqrt{\sin^2 C \cdot \sin^2(C - B) + [\sin(C - B) \cdot \cos C - \sin(C - A)]^2}$$

$$= \sin(C - B) \cdot \sin C :$$

$$\sqrt{\sin^2(C - B) + \sin^2(C - A) - 2 \cdot \sin(C - B) \cdot \sin(C - A)]^2 \cdot \cos C}$$

$$= \sin(C - B) : \sqrt{1 - 8 \cdot \cos A \cdot \cos B \cdot \cos C}$$

somit ist der gesuchte Halbparameter:

$$p = 2 \cdot \sin(A - B) \cdot \sin(B - C) \cdot \sin(C - A) :$$

$$\sqrt{(1 - 8 \cdot \cos A \cdot \cos B \cdot \cos C)^3}$$

X. Untersuchung einer an der Kiepert'schen Parabel erhaltenen Kegelschnittschar.

Die Form der Gleichung für die auf Seite 35 erhaltene Kegelschnittschar sagt unmittelbar aus, dass alle Kurven der Schar durch die Schnittpunkte der Euler'schen Geraden mit der