Zeitschrift: Mitteilungen der Naturforschenden Gesellschaft Bern
Herausgeber: Naturforschende Gesellschaft Bern
Band: - (1911)

Artikel: Zur Geometrie des Dreiecks
Autor: Droz-Farny, A. / Silder, G. / Schenker, O.
Kapitel: 10
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-319223

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 11.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

$$\left.\begin{matrix} i\,k\,L \\ I\,K\,l \\ a\,b\,c \end{matrix}\right\} \ldots \text{ gemeins. perspektiv. Zentrum} = S''' . \qquad 58.$$

Und die Punkte u, u′, v, v′, w, w′ sind bestimmt durch:

$$\left.\begin{matrix} A\,S\,S' \\ B\,C \end{matrix}\right\} = u, \quad \left.\begin{matrix} B\,S\,S'' \\ C\,A \end{matrix}\right\} = v, \quad \left.\begin{matrix} C\,S\,S''' \\ A\,B \end{matrix}\right\} = w,$$

$$\left.\begin{matrix} A\,S''\,S''' \\ B\,C \end{matrix}\right\} = u', \quad \left.\begin{matrix} B\,S'''\,S' \\ C\,A \end{matrix}\right\} = v', \quad \left.\begin{matrix} C\,S'\,S'' \\ A\,B \end{matrix}\right\} = w'. \qquad 59.$$

Aus den Coordinaten der Punkte S, S′, S″, S‴ erhalten wir endlich für die Gleichungen der harmonischen Polaren dieser Punkte in Bezug auf das Dreieck A B C:

$$\text{Gerade } u'\,v'\,w' \ldots \frac{x}{\alpha} + \frac{y}{\beta} + \frac{z}{\gamma} = o$$

$$\text{Gerade } u'\,v\,w \ldots -\frac{x}{\alpha} + \frac{y}{\beta} + \frac{z}{\gamma} = o$$

$$\text{Gerade } u\,v'\,w \ldots \frac{x}{\alpha} - \frac{y}{\beta} + \frac{z}{\gamma} = o \qquad 60.$$

$$\text{Gerade } u\,v\,w' \ldots \frac{x}{\alpha} + \frac{y}{\beta} - \frac{z}{\gamma} = o.$$

§ 10.

Laut den in 50 gegebenen Coordinaten der Punkte k und l wird die Gleichung der Geraden k l:

$$\begin{vmatrix} \frac{x}{\alpha}, & y, & z \\ \frac{1}{c\,\gamma}, & \frac{1}{\frac{h}{b} - \beta}, & \frac{\gamma}{a\,\alpha} \\ \frac{1}{b\,\beta}, & \frac{\beta}{a\,\alpha}, & \frac{1}{\frac{h}{c} - \gamma} \end{vmatrix} = o,$$

d. h.: $\frac{\mathfrak{A}\,x}{\alpha} + \mathfrak{B}\,y + \mathfrak{C}\,z = o$, wo

$$\mathfrak{A} = \frac{1}{\left(\frac{h}{b} - \beta\right)\left(\frac{h}{c} - \gamma\right)} - \frac{\beta\,\gamma}{a^2\,\alpha^2}, \text{ oder gemäss 47:}$$

$$\mathfrak{A} = \frac{\left(\frac{h}{b} + \beta\right)\left(\frac{h}{c} + \gamma\right) - \beta\gamma}{a^2\alpha^2} = \frac{2\triangle(2\triangle + b\beta + c\gamma)}{a^2\alpha^2 bc} =$$

$$= \frac{2\triangle + b\beta + c\gamma}{2Ra\alpha^2}.$$

Ferner:

$$\mathfrak{B} = \frac{\gamma}{abc\alpha\beta} - \frac{1}{c\gamma\left(\frac{h}{c} - \gamma\right)} = \frac{c\gamma^2\frac{h}{c} - c\gamma^3 - ab\alpha\beta}{abc\alpha\beta\gamma\left(\frac{h}{c} - \gamma\right)}.$$

In Folge von 49 ist der Zähler

$= c\gamma^2\frac{h}{c} - 2\triangle\gamma\frac{h}{c} = 2\triangle\gamma\left(\gamma - \frac{h}{c}\right)$. Also wird $\mathfrak{B} = -\frac{2\triangle}{abc\alpha\beta}$,

oder schliesslich $\mathfrak{B} = -\frac{1}{2R\alpha\beta}$ und analog $\mathfrak{C} = -\frac{1}{2R\gamma\alpha}$.

Wir finden so die erste der Gleichungen

$$\begin{aligned}
&\text{Gerade } kl \ldots \frac{(2\triangle + b\beta + c\gamma)x}{a\alpha^2} - \frac{y}{\beta} - \frac{z}{\gamma} = o \\
&\text{Gerade } KL \ldots \frac{(2\triangle - b\beta - c\gamma)x}{a\alpha^2} + \frac{y}{\beta} + \frac{z}{\gamma} = o \\
&\text{Gerade } kL \ldots \frac{(2\triangle + b\beta - c\gamma)x}{a\alpha^2} - \frac{y}{\beta} + \frac{z}{\gamma} = o \\
&\text{Gerade } Kl \ldots \frac{(2\triangle - b\beta + c\gamma)x}{a\alpha^2} + \frac{y}{\beta} - \frac{z}{\gamma} = o,
\end{aligned} \qquad 61.$$

und mittelst des Buchstabenrades erhalten wir hieraus die Gleichungen der analogen Geraden li, LI, lI, Li und ik, IK, iK, Ik.

Aus den Gleichungen 61 geht unmittelbar hervor:

Die Geraden kl und KL schneiden sich und die Gerade BC im Punkte u'. Und die Geraden kL und Kl schneiden sich und die Gerade BC im Punkte u, d. h wir haben:

$$\left.\begin{matrix} kL \\ Kl \end{matrix}\right\} = u, \quad \left.\begin{matrix} lI \\ Li \end{matrix}\right\} = v, \quad \left.\begin{matrix} iK \\ Ik \end{matrix}\right\} = w,$$

$$\left.\begin{matrix} kl \\ KL \end{matrix}\right\} = u', \quad \left.\begin{matrix} li \\ LI \end{matrix}\right\} = v', \quad \left.\begin{matrix} ik \\ IK \end{matrix}\right\} = w', \qquad 62.$$