Zeitschrift: Mitteilungen der Naturforschenden Gesellschaft Bern
Herausgeber: Naturforschende Gesellschaft Bern
Band: - (1911)

Artikel: Zur Geometrie des Dreiecks
Autor: Droz-Farny, A. / Silder, G. / Schenker, O.
Kapitel: 5
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-319223

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 11.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

$$(Au, SS') = -1, \quad (Bv, SS'') = -1, \quad (Cw, SS''') = -1$$
$$(Au', S''S''') = -1, \quad (Bv', S'''S') = -1, \quad (Cw', S'S'') = -1 \qquad 25.$$

und ferner

$$\left.\begin{array}{l} uASS' \\ \underline{uu'BC} \\ uv'w \\ uvw' \end{array}\right\} = -1, \quad \left.\begin{array}{l} vBSS'' \\ \underline{vv'CA} \\ vw'u \\ vwu' \end{array}\right\} = -1, \quad \left.\begin{array}{l} wCSS''' \\ \underline{ww'AB} \\ wu'v \\ wuv' \end{array}\right\} = -1,$$

$$\left.\begin{array}{l} u'AS''S''' \\ \underline{u'uBC} \\ u'vw \\ u'v'w' \end{array}\right\} = -1, \quad \left.\begin{array}{l} v'BS'''S' \\ \underline{v'vCA} \\ v'wu \\ v'w'u' \end{array}\right\} = -1, \quad \left.\begin{array}{l} w'CS'S'' \\ \underline{w'wAB} \\ w'uv \\ w'u'v' \end{array}\right\} = -1. \qquad 26.$$

§ 5.

Betrachten wir jetzt das Viereck $nNn'N'$.

Aus 8 folgt $\left.\begin{array}{l} NN' \\ nn' \end{array}\right\} = A$, und aus 21 $\left.\begin{array}{l} nN \\ n'N' \end{array}\right\} = H$. Es sind also A und H zwei Diagonalpunkte des Vierecks. Gemäss 22 sind aber auf den durch H gehenden Gegenseiten je die Punkte S und S' zu H harmonisch; die zweite durch A gehende Diagonale ist somit die Gerade ASS', und der dritte Diagonalpunkt ist der zu A in Bezug auf SS' harmonische Punkt d. h. nach 25 der Punkt u, und wir finden somit $\left.\begin{array}{l} nN' \\ n'N \end{array}\right\} = u$.

Aus 8 folgt ferner, dass P auf AN und p auf An liegt, und gemäss 14 liegen P und p auf Hu; wir haben also $P = \left\{\begin{array}{l} ANN' \\ uH \end{array}\right.$, $p = \left\{\begin{array}{l} Ann' \\ uH \end{array}\right.$, und die harmonischen Eigenschaften des Vierecks $nNn'N'$ ergeben $(APNN') = -1$ und $(Ap, nn') = -1$.

Betrachten wir ebenso die Vierecke $nNn''N''$, $nNn'''N'''$, und $n''N''n'''N'''$, $n'''N'''n'N'$, $n'N'n''N''$, so erhalten wir:

Viereck $nNn'N'$	. . . Diagonalpunkte	H, A, u
Viereck $nNn''N''$	. . . Diagonalpunkte	H, B, v
Viereck $nNn'''N'''$	. . . Diagonalpunkte	H, C, w
Viereck $n''N''n'''N'''$	. . . Diagonalpunkte	H, A, u'
Viereck $n'''N'''n'N'$	. . . Diagonalpunkte	H, B, v'
Viereck $n'N'n''N''$	. . . Diagonalpunkte	H, C, w',

27.

indem

$$\left.\begin{matrix} n\,N \\ n'\,N' \end{matrix}\right\} = H, \quad \left.\begin{matrix} N\,N' \\ n\,n' \end{matrix}\right\} = A, \quad \left.\begin{matrix} n\,N' \\ n'\,N \end{matrix}\right\} = u,$$

$$\left.\begin{matrix} n\,N \\ n''\,N'' \end{matrix}\right\} = H, \quad \left.\begin{matrix} N\,N'' \\ n\,n'' \end{matrix}\right\} = B, \quad \left.\begin{matrix} n\,N'' \\ n''\,N \end{matrix}\right\} = v,$$

$$\left.\begin{matrix} n\,N \\ n'''\,N''' \end{matrix}\right\} = H, \quad \left.\begin{matrix} N\,N''' \\ n\,n''' \end{matrix}\right\} = C, \quad \left.\begin{matrix} n\,N''' \\ n'''\,N \end{matrix}\right\} = w,$$

$$\left.\begin{matrix} n''\,N'' \\ n'''\,N''' \end{matrix}\right\} = H, \quad \left.\begin{matrix} n''\,N''' \\ N''\,n''' \end{matrix}\right\} = A, \quad \left.\begin{matrix} N''\,N''' \\ n''\,n''' \end{matrix}\right\} = u', \qquad 28.$$

$$\left.\begin{matrix} n'''\,N''' \\ n'\,N' \end{matrix}\right\} = H, \quad \left.\begin{matrix} n'''\,N' \\ N'''\,n' \end{matrix}\right\} = B, \quad \left.\begin{matrix} N'''\,N' \\ n'''\,n' \end{matrix}\right\} = v',$$

$$\left.\begin{matrix} n'\,N' \\ n''\,N'' \end{matrix}\right\} = H, \quad \left.\begin{matrix} n'\,N'' \\ N'\,n'' \end{matrix}\right\} = C, \quad \left.\begin{matrix} N'\,N'' \\ n'\,n'' \end{matrix}\right\} = w'.$$

Und wir haben die harmonischen Vierpunktsysteme:

$$\begin{matrix} (AP, NN') = -1, & (BQ, NN'') = -1, & (CR, NN''') = -1, \\ (Ap, nn') = -1, & (Bq, nn'') = -1, & (Cr, nn''') = -1, \\ (AP', n''N''') = -1, & (BQ', n'''N') = -1, & (CR', n'N'') = -1, \\ (Ap', N''n''') = -1, & (Bq', N'''n') = -1, & (Cr', N'n'') = -1, \end{matrix} \qquad 29.$$

und die Systeme von vier harmonischen Strahlen: s. 22.

$$\left.\begin{matrix} u\,A\,S\,S' \\ u\,H\,P\,p \\ \hline u\,N\,n' \\ u\,n\,N' \end{matrix}\right\} = -1, \quad \left.\begin{matrix} v\,B\,S\,S'' \\ v\,H\,Q\,q \\ \hline v\,N\,n'' \\ v\,n\,N'' \end{matrix}\right\} = -1, \quad \left.\begin{matrix} w\,C\,S\,S''' \\ w\,H\,R\,r \\ \hline w\,N\,n''' \\ w\,n\,N''' \end{matrix}\right\} = -1,$$

$$\left.\begin{matrix} u'\,A\,S''\,S'' \\ u'\,H\,P'\,p' \\ \hline u\,N''\,N''' \\ u'\,n''\,n''' \end{matrix}\right\} = -1, \quad \left.\begin{matrix} v'\,B\,S'''\,S' \\ v'\,H\,Q'\,q' \\ \hline v'\,N'''\,N' \\ v'\,n'''\,n' \end{matrix}\right\} = -1, \quad \left.\begin{matrix} w'\,C\,S'\,S'' \\ w'\,H\,R'\,r' \\ \hline w'\,N'\,N'' \\ w'\,n'\,n'' \end{matrix}\right\} = -1, \qquad 30.$$

Wir hätten endlich noch die Punkte zu untersuchen, die auf den Strahlen $u\,N\,n'$ und $u\,n\,N'$ harmonisch zu u, und auf den Strahlen $u'\,N''\,N'''$ und $u'\,n''\,n'''$ harmonisch zu u' liegen, oder die Schnittpunkte dieser vier Strahlen mit dem Höhenperpendikel $A\,H$, und analog für die entsprechenden von v und v' aus, oder von w und w' aus gehenden Strahlen. Diese Untersuchung wollen wir dem Leser überlassen.