Zeitschrift: Mitteilungen der Naturforschenden Gesellschaft Bern
Herausgeber: Naturforschende Gesellschaft Bern
Band: - (1911)

Artikel: Zur Geometrie des Dreiecks
Autor: Droz-Farny, A. / Silder, G. / Schenker, O.
Kapitel: 2
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-319223

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 11.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

§ 2.

Ziehen wir nun die Strahlen AK, Ak, AL, Al, BL, Bl, BI, Bi, CI, Ci, CK, Ck.

Es ist $\overline{AK}^2 = AE \cdot AC$, $\overline{AL}^2 = AF \cdot AB$. Aber der Kreis um BL als Durchmesser geht durch die Punkte E und F, und die Potenz des Punktes A gibt $AE \cdot AC = AF \cdot AB$. Daher

$$\begin{aligned} AK = Ak = AL = Al &= \sqrt{bc \cos A} \\ BL = Bl = BI = Bi &= \sqrt{ca \cos B} \\ CI = Ci = CK = Ck &= \sqrt{ab \cos C}. \end{aligned} \qquad 3.$$

Betrachten wir nun die Schnittpunkte

$$\begin{aligned} \left.\begin{matrix} BL \\ CK \end{matrix}\right\} &= P, \quad \left.\begin{matrix} Bl \\ Ck \end{matrix}\right\} = p, \quad \left.\begin{matrix} Bl \\ CK \end{matrix}\right\} = P', \quad \left.\begin{matrix} BL \\ Ck \end{matrix}\right\} = p' \\ \left.\begin{matrix} CI \\ AL \end{matrix}\right\} &= Q, \quad \left.\begin{matrix} Ci \\ Al \end{matrix}\right\} = q, \quad \left.\begin{matrix} Ci \\ AL \end{matrix}\right\} = Q', \quad \left.\begin{matrix} CI \\ Al \end{matrix}\right\} = q' \\ \left.\begin{matrix} AK \\ BI \end{matrix}\right\} &= R, \quad \left.\begin{matrix} Ak \\ Bi \end{matrix}\right\} = r, \quad \left.\begin{matrix} Ak \\ BI \end{matrix}\right\} = R', \quad \left.\begin{matrix} AK \\ Bi \end{matrix}\right\} = r', \end{aligned} \qquad 4.$$

so haben wir also auf den hier eingeführten 12 Strahlen je die Punkte:

$$\begin{matrix} AkrR', & BlpP', & CiqQ' \\ AKRr', & BLPp', & CIQq' \\ Alqq', & Birr', & Ckpp' \\ ALQQ', & BIRR', & CKPP'. \end{matrix} \qquad 5.$$

Ziehen wir jetzt noch die Geraden AP, Ap, AP′, Ap′ u.s.w., so ist infolge von 3 Dreieck $AKP \cong ALP$, Dreieck $Akp \cong Alp$, Dreieck $AKP' \cong AlP'$, Dreieck $Akp' \cong ALp'$.

Die Geraden AP, Ap, AP′, Ap′ gehen somit respektive senkrecht durch die Mitten der Strecken KL, kl, Kl, kL, und analog gehen die Geraden BQ, Bq, BQ′, Bq′ respektive senkrecht durch die Mitten der Strecken LI, li, Li, lI, und die Geraden CR, Cr, CR′, Cr′ gehen respektive senkrecht durch die Mitten der Strecken IK, ik, Ik, iK. 6.

Von den 12 zuletzt eingeführten Geraden schneiden sich daher noch 8 mal je 3 in einem nämlichen Punkte. Nämlich wir haben

$$\left.\begin{matrix} AP \\ BQ \\ CR \end{matrix}\right\} = N = \text{Umkreiszentrum des Dreiecks } IKL,$$

$$\left.\begin{matrix} Ap \\ Bq \\ Cr \end{matrix}\right\} = n = \text{Umkreiszentrum des Dreiecks } ikl,$$

$$\left.\begin{matrix} AP \\ BQ' \\ Cr' \end{matrix}\right\} = N' = \text{Umkreiszentrum des Dreiecks } iKL,$$

$$\left.\begin{matrix} Ap \\ Bq' \\ CR' \end{matrix}\right\} = n' = \text{Umkreiszentrum des Dreiecks } Ikl,$$

$$\left.\begin{matrix} Ap' \\ BQ \\ CR' \end{matrix}\right\} = N'' = \text{Umkreiszentrum des Dreiecks } IkL, \qquad 7.$$

$$\left.\begin{matrix} AP' \\ Bq \\ Cr' \end{matrix}\right\} = n'' = \text{Umkreiszentrum des Dreiecks } iKl,$$

$$\left.\begin{matrix} AP' \\ Bq' \\ CR \end{matrix}\right\} = N''' = \text{Umkreiszentrum des Dreiecks } IKl,$$

$$\left.\begin{matrix} Ap' \\ BQ' \\ Cr \end{matrix}\right\} = n''' = \text{Umkreiszentrum des Dreiecks } ikL.$$

Dies vorausgesetzt haben wir auf den in 6 eingeführten 12 Geraden je die Punkte

$$\begin{matrix} APNN', & BQNN'', & CRNN''' \\ Apnn', & Bqnn'', & Crnn''' \\ AP'n''N''', & BQ'n'''N', & CR'n'N'' \\ Ap'N''n''', & Bq'N'''n', & Cr'N'n''. \end{matrix} \qquad 8.$$

§ 3.

Da $AK = Ak = AL = Al$, so liegen die vier Punkte K, k, L, l auf einem Kreise vom Mittelpunkt A. Auf diesem Kreise