Zeitschrift: Mitteilungen der Naturforschenden Gesellschaft Bern

Herausgeber: Naturforschende Gesellschaft Bern

Band: - (1902)

Heft: 1519-1550

Artikel: Konstruktionen gleichschenkliger Dreiecke mit Hilfe von Kurven höherer Ordnung

Autor: Krebs, A.

Kapitel: [Zusammenfassung]

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-319122

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 10.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Die beiden Teilkurven sind Spiegelbilder voneinander in Bezug auf beide Axen. Wir haben es daher im Grund nur mit einer Kurve 4. Ordnung zu tun. Sie ist uns in der Form begegnet in $IX_{(10)}$, pag. 85, und wurde beschrieben im V. Abschnitt. Die Lösungen lassen sich ebenfalls nicht allgemein bestimmen. Man kann nur für Spezialdreiecke die zugehörigen Werte von c berechnen. Man findet ganz dieselben Resultate wie oben. Zu jeder Teilkurve gehören zwei ungleiche Lösungen mit Ausnahme des Falles, da $c = o$ ist, wo dieselben zusammenfallen. Die Dreiecke, die zu den zwei Teilkurven gehören, sind Spiegelbilder voneinander in Bezug auf die x-Axe.

In allen Fällen, da $c < b$ ist, entsprechen die Dreiecke der Relation: $h_b - m = \pm c$. Ist $c = b$, so gilt $h_b \pm m = \pm c$. Ist $c > b$, so finden wir die Bedingung erfüllt: $h_b \pm m = + c$ (vergleiche § 29).

§ 32. *Uebersichtliche Zusammenstellung der Resultate.*

I.

Gegeben: b und $h_b \pm n = c$.

Lösungen:

1. $c > \frac{b}{2}\sqrt{6\sqrt{3}-9}$; 1 reelles Dreieck;

2. $c \overset{=}{<} \frac{b}{2}\sqrt{6\sqrt{3}-9}$; 3 reelle Dreiecke.

II.

Gegeben: b und $s \pm n = c$.

Lösungen:

Für jeden Wert von $c \neq 0$ 2 reelle, symmetrische Dreiecke. Für $c = 0$ 4 reelle, zusammenfallende Dreiecke, die unendlich klein sind.

III.

Gegeben: b und $h_s \pm n = c$.

Lösungen:

1. $c > \frac{b}{2}\sqrt{3\sqrt[3]{13+16\sqrt{2}} + 3\sqrt[3]{13-16\sqrt{2}} - 1}$; 2 reelle verschiedene Dreiecke;

2. $c \overline{\overline{<}} \frac{b}{2}\sqrt{\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad}$ obiger Ausdruck; 4 reelle, verschiedene Dreiecke.

IV.

Gegeben: b und $m \pm n = c$.
Lösungen:

1. $c > \frac{3b}{2}$; 2 reelle symmetrische Dreiecke;

2. $c \overline{\overline{<}} \frac{3b}{2}$; 4 reelle, paarweise symmetrische Dreiecke.

V.

Gegeben: b und $h_b \pm h_s = c$.
Lösungen:

1. $c > \frac{b}{2}\sqrt{3(1+\sqrt[3]{4}-2\sqrt[3]{2})}$; 2 reelle verschiedene Dreiecke.

2. $c \overline{\overline{<}}$ do. 4 do.

VI.

Gegeben: b und $s \pm h_s = c$.
Lösungen:

1. $c > 0$; 2 reelle verschiedene Dreiecke;
2. $c = 0$; 4 zusammenfallende rechtwinklige Dreiecke.

VII.

Gegeben: b und $s \pm m = c$.
Lösungen:

1. $c > \frac{3b}{2}$; 4 reelle, paarweise symmetrische Dreiecke;

2. $\frac{3b}{2} \overline{\overline{>}} c \geqq b\sqrt{2}$; 6 reelle, paarweise symmetrische Dreiecke;

3. $b\sqrt{2} > c > \frac{b}{2}$; 2 reelle, symmetrische Dreiecke;

4. $c \overline{\overline{<}} \frac{b}{2}$; 4 reelle, paarweise symmetrische Dreiecke.

VIII.

Gegeben: b und $h_s \pm m = c$.
Lösungen:

1. $c > b\sqrt{2}$; keine reellen Dreiecke;
2. $c \lesseqgtr b\sqrt{2}$; 2 reelle Dreiecke.

IX.

Gegeben: b und $s \pm h_b = c$.
Lösungen: Für jeden Wert von c 1 reelles Dreieck.

X.

Gegeben: b und $h_b \pm m = c$.
Lösungen: Für jeden Wert von c 4 reelle, paarweise symmetrische Dreiecke.

Nur bei einem Fall (VIII) kann es vorkommen, dass keine reelle Lösung möglich ist. Als Bestimmungsgrösse tritt hier $h_s \pm m = c$ auf. h_s und m sind nun gerade die Dreiecksgrössen, die bei endlicher Basis nicht unendlich werden können; das Maximum für beide ist b.

Für *Spezialdreiecke* giebt es folgende Wertetafel für c:

Fälle	unendlich kleines △	rechtwinkliges △	gleichseitiges △	unendlich grosses △
I. $h_b \pm n = c$	$c = \frac{b}{2}$	$c = \frac{b}{2}$	$c = \frac{b}{2}\sqrt{4 - 2\sqrt{3}}$	$c = \infty$
II. $s \pm n = c$	$= 0$	$= \frac{b}{2}\sqrt{2}$	$= \frac{3b}{2}$	$= \infty$
III. $h_s \pm n = c$	$= \frac{b}{2}$	$= \frac{b}{2}\sqrt{2}$	$= \frac{b}{2}(\sqrt{3} + 1)$	$= \infty$
IV. $m \pm n = c$	$= \frac{3b}{2}$	$= \frac{b}{2}\sqrt{2}$	$= 0$	$= \infty$
V. $h_b \pm h_s = c$	$= 0$	$= \frac{b}{2}(\sqrt{2} \pm 1)$	$= 0$ od. $= b\sqrt{3}$	$= \infty$
VI. $s \pm h_s = c$	$= \frac{b}{2}$	$= 0$ od. $= b\sqrt{2}$	$= \frac{b}{2}(2 \pm \sqrt{3})$	$= \infty$
VII. $s \pm m = c$	$= \frac{b}{2}$ od. $= \frac{3b}{2}$	$= 0$ od. $= b\sqrt{2}$	$= \frac{b}{2}$ od. $= \frac{3b}{2}$	$= \infty$
VIII. $h_s \pm m = c$	$= b$	$= 0$ od. $= b\sqrt{2}$	$= \frac{b}{2}(\sqrt{3} \pm 1)$	$= b$
IX. $s \pm h_b = c$	$= \frac{b}{2}$	$= \frac{b}{2}(\sqrt{2} \pm 1)$	$= \frac{b}{2}(2 \pm \sqrt{3})$	$= 0$ od. $= \infty$
X. $h_b \pm m = c$	$= b$	$= \frac{b}{2}(\sqrt{2} \pm 1)$	$= \frac{b}{2}(\sqrt{3} + 1)$	$= \infty$

Unter den 13 Kurven 4. Ordnung, die als Hilfskurven auftreten, finden wir 6mal die Kreiskonchoide, 3mal die Konchoide des Nikomedes und 3mal die Kurve, die bei V (D gesucht) zum erstenmal auftaucht; siehe Tafel III, Fig. 10. Als Spezialfall für $c = 0$ erscheint 2mal die Strophoide, nämlich bei I und IV (D gesucht). Andere Spezialfälle für $c = 0$ sind strophoidenähnlich wie I und VIII (B gesucht). Für $c = 0$ zerfallen alle Kurven mit Ausnahme von I (B gesucht), welche für den Wert $c = \frac{b}{2}$ degeneriert. Beim Zerfallen treten Kreise auf ausser bei den Konchoiden noch bei V und I (B gesucht).

Im festen Eckpunkt O des Dreiecks besitzen alle Kurven einen mehrfachen Punkt mit Ausnahme von I_2 und V_7. Bei I_2 bewegt sich der mehrfache Punkt auf der Mittelsenkrechten, bei V_7 ist er konstant in A.

Als ein kleines Nebenresultat meiner Arbeit, die ich hiemit abbreche, betrachte ich das, dass es mir gelungen ist, für die zwei bekanntern Konchoiden neue Konstruktionsverfahren zu finden.

Es bleibt mir nur noch die angenehme Pflicht, meinen hochgeehrten Lehrern, den Herren Prof. Dr. Graf, Prof. Dr. Huber, dessen freundliche Ratschläge mir bei Fertigstellung dieser Arbeit sehr wertvoll gewesen, Prof. Dr. Forster, Prof. Dr. Moser und PD Dr. Gruner für das mir während meiner Studienzeit stets entgegengebrachte Wohlwollen den herzlichsten Dank auszusprechen.