

**Zeitschrift:** Mitteilungen der Naturforschenden Gesellschaft Bern

**Herausgeber:** Naturforschende Gesellschaft Bern

**Band:** - (1898)

**Heft:** 1451-1462

**Artikel:** Zur kubischen Gleichung

**Autor:** Sidler, G.

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-319100>

### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 21.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

Dr. G. Sidler.

## Zur kubischen Gleichung.

(Vorgetragen den 12. November 1898.)

Von der kubischen Gleichung

$$x^3 + 3px + 2q = 0 \quad (1.)$$

habe man, z. B. mittelst der Regula falsi, eine Wurzel  $x = \alpha$  erhalten, so genügen die zwei andern Wurzeln  $\beta$  und  $\gamma$  den Relationen

$$\beta + \gamma = -\alpha \quad . \quad \beta \gamma = -\frac{2q}{\alpha}.$$

Es sind also  $\beta$  und  $\gamma$  die Wurzeln der Gleichung

$$z^2 + \alpha z - \frac{2q}{\alpha} = 0,$$

und wir finden

$$\left. \begin{array}{l} \beta \\ \gamma \end{array} \right\} = -\frac{\alpha}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\alpha^3 + 8q}{\alpha}}.$$

Aber  $\alpha^3 + 3p\alpha + 2q = 0$ , also  $8q = -4\alpha^3 - 12p\alpha$ , und wir haben auch

$$\left. \begin{array}{l} \beta \\ \gamma \end{array} \right\} = -\frac{\alpha}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{-3(\alpha^2 + 4p)}. \quad (2.)$$

Es seien  $p$  und  $q$  reell, so können wir auch  $\alpha$  stets als reell voraussetzen. Dann wissen wir aber durch die Cardanische Formel, dass  $\beta$  und  $\gamma$  reell oder complex conjugiert sind, je nachdem  $q^2 + p^3$  negativ oder positiv ist. Vergleichen wir damit den Ausdruck 2), so muss  $\alpha^2 + 4p$  gleiches Zeichen haben wie  $q^2 + p^3$ .

Um dies zu zeigen, schreiben wir

$$\alpha^2 + 4p = \varepsilon.$$

Nun ist  $\alpha^3 + 3p\alpha + 2q = 0$ , d. h.  $\alpha \cdot \varepsilon - p\alpha + 2q = 0$  oder

$$\alpha = -\frac{2q}{\varepsilon - p}.$$

Diesen Ausdruck für  $\alpha$  setzen wir in  $\alpha^2 + 4p = \varepsilon$  ein, und erhalten so

$$\varepsilon^3 - 6 p \varepsilon^2 + 9 p^2 \varepsilon - 4 p^3 - 4 q^2 = 0,$$

d. h.  $\varepsilon \cdot (\varepsilon - 3 p)^2 = 4 (q^2 + p^3)$ , oder

$$\varepsilon = \frac{4 (q^2 + p^3)}{(\varepsilon - 3 p)^2}.$$

Führen wir hier für  $\varepsilon$  wieder  $\alpha^2 + 4 p$  ein, so kommt

$$\alpha^2 + 4 p = \frac{4 (q^2 + p^3)}{(\alpha^2 + p)^2},$$

und der Ausdruck 2) von  $\beta$  und  $\gamma$  wird schliesslich:

$$\begin{cases} \beta \\ \gamma \end{cases} = -\frac{\alpha}{2} \pm \frac{\sqrt{-3 (q^2 + p^3)}}{\alpha^2 + p}. \quad (3.)$$

Hier erkennt man unmittelbar, dass  $\beta$  und  $\gamma$  reell sind, wenn  $q^2 + p^3$  negativ ist, und dass  $\beta$  und  $\gamma$  complex conjugiert, wenn  $q^2 + p^3$  positiv ist.