Zeitschrift: Mitteilungen der Naturforschenden Gesellschaft Bern
Herausgeber: Naturforschende Gesellschaft Bern
Band: - (1897)
Heft: 1436-1450

Artikel: Die neuern Ansichten über Materie und Energie
Autor: Gruner, P.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-319093

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 10.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

P. Gruner.

Die neuern Ansichten über Materie und Energie.

(Gehalten in der Naturforschenden Gesellschaft in Bern am 6. März 1897.)

Im Jahre 1895 hat Prof. *Ostwald* von Leipzig an der deutschen Naturforscherversammlung in Lübeck in seinem öffentlichen Vortrage über «die Ueberwindung des wissenschaftlichen Materialismus» eine neue Weltanschauung, die «energetische», verkündet. Dieselbe soll eine neue, bessere Grundlage für die exakten Naturwissenschaften liefern als die bisherige mechanistische Weltanschauung.

Es soll hier in Kürze eine Vergleichung dieser beiden Anschauungen gemacht werden. —

Vorerst muss festgehalten werden, dass unser ganzes Wissen von der Aussenwelt lediglich aus unsern in Raum und Zeit gesonderten Sinneseindrücken besteht. Vom ersten Momente an, da unser Bewusstsein erwacht, wird es von einer ununterbrochenen Folge von Sinneseindrücken bestürmt. Wir sehen, fühlen, hören stets etwas, und alle diese Eindrücke erscheinen uns entweder räumlich getrennt oder zeitlich aufeinanderfolgend. Die Gesammtheit dieser Eindrücke ist es, die wir die Aussenwelt unseres «Ichs» nennen. — Die Existenz dieser Eindrücke ist unleugbare Thatsache; hingegen wissen wir durchaus nicht, was deren Ursache ist — wir können uns darüber nur subjektive Meinungen bilden.

Immerhin drängen sich jedermann (ganz unbewusst) gewisse Ansichten auf, die allgemeine Anerkennung finden, nämlich die Ansicht, dass allen Sinneseindrücken eine zweifache Ursache zu Grunde liege: die Materie und die Kraft.

Aber, genau besehen, sind das zwei Begriffe, die nur bestimmte Eigenschaften unseres Tastgefühles bezeichnen.

Weil unser Tastgefühl sehr oft Eindrücke eines mehr oder weniger starken Widerstandes erfährt, z. B. beim Betasten oder Stossen von Gegenständen, so sucht unser Verstand unwillkürlich nach einer objektiven Ursache dieses Widerstandsgefühls und nennt sie «Materie».

Da ferner im Lauf der Zeit das Gefühl eines solchen Widerstandes an wechselnden Raumstellen empfunden wird, so bekommt unser Bewusstsein den Eindruck, als ob diese «Materie» sich bewegte.

Die Wahrnehmung von Bewegungen im Bunde mit dem Gefühl von widerstandleistenden Raumtheilen führt zu der allgemein angenommenen Ansicht, als ob die Aussenwelt unseres «Ichs» ein grosser, leerer Raum wäre, in welchem sich ein eigenthümliches Ding, die Materie, bald ruhend, bald in Bewegung, befinde.

Die Bewegung ergibt den zweiten vorhin erwähnten Begriff, denjenigen der «Kraft». Unsere Muskeln sind im Stande, irgend welche Gegenstände in Bewegung zu bringen und das Gefühl, das wir bei Reizung unserer Muskeln empfinden, nennen wir Kraft. Die Muskelkraft gilt uns als Ursache der von uns hervorgebrachten Bewegungen. Unwillkürlich denkt man sich bei jeder Bewegung eine analoge Ursache, die man desshalb auch wieder als objektiv existirend betrachtet, und welche man «Kraft» nennt.

Solche Ueberlegungen zeigen deutlich, dass die Begriffe Kraft und Materie eigentlich nur Abstraktionen aus unsern Sinneseindrücken sind und keineswegs unmittelbare, empirische Thatsachen bedeuten.

Trotzdem hat die moderne Naturforschung sich an die landläufige, oberflächliche Anschauung von der objektiven Existenz von Materie und Kraft gehalten und hat neben Raum und Zeit (den Grundbegriffen unserer Vorstellungskraft) noch Materie und Kraft als Grundlagen der Natur hingestellt.

Die Messung von Materie und Kraft hat zunächst zum Begriff der Masse geführt (die leider in Folge dessen unzertrennlich mit dem Materienbegriff verknüpft erscheint, während doch die Masse ein rein physikalischer, die Materie hingegen ein bloss metaphysischer Begriff ist) und dann zur Definition der Kraft als Masse mal Beschleunigung (auch in dieser rein mathematischen Beziehung glaubte man eine thatsächliche Relation zu finden).

Auf diesen Grundlagen, nämlich: auf den Begriffen des Raumes

und der Zeit, auf den rein mathematischen Bewegungsgesetzen, auf dem hergeleiteten Massenbegriff und auf der Definition des Kraftbegriffes, beruht die ganze moderne Mechanik, das vollkommenste System der Naturwissenschaften.

Unter den zahlreichen Principien der Mechanik (von Newton, Lagrange, Hamilton etc.) ist auch eines, das an Bedeutung immer mehr zunimmt, es ist das Princip der Erhaltung der Energie.

Die «Energie» ist in der heutigen Mechanik ein bloss abgeleiteter, sekundärer Begriff, der durch eine zweifache Definition scharf bestimmt ist.

In der Mechanik ist die Energie das Produkt einer Kraft in den von ihr durchlaufenen Weg, oder das Produkt einer Masse in das halbe Quadrat ihrer Geschwindigkeit. — Von dieser Grösse lehrt uns die Mechanik, dass in einem sog. konservativen Punktsystem die Gesammtsumme konstant sei; das ist der Inhalt des Princips der Erhaltung der Energie. —

Aber die sichtbaren mechanischen Erscheinungen umfassen nicht die Gesammtheit der Natur. Wir gewahren nicht nur eigenschaftslose Massen, die sich im Raume bewegen, sondern die sog. Materie weist noch mannigfache Eigenschaften auf: sie hat Farben, sie hat gewisse Temperaturen, sie kann elektrisirt werden, sie kann chemische Umwandlungen erfahren u. s. w. Ausser den gewöhnlichen Bewegungen weist die Natur noch Licht-, Wärme-, Elektricitäts-, chemische und auch Lebenserscheinungen auf. Dieselben hängen nur in einem Punkte untereinander zusammen. Sie sind alle in einander überführbar, und diese Ueberführung ist nicht eine schwankende, sondern erfolgt nach ganz festen Verhältnisszahlen. Und diese Zahlen ergeben sich aus dem Energiebegriff. Jede Naturerscheinung kann in mechanische Arbeit oder in Energie umgewandelt werden und es hat sich gezeigt, dass bei solchen Umwandlungen immer die Energie konstant bleibt.

Damit ist ein Bindeglied zwischen der Mechanik und allen andern Gebieten der Naturwissenschaft hergestellt und es liegt nahe, überhaupt die Mechanik als Grundlage derselben zu betrachten, d. h. alle Naturerscheinungen durch mechanische, durch Bewegungserscheinungen zu erklären.

Darin besteht die sog. mechanistische Weltanschauung. Sie nimmt an, dass in lezter Linie alles Geschehen im Universum Bewegung sei und dass das Ziel der gesammten Naturwissenschaften dahin gehe,

alle Erscheinungen sowohl der todten als der lebenden Welt auf mechanische Bewegungen zurückzuführen, sie durch ein System von mathematischen, mechanischen Formeln darzustellen.

Wie diese Anschauung unbesehen die Begriffe der Materie und Kraft annimmt, haben wir besprochen. Es ist noch zu zeigen, wie sie zur Aufstellung von zwei weitern Hypothesen: der Atom- und der Aethertheorie hat führen müssen.

Wenn alles Weltgeschehen Bewegung ist, so muss es auch verborgene Bewegungen geben. Ein Körper kann Wärme oder Elektricität haben, ohne dass er desshalb in einem sichtbaren Bewegungszustande ist. Die Wärmebewegung, die Elektricitätsbewegung, die Lichtbewegung u. s. w. kann somit nur in unmerklich kleinen Bewegungen bestehen, und damit solche z. B. in einem festen Körper entstehen können, muss die Materie aus getrennten, winzigen Theilchen, Atomen oder Molekülen, zusammengesetzt sein.

Auch die Chemie führt zu ähnlichen Schlüssen. Die Elemente treten nur in ganz bestimmten Gewichtsverhältnissen zu Verbindungen zusammen. Wenn die Materie aber eine kontinuirliche Masse wäre, so wäre nicht wohl einzusehen, wieso eine gegenseitige Durchdringung zweier elementarer Materien nur in festen Gewichtsverhältnissen stattfinden könnte. Diese Schwierigkeit fällt ganz dahin durch die Annahme der Existenz von kleinen Elementarbestandtheilen. Wie sich daraus alle chemischen und physikalischen Erscheinungen erklären lassen, ist zur Genüge bekannt. — Aber aus diesen Betrachtungen geht deutlich hervor, dass die Existenz der Atome eine durchaus hypothetische ist; die Atomtheorie ist nichts anderes als eine ausserordentlich bequeme und unserm Verständniss zusagende Anschauungsweise.

Ebenso verhält es sich mit der Aethertheorie. Es ist festgestellt, dass Licht-, Wärme- und Elektricitäts-Strahlen ohne Vermittlung der sog. Materie im Raume sich fortpflanzen und zwar mit messbarer Geschwindigkeit. Man mag über die Fernewirkung denken, wie man will, so kann man sich doch nie eine Fernewirkung denken, die anders als unendlich schnell von Punkt zu Punkt wirkt. Weil das nicht der Fall ist, muss man sich einen Träger dieser Bewegungen denken, ein Ding, das keine Materie ist und doch Aehnlichkeit damit hat, man nennt es «Aether».

Wenn auch zahllose, ja fast alle physikalischen und chemischen Erscheinungen sich der Atom- und der Aethertheorie einfügen lassen, so wird dadurch ihr hypothetischer Charakter nicht geändert. Atome

und Aether sind wohl die Grundlagen unserer heutigen Naturauffassung, nicht aber der thatsächlichen Naturerkenntniss.

So umfasst denn die mechanistische Weltanschauung ein grossartiges System von wirklichen Erfahrungsthatsachen, die vielfach durch mathematische Theorien verknüpft sind. Aber die Grundlage, die diesem System gegeben wird, ist eine künstlich hineingelegte. Alle Naturerscheinungen werden so zurechtgestutzt, dass sie durch Bewegungszustände erklärt werden sollen. Um dieses Ziel erreichen zu können, muss man 2 grosse Abstraktionen, die Aufstellung der Begriffe der Materie, als Träger der Bewegung, und der Kraft, als Ursache der Bewegung, machen. Und die weitern Konsequenzen führen zu 2 weitern Hypothesen, zur Atom- und Aetherhypothese.

Die obigen Ausführungen sollen keineswegs den Nutzen und die Berechtigung solcher Hypothesen beanstanden. — Hingegen scheint es doch, als ob mit vollem Recht Einspruch erhoben werden sollte gegen die willkürliche Annahme, dass alles Weltgeschehen aus Bewegung bestehen müsse. Das ist im Grunde nur eine philosophische Spekulation, keineswegs ein Resultat der modernen Naturforschung. In diesem Punkt darf desshalb die mechanistische Weltanschauung angefochten werden, und dies thut denn auch die neue Energetik.

Indem wir uns nun zur Betrachtung dieser neuen Anschauungsweise wenden, dürfen wir nicht erwarten, dass dieselbe vollständig hypothesenfrei sein werde; das kann überhaupt keine allgemeine Theorie.

Aber anstatt der 4 hypothetischen Grundbegriffe von Materie, Kraft, Atom und Aether, wird ein einziger Universalbegriff, die Energie, hingestellt, und ein einziges Universalgesetz, das Princip der Erhaltung der Energie.

Dass die Energie und das Energieprincip weitaus allgemeiner als die Materie und das Gesetz der Erhaltung des Stoffes sind, ist nicht schwer einzusehen. Denn die Materie spielt überhaupt nur in den Gebieten der Mechanik, Akustik, Wärmelehre und Chemie eine wesentliche Rolle: zur Erklärung der optischen und elektrischen Erscheinungen muss ein neues, der Aether, erfunden werden. Die Atome wiederum haben nur für gewisse materielle Erscheinungen Bedeutung; der Kraftbegriff ist sogar nur eine subjektive Definition.

Die Energie hingegen ist sämmtlichen Naturerscheinungen gemeinsam; sie ist sogar das einzige gemeinsame, ja sie ist auch das einzig thatsächliche bei allen unsern Sinneseindrücken und das Energie-

princip ist das einzige überall unzweifelhaft geltende Naturgesetz. Sogar im praktischen Leben kommt es in letzter Linie nur auf Energie an. Bei Nahrungsmitteln kommt es nur auf die dem menschlichen Leibe zugeführte Energie an; chemische Verbindungen haben nur in Folge ihrer Erzeugung oder Aufspeicherung von Energie Nutzen für uns. Die Farbe eines Körpers beruht in der Art der von ihm zurückgeworfenen Leuchtenergie. Licht, Wärme, Elektricität, Schall sind Energieformen, die auf unsere Sinne wirken. Die Bewegungen der Körper (sofern sie nicht rein mathematische Gesetze angeben) haben nur nach dem Grade ihrer Energie Bedeutung. Das Gewicht eines Körpers ist nur ein Mass seiner potentiellen Energie; die Trägheit der Materie ist nichts anderes als der Ausdruck des Princips der Erhaltung seiner Energie; die Undurchdringlichkeit der Körper ist auch nur die bei Stoss oder Kompression auftretende Energie. — So einfach dies scheint, so leicht wird doch ein sehr gewichtig scheinender Einwand gemacht, nämlich: dass die Energie nicht ohne einen Träger existiren könne, also nicht ohne Materie oder Aether. Der Einwand widerlegt sich von selbst. Wenn die Energie alle uns wahrnehmbaren Eigenschaften eines Körpers besitzt, und die Materie nur ein ganz eigenschaftsloser Träger der Energie sein soll, so sieht man nicht recht ein, warum die Existenz der Energie nicht genügend sein sollte, und wesshalb noch ein ganz räthselhafter und unbekannter Träger ihr untergeschoben werden müsste. — Bekannt ist das drastische Beispiel von Ostwald, wo er hervorhebt, dass man bei einem Schlag mit einem Stock doch niemals den Stock selber, sondern nur seine Energie fühle.

Diese Allgemeinheit der Energie ist es hauptsächlich, worauf die Energetik sich stützt. Selbstverständlich ist dieselbe noch viel zu jung und zu neu, als dass sie in einem ausgearbeiteten Systeme vorgeführt werden könnte; desshalb ist sie auch aller und jeder Kritik wehrlos ausgesetzt und kann vorläufig keine andere Waffe in das Feld führen als ihre dem ganz unbefangenen Beurtheiler einleuchtende Einfachheit. — Auch ist die Energetik gegenwärtig noch ein Versuchsfeld für alle möglichen Tendenzen: Hier soll nur in Kürze der Richtung gedacht werden, wie sie von *Ostwald* vertreten wird.

Wir fragen zunächst:

Was ist diese Energie? — Sie ist nichts anderes, als das allen Naturerscheinungen gemeinsam zu Grunde liegende: das unbekannte Ding, das immer in andern Formen uns erscheint, und doch in un-

veränderlicher Gesammtsumme unzerstörbar bleibt (eine genauere, physikalische Definition folgt später). — Ihr erstes und wichtigstes Gesetz ist also das sog. Energieprincip, das deren Unzerstörbarkeit feststellt. Weitere Gesetze müssen sich aus der Art der Uebergänge von einer Energieform in eine andere ergeben. Das führt zu einer fundamentalen Methode der Energetik, zur Zerlegung in Faktoren. Wie dies zu verstehen ist, werden folgende Beispiele zeigen: Wenn Wärme von einem Körper auf einen andern benachbarten übergehen soll, so findet das nur statt, wenn die beiden Körper verschiedene Temperaturen besitzen — die vorhandene Wärmemenge, also die Quantität Energie, hat dabei keinen Einfluss; denn sobald Temperaturgleichheit herrscht, hört der Wärmeübergang auf. Oder, wenn eine grosse und eine kleine Kugel sich berühren und sich mit gleicher Geschwindigkeit in gleicher Richtung fortbewegen, so haben die beiden ganz verschiedene lebendige Kräfte und doch findet kein Ausgleich statt. Ein solcher tritt aber sofort ein, wenn eine Aenderung in der Geschwindigkeit der Kugeln erfolgt. Ebenso sind oft ganz verschiedene Elektricitätsmengen auf 2 leitend verbundenen Kugeln im Gleichgewicht, so lange keine Potentialdifferenz besteht.

So zeigen sich überall gewisse Faktoren der Energie, wie die Temperatur, die Geschwindigkeit, das Potential, von denen allein der Grad des Ueberganges von Energie bestimmt wird, und welche demnach «Intensität der Energie» genannt werden.

Sondert man im Energiebegriff einen Faktor, die Intensisät, ab, so gibt der übrigbleibende Faktor die Fähigkeit an, solche Intensität aufzuspeichern, und wird desshalb «Capacität» genannt.

Es mag hier die Tabelle von Ostwald angeführt sein:

Energie.	Capacität.	Intensität.
A. Bewegungsenergie (kinetische).	Masse. / $^1/_2$ Bewegungsgrösse.	$^1/_2$ Geschwindigkeitsquadrat. / Geschwindigkeit.
B. Raumenergie (potentielle).		
a) Distanzenergie.	Strecke.	Kraft.
b) Flächenenergie.	Fläche.	Flächenspannung.
c) Volumenergie.	Volum.	Druck.
C. Wärmeenergie.	Wärmecapacität.	Temperatur.
D. Elektrische Energie.	Elektricitätsmenge.	Potential.
E. Magnetische Energie.	Magnetische Menge.	Magnetisches Potential.
F. Chemische Energie.	Verbindungsgewicht.	Affinität.
G. Strahlende Energie.	Absorption resp. Emission.	Intensität der Strahlung.

Diese Zerlegungen sind in der Weise gemacht, dass jeweilen die Grösse, welche ein Mass des Energieüberganges liefert, bestimmt und als Intensität bezeichnet wurde. Der übrigbleibende Faktor ergibt die Capacität.

Diese Zerlegung erlaubt es, die Gesammtheit der Naturprocesse von einem überaus praktischen und einfachen Standpunkte aus zu übersehen. — Dabei muss nur vor einer Gefahr gewarnt werden, vor der Gefahr, den Capacitätsgrössen die alt gewohnten Begriffe unterzuschieben und so der alten mechanistischen Anschauung auch in der Energetik Eingang zu verschaffen.

Das darf nicht sein; die Capacitätsgrössen müssen lediglich als Faktoren der Energie angesehen werden, ohne dass ihnen eine reelle Existenz zugeschrieben werden dürfte. — Dies gilt namentlich für den Begriff der Masse, dem hier keine Realität zugesprochen wird, sondern der nur als sekundärer Faktor aus der Bewegungsenergie abgeleitet ist.

Das wird deutlich hervorgehen, wenn wir uns ein Bild von der Aussenwelt auf energetischer Grundlage zu machen suchen (was natürlich gegenwärtig nur in sehr oberflächlicher Weise geschehen kann).

Wir denken uns als Ursache unserer Sinneseindrücke Energieformen, die räumlich getrennt erscheinen und die im Laufe der Zeit ihre räumliche Lage ändern und auch ihre Erscheinungsform stets wechseln, wobei aber die Gesammtsumme der Energie konstant bleibt.

Diese Energie ist entweder an mehr oder weniger scharf abbegrenzte Raumtheile (Körper) gebunden, oder sie ist in steter Bewegung begriffen und zwar mit ausserordentlicher Geschwindigkeit. — Die letztere Art ist die Strahlungsenergie, die als Licht- oder Wärme- oder elektrische Strahlen den Weltenraum durchsetzt, bis sie von gewissen Raumkörpern aufgefangen und in Wärmeenergie verwandelt wird (das ist die Eigenschaft der Absorption).

Die an Raumkörper gebundene Energie kommt meist in verschiedenen Formen gleichzeitig vor, meist als Wärmeenergie, als chemische Energie, als Volumenergie und als Raumenergie, wobei noch die Eigenschaft mit verbunden ist, auf auffallende Strahlungsenergie zu reagiren (d. h. sie zu reflektiren, zu brechen und zu absorbiren). Vorübergehend kann auch magnetische oder elektrische Energie an einer solchen Raumform auftreten. Ferner können diese Energien ineinander sich umformen, wobei dann meist ein Quantum

als strahlende Energie den Körper verlässt. Endlich kann insbesondere die Volumenergie (deren Intensität einfach die alte Eigenschaft der Undurchdringlichkeit der Materie darstellt) sich (meist auf Kosten der Wärmeenergie) wesentlich umformen, so dass die andern Energien sich im Raume verschieben; darauf beruhen die Unterschiede von festen, flüssigen und gasförmigen Körpern.

Von Wichtigkeit ist namentlich die Raumenergie. Für unsere irdischen Körper stellt sie nichts anderes als die Energie der Schwerkraft dar, im Weltenraum aber die Energie der Gravitation; in elektrischen und magnetischen Feldern kann endlich die Raumenergie auch mit der elektrischen oder magnetischen in Wechselwirkung treten. Aber abgesehen hievon bedeutet sie nichts anderes, als dass auf unserer Erde ein höher gelegener Körper mehr Energie besitzt, als ein tiefer gelegener.

Eine Aenderung der Raumenergie bedeutet desshalb stets Bewegung, und die verschwundene Raumenergie kommt in einer andern Form wieder zum Vorschein, als Bewegungsenergie.

Raumenergie und Bewegungsenergie sind also in einfacher Wechselwirkung, und diese Wechselwirkung bildet das Gebiet der Mechanik.

Die experimentellen Untersuchungen derselben zeigen nun, dass die charakteristische Grösse der Bewegungsenergie, ihre Intensität, das Quadrat der Geschwindigkeit ist. Der andere Faktor ist dann ein blosser Hülfsbegriff, «Masse» genannt. — Allerdings zeigt dann die weitere Untersuchung dieses Hülfsbegriffes, dass er ausserordentlich wichtige Eigenschaften hat, namentlich folgende 3: Die Masse besitzt die Eigenschaft der Unzerstörbarkeit, ferner ist sie stets proportional dem bewegten Volumen, endlich ist sie vielen andern Capacitätsfaktoren proportional ,z. B. ist die Wärmecapicität = Masse mal specifische Wärme, die chemische Capacität = Masse mal Aequivalenzzahl u. s. w. Es ist begreiflich, dass man desshalb auf den Gedanken verfallen ist, der Masse als Materie eine objektive Realität zuzuschreiben; dabei sind dann die der Masse proportionalen Capacitätsfaktoren als Grundeigenschaften der Materie (wie Gewicht, Undurchdringlichkeit etc.) bezeichnet worden, die nicht proportionalen hingegen als vorübergehende Zustände derselben (wie Geschwindigkeit, Temperatur, Potential etc.). — Damit ist wohl zur Genüge gezeigt, wie man den Massenbegriff in der Energetik aufzufassen hat. Es wären nun noch eine Reihe von Sätzen anzuführen, welche angeben, in welcher Weise die ver-

schiedenen Energiegrössen sich umformen und verändern. Da aber hierüber noch kein abschliessendes Resultat erreicht ist, so treten wir nicht darauf ein.

Hingegen gestatten die bisherigen Auseinandersetzungen etwa folgende Bilanz zu ziehen:

Die mechanistische Weltanschauung knüpft unmittelbar an Ideen an, wie sie sich unserm Verstand unwillkürlich aufdrängen: an Materie und Kraft. Sie gibt auf dieser Grundlage das denkbar anschaulichste Bild aller Naturerscheinungen, indem sie dieselben auf Bewegung von endlichen Massen oder von getrennt bestehenden Atomen zurückführt. Zudem beruht diese Anschauung auf seit Jahrhunderten in ihrem Sinne ausgeführten Forschungen und hat desshalb eine Fülle von Thatsachen hinter sich, die sich nicht ohne Weiteres auf einer neuen Grundlage umformen lassen.

Alles das fehlt der Energetik vollständig. Die Energie ist bisher meist nur als ein mathematischer Ausdruck, als ein rein geistiger Begriff, aufgefasst worden. Selbstverständlich wird es jedermann ausserordentlich schwer, sich ein Weltbild zu machen, in dem nur Energie vorkommt. Ferner ist die Energetik ganz neu und hat noch keine Resultate aufzuweisen.

Aber das alles sind keine stichhaltigen Gründe, um zu entscheiden, welche Theorie der Wahrheit am nächsten stehe. Hingegen spricht die Thatsache, dass die Energetik sich möglichst genau, ohne Hypothesen und Hülfsbegriffe und Bilder und Abstraktionen, den empirischen Thatsachen anzuschliessen sucht, ausserordentlich zu ihren Gunsten. — Wenn die Energetik auch noch lange nicht den Schlussstein unserer Naturerkenntniss bildet, so bedeutet sie doch wohl einen wahren Fortschritt, eine Vereinfachung gegenüber den alten Theorien.

Die Bedeutung der alten Begriffe wird dadurch nur geändert, aber nicht minderwertig gemacht.

Wie wir noch heute von Sonnenaufgang und -untergang sprechen, obschon wir wissen, dass die Erde sich um die Sonne bewegt, oder wie wir immer noch von Wärmemenge und Elektricitätsmenge sprechen, obgleich bekannt ist, dass Wärme und Elektricität blosse Zustände sind, so werden wir auch fernerhin von Materie, von Kraft, von Atomen und von Aether reden, obgleich wir überzeugt sind, dass die Energie die einzig reelle Grundlage unserer Naturerkenntniss ist.

Es mag hier als Anhang ein Versuch gegeben werden, der Energetik eine etwas präcisere, mathematische Grundlage zu geben, wobei aber keineswegs Anspruch auf erschöpfende Behandlung gemacht wird.

Um zunächst eine Definition des Energiebegriffes aufzustellen, halten wir uns am einfachsten an die von *Planck* in seinem vorzüglichen Buche «Das Princip der Erhaltung der Energie» (Leipzig 1887) gegebene. Mit einigen Abänderungen lautet dieselbe:

«Die Energie eines Raumsystems in einem bestimmten Zustand ist der in bestimmten Einheiten gemessene Betrag aller Wirkungen, welche ausserhalb des Systems hervorgerufen werden, wenn dasselbe aus seinem Zustande in einen auf beliebige Weise nach Willkür fixirten Nullzustand übergeht.»

Statt «materielles System» ist hier Raumsystem gesagt. In der Energetik sieht man ja von der Materie ab und der wahre Inhalt des alten Ausdruckes «materielles Punktsystem» ist doch nur der, dass Raumpunkte angenommen werden, welche Kraftcentren sind, also Energie ausgeben. Unter Raumsystem wird man im Allgemeinen einen zusammenhängenden Raumtheil sich denken; wenn es aber (der mathematischen Behandlung willen) Bedürfniss wird, ein System nach Art getrennter, materieller Punkte zu betrachten, so hat man einfach das Raumsystem in einzelne, getrennte Raumelemente, von denen jedes ein Energiedifferential besitzt, zu zerlegen. — Nur liegt dann darin keine metaphysische Hypothese (wie bei der Atomistik), sondern eine bloss mathematische, bequeme Methode, wie sie ja überall, wo die Differentialrechnung benutzt werden soll, angewendet wird.

Hingegen hat das Ersetzen des Wortes «materielles System» durch «Raumsystem» den grossen Vorzug, dass diese Definition auch ohne Weiteres auf nicht materielle Vorgänge, also auf ausgestrahlte Licht-, Wärme- und Elektricitäts-Energie übertragbar ist. — Eine zweite Verallgemeinerung liegt darin, dass die Natur der Einheit, in denen die Wirkungen bei Veränderung des Raumsystems zu messen sind, noch nicht bestimmt ist.

Abgesehen von diesen 2 Aenderungen gelten alle von Planck in seinem Buche gemachten Auseinandersetzungen; es soll desshalb darauf nicht weiter eingegangen werden.

Nachdem in dieser Weise der Energiebegriff definirt ist, ist sein Grundgesetz, das sog. «*Energieprincip*» zu formuliren.

Planck definirt es also (mit entsprechender Aenderung): «Die Energie eines Raumsystems in einem bestimmten Zustand genommen

in Bezug auf einen bestimmten andern Zustand als Nullzustand, hat einen eindeutigen Werth.»

Eine ähnliche Definition gibt *Helm* in seinem Werke: «Die Lehre von der Energie» (Leipzig 1887), die wir also umformen können:

«Die Energie eines Raumsystems ist eine nur vom augenblicklichen Zustande des Systems abhängige, veränderliche Grösse.»

Diese allgemeinste Form des Energieprincips führt bei einem für sich abgeschlossenen Raumsystem, aus dem keine Energie heraus und keine hineintreten kann, zum Princip der Erhaltung der Energie, das wir also formuliren:

«Bei jeder möglichen Veränderung eines für sich abgeschlossenen Raumsystems bleibt die Gesammtsumme der Energie unverändert.»

In Uebereinstimmung mit den Betrachtungen von *Helm* (Zeitschrift für Mathematik und Physik Bd. 35. — 1890) muss darauf Nachdruck gelegt werden, dass dieses Energieprincip für alle «möglichen» Aenderungen des betreffenden Systems gelten muss und nicht nur für die wirklich eintretenden. Ein System kann theoretisch sich in zahllosen Weisen ändern, in Praxis findet die Aenderung nur in einem ganz bestimmten Sinne statt. Das Energieprincip gilt für alle denkbaren Aenderungen; um zu wissen, welche wirklich eintritt, muss ein zweites Grundgesetz der Energetik aufgestellt werden. Dasselbe ist noch nicht in definitiver Fassung gefunden. Die diesbezüglichen Untersuchungen von *Ostwald* haben noch kein allgemein anerkanntes Gesetz zu Tage gefördert. Auch hier mag diese Frage noch offen bleiben, wir werden erst nachher einen speciellen Fall dieses Gesetzes besprechen.

Damit sind wohl die hypothetischen Grundlagen der Energetik festgestellt; sie sind zusammengefasst in der Definition des Energiebegriffes, im Energieprincip (resp. im Princip der Erhaltung der Energie) und in dem noch nicht formulirten zweiten Grundgesetz der Energetik, dem sog. Princip des ausgezeichneten Falles.

Die weitern Ausführungen sind entweder experimentelle Festsetzungen oder mathematische Entwicklungen.

Durch das Experiment sind zunächst die Einheit der Energie und nachher die verschiedenen Formen derselben und endlich deren Zerlegung in Capacität und Intensität zu bestimmen.

Offenbar sind die mechanischen Arbeits-Einheiten nicht geeignet, als Einheiten der Energie zu dienen, weil sie zu leicht wieder die alten mechanischen Begriffe in die Energetik hineinschmuggeln. Um

so besser sind die Wärmeerscheinungen verwendbar. Zunächst ist die Wärmetheorie überhaupt auf das Energieprincip gegründet, und ferner ist die Ueberführung irgend einer Energieform in Wärme immer die häufigste und am leichtesten und vollkommensten ausführbare. Somit definiren wir:

«Die Einheit der Energie ist diejenige Energie, welche 1 kg. reines Wasser von 0^0 C auf 1^0 C erwärmt.»

Jede Energieform lässt sich in dieser Einheit ausdrücken, wobei sich gleichzeitig deren Abhängigkeit von gewissen Grössen, den Intensitäten, feststellen lässt.

Ein geschlossener, galvanischer Stromkreis bildet z. B. ein Raumsystem. Seine gesammte Wirkung äussert sich als Wärme; misst man diese Wärme, so erhält man seine Energie. Die genauere Untersuchung dieser abgegebenen Energie führt auf das Gesetz von Joule: die Energie ist $= i^2.w$, oder $= \frac{E^2}{w}$, oder $= E.i$.

Weitere Untersuchung zeigt, dass solche Energie nur auftritt, wenn E von Null verschieden ist, und ferner dass die Grösse w für ein gegebenes Raumsystem (d. h. für einen gegebenen Stromkreis) konstant bleibt. Es liegt also nahe, die Grösse E, die sog. elektromotorische Kraft, resp. ihr Quadrat E^2, als Intensität zu bezeichnen, und den andern konstanten Faktor, $\frac{1}{w}$, als Capacität.

So lassen sich alle Energieformen untersuchen und zerlegen. Von Wichtigkeit ist diese Ausführung bei der Bewegungsenergie.

Ein Raumsystem bewege sich mit einer Geschwindigkeit v. Um dessen Energie nach der aufgestellten Definition zu ermitteln, hat man die äussern Wirkungen zu messen, welche entstehen, wenn dieses System von seinem gegenwärtigen Zustande in einen Nullzustand gelangt.

Als Nullzustand werde die Geschwindigkeit o gesetzt. Die Energien sind wiederum in Wärmeeinheiten anzugeben. — Wenn ein solches (starres) Raumsystem mit der Geschwindigkeit v an eine starre Wand stösst, so gelangt es zur Ruhe, es ist in den gewünschten Nullzustand versetzt. Dabei äussert sich seine Energie in Wärmewirkungen und die experimentell bestimmbare Erwärmung gibt ein Mass der Bewegungsenergie. — Weitere Untersuchungen würden zeigen, dass bei ein und demselben Raumsystem (demselben Körper) die Erwärmung proportional dem Quadrat der Geschwindigkeit sei, ferner dass sie

dem Volumen des bewegten Raumsystems direkt proportional und endlich, dass sie von der Natur des Raumsystems (das ist nichts anderes, als von den übrigen, in ihm eingeschlossenen, chemischen, thermischen Energien etc.) abhängig sei.

Also ist die Bewegungsenergie $= K. V. v^2$, wo v die Geschwindigkeit, V das Volum und K eine von Körper zu Körper sich ändernde Grösse ist. Da die Bewegungsenergie nur besteht, so lange v von Null verschieden ist, so wird v^2 zweckmässig die Intensität, hingegen der bei der Bewegung sich nicht ändernde Faktor die Capacität genannt. Die Hälfte dieses Faktors $\frac{K. V}{2}$ ist dann die in der Mechanik so wichtig gewordene Grösse, die Masse.

Etwas schwierig ist die Behandlung der sog. Raumenergie, weil dieselbe auf die Gesetze der Gravitation führt und in der Energetik eine ganz andere Behandlungsweise verlangt, als in der alten Mechanik mit ihrer Theorie der Fernewirkung. Der Begriff der mechanischen Arbeit (Kraft mal Weg) hat in der Energetik nur noch Sinn, wenn er sich auf die Gravitation bezieht. In der That sind Wärme Elektricität, Licht, Elasticität, Affinität u. s. w. bestimmte Energieformen, die mit dem Kraftbegriff nichts zu thun haben. Sieht man noch von passiven Wiederständen ab, so gibt es keine Arbeitsform, die nicht durch die Gravitation hervorgerufen wäre, resp. durch die Schwerkraft auf unserer Erde.

Die Raumenergie spielt desshalb in der Energetik dieselbe Rolle wie die Gravitation in der alten Mechanik. Und wie dort die Gravitationsgesetze als einfache Thatsache angenommen werden, ohne dass man sich über deren Ursache Rechenschaft geben kann, so ist es hier dasselbe mit den Raumenergiegesetzen. Nur ist bei letztern der grosse Vortheil, dass sie die Annahme einer unvermittelten Fernewirkung umgehen.

Bevor dies erläutert wird, mögen zunächst einige allgemeine Betrachtungen darthun, in welcher Weise sich die Raumenergie in Bewegungsenergie umformt (also die potentielle Energie in kinetische).

Wir denken uns ein sog. konstantes Raumenergiefeld. Jedes Raumelement $d\tau$ (seine Raumcoordinaten seien x, y, z) möge eine zu allen Zeiten unveränderliche Energiemenge $e . d\tau$, die «Raumenergie», besitzen. Die Vertheilung dieser Raumenergien sei ein für alle mal gegeben: $e = f(x, y, z)$ sei eine stetige, von der Zeit unabhängige Funktion.

In dieses Feld komme eine andere Energieform, die im Raume beweglich ist, hinein. So möge im Raumelement $d\tau$ eine gewisse Wärme-, Volum-, Elektricitäts-, chemische Energie etc., im Gesammtbetrag $\varepsilon d\tau$ vorhanden sein. Wir nennen sie im Unterschied zur vorigen die «Körperenergie». Da hier nur mechanische Erscheinungen starrer Körper untersucht werden sollen, so können wir annehmen, dass alle diese Energien im Raumelement $d\tau$ unveränderlich bleiben mögen. Es ist dieselbe Annahme, die stillschweigend in der Mechanik starrer Körper gemacht wird.

Das Auftreten von Körperenergie in einem Raumenergiefeld wird in der Regel eine Bewegung der Körperenergie zur Folge haben. Wir dürfen aber nicht annehmen, dass die Körperenergie nur zufällig mit einer gewissen Raumenergie zusammenfällt; sondern die an einer Stelle liegenden Energien bilden ein fest zusammenhängendes Ganzes, so dass bei der Bewegung sowohl Körper- als auch Raumenergie gleichzeitig sich fortbewegen. Das ist kein Widerspruch mit der vorhin festgestellten Konstanz der Raumenergie; denn in dem Masse als die Körperenergie sich bewegt und die Raumenergie mit sich fortführt, gleicht sich die entstandene Lücke hinter ihr sofort wieder aus, gerade wie bei einem im Wasser sinkenden Körper.

Ist z. B. im Punkte (x y z) zur Zeit t die Raumenergie $e \,.\, d\tau$ und dabei die Körperenergie $\varepsilon \,.\, d\tau$, so ist zur gleichen Zeit im benachbarten Punkt $(x + dx,\ y + dy,\ z + dz)$ die Raumenergie $(e + de)\, d\tau$, wo $de = \frac{\partial e}{\partial x} dx + \frac{\partial e}{\partial y} dy + \frac{\partial e}{\partial z} dz$, im nächstbenachbarten $(x + 2\,dx,$ $y + 2\,dy,\ z + 2\,dz)$ die Raumenergie $(e + 2\,de)\, d\tau$, u. s. w. — Die Körperenergie durchlaufe der Reihe nach alle diese Punkte und komme nach der Zeit t_0 mit einer Geschwindigkeit v in den Punkt $(x_0\, y_0\, z_0)$, dessen Raumenergie $e_0\, d\tau$ sei.

Im ersten Zeitdifferential dt gelangt die Gesammtenergie $(e + \varepsilon)\, d\tau$ in den ersten Nachbarpunkt; dann ist in (x y z) die Energie 0, und in $(x + dx,\ y + dy,\ z + dz)$ die Energie $(e + de)\, d\tau + (e + \varepsilon)\, d\tau$ Sofort findet ein Ausgleich statt, so dass der Anfangspunkt (x y z) die Energie $(e + de)\, d\tau$, und der zweite Punkt die Energie $(e + \varepsilon)\, d\tau$ erhält. So geht dies weiter, $(e + \varepsilon)\, d\tau$ schreitet von Punkt zu Punkt fort. Nach t_0 Sekunden ist folgende Aenderung eingetreten:

		Anfang:	Schluss:
Im	1. Punkt	$e\,d\tau + \varepsilon\,d\tau$	$(e + de)\,d\tau$
»	2. »	$(e + de)\,d\tau$	$(e + 2\,de)\,d\tau$
»	3. »	$(e + 2\,de)\,d\tau$	$(e + 3\,de)\,d\tau$
. . . . .		. . . . .	. . . . .
. . . . .		. . . . .	. . . . .
»	(n — 2). »	$(e_0 - 2\,de)\,d\tau$	$(e_0 - de)\,d\tau$
»	(n — 1). »	$(e_0 - de)\,d\tau$	$e_0\,d\tau$
»	n. »	$e_0\,d\tau$	$e\,d\tau + \varepsilon\,d\tau =$
			$e_0\,d\tau + (e - e_0)\,d\tau + \varepsilon\,d\tau.$

Das Resultat ist folgendes (wenn man absieht von der Verschiebung der Differentiale de, die ja von keinem merkbaren Einfluss ist, und die auch ausgeglichen werden kann): Die Gesammtsumme der Energie ist dieselbe geblieben, die Vertheilung der Raumenergie auch, hingegen hat sich die Körperenergie bewegt und da sie ihre anfängliche Raumenergie mit sich genommen hat, so ist nun im Endpunkt der Bewegung ein Ueberschuss von Raumenergie $(e - e_0)\,d\tau$ vorhanden, der in einem konstanten Raumenergiefeld nicht vorhanden sein darf. Er wandelt sich also einfach in eine andere Form um; es ist dieser Ueberschuss die bei der Bewegung entstehende *Bewegungsenergie.* Unsere Voraussetzungen führen also ganz natürlich auf den für die Mechanik fundamentalen Satz, dass die Zunahme von Bewegungsenergie immer gleich der Abnahme von Raumenergie ist, und umgekehrt.

Wenn in diesem Punkt $(x_0\,y_0\,z_0)$ die Körperenergie mit ihrer erlangten Geschwindigkeit v auf eine Wand stossen würde, so würde die Bewegungsenergie $(e - e_0)\,d\tau$ sich in Wärme umformen und es würde nur noch die dem Punkte $(x_0\,y_0\,z_0)$ zukommende, unzerstörbare Raumenergie $e_0\,d\tau$, nebst der Körperenergie $\varepsilon\,d\tau$ übrigbleiben. Dabei würde sich dann ergeben, dass die Bewegungsenergie proportional dem Quadrat der Geschwindigkeit sein muss.

In diesem Zusammenhang liegt aber das Gesetz verborgen, das den Eintritt und Verlauf einer Bewegung bestimmt, also das zweite Gesetz der Energetik, allerdings nur auf den speziellen Fall der Umsetzung von Raumenergie in Bewegungsenergie angewendet. Wir können es also aussprechen:

«Wenn sich in einem konstanten Raumenergiefeld Körperenergie befindet, so wird dieselbe in der Regel in Bewegung versetzt, wobei

sich Raumenergie in entsprechende Bewegungsenergie umsetzt; *die Bewegung erfolgt so, dass die entstehende Bewegungsenergie proportional dem Quadrate der Geschwindigkeit ist.*»

Darin liegt die ganze Mechanik inbegriffen, und in diesen Ausführungen scheint mir auch der von *Boltzmann* gegen die Energetik in Betreff der Bewegungsenergie gemachte Einwurf befriedigend erledigt. (Wied. Ann. 57. p. 39 — 1896.)

Noch bleibt uns übrig, den Zusammenhang zwischen Körperenergie und Raumenergie zu erörtern.

Die Annahme der Konstanz der Raumenergiefelder ist nicht der Wahrheit entsprechend, sondern nur eine zum Zwecke der leichtern Behandlungsweise gemachte Vereinfachung. — In Wahrheit hat jede Körperenergie die Eigenschaft, die Vertheilung der Raumenergie zu ändern und in Wirklichkeit ist die Bewegung eines Körpers nicht nur von Umsetzung von Raumenergie in Bewegungsenergie, sondern auch von stetigen Aenderungen der umgebenden Raumenergie selber begleitet. Darin liegt ein neues Gesetz der Energetik, das nichts anderes ist als der Ausdruck der experimentellen Thatsache der Gravitation. Es ist hier nicht nöthig, weiter darauf einzutreten, sobald wir bedenken, dass eine völlige Analogie zwischen Wechselverhältniss von Körperenergie und Raumenergie einerseits, und elektrisch geladenen Körpern und dielektrischen Medien andererseits besteht (abgesehen von der Beweglichkeit der Elektricität auf den Leitern).

Zum Schluss mögen die hier aufgestellten Principien auf einige Sätze der Mechanik angewendet werden. — Die folgenden Ableitungen schliessen sich in vielen Punkten an die von *Helm* angegebenen, mit dem Unterschied, dass hier absichtlich nicht die allgemeinen Principien der Mechanik sondern nur einzelne Beispiele elementar abgeleitet werden, und ferner, dass diese Ableitungen sich an die vorhin ausgeführten und (soviel mir bekannt ist) neuen Ideen von Raumenergiefeldern knüpfen, während Helm noch die Begriffe Masse und Kraft als Ausgangspunkt nimmt.

Wir gründen die Mechanik auf folgende 3 Grundgesetze:

1. *In einem Raumenergiefeld ist stets, bei jeder möglichen Veränderung, die Zunahme der Raumenergie* E *gleich der Abnahme der Bewegungsenergie* T, *und umgekehrt.* Also $dT = -dE$.

2. *In einem Raumenergiefeld geräth eine vorhandene Körperenergie in solche Bewegung, dass ihre Bewegungsenergie proportional dem Quadrat der Geschwindigkeit ist.*

Also ist für ein Raumelement[1]) $d\tau$, mit den Raumcoordinaten x, y, z, zur Zeit t:

$$T = K \,.\, d\tau \left(\left(\frac{\partial x}{\partial t}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial t}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial t}\right)^2 \right) . = K \,.\, d\tau \,.\, v^2.$$

3. *Jede Körperenergie modificirt die Vertheilung der umgebenden Raumenergie.*

Zunächst sehen wir von den Wirkungen der Gravitation ganz ab, betrachten also die im dritten Gesetz erwähnte Modifikation als verschwindend.

I. *Homogenes Raumenergiefeld.*

Es sei überall E konstant.

Sei im Punkte (x y z) eine Körperenergie $\varepsilon \,.\, d\tau$.

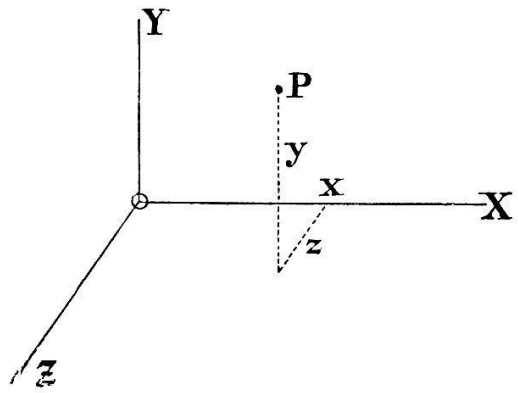
Es ist $dE = 0$, also $dT = 0$, $T =$ konstant,

somit v^2 *konstant.* — War v anfangs Null, so bleibt es Null.

Der Körper bewegt sich also mit konstanter Geschwindigkeit; ist er aber Anfangs in Ruhe, so bleibt er konstant in Ruhe.

Darin liegt das *Gesetz der Trägheit.*

II. *Feld mit nach einer Richtung linear sich ändernden Raumenergie.*



Die Raumenergie möge parallel der Y-Axe variiren und zwar linear.

Also ist:

$$\frac{\partial E}{\partial x} = 0 \qquad \frac{\partial E}{\partial y} = a \,.\, d\tau \qquad \frac{\partial E}{\partial z} = 0.$$

Ist für $y = 0$ die Raumenergie $= E_0$, so folgt für das Raumelement $d\tau$ in dem Punkte P:

$$E - E_0 = a \,.\, y \,.\, d\tau.$$

Ist im Punkte P eine Körperenergie $\varepsilon \, d\tau$, so findet demnach Bewegung statt.

Dieselbe ist bestimmt, sobald die Coordinaten x, y, z als Funktionen der Zeit t eindeutig bestimmt sind. Diese Bestimmung lässt sich mit den 2 Grundgesetzen vollziehen.

---

[1]) Es ist hier immer nur von Raumelementen $d\tau$ und nicht von ganzen Körpern die Rede, nicht etwa, weil man sich in der Energetik die Körper als aus materiellen Punkten zusammengesetzt denken würde, sondern nur um der mathematischen Rechnung willen. Durch Integration sind die für ein Raumelement gewonnenen Resultate leicht auf Körper auszudehnen.

Zunächst folgt: $T = K\,d\tau \left\{ \left(\frac{\partial x}{\partial t}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial t}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial t}\right)^2 \right\}$

Hier kann t als einzige unabhängige Variable aufgefasst werden, also

$$d\,T = \frac{\partial T}{\partial t}\,dt = 2\,K\,d\tau \left\{ \frac{\partial x}{\partial t} \cdot \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + \frac{\partial y}{\partial t} \cdot \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + \frac{\partial z}{\partial t} \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} \right\} dt$$

Ebenso $d\,E = \frac{\partial E}{\partial t}\,dt = \frac{\partial E}{\partial y} \cdot \frac{\partial y}{\partial t}\,dt = a\,d\tau \cdot \frac{\partial y}{\partial t}\,dt.$

Diese beiden Ausdrücke müssen einander gleich und entgegengesetzt sein.

Aus ganz entsprechenden Gründen, wie sie *Helm* bei seinen Ableitungen befolgt, muss (da die Gleichsetzung für jede *mögliche* Aenderung gelten soll) diese Gleichung

$$2\,K\,d\tau \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} \cdot \frac{\partial x}{\partial t} + \left(2\,K\,d\tau \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - a\,d\tau\right) \frac{\partial y}{\partial t} + 2\,K\,d\tau \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} \cdot \frac{\partial z}{\partial t} = 0$$

in 3 zerfallen, nämlich in die 3 Faktoren von $\frac{\partial x}{\partial t}$, $\frac{\partial y}{\partial t}$ und $\frac{\partial z}{\partial t}$, deren jeder einzeln $= 0$ zu setzen ist.

Daraus folgt:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = 0$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} = -\frac{a}{2K}$$

$$\frac{d^2z}{dt^2} = 0$$

Aus diesen Gleichungen, vereinigt mit passenden Anfangs- und Grenzbedingungen, ergeben sich in bekannter Weise alle Gesetze der Wirkung der Schwerkraft (schiefer Wurf und freier Fall), wobei sich zeigt, dass die Grösse $\frac{a}{2K}$ die bekannte Beschleunigung g durch die Erdanziehung bedeutet.

Die Integration der Gleichungen gibt:

$\frac{dx}{dt} = c_1 \qquad \frac{dy}{dt} = -g\,t + c_2 \qquad \frac{dz}{dt} = c_3$; Geschwindigkeiten.

$x = c_1\,t + c_4 \quad y = -g\,\frac{t^2}{2} + c_2\,t + c_5 \quad z = c_3\,t + c_6$: Wege.

War das Raumelement Anfangs in Ruhe in der Höhe h über dem Nullpunkt, also zur Zeit $t = 0$: $x = 0$, $y = h$, $z = 0$, so folgt zunächst $c_4 = c_5 = c_6 = 0$ und ferner aus den ersten Differentialquotienten: $c_1 = c_2 = c_3 = 0$.

Es bleibt nur:

$$\frac{d^2y}{dt^2} = -g$$

$$\frac{dy}{dt} = -gt$$

$$y = -\frac{gt^2}{2}$$

Das sind die Gesetze des *freien Falles.*

Ebenso ergibt sich der *schiefe Wurf.*

Ist das Raumelement Anfangs im Coordinatenursprung und erhält in der Richtung α (mit der positiven X-Axe) einen Antrieb, eine Geschwindigkeit c, so ist offenbar:

für $t = 0$: $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$

$$\frac{dx}{dt} = c \,.\, \cos\alpha, \quad \frac{dy}{dt} = c \,.\, \sin\alpha, \quad \frac{dz}{dt} = 0$$

Also: $c_4 = c_5 = c_6 = 0$

$$c_1 = c \,.\, \cos\alpha, \; c_2 = c \,.\, \sin\alpha, \; c_3 = 0$$

Somit die gesuchten Wurfgleichungen:

$$x = c\,t\cos\alpha \qquad \frac{dx}{dt} = c\cos\alpha \qquad \frac{d^2x}{dt^2} = 0$$

$$y = -\frac{gt^2}{2} + c\,t\sin\alpha \qquad \frac{dy}{dt} = -gt + c\sin\alpha \qquad \frac{d^2y}{dt^2} = -g$$

$$z = 0 \qquad \frac{dz}{dt} = 0 \qquad \frac{d^2z}{dt^2} = 0.$$

Aehnlich liessen sich auch die Gleichungen des schwingenden Pendels aufstellen, wenn man den Energiebetrag berücksichtigen würde, der erforderlich ist, damit das Raumelement sich auf einer Kugelfläche bewege.

Ein Punkt muss noch besonders hervorgehoben werden. Die Grösse a ist als absolute Konstante hingestellt, die Grösse $g = \frac{a}{2K}$ ist nach Erfahrung konstant, also müsste auch K es sein, was aber nach Erfahrung wiederum nicht der Fall ist. Es muss also schon hier das dritte vorhin erwähnte Gesetz eine Rolle spielen, insofern als die Konstante K der eingeführten Körperenergie rückwärts die Raumenergiekonstante a beeinflusst.

Dies tritt deutlich bei der nun zu besprechenden Gravitation auf.

III. *Raumenergiefeld um Gravitationsmittelpunkte.*

Die Gravitation ist die Thatsache, dass jedes Raumelement $d\tau$, in welchem sich eine Körperenergie $\varepsilon\, d\tau$ befindet, eine gewisse Vertheilung der umgebenden Raumenergie erzeugt; in der Weise, dass sie sich in konzentrischen Kugeln anordnet, wobei die Energie umgekehrt proportional dem Quadrate des Radius abnimmt.

Sei z. B. im Coordinatenursprung die Körperenergie $\varepsilon\, d\tau$, so entsteht in Folge dessen im ganzen Raum ein Raumenergiefeld. Im Punkte x y z, im Abstand r vom Coordinatenursprunge wird diese Energie gegeben sein durch die Gleichung $\frac{\partial E}{\partial r} = \frac{M}{r^2}\, d\tau$, die sich zerlegen lässt in

$$\frac{\partial E}{\partial x} = \frac{M}{r^2} \cdot \frac{\partial r}{\partial x}\, d\tau \qquad \frac{\partial E}{\partial y} = \frac{M}{r^2} \cdot \frac{\partial r}{\partial y}\, d\tau \qquad \frac{\partial E}{\partial z} = \frac{M}{r^2} \cdot \frac{\partial r}{\partial z}\, d\tau.$$

M ist die Gravitationskonstante des Körperelementes.

Wird ein zweites Raumelement mit Körperenergie in den Raum gebracht, so wird dasselbe einerseits im Energiefelde bewegt, gleichzeitig aber modificirt es die Energievertheilung selber.

Die allgemeinen Formeln für das Raumenergiefeld mehrerer Körperenergien lassen sich folgendermassen aufstellen:

Im Punkte $x_1\, y_1\, z_1$ sei eine Körperenergie, deren Konstante m_1 sei, im Punkte $x_2\, y_2\, z_2$ eine andere mit m_2, im Punkte $x_3\, y_3\, z_3$ eine dritte mit m_3 u. s. w.

Im Punkt x y z entsteht dann eine Raumenergie $E d\tau$, die durch folgende Gleichungen bestimmt wird (wenn $r_1\, r_2\, r_3$ die respektiven Abstände dieses Punktes von den vorigen angeben):

$$\frac{\partial E}{\partial x} = \left(\frac{m_1}{r_1^2}\frac{\partial r_1}{\partial x} + \frac{m_2}{r_2^2}\frac{\partial r_2}{\partial x} + \frac{m_3}{r_3^2}\frac{\partial r_3}{\partial x} + \cdot\right) d\tau$$

$$\frac{\partial E}{\partial y} = \left(\frac{m_1}{r_1^2}\frac{\partial r_1}{\partial y} + \frac{m_2}{r_2^2}\cdot\frac{\partial r_2}{\partial y} + \frac{m_3}{r_3^2}\cdot\frac{\partial r_3}{\partial y} + \cdot\cdot\right) d\tau$$

$$\frac{\partial E}{\partial z} = \left(\frac{m_1}{r_1^2}\frac{\partial r_1}{\partial z} + \frac{m_2}{r_2^2}\frac{\partial r_2}{\partial z} + \frac{m_3}{r_3^2}\frac{\partial r_3}{\partial z} + \cdot\cdot\right) d\tau$$

Dass eine allgemeine Integration dieser Gleichungen nicht möglich ist, ist bekannt.

Es möge nur der einfachste Fall untersucht werden.

IV. *Raumenergiefeld eines einzigen Gravitationscentrums.*

Es seien 2 Raumelemente mit Körperenergie vorhanden; aber das eine überwiege so sehr, dass der Einfluss des zweiten auf die Raumenergievertheilung durchaus vernachlässigt werden könne.

Also $m_2 = 0$, m_1 sei $= m$ gesetzt.

Letzteres sei im Coordinatenursprung, das andere zur Zeit t im Abstand r, mit den Coordinaten x, y, z.

Da das Raumenergiefeld nur von dem einem bestimmt wird, so tritt natürlich keine Bewegung desselben ein und die Untersuchungen beziehen sich nur auf das zweite.

Die Gleichungen lauten:

$$\frac{\partial E}{\partial x} = \frac{m}{r^2} \cdot \frac{\partial r}{\partial x} d\tau \qquad \frac{\partial E}{\partial y} = \frac{m}{r^2} \cdot \frac{\partial r}{\partial y} d\tau \qquad \frac{\partial E}{\partial z} = \frac{m}{r^2} \cdot \frac{\partial r}{\partial z} d\tau$$

Auch hier sind x, y, z als Funktionen der Zeit t zu bestimmen. Also gilt t als unabhängige Variable, somit

$$dT = \frac{\partial T}{\partial t} dt = 2K d\tau \left\{ \frac{\partial x}{\partial t} \cdot \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + \frac{\partial y}{\partial t} \cdot \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + \frac{\partial z}{\partial t} \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} \right\} dt$$

und $$dE = \frac{\partial E}{\partial t} dt = \left\{ \frac{\partial E}{\partial x} \cdot \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial y} \cdot \frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial z} \cdot \frac{\partial z}{\partial t} dt \right\}$$

Durch Gleichsetzung zerfällt diese Gleichung wiederum in 3:

$$2K d\tau \cdot \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} = -\frac{\partial E}{\partial x} = -\frac{m}{r^2} \cdot \frac{\partial r}{\partial x} d\tau$$

$$2K d\tau \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -\frac{\partial E}{\partial y} = -\frac{m}{r^2} \cdot \frac{\partial r}{\partial y} d\tau$$

$$2K d\tau \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} = -\frac{\partial E}{\partial z} = -\frac{m}{r^2} \cdot \frac{\partial r}{\partial z} d\tau.$$

Also:

$$-\frac{2K}{m} \cdot \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} = \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial r}{\partial x}$$

$$-\frac{2K}{m} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial r}{\partial y}$$

$$-\frac{2K}{m} \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} = \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial r}{\partial z}.$$

Es ist bekannt, wie sich aus diesen Gleichungen ergibt, dass der Punkt (x y z) sich in einem Kegelschnitt um den erstern bewegt, und wie überhaupt die Kepler'schen Gesetze daraus folgen. –

Diese wenigen Andeutungen mögen vielleicht dazu beitragen, auf den Weg hinzuweisen, auf welchem die Probleme der Mechanik von rein energetischen Standpunkte aus gelöst werden könnten.