Zeitschrift: Mitteilungen der Naturforschenden Gesellschaft Bern

Herausgeber: Naturforschende Gesellschaft Bern

Band: - (1893)

Heft: 1305-1334

Artikel: Beiträge zur Darstellung des Bernoulli'schen Theorems, der Gammafunktion und des Laplace'schen Integrals

Autor: Eggenberger, J.

Vorwort: Vorbemerkungen

Autor: [s.n.]

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-319064

J. Eggenberger.

Beiträge zur Darstellung des Bernoulli'schen Theorems, der Gammafunktion und des Laplace'schen Integrals.

Eingereicht im August 1893.

Vorbemerkungen.

Die vorliegende Arbeit wurde auf Anregung meines verehrten Lehrers, des Herrn Prof. Dr. J. H. Graf, unternommen.

Sie zerlegt sich in zwei Theile, von denen der erste (die Abschnitte I—VI) historischer, der zweite (die Abschnitte VII und VIII) analytischer Natur ist. Abschnitt I weist einleitend mit einigen Belegen auf den fructificirenden Einfluss der Entwickelung der Wahrscheinlichkeitsrechnung auf diejenige der Analysis hin und präcisirt den Zweck der historischen Untersuchung des ersten Theils. In Abschnitt II wird sodann die philosophische und analytische Begründung des Gesetzes der grossen Zahlen nach Bernoulli's Ars conjectandi gegeben. Die Abschnitte III, IV und V sind den mit Erfolg gekrönten Bemühungen Moivres, dem Bernoulli'schen Theorem einen bestimmten mathematischen Ausdruck zu verleihen, gewidmet, stellen das Summationsverfahren jenes Mathematikers zur Bestimmung eines Näherungswerthes für den Binomialcoefficienten dar, beleuchten die Verdienste Moivres und Stirlings um die Darstellung eines Näherungswerthes für Log Γ (x) und geben die Moivre'sche Darstellung des Laplace'schen Integrals. Abschnitt VI zeigt die Auffindung einer Summationsformel durch MacLaurin und Euler, die in hinreichend allgemeiner Weise gestattet, dem Bernoulli'schen Theorem jenes analytische Gewand zu geben, dessen Schöpfer Laplace ist, da mittelst jener Formel Näherungswerthe sowohl für Log Γ(x) wie auch für die Summe von Termen einer binomischen Entwickelung von sehr hoher Potenz innerhalb gewisser

Grenzen gefunden werden können. Den Schluss dieses Abschnittes bildet eine Zusammenstellung der gewonnenen historischen Resultate.

Der analytische Theil enthält zunächst (in Abschnitt VII) eine Untersuchung des Verfassers über eine Verallgemeinerung der von J. A. Serret gegebenen, eleganten Entwicklung eines Näherungswerthes für $\Gamma(x+1)$ aus der Formel von Wallis, zeigt dann durch eine weitere Untersuchung (in Abschnitt VIII), dass der immer noch gebräuchliche Laplace'sche Ausdruck für das Bernoulli'sche Theorem, nämlich

$$\frac{2}{\pi}\int_0^{\gamma} e^{-t^2}\,dt + \frac{e^{-\gamma^2}}{\sqrt{2\pi\mu pq}} \quad \text{gleich ist} \quad \frac{2}{\pi}\int_0^{\delta} e^{-t^2}\,dt.$$

Diese Vereinfachung des Laplace'schen Ausdrucks dürfte für die Wahrscheinlichkeitsrechnung und die Versicherungstechnik von Werth sein.

In den Anhang wurden neben dem Quellenverzeichniss einige Anmerkungen, die den Text sonst allzu störend unterbrochen hätten, als Noten verwiesen.

I.

1. Seit *Laplace* und *Gauss* ist die Wahrscheinlichkeitsrechnung für die exakte wissenschaftliche Forschung ein unentbehrliches Hilfsmittel geworden und auch bei Fragen der Sozialpolitik und der Kultur im weiteren Sinne ist sie berufen, immer werthvollere Dienste zu leisten. Neben diesem ihrem Antheil an der Entwicklung der beobachtenden Wissenschaften ist aber auch der Gewinn nicht unbedeutend, den diese angewandte mathematische Disciplin der reinen Mathematik gebracht hat. Denn ähnlich wie andere angewandte mathematische Wissenschaften, die Astronomie und die mathematische Physik, auf die Erfindung und Entwicklung der Infinitesimalrechnung und auf die Theorie der partiellen Differentialgleichungen im höchsten Grad anregend gewirkt haben, so ist auch die Wahrscheinlichkeitsrechnung nicht ohne Einfluss auf die Entwicklung der Analysis des Endlichen und Unendlichen gewesen. Ein kurzer Blick in deren Geschichte soll uns davon überzeugen.

Die Wahrscheinlichkeitsrechnung nahm ihren Ursprung im 17. Jahrhundert, in der Zeit der mathematischen Entdeckungen. Einige Würfelspielprobleme, die ihm vom *Marquis de Méré* im Jahre 1654 vorgelegt wurden, veranlassten den geistvollen französischen Philosophen und Mathematiker *Blaise Pascal* (1623—1662) mit der Unter-

Zeit des Tages	Barometer	Temp. d. Barom.	Temp. d. Luft
3½ Nachmittags	—. —. 6	10	19,25
4	—. —. 5	10	
5¼	26. 11. —	10,3	16,7
6	26. 11. —	9,5	16,2

1803, 24. August, Chasseron Barometer 3 Fuss tiefer als der höchste Felsen.

Zeit des Tages	Barometer	Temp. d. Barom.	Temp. d. Luft
8¼ U. d. morg.	23″, 530	12°,1 Réaumur	9°, 6
10 „	23″, 530	16, 5	11, 3
11 „	23, 535	15, 8	11, 9
0 U. ¼ N. M.	23, 535	16, 9	11, 9
2¼	23, 510	14, 9	11, 9
5	23, 492	11, 4	11, 7
6	43, 487	10, 5	10, 5
Sonnenuntergang			9, 6

Ich bemerke Ihnen hiebei, dass die Höhe des Chasseron trigonometrisch bestimmt ist, 3625,3 par. Fuss überm See, die Vertikaldistanz des Barometer war also 6,5 Fuss geringer. Haben Sie Gelegenheit, Ihren Barometer zurücknehmen zu lassen, so wird er sich jederzeit zum Mitnehmen nach Basel bereit finden. Ich werde nicht ermangeln, die Gelegenheit zu ergreifen, die mir hier bekannt werden sollte, um Ihnen denselben zuzusenden.

Empfangen Sie die Versicherung meiner besondern Hochachtung

Tralles.

Berichtigung.

Seite 111 lies vor dem $\int$-Zeichen an beiden Orten

$$\frac{2}{\sqrt{\pi}} \quad \text{statt} \quad \frac{2}{\pi}$$

Einige Ergänzungen zur Biographie R. Wolf's folgen das nächste Jahr. Seine Anhänglichkeit an die bernische Naturforschende Gesellschaft hat Prof. Wolf dadurch gezeigt, dass er ihr testamentarisch 1000 Fr. vermacht hat.