

<b>Zeitschrift:</b>	Mitteilungen der Naturforschenden Gesellschaft Bern
<b>Herausgeber:</b>	Naturforschende Gesellschaft Bern
<b>Band:</b>	- (1880)
<b>Heft:</b>	979-1003
<b>Artikel:</b>	Zur Bestimmung der spezifischen Wärme bei constantem Volumen von Gasen
<b>Autor:</b>	Graf, J.H.
<b>DOI:</b>	<a href="https://doi.org/10.5169/seals-318941">https://doi.org/10.5169/seals-318941</a>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 24.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

Augen. Vor der Germaneninvasion kennen wir als den in der Schweiz vertretenen hellen Typus nur die gallischen Helvetier, so dass die Vermuthung nahe gelegt wird, in diesen den Ursprung des grauen Typus zu suchen. Die statistische Aufnahme der alten länger bewohnten Sitze der Gallier, Frankreich und Belgien, möchten darüber mehr Licht verbreiten.\*)

---

\*) Anmerkung. Nach Brosa sind bei den Auvergnats, welche den keltischen Typus am reinsten repräsentiren sollen, graue und grünliche Augen vorherrschend.

**Dr. J. H. Graf.**

---

## Zur Bestimmung der spezifischen Wärme bei constantem Volumen von Gasen.

Vorgetragen in der Sitzung vom 26. April.

---

Unter der spezifischen Wärme oder Wärmecapacität versteht man nach Kirchhoff die einer homogenen Substanz zugeführte unendlich kleine Wärmemenge  $dQ$ , dividiert durch die dadurch hervorgebrachte Temperaturerhöhung  $dt$ . Bezeichnen wir dieselbe mit  $C$ , so ist

$$C = \frac{dQ}{dt}.$$

Gewöhnlich sagt man aber, die spezifische Wärme ist diejenige Wärmemenge, die nöthig ist, um die Temperatur eines Kilogr. irgend einer Substanz von  $0^\circ$  auf  $1^\circ$  zu steigern. Vergleicht man auf diese Weise die Körper, so reiht man sie offenbar, wie eben gleiche Gewichtstheile derselben die Fähigkeit besitzen Wärme aufzunehmen, in

Kategorien und erhält so die spez. Wärme, bezogen auf eine bestimmte Gewichtseinheit der betreffenden Substanz. Diese spez. Wärme hat man *Gewichtscapacität* genannt. Nun ist klar, dass man ebenso gut die Fähigkeit, Wärme aufzunehmen, nach gleichen Volumina der Substanzen untersuchen kann und also auf diesem Weg eine sogenannte *Raumcapacität* erhalten muss. Begreiflicherweise vermittelt das spez. Gewicht der Körper die Beziehung zwischen diesen beiden Capacitäten. Ist  $c$  die Gewichtscapacität,  $r$  die Raumcapacität,  $\delta$  das spez. Gewicht eines Körpers, so ist

$$r = \delta c$$

z. B.

	$c$	$\delta$	$r$
Blei . . . . .	0,0314	11,35	0,35639
Eisen. . . . .	0,1138	7,84	0,892182
Kupfer . . . . .	0,0939	8,95	0,840505
Quecksilber (flüssig)	0,0332	13,596	0,451387

etc.

Hieraus geht hervor, dass ein Kilogramm flüssiges Quecksilber für eine gewisse Temperaturerhöhung das 0,0332fache der Wärmemenge eines Kilogramms Wasser erfordert, während ein cdm flüssiges Quecksilber für die ganz gleiche Temperaturerhöhung das 0,451387fache der Wärmemenge braucht, die für ein cdm Wasser nötig ist.

Nach der mechanischen Wärmetheorie nun involvirt die Wärmemenge, welche in einer bestimmten Zeit dem Körper zugeführt wird, zweierlei, einmal eine Temperaturerhöhung, aus welcher man umgekehrt die zugeführte Wärmemenge eventuell zu berechnen im Stande ist, dann aber können mit dieser Temperaturerhöhung noch ganz

andere Veränderungen am Körper eintreten, ist doch gewöhnlich mit der Erhöhung der Temperatur eine Ausdehnung des Körpers verbunden, wobei somit durch Ueberwindung des äussern Drucks Arbeit geleistet wird. Diese Arbeit ist aber nur dadurch möglich geworden, dass ein Theil der zugeführten Wärmemenge verschwindet, jedoch nicht verloren geht, sondern als Arbeit auftritt.

Es folgt hieraus, dass ein um so grösserer Theil der zugeführten Wärmemenge nichts zur Temperaturerhöhung beiträgt, je grösser der äussere Druck ist, den der Körper bei der Ausdehnung zu überwinden hat. Danach geht hervor, dass die Wärmecapacität sich mit dem Druck ändert, dass somit ein Körper je nach dem Druck eine andere Wärmecapacität besitzt. Die genauesten Angaben verdankt man Regnault. Man weiss genau, unter welchem Druck seine Bestimmungen ausgeführt worden sind, es ist dies der Druck einer Atmosphäre. Zeuner, \*) dessen Darlegung ich im Wesentlichen gefolgt bin, macht daher mit Recht die Bemerkung, dass eben die gewöhnlichen Angaben in Lehrbüchern nur einen speziellen Fall beschlagen und nur für den constanten äusseren Druck einer Atmosphäre ihre Gültigkeit haben können, was man nie versäumen sollte anzugeben.

Bei Gasen, als Typen homogener Körper, hat man von Anfang an zweierlei Wärmecapacitäten unterschieden:

- 1) Wärmecapacität bei constantem Druck :  $C_p$ .
- 2) " " " " Volumen :  $C_v$ .

Auf direktem Wege ist nur  $C_p$  durch Regnault für einige Körper bestimmt worden, für  $C_v$  ist man auf die Berechnung angewiesen.

---

\*) Zeuner, Grundzüge der mechan. Wärmetheorie, pag. 109.

Clausius \*) ermittelt  $C_v$  nach folgender Formel:

$$C_v = \frac{C_p d - 0,0691}{d}$$

$d$  = spez. Gewicht

$$0,0691 = \frac{R'}{E}, \text{ wo } E = 423,55 \\ R' = 29,27.$$

Bezeichnen wir nach Neumann \*\*) mit  $E$  die Energie eines Gases,  $S$  die geleistete Arbeit,  $A$  = Arbeitsäquivalent einer Wärmeeinheit, so ist, da

$$dE = dS + AdQ$$

unter Benützung von  $C = \frac{dQ}{dt}$

$$C = \frac{(E'(t) + MR) p dv + E'(t) v dp}{A p dv + A v dp.}$$

Ist  $p = \text{const.}$ , also  $dp = 0$

$$C_p = \frac{E'(t) + MR}{A} \quad (1.)$$

Ist  $v = \text{const.}$ , also  $dv = 0$

$$C_v = \frac{E'(t)}{A}. \quad (2.)$$

$$\text{Es sei nun wie gewöhnlich } \lambda = \frac{C_p}{C_v}, \quad (3.)$$

so ist bei Substitution von (1.) und (2.) in  $\lambda$

---

\*) Clausius, die mechan. Wärmetheorie I., pag. 58.

\*\*) Neumann, die mechan. Wärmetheorie, pag. 49.

$$\begin{aligned}\lambda &= \frac{\frac{E'(t) + MR}{A}}{\frac{E'(t)}{A}} \\ &= \frac{E'(t) + MR}{E'(t)} \\ &= 1 + \frac{MR}{E'(t)}\end{aligned}$$

aber nach (2.)  $E'(t) = C_v \cdot A$

$$\begin{aligned}\lambda &= 1 + \frac{MR}{C_v \cdot A} \\ C_v &= \frac{C_p}{\lambda} \text{ nach (3.)} \\ \lambda &= 1 + \frac{MR}{A \cdot \frac{C_p}{\lambda}} \\ \lambda &= 1 + \frac{MR \lambda}{AC_p}\end{aligned}$$

$$\lambda AC_p = AC_p + MR \cdot \lambda$$

$$\lambda (AC_p - MR) = AC_p$$

$$\lambda = \frac{AC_p}{AC_p - MR} \quad (4.)$$

Mittelst dieser Formel ist  $\lambda$  auf einfache und lineare Weise für ein beliebiges Gas in  $C_p$  und gegebenen Constanten ausgedrückt.

Zur Berechnung des Verhältnisses  $\lambda$  gab es, wie mir wenigstens bekannt ist, bisher nur einen Weg, nämlich

denjenigen gestützt auf die Schallgeschwindigkeit in irgend einem Gas.

Ist  $\delta$  = Dichtigkeit,  $c$  = Schallgeschwindigkeit,  $p$  = Druck,  $g$  = Acceleration der Schwere, so ist

$$\lambda = \frac{c^2 \cdot \delta}{g \cdot p}$$

Wie sich diese Formel auf die empirisch ermittelte Schallgeschwindigkeit stützt, so basirt die meinige auf der auf demselben Weg erhaltenen  $C_p$ .

Ich setze nun  $M = 1 = 1$  Gewichtseinheit, benütze ferner die Werthe, welche Regnault für  $C_p$  gegeben hat, und berechne die Constante  $R$  für jedes einzelne Gas nach der Formel

$$R = \frac{29,272}{\delta}, \text{ wo } \delta = \text{Dichtigkeit.}$$

Die Grösse  $\lambda$  habe ich nach Formel (4) für 14 Gase berechnet und hierauf noch nach Formel

$$C_v = \frac{C_p}{\lambda}$$

die Werthe für die spezifische Wärme bei constantem Volumen bestimmt. Wie aus der nachfolgenden Tabelle ersichtlich ist, herrscht für die Werthe von  $C_v$  bis auf einige Kleinigkeiten Uebereinstimmung mit denjenigen, die Clausius gegeben hat. Nicht so erscheint es, was die Werthe von  $\lambda$  anbetrifft. Allerdings stimmt  $\lambda$  bei einigen Gasen, wie z. B. bei atm. Luft, Sauerstoff, Stickstoff, Wasserstoff, Stickoxyd, schweflige Säure, mit den von Masson oder Cazin gefundenen Werthen überein, bei andern Gasen differirt es ziemlich, immerhin scheint doch die Uebereinstimmung meiner Werthangaben für  $C_v$  mit denjenigen von Clausius auf die wahrscheinliche Richtigkeit

meiner Resultate für  $\lambda$  hinzudeuten. Ich lasse nun zur Vergleichung meine Tabelle, hernach diejenige von Dulong, Masson und Cazin für  $\lambda$  und dann diejenige von Clausius für  $C_v$  folgen:

Namen der Gase:	$C_p$	R	$\lambda$	$C_v$
1. Atmos. Luft. . . .	0,2375	29,272	1,4105	0,1684
2. Sauerstoff . . . .	0,21751	26,475	1,4032	0,15501
3. Stickstoff . . . .	0,24380	30,134	1,4119	0,17101
4. Wasserstoff . . . .	3,40900	422,612	1,4138	2,4112
5. Chlor . . . . .	0,12099	11,946	1,3039	0,09278
6. Kohlenoxyd . . . .	0,2450	30,261	1,4116	0,17356
7. Stickoxyd . . . .	0,2317	28,188	1,4029	0,16515
8. Chlorwasserstoff . .	0,1852	24,033	1,4417	0,12915
9. Kohlensäure. . . .	0,2169	19,143	1,2632	0,17170
10. Stickoxydul . . . .	0,2262	19,206	1,2507	0,18085
11. Schweflige Säure .	0,1544	13,689	1,2647	0,12208
12. Schwefelwasserstoff	0,2432	24,919	1,3191	0,18436
13. Ammoniak . . . .	0,5084	49,664	1,2997	0,39116
14. Grubengas . . . .	0,5929	52,962	1,2672	0,46788

Nach Wüllner \*) fanden Dulong, Masson und Cazin folgende Werthe für  $\lambda$

	Dul on g	Mass on	Caz in
Atm. Luft. . . . .		1,410	1,410
Sauerstoff . . . . .	1,398	1,401	1,410
Stickstoff . . . . .		1,401	1,410
Wasserstoff . . . . .	1,390	1,401	1,410
Kohlenoxyd . . . . .	1,407	1,409	1,410
Stickoxyd . . . . .		1,390	
Chlorwasserstoff. . .		1,392	

\*) Wüllner Experimentalphysik III., pag. 462.

	D u l o n g	M a s s o n	C a z i n
Kohlensäure . . .	1,322	1,274	1,291
Stickoxydul . . .	1,327	1,267	1,285
Schweflige Säure .		1,248	1,262
Schwefelwasserstoff.		1,258	
Ammoniak. . . .		1,300	1,328
Grubengas. . . .		1,315	

Tabelle von Clausius für  $C_v$ :

	$C_v$
Atm. Luft . . . .	0,1684
Sauerstoff . . . .	0,1551
Stickstoff . . . .	0,1727
Wasserstoff. . . .	2,411
Chlor. . . . .	0,0928
Kohlenoxyd. . . .	0,1736
Stickoxyd . . . .	0,1652
Chlorwasserstoff. . .	0,1304
Kohlensäure . . . .	0,172
Stickoxydul . . . .	0,181
Schweflige Säure . .	0,123
Schwefelwasserstoff. .	0,184
Ammoniak . . . . .	0,391
Grubengas . . . . .	0,468

Wie ich nachträglich bemerke, lässt sich die Formel für  $\lambda$  auch ableiten aus einem Ausdruck, den Clausius <sup>\*\*</sup>) für das Arbeitsäquivalent der Wärmeeinheit gegeben hat.

<sup>\*)</sup> Clausius, Mech. Wärmetheorie I., pag. 62.

<sup>\*\*) " " " I., pag. 55.</sup>