Zeitschrift: Mitteilungen der Naturforschenden Gesellschaft Bern

Herausgeber: Naturforschende Gesellschaft Bern

Band: - (1878)

Heft: 937-961

Artikel: Ueber die Bestimmung der Constante der Sonnenparallaxe, mit besonderer Berücksichtigung der Oppositionsbeobachtungen

Autor: Hilfiker, Jakob

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-318926

Jakob Hilfiker.

Ueber die

Bestimmung der Constante der Sonnenparallaxe,

mit besonderer Berücksichtigung der Oppositionsbeobachtungen.

I. Theil.

Dass die Gestirne sich in verschiedenen Entfernungen von der Erde befinden müssen und nicht auf einer Kugeloberfläche, deren Centrum der Erdmittelpunkt ist, liegen können, war den sich mit Sternkunde befassenden Völkern des Alterthums früh bekannt. Die Beobachtung zeigte ihnen, dass die Sonne und die Fixsterne durch den Mond und die Planeten verfinstert, bedeckt werden können. Ueber die Grösse der Entfernungen wurden vielerlei Hypothesen aufgestellt und als durch langjährige Beobachtungen die Umlaufzeiten der Planeten bekannt wurden, lag es nahe, aus diesen Umlaufzeiten auf die Entfernungen der Gestirne zu schliessen. Die Pythagoräische Schule war bestrebt, für die Bewegungen und Verschiedenheiten der Körper, für die Bewegungen am Himmel und die Veränderungen der Himmelserscheinungen einfache Zahlengesetze aufzustellen, die in musikalischen Intervallen ihr Bild haben, und so wurden für die damals bekannten Planeten, für die Sonne und den Mond verschiedene harmonische Zahlenreihen gebildet, die man Harmonien der Sphären nannte. So findet sich in Platons Timæus für die Abstände folgende Harmonie:

Entfernung des Mondes	$=$	1
„ der Sonne	$=$	2
„ „ Venus	$=$	3
„ des Merkurs	$=$	$2^2 = 4$
„ „ Mars	$=$	$2^3 = 8$
„ „ Jupiter	$=$	$3^2 = 9$
„ „ Saturns	$=$	$3^3 = 27$.

Der erste, der diesen Willkürlichkeiten ein Ziel setzte, war Aristarch von Samos, der gestützt auf zahlreiche Mondbeobachtungen mit Hülfe von geometrischen Darstellungen das Verhältniss der Entfernungen des Mondes und der Sonne von der Erde zu erhalten suchte. [1])

Aristarch hatte durch seine Beobachtungen gefunden, dass im Dreieck Erde Sonne Mond der Winkel am Mondcentrum innerhalb eines Mondumlaufs beständig variirt, dass er stumpf ist zwischen Neumond und erstem Viertel und abnimmt, dass er zwischen erstem Viertel und Vollmond spitz geworden ist und weiter abnimmt, vom Vollmond zum letzten Viertel wieder zunimmt und nach dem Durchgange durch das letzte Viertel wieder stumpf wird. Im Momente des Durchganges durch das erste und letzte Viertel ist dieser Winkel ein rechter; in diesem Augenblick enthält die Ebene, welche den erleuchteten Theil des Mondes vom dunklen scheidet, das Erdcentrum und die Begrenzungslinie erscheint als vollständig gerade, als Halbirungslinie der Mondscheibe. Aus seinen Beobachtungen erhielt Aristarch für den Winkel an der Erde 87^0, oder wie er sich in der betreffenden Stelle seines

---

1) Vergleiche Aristarch's Werk: De magnitudinibus et distantiis Solis et Lunæ. — Vergleiche auch Wolf, Geschichte der Astronomie, Seite 172 ff.

Werkes ausdrückt: „Der Mond steht um $^1/_{30}$ des Quadranten weniger, als ein Quadrant von der Sonne ab“ und somit folgt für den Winkel an der Sonne 3^0.

Ein neues Verfahren zur Ableitung der Entfernungen der Sonne und des Mondes von der Erde fand Hipparch, indem er die verlangten Winkelwerthe aus Beobachtungen des Durchganges des Mondes durch den Schattenkegel der Erde ableitete. (Vergl. Seite 11.) Hipparch findet als Mondparallaxe 57′ und für diejenige der Sonne 3′. Es ist klar, dass von der Hipparch'schen Methode kein genaues Resultat für die grosse Sonnenentfernung erlangt werden kann; denn die Genauigkeit des Resultates wird bedingt durch die Sicherheit der Auffassung des Beginnes und des Endes der Finsterniss und der Breite des Schattenkegels, und diese Sicherheit ist immer eine sehr geringe.

Eine dem wahren Werthe der Sonnenparallaxe überraschend nahe Angabe ist uns von Posidonius überliefert, nach derselben beträgt die Sonnenentfernung 13095 Erdradien und das gibt eine Parallaxe von 15″. 6; dagegen ist die Mondparallaxe nach Posidonius 65′. 9 und somit bedeutend unrichtiger als der Hipparch'sche Werth. Wenn man nun bedenkt, dass durch irgend eine Methode die grosse Mondparallaxe auf jeden Fall leichter und genauer bestimmt werden kann, als die kleine Sonnenparallaxe, so ist man vollauf zu der Annahme berechtigt, dass Posidonius durch blosse Speculation zu diesen Werthen gekommen ist. Eine andere Erklärung findet Bailly, indem er sagt [1]: „Les siècles d'Eratostenes et de Posidonius n'ont pu faire cette observation; et à moins qu'on ne veuille supposer, contre

[1]) Bailly, Astronomie moderne, I, Seite 123.

toute vraisemblance, que ces déterminations sont dues au hasard, et ont été inspirées par une sorte de divination, il est évident, que ce sont des connaissances antérieures; elles sont différentes de celles d'Eratostenes, parce qu'elles sont puisées dans des manuscripts différentes; elles appartiennent toutes à un peuple, qui a eu, comme nous, plusieurs degrés de connaissances."

Cleomedes, der einige Zeit nach Posidonius lebte, hat in seinem Werke: „Theorie der Himmelskörper" folgende Ansicht geäussert: „Von der Sonne aus gesehen, würde die Erde nur als Punkt erscheinen, aber in einer Entfernung, wie sie die Fixsterne haben, würde sie gar nicht mehr wahrgenommen werden, selbst wenn sie den Glanz der Sonne hätte." Daraus schliesst Cleomedes, dass die Sterne bedeutend grösser sind als die Erde.

Ptolomäus wendet zur Bestimmung der Sonnenentfernung die Hipparch'sche Methode mittelst Beobachtung der Mondfinsternisse an. Er setzte den Sonnendurchmesser zu 31', und fand für die Breite des Schattenkegels in der Monddistanz ungefähr $1^1/_3{}^0$ oder $2^3/_5$ Sonnendurchmesser; die Entfernung des Mondes setzte er zu $64^1/_6$ Erdhalbmesser und fand so für die Sonnentfernung 1210 Erdhalbmesser, was eine Parallaxe von 2' 50" ergibt. [1])

Von Tycho Brahe wissen wir, dass er, um zu erfahren, ob Mars von uns in grösserer Entfernung sich befindet als die Sonne, mehrmals diesen Planeten zur Zeit seiner Opposition beobachtet hat; doch beweist

---

[1]) Vergleiche Lalande, Astronomie, II, Seite 317.
„ Le Monnier, Instit., Seite 452.
„ Wolf, Gesch. d. Astr., Seite 176 und 388.

uns seine Annahme der Sonnenentfernung zu 1142 Erdhalbmesser, dass diese Beobachtungen keineswegs von Erfolg begleitet waren.

Auch Keppler hatte sich bemüht, die Marsparallaxe mittelst Oppositionsbeobachtungen abzuleiten, doch kommt er zu dem negativen Resultate, dass die Parallaxe für seine Instrumente verschwindend klein ist. Er forderte zu neuen Beobachtungen auf und setzte den Hipparch'schen Sonnenparallaxenwerth von 3′ auf eine Minute herab. Auf die Keppler'sche Anregung hin beobachtete Wendelinus im Jahr 1650 auf Majorka nach der Aristarch'schen Methode den Mond zur Zeit der Quadratur und fand als Winkel am Mond 89° 45′, woraus er auf eine Sonnenparallaxe schloss, die unter 15″ liegen muss. Gleichzeitig hatte Riccioli aus einer grossen Zahl derartiger Beobachtungen Werthe zwischen 28 und 30″ gefunden; doch blieb man bei dem grossen Werthe von 1′ oder gar von 3′ stehen, „da den eben erwähnten Astronomen nicht die genügende Autorität gegenüber einem Keppler oder Tycho zukam.“ [1]) Aus der Thatsache, dass mittelst der grössten Instrumente Tycho Brahes durch Oppositionsbeobachtungen sich eine unmerkliche Parallaxe für Mars ergab, schloss Halley, dass diese Marsparallaxe nicht eine Minute betrage und dass somit die Sonnenparallaxe 25″ nicht übersteigen könne.

Um dieser Unbestimmtheit ein Ende zu machen, beschloss die im Jahre 1666 gegründete Academie der Wissenschaften in Paris, Mars in seiner günstigen Opposition von 1672 unter Zugrundelegung einer möglichst grossen Basis auf das sorgfältigste beobachten zu lassen

---

[1]) Bailly, Hist. de l'Astronomie, II, 364.

und schickte zu dem Zwecke Jean Richer nach Cajenne, mit dem Auftrage, während der Oppositionszeit Meridianhöhen von Mars zu messen. In Paris sollten correspondirende Beobachtungen von Dominique Cassini und Rœmer ausgeführt werden.

Man hoffte von dieser Expedition vollständig sichere Resultate. Man baute stark auf die grosse Marsnähe, die, wenn als Einheit die mittlere Sonnenentfernung angenommen wird, am Oppositionstage (9. Sept.) gleich 0.37 werden musste und hielt die Basis Paris Cayenne für eine hinlänglich grosse.[1])

Richer langte mit seinem Gehülfen Meurisse in Cayenne am 27. April 1672 an, begann die astronomischen Beobachtungen am 12. Mai und setzte dieselben fort bis im April des folgenden Jahres.[2])

Durch die Wahl der sichersten und am meisten mit einander übereinstimmenden correspondirenden Beobachtungen fand man für die Marsparallaxe entsprechend der Chorde Cayenne Paris 15″ und somit als totalen Werth $25\,{}^1/_8$″ und nach der Angabe der Historie de l'Académie wurde als Verhältniss zwischen der Marsdistanz und der mittlern Sonnenentfernung 1 : $2\,{}^2/_3$ festgesetzt, woraus alsdann als Parallaxenwerth für die Sonne $9\,{}^1/_2$″ folgt. — Um die Parallaxe noch auf eine andere Weise als durch Declinationsbeobachtungen zu bestimmen, mass D. Cassini während dieser Oppositionsperiode vier Stunden vor und nach dem Meridiandurchgang Rectascensionsdifferenzen zwischen dem Planeten und benachbarten Fixsternen. Indessen fand er

---

[1]) Vergleiche Histoire de l'Académie des Sciences, 1672, pag. 155 und 1673, pag. 168.

[2]) Vergleiche Wolf, Gesch. d. Astronomie, Seite 635 u. 636.

sehr abweichende Resultate, einzelne ergaben gar keine Parallaxe und andere gar negative Werthe; als Grenzwerthe der Marsparallaxe glaubt er 24″ und 27″ angeben zu sollen. [1]) Auch Piccard, der in Brion in Anjou beobachtete, findet unbrauchbare Resultate, und La Hire, der vom 22. September bis zum 29. October 1672 in Paris beobachtete, fand so grosse Unregelmässigkeiten in den Resultaten, dass er die Marsparallaxe als verschwindend und unbestimmbar erklärt; als Werth für die Sonnenparallaxe schlägt er 6″ vor. Rectascensionsbeobachtungen wurden auch in Derby von Flamsteed ausgeführt; dieser findet die Marsparallaxe sicher unter 30″ und somit die Sonnenparallaxe nicht grösser als 10″. [2]) Aus den Marsbeobachtungen zur Zeit der Opposition in den Jahren 1704 und 1719 findet Maraldi als Marsparallaxe 23″ und als Sonnenparallaxe 10″. [3]) Pound und Bradley fanden aus ihren Beobachtungen 1719 die Sonnenparallaxe nie grösser als 12″ und nie kleiner als 9″ und 1736 findet Cassini aus Marsbeobachtungen, die er in Thury bei Paris anstellte, für die Sonne 11″ und 15″. Um eine grössere Basis zu correspondirenden Messungen zu gewinnen, rüstete im Jahre 1705 Baron Bernhard Friedrich von Krosigk aus eigenen Mitteln eine Expedition an's Cap der guten Hoffnung aus. [4]) Peter Kolb, der früher Hauslehrer bei Krosigk war, sollte am Cap Mondculminationen beobachten und für die correspondirenden Beobachtungen auf der Krosigk'schen Sternwarte war Joh. Wilhelm Wagner, Prof. der Mathemathik in Berlin, bestimmt.

---

[1]) Vergleiche Lalande, Astronomie, II, Seite 322.

[2]) Vergleiche Philosophical Transactions, Nr. 89, pag. 5118 u. 6100.

[3]) Siehe Mémoir de l'Academie, 1706 und 1722.

[4]) Vergleiche Wolf, Gesch. d. Astr., Seite 637 und 638.

Leider hat diese Expedition unbrauchbare Resultate zu Tage gefördert; als Perigäumsparallaxe des Mondes wurde $67\frac{1}{2}'$ statt $61'$ erhalten.

Sehr nennenswerthe Erfolge wurden dagegen erreicht von La Caille, der im Auftrage der Academie der Wissenschaften zu Paris im Jahre 1751 eine Expedition an's Cap der guten Hoffnung unternahm, um da einen Sternkatalog auszuarbeiten und Beobachtungen zur Bestimmung der Mond- und Sonnenparallaxe auszuführen.[1] Die correspondirenden Mondculminationsbeobachtungen wurden in Berlin von Lalande ausgeführt. Im September 1751 kam Mars in Opposition und da wurden Beobachtungen erhalten in Greenwich von Bradley, in Bologna von Zanotti, in Paris von Cassini und Legentil, in Stockholm und Upsala von Wargentin und Strommer und in Hernosand von Schenmark.

La Caille vergleicht nun mit seinen eigenen Beobachtungen 7 von Bradley, 7 von Zanotti, 4 von Cassini und Legentil und 11 der schwedischen Beobachtungen und leitet so 29 Resultate ab, die im Mittel für den Tag der Opposition (14. Sept. 1751) $26''.1$ als Marsparallaxe ergeben und indem er zwei sehr stark abweichende Beobachtungen Zanotti's ausschliesst, erhält La Caille als Marsparallaxe $26''.8$ und daraus für die mittlere Sonnenparallaxe $10''.198 = 10''.2$.

Aus einer zweiten Reihe findet La Caille aus 43 Bestimmungen für den 14. September $26''.2$ als Mars-

---

[1]) Vergleiche Lalande, Astronomie, II, Seite 323.
„ Delambre, Astronomie du XVIII^e siécle, Seite 495.
„ Du Séjour, Traité analyt., Seite 568.
„ Bailly, Histoire de l'Astron., I, Seite 100.
„ Wolf, Geschichte der Astron., Seite 638 u. 639.

parallaxe, verbleibt indessen bei dem ersten Resultat, weil zur Ableitung desselben die vorzüglichern Beobachtungen verwendet wurden.

Während der Expedition La Caille's trat Venus in untere Conjunction (31. Oct. 1751) und brauchbare Beobachtungen wurden erhalten ausser den La Caille'schen in Greenwich, Paris, Thury und Bologna; im Mittel ergab sich unter Ausschluss einiger Beobachtungen für die Sonnenparallaxe der Werth 10″.38, und es schliesst nun La Caille, dass unter Verbindung der Resultate aus den Mars- und Venusbeobachtungen 10″.2 den Werth der mittlern Sonnenparallaxe sicher auf eine Viertelsecunde darstellt. — Aus dieser Zeit stammt ein von den angeführten Zahlen bedeutend abweichendes Resultat, das aber der Methode wegen, nach der es abgeleitet wurde, grosses Interesse verdient. Im Jahre 1755 schreibt der berühmte Astronom Tobias Mayer, damals in Göttingen, an Wargentin, dass er aus der sogenannten Mondgleichung den Werth der Sonnenparallaxe zu 7″.9 gefunden und denselben bis auf den 24. Theil des Ganzen für sicher halte.[1]) Ebenso versuchten einige Jahre später Murdoch und Horsley die Sonnenparallaxe auf rein theoretische Weise abzuleiten; der erstere findet für dieselbe die Grenzwerthe 8″ und 12″,[2]) und letzterer kommt auf den sehr kleinen Werth 6″.52.[3])

Gestützt auf seine Rudolphin'schen Tafeln kündigte Keppler 1629 an, dass im Jahre 1631 die beiden Planeten Merkur und Venus vor der Sonnenscheibe vor-

---

[1]) Schwedische Abhandlungen, XXVI, Seite 147.

[2]) Siehe Phil. Transactions, 1768, pag. 24.

[3]) Siehe Phil. Trans., 1767, pag. 179. Vergleiche auch Phil. Trans., 1764, pag. 29.

übergehen würden und dass dies Ereigniss für Venus im Jahr 1761 (6. Juni) sich wiederholen werde. Dass schon 1639 ein Venusdurchgang stattfinden musste, zeigte Horrox durch seine Rechnung und bewies die Richtigkeit derselben durch die am 4. December erfolgte Beobachtung des wichtigen und seltenen Phänomens.

Der von Keppler auf den 7. November 1631 angekündigte Merkurdurchgang wurde wirklich beobachtet und zwar in Paris von Gassendi, in Insbruck von Cysat, in Rufach im Elsass von Jean Remus und in Ingolstadt von einem Anonymus. Der auf den 6. December vorhergesagte Venusdurchgang konnte nicht beobachtet werden, weil mit Sonnenaufgang für Europa Venus schon aus der Sonne herausgetreten war. Ebenso konnte für Europa der im Jahre 1651 (XI. 3) erfolgende Merkurvorübergang nicht gesehen werden und es unternahm desshalb Shakerley eine Reise nach Surate in Ostindien; weitere Merkurdurchgänge wurden beobachtet 1661, V. 3 von Hevel in Danzig, Huygens, Mercator und Street in London; dann 1677, XI. 7 von Halley in St. Helena, Gallet in Avignon, Tounley in England und einem Anonymus in Montpellier; dann 1690, XI. 10; 1697, XI. 3; 1707, V. 5; 1723, XI. 9 etc. Dass diese Planetenvorübergänge vor der Sonnenscheibe das sicherste Mittel in sich schliessen, die so wichtige Frage nach der Entfernung der Sonne von der Erde mit grosser Genauigkeit zu lösen, erkannte zuerst der um die Astronomie vielfach verdiente Engländer Edmund Halley; angeregt durch die Beobachtung des Merkurvorübergangs 1677, XI. 7, beschäftigte er sich eingehend mit diesem Phänomen und wurde bald auf die folgenreichen Consequenzen geführt, welche eine zweckmässige Beobachtung der Venusvorübergänge für die Bestimmung der Sonnenparallaxe ergeben musste. Seine Abhandlungen, die er 1691 und 1716 in den Phil. trans. [1]) veröffentlichte, führen aus, dass zu einer vollständigen Beobachtung je zwei zweckmässig auszuwählende Stationen erforderlich sind, in denen die ganze Dauer des Vorüberganges gesehen, und in denen mit Genauigkeit der Anfang und das Ende der Erscheinung bestimmt werden kann. Er bemerkt: „Diese Beobachtungen bedürfen keiner sonderlich kostbaren Instrumente, sondern erheischen nur ein gutes Fernrohr und eine gute Uhr. Auch die geographische Breite des Beobachtungsortes braucht nur annähernd bekannt zu sein und die Kenntniss der geographischen Länge ist fast ganz entbehrlich. Man braucht nichts zu kennen, als die Dauer der Beobachtung, die Zeitdauer, welche zwischen dem Eintritte und Austritte der Venus auf der Sonnenscheibe verfliesst.“

So einfach und bequem nun auch die Halley'sche Beobachtungsmethode war, so hatte sie doch den misslichen Uebelstand, dass nur Beobachtungen der vollständigen Dauer zur Rechnung benutzt werden konnten, dass dagegen Beobachtungen, die nur den Eintritt oder nur den Austritt angaben, unberücksichtigt bleiben mussten. Diesen Uebelstand beseitigte Delisle, der in seinen Abhandlungen in den Mém. de Paris [2]) darlegte, dass durch die Combination von correspondirenden Beobachtungen der Ein- und Austritte der Werth

---

[1]) 1691. De visibili conjunctione inferiorum planetarum cum Sole, dissertatio astronomica. — 1716. Methodus singularis qua Solis parallaxis, ope Veneris intra Solem conspiciendæ, tuto determinari poterit.

[2]) Mém. de Paris, 1723 und 1743.

der Sonnenparallaxe abgeleitet werden kann, wenn die Längen der Beobachtungsstationen mit hinreichender Genauigkeit bekannt sind. Halley hatte in seiner zweiten Abhandlung die Erdorte zu bestimmen gesucht, die für die Beobachtung am günstigsten gelegen sind, eine Nachrechnung, die kurz vor 1761 von Trebuchet unternommen wurde, zeigte indess, dass Halley Rechenfehler unterlaufen waren und seine berechneten Orte sich nicht empfahlen. [1]) Dafür gab Delisle im August 1760 eine Karte heraus, in der mittelst Kreisen der Verlauf der Erscheinung für beliebige Erdorte übersichtlich dargestellt war, [2]) und im gleichen Jahre wies auch Boscovich in einer Abhandlung „De proximo Veneris sub Sole transitu“ auf die günstigsten Beobachtungsstationen hin.

Von Frankreich wurden Legentil, Pingré und Chappe d'Auteroche zur Beobachtung ausgeschickt. Legentil [3]) wurde Pondichery als Station bezeichnet, doch hinderte der Krieg, der damals zwischen Frankreich und England bestund, die Erreichung des Ziels, und am Tage des Vorübergangs der Venus befand sich Legentil auf offener See, und musste sich begnügen, von seinem Schiff aus die Erscheinung zu beobachten.

Pingré verreiste 1761 nach Rodriguez, einer kleinen öden Insel im indischen Ocean. Er hatte hier viele Schwierigkeiten zu bekämpfen, sein Observatorium war vor den klimatischen Einflüssen nicht geschützt,

---

[1]) Vergleiche Histoire de l'Académie, 1761.

[2]) Delisle, Mémoire pour servir d'explication à la Mappemonde au sujet du passage de Venus. Paris, 1760, in 4.

[3]) Vergleiche sein „Voyage dans les mers de l'Inde, fait par ordre du Rei à l'occasion du passage de Venus sur le disque du Soleil le 6 Juin 1761 et le 3 Juin 1769.

fand er doch kaum einen Ort für seine Beobachtungsuhr, der vor dem Winde Schutz bot. Wolken machten die Beobachtung des Eintritts unmöglich.

Auf Wunsch der Academie von St. Petersburg bestimmte die Pariser Academie eines ihrer Mitglieder, Jean Jacques Chappe d'Auteroche, [1]) den Vorübergang der Venus in irgend einem Orte Russlands, den man am günstigsten fände, zu beobachten. Die Wahl der Beobachtungsstation fiel auf Tobolsk.

Von englischer Seite beobachteten die Erscheinung Mason und Dixon. Die beiden Astronomen sollten Bencoolen auf Sumatra erreichen, wo die ganze Dauer des Durchganges gesehen werden konnte. Indessen verblieben sie in Folge einer Verzögerung ihrer Abreise am Cap der guten Hoffnung, warteten da die Erscheinung ab und erhielten den vollständigen Austritt.

Ferner sandte England den Astronomen Maskelyne nach der Insel St. Helena, um einen dem spätesten so nahe als möglich kommenden Austritt zu beobachten, doch war die Beobachtung trüber Witterung wegen unmöglich. Natürlich wurden in den günstig gelegenen Observatorien Europas und zwar hauptsächlich in den nördlichen mit Sorgfalt die nöthigen Vorbereitungen getroffen, um möglichst viele und gute Beobachtungen zu erhalten; so beobachtete in Cajaneborg Planmann, in Tornea Hellant etc.

Bald nach dem Vorübergang, nachdem die einzelnen Beobachtungen bekannt gegeben wurden, machten sich verschiedene Rechner an die Ableitung des Parallaxenwerthes; so Short, Pingré, Hornsby, Planmann und Lalande; die resultirenden Werthe liegen zwischen

---

[1]) Vergleiche seine „Voyage en Sibérie". Paris, 1763.

den Grenzen 8″. 2 und 10″. 0 und weichen somit beträchtlich von einander ab. Die umfassendste und allgemeinste Behandlung lieferte im Jahr 1822 Encke, der aus dem Venusvorübergange 1761 den Sonnenparallaxenwerth $\pi = 8''.5309$ folgerte. (Weiteres über die Berechnung dieses Vorüberganges siehe II. Theil, Seite 159 ff.)

Halley hatte in seiner zweiten Abhandlung (Phil. trans. 1716) versucht, die Genauigkeit zu bestimmen, die durch seine Beobachtungsmethode erreicht werden dürfte, er setzte dieselbe zu einigen wenigen Hunderttheilen der Secunde und nun hatte sich eine Unsicherheit in den Resultaten von ganzen Secunden ergeben; Grund genug, dass man mit gesteigertem Eifer sich bemühte, durch umfassende Vorbereitungen und Studien die Fehlerquellen zu vermeiden und den nächsten Venusvorübergang, der am 3. Juni 1769 stattfinden musste, fruchtbarer zu machen.

1764 veröffentlichte Lalande eine ähnliche Arbeit, wie Delisle für den Durchgang von 1761 gethan hatte, vorher hat Ferguson einen Entwurf des Vorüberganges bekannt gegeben und über die Wahl der günstigsten Beobachtungspunkte schrieb Pingré 1767 ein eingehendes Memoire. Auch Maskelyne suchte die Beobachter über die zu erwartende Erscheinung aufzuklären und machte unter anderm darauf aufmerksam, dass auch die Bestimmung möglichst vieler relativer Venusörter wünschenswerth ist. [1])

---

[1]) Phil. trans., Band 61. — Pingré, Mémoire sur le choix des lieux, où le passage de 1769 pourra être observé. Paris, 1767. — Siehe auch die wichtige Arbeit von Lagrange in Mém. de Berlin, 1766. — Maskelyne, Instructions relative to the observations of the ensuing transit of Venus 1768.

Chappe sollte im Auftrage der Pariser Academie nach einer Insel der Südsee gehen (Salomons-Inseln), doch scheiterte der Plan am Widerspruch der spanischen Regierung und Chappe ging nach St. Lucas in Californien. Pingré beobachtete in St. Domingo. Ohne die Erlaubniss der spanischen Regierung abzuwarten, ging am 22. September 1768 von Plymouth aus eine englische Fregatte unter Capt. Cook in die Südsee und landete am 13. April 1769 auf der Insel Otaheite. Auf derselben waren der englische Astronom Green und der Naturforscher Solander, die auf Othaheite eine Verweilung beobachten sollten. (Green starb auf der Rückreise in Indien, Chappe erlag in Californien einer Epidemie [1].) Ferner sandte die Londoner Academie Dymond und Wales [2]) an die Hudsonsbai und Call nach Madras; Dixon und Bayley beobachteten auf der Insel Hammerfort und im Nordcap. Der Wiener Astronom Peter Hell beobachtete im Auftrage des Königs von Dänemark in Wardœhuus; in Cajaneborg war Planmann.

Die Petersburger Academie sorgte für Beobachtungen in Petersburg. (Pater Christian Mayer, Astronom in Mannheim; Albr. Euler, Lexell, Stahl); sie berief die Genfer Astronomen Mallet und Pictet für Beobachtungen in Ponoi und Oumbra; sandte Rumowsky nach Kola, Christoph Euler nach Orsk, Ludwig Krafft nach Orenburg, Lowitz nach Gurieff und Islenieff nach Jakutzk; doch leider konnte hier die vollständige Verweilung schlechter Witterung wegen nicht beobachtet werden.

---

[1]) Vergleiche: Voyage en Californie, pour l'observation du passage de Venus sur le disque du Soleil le 3 Juin 1769, par feu M. Chappe d'Auteroche. (Herausgegeben von Cassini.)

[2]) Vergleiche Wales, General observations mæde at Hudsons bay. 1772.

Eine vollständige Beobachtung einer Verweilung konnte nur in Wardhus erhalten werden, in Kola mussten sämmtliche Momente durch einen Wolkenschleier mehr errathen und geschätzt werden, als sie gesehen werden konnten und in Cajaneborg war die Beobachtung auch nur zwischen Wolken ermöglicht.

Die American philosophical Society liess Beobachtungen anstellen in Philadelphia von Ewing, Williamson Shippen, Thomson etc., in Norriton von Rittenhouse, Lukens, Smith, und im Leuchtthurm von Cap Henlopen von Biddle, Bailey u. a.

Die Längenbestimmung der nördlichen Stationen konnte durch Beobachtung einer Sonnenfinsterniss, die wenige Stnnden nach dem Venusdurchgang erfolgte, durchgängig mit grosser Genauigkeit ermittelt werden, dagegen sind die Längen der Stationen des südöstlichen Asiens sehr unsicher. Auch für die amerikanischen Stationen war in den Längenbestimmungen keine befriedigende Genauigkeit erreicht worden, so dass der Vorzug, den diese Beobachtungen wegen der grossen Höhe der Venus zur Zeit des Durchganges vor den europäischen haben mussten, nicht in der erwarteten Weise sich hat geltend machen können.

Legentil, der, wie wir auf Seite 14 sahen, den Venusdurchgang 1761 auf offener See beobachten musste, blieb, um 1769 gleich zur Stelle zu sein, auf Pondichery, konnte aber dennoch keine Beobachtung aufnehmen, weil zur Zeit der Erscheinung der Himmel bedeckt war. Auch der französische Astronom Véron, der mit Bougainville im Jahre früher die Welt umsegelte, war am Tage des Vorüberganges auf offener See.

Die Resultate liessen nicht lange auf sich warten, verschiedene Zusammenstellungen und Methoden wurden versucht. Wilh. Smith [1]) erhält aus einer Vergleichung der amerikanischen Eintritte mit den europäischen und zwar aus den innern Berührungen 7″. 5 und sucht einen grössern Werth zu erhalten unter Zuhülfenahme der so unzuverlässigen äussern Berührungen.

Hornsby [2]) findet unter Ausschluss der Cajaneburger Beobachtung 8″. 78; Pingré [3]) verbindet zuerst Hudsonsbay, Wardhus mit den europ. Eintritten und dem Petersburger Austritt und findet 9″. 2; später unter Berücksichtigung der Beobachtungen in Californien und Otaheite unter Ausschluss der Cajaneburger 8″. 88 und bei einer dritten Bearbeitung kommt er auf 8″. 80.

Planmann findet 8″. 43; er lässt die letzte Berührung der Otaheiter Beobachtung weg und schliesst auch die Wardhuser aus. Lalande findet in einem eigenen Memoire 8″. 50; Lexel aus verschiedenen Combinationen 8″. 80, 8″. 70, 8″. 85, 8″. 69, 8″. 65 und entscheidet sich zu 8″. 68, und in einer spätern Arbeit, veranlasst durch eine Parallaxenberechnung von Pater Hell, in der grosse Willkürlichkeiten und selbst fremde Rechnenfehler zur Ableitung eines passenden Resultates benutzt wurden, findet er als Endresultat aus den Verweilungen 8″. 63.

---

[1]) Trans. of the Americ. Soc. I, pag. 162. — Planmann, Schw. Abh. XXXIV., 179.

[2]) Phil. trans., 1771, pag. 574.

[3]) Mém. de l'Acad., 1770, pag. 558, und 1772, pag. 398. — Siehe auch Hell, Wiener Ephemeriden 1773 und 1774 und Fixlmillner, Acta Astronomica Cremifanensia Styræ, 1791.

Im Jahre 1824 liess Encke seiner Berechnung des ersten Venusvorüberganges die des zweiten folgen; nach derselben ist die mittlere Sonnen-Horizontal-Aequatorparallaxe 8″. 6030 und aus der Verbindung der Resultate für 1761 und 1769 kommt als schliesslicher Werth

$$\pi = 8''.5776 \pm 0''.0370$$

woraus für die halbe grosse Axe der Erdbahn 20,667,000 und für den Durchmesser der Sonne 192,600 geographische Meilen folgen.

Die vortreffliche Encke'sche Arbeit hatte zur Folge, dass während mehrerer Jahrzehnte der in derselben entwickelte Werth für die Sonnenparallaxe von den Astronomen mit unbedingtem Vertrauen auf die Richtigkeit der angegebenen Grenzen aufgenommen wurde, und mit Recht bemerkte 1862 Prof. Winnecke [1]) in einer Abhandlung, in der er die Frage aufstellt: „Ist uns die Entfernung der Sonne auf $^1/_{30}$ ihres Werthes bekannt?“, dass vor wenig Jahren man diese Frage nicht gewagt haben würde, oder dass fast alle Astronomen eine bejahende Antwort gegeben hätten, gestützt auf die ausgezeichnete Arbeit von Encke, die Venusdurchgänge von 1761 und 1769 betreffend. Genauere Bestimmungen konnten in jener Zeit nicht erreicht werden, da die Instrumente nicht die nöthige Vollkommenheit besassen, um aus Oppositionsbeobachtungen von Planeten die kleine Winkelgrösse genauer zu bestimmen, als dies vor den Venusexpeditionen der Fall war. So wurde 1832 Mars in seiner Opposition auf den Sternwarten in

---

[1]) Winnecke, Considérations concernant les observations méridiennes à faire pendant l'opposition prochaine de Mars dans le but, de déterminer sa parallaxe. Bulletin de l'Académ. imp. St. Petersbourg, 2. und 14. Mai 1862.

Greenwich, Cambridge, Altona und am Cap der guten Hoffnung mit nahestehenden Sternen verglichen; doch konnten nur wenig correspondirende Beobachtungen erlangt werden und diese wenigen ergaben stark abweichende Werthe.

Henderson erhält aus einer Vergleichung von 7 correspondirenden Beobachtungen zwischen Cambridge und Cap für die Sonnenparallaxe 8″. 588, aus 7 Beobachtungen zwischen Greenwich und Cap 9″. 076, aus 6 weitern Beobachtungen 9″. 343 und aus den Beobachtungen zwischen Altona und Cap 9″. 105 und im Mittel leitet er für die mittlere Sonnenparallaxe den Werth 9″. 028 ab.

In seiner Mécanique céleste, tome II, pag. 325, entwickelt La Place aus der Mondtheorie den Werth für die Sonnenparallaxe; in einer ausführlichern Abhandlung, die er etwas später in den Conn. des temps für 1823 veröffentlichte, entscheidet er sich für den Werth:

$$\pi = 8''.65$$

einem Werthe, der ziemlich nahe mit dem Encke'schen zusammenfällt.

Nachdem C. von Littrow aus dem aufgefundenen Tagebuche nachgewiesen, dass Pater Hell seine Zahlen nachträglich corrigirt hatte, unterwarf Encke die Berechnung der Sonnenparallaxe einer neuen Discussion, (Berliner Abh. 1835) und setzte den Werth dieser Parallaxe auf 8″. 571 herab.

Einer neuen Controlle sollte dies Resultat unterworfen werden durch Beobachtungen, welche auf Anregung des Marburger Professors Gerling in den Jahren 1849 — 1852 im nördlichen und südlichen Amerika angestellt wurden. Prof. Gerling machte in Nr. 599 der Astronomischen Nachrichten auf die Wichtigkeit der

Beobachtung der Venusstillstände zur Bestimmung der Sonnenparallaxe aufmerksam und die Folge davon war, dass Lieutenant James Gillis eine Expedition nach Chili ausführte. [1]) 1849 und 1851 kam Mars in Opposition und so hoffte man, durch Beobachtung der beiden Planeten in Santiago, Washington und Cambridge ein völlig ausreichendes Resultat für die Parallaxenbestimmung zu erhalten. In Santiago wurden die Beobachtungen durch die Witterung sehr begünstigt, aber auf den nördlichen Observatorien war die Mitwirkung eine sehr geringe, so dass diese Expedition in keiner Weise zu einem entscheidenden Resultate verhelfen konnte. Die resultirende Sonnenparallaxe war 8″. 500.[2]) (Vergleiche hiemit II. Theil, Seite 149.) Als hauptsächlichste Frucht dieser Expedition ist die Gründung eines astronomischen Observatoriums in Santiago de Chili zu betrachten. Auch die Methode der Rectascensionsdifferenzen kam während der Opposition von 1849 und 1850 zur Anwendung, indem Bond nach derselben im Observatorium zu Harward College Mars beobachtete und für die Sonnenparallaxe den Werth 8″. 605 erhielt. [3])

Zuerst hat wohl Hansen auf die Nothwendigkeit einer grössern Sonnenparallaxe hingewiesen; in einem Briefe an Airy [4]) bemerkt er 1854, dass er den Coefficienten der parallactischen Gleichung zu 125″. 705 gefunden habe, ein Werth, der eine grössere Sonnen-

---

[1]) Vergleiche: The U. S. Naval astronomical expedition in the southern Hemisphere during the years 1849—1852. (Washington, 1855—1859. 6 Vol. in 4.)

[2]) Vergleiche: Band III von U. S. N. E.

[3]) Vergleiche: Astronomical Journal, Nr. 103.

[4]) Vergleiche Monthly notices of the Royal Astron. Society, vol. XV, 1854, Nov. 10.

parallaxe verlangt, als wie die Venusexpeditionen ergeben haben; die Greenwicher und Dorpater-Beobachtungen vereinigen sich beinahe zu demselben Resultat, so dass der vorhin angegebene Werth des Coefficienten nicht abgeändert werden kann.

Airy findet 1859 fast denselben Werth bei einer sorgfältigen Discussion der Beobachtungen, die in Greenwich während eines ganzen Jahrhunderts ausgeführt worden sind.

1858 leitet Le Verrier den Coefficienten der Mondgleichung direct aus Beobachtungen ab und findet daraus für die mittlere Horizontal-Aequator-Sonnenparallaxe 8″. 95.

In der Theorie der Marsbewegung weist Le Verrier nach, dass nur dann eine Uebereinstimmung zwischen der Theorie und den Beobachtungen herbeigeführt werden kann, wenn der bis jetzt angenommene Werth der Sonnenparallaxe um ein Dreissigstel ihres Betrages erhöht wird; einen gleichen Schluss zieht er aus der Theorie der Venus und gibt an, dass die Theorien der beiden Planeten Venus und Mars eine mittlere Sonnenparallaxe von wenigstens 8″. 86 verlangen. [1])

In den Jahren 1860 und 1862 kam Mars in günstige Opposition. 1862 erreichte die Marsdistanz von der Erde beinahe ihr absolutes Minimum, der Planet hatte eine nördliche Declination und musste sich somit zu Beobachtungen zum Zweck einer Parallaxenbestimmung ganz vorzüglich eignen. Die Beobachtungsmethoden

---

[1]) Annales de l'Observatoire Impériale de Paris, 1858 und 1861. Vergleiche auch: „Account by M. Leverrier of his Planetary Resarches„ in Monthly notices. Vol. 35, pag. 156. — Dr. E. v. Asten leitet in seiner „Fortgesetzten Untersuchung über den Encke'schen Kometen" im Bulletin de l'Académie des Sciences de St.-Petersbourg, tome V. für die Sonnenparallaxe den Werth $\pi = 9''.009 \pm 0.022$ ab.

hatten sich in den letzten Jahrzehnten bedeutend verfeinert; die Instrumente waren vorzüglicher geworden und auf der Südhalbkugel waren feste, mit den besten Instrumenten ausgerüstete Observatorien entstanden. Ein Zusammenwirken der verschiedenen Sternwarten nach einem sorgfältig bestimmten Beobachtungsplane berechtigte somit zu den schönsten Hoffnungen. Die Ausarbeitung eines solchen Planes übernahm Prof. Winnecke. (Vergleiche II. Theil, Seite 136 u. f.) Ein Verzeichniss der mit Mars zu vergleichenden Sterne wurde rechtzeitig bekannt gemacht und die Beobachtungsdauer auf die Zeit vom 20. August bis 3. November festgesetzt, mit der ausdrücklichen Bestimmung, dass ohne Unterbrechung jede günstige Nacht am Meridiankreis Declinationsdifferenzen zwischen Mars und den Vergleichsternen gemessen werden sollten.

Die Betheiligung an den Beobachtungen war eine sehr rege; auf der südlichen Hemisphäre wurde beobachtet auf den Sternwarten Williamstown, Cap der guten Hoffnung und Santiago de Chili; auf der nördlichen in Pulkowa, Petersburg, Helsingfors, Wien, Berlin, Leiden, Greenwich, Albany und Washington.

Die Beobachtungen fanden verschiedene Berechner: Winnecke vergleicht seine Pulkowaer Beobachtungen mit denen des Cap und findet die Sonnenparallaxe zu 8″. 964. [1]) E. J. Stone verbindet die Beobachtungen von Greenwich, Cap und Williamstown und findet 8″. 943. [2]) Ferguson verbindet 12 Beobachtungen von Washington und Santiago und findet 8″. 834, [3]) er ver-

[1]) Siehe Astron. Nachrichten Nr. 1409.

[2]) Siehe Memoirs of the Royal Astronom. Soc. Vol. 33, pag. 97.

[3]) Washington Astronomical observations for 1863.

bindet ferner 15 Beobachtungen von Albany und Santiago und findet 8′. 611. [1]) Micrometerbeobachtungen am Aequatoreal wurden angestellt in Santiago und Upsala und die Berechnung derselben durch Hall ergeben für die Sonnenparallaxe 8″. 842. [2]) Die umfassendste Arbeit lieferte Newcomb, der sämmtliche Meridianbeobachtungen benutzte und aus denselben für die mittlere Horizontaläquator-Sonnenparallaxe den Werth ableitete

$$\pi = 8''.855 \pm 0.020$$

In seiner „Investigation of the Suns parallax and the elements, which depend upon it" discutirt Newcomb die Resultate, welche für die Sonnenparallaxe aus der parallactischen Ungleichheit des Mondes, der Mondgleichung der Erde, dem Venusvorübergang 1769, (neu berechnet von Powalky) und dem Foucault'schen Lichtexperiment abgeleitet worden sind und erhält aus der Verbindung derselben entsprechend den resp. Gewichten.

$$\pi = 8''.848 \pm 0.013.$$

Eine neue Methode, die Sonnenparallaxe zu bestimmen, schlug Prof. Galle in Breslau vor, indem er in Nr. 1897 der „Astron. Nachr." die Astronomen aufforderte, den kleinen Planeten Phocæa in seiner günstigen Opposition 1872 zum Zwecke einer Parallaxenbestimmung zu beobachten. Leider konnte der damalige Vorschlag verschiedener Umstände wegen keinen Beitrag zur genauern Kenntniss der Sonnenparallaxe geben, aber die angestellten Beobachtungen zeigten, dass die Methode überhaupt wohl geeignet sei, zuverlässige Resultate zu liefern. Als daher im October und

---

[1]) Washington Astron. observ. for 1863.

[2]) Washington Astron. Observations for 1865, auch Investigation of the Suns Parallax and the elements which depend upon it. Washington, 1867, in 4°.

November 1873 eine perihelische Opposition der Flora eintrat, veröffentlichte Galle in Nr. 1943 der Astron. Nachr. wieder eine Liste von Vergleichssternen und es gelang ihm, 12 Sternwarten zu einem Zusammenwirken zu gewinnen, so dass der Zweck einer Parallaxenbestimmung diesmal wirklich erreicht werden konnte. Auf der südlichen Halbkugel fanden Beobachtungen statt am Cap der guten Hoffnung, in Cordoba in der Argentinischen Republik und in Melbourne in Australien; und auf der nördlichen Halbkugel in Bothkamp bei Kiel, in Clinton im Staate Newyork, in Dublin, in Leipzig, in Lund, in Moskau, in Parsonstown, in Upsala und in Washington.

Unter Zugrundelegung des Newcomb'schen Parallaxenwerthes findet Galle aus den Beobachtungen der Flora

$$\pi = 8''.873$$

und wenn keine Beobachtung ausgeschlossen wird

$$\pi = 8''.878.$$ [1])

(Vergleiche II. Theil, Seite 145 u. f.)

Am 8. December 1874 fand wieder ein Vorübergang der Venus vor der Sonnenscheibe statt und es ist selbstredend, dass man sich die grösste Mühe gab, um diese Erscheinung nun völlig ausnutzen zu können. Zahlreiche Untersuchungen über die Art der zweckmässigsten Beobachtungen und über die Wahl der Beobachtungsstationen wurden veröffentlicht, so schrieb 1870 Hansen eine Abhandlung: „Bestimmung der Sonnenparallaxe durch Venusvorübergänge vor der Sonnenscheibe, mit besonderer Berücksichtigung des

---

[1]) Vergleiche: Galle, „Ueber die Bestimmung der Sonnenparallaxe aus corresp. Beobachtungen des Planeten Flora". Breslau, 1873, in 8.

1874 eintreffenden Vorüberganges“, in der er unter anderm auf die Wichtigkeit der Distanzmessungen aufmerksam macht. Das gleiche betont Dollen in einer auf Veranlassung der Petersburger Akademie ausgearbeiteten Denkschrift; im 75. Band der „Astronom. Nachr.“ macht C. F. W. Peters auf die günstigsten Beobachtungsstationen aufmerksam und betont die Wichtigkeit der alten Halley'schen Methode; einlässliche Belehrung giebt Airy in einer im 29. Bande der Monthly Notices veröffentlichten Abhandlung; Angelo Sechi schlägt eine spectroskopische Beobachtungsmethode vor; Janssen, Faye, Delaunay, Laussédat, Rutherford, Newcomb, Warren da la Rue,[1] Paschen,[2] v. Oppolzer etc. beschäftigen sich einlässlich mit der Anwendung der Photographie auf die Erscheinung und ein allgemeines und lebhaftes Interesse für das zu lösende Problem beweisen die meisten Regierungen, indem sie durch beträchtliche Unterstützungen grosse und kostspielige Expeditionen ermöglichten.

In Amerika und dem westlichen Europa war während des Phänomens Nacht; im östlichen Europa und Afrika war am Morgen des 19. Decembers der Austritt der Venus aus der Sonnenscheibe sichtbar, im südlichen Afrika und westlichen Asien sah man nur einen Theil der Erscheinung und die Hauptzahl der Beobachtungsstationen war darum gewählt im östlichen und südlichen Asien, in Australien und den Inseln der Südsee.

Deutschland hatte, wie Frankreich, 6 Expeditionen ausgerüstet und zwar für die Stationen Tschifu, Ker-

---

[1]) Monthly notices, vol. 29.

[2]) Astronomische Nachrichten, Band 75, Seite 307 ff.

guelen, Auckland, Mauritius, Ispahan und Theben. In letzterer Station wurden Austritte, auf Kerguelen Eintritte und Austritte, 61 photographische Aufnahmen und 64 Heliometerbeobachtungen, auf Mauritius 2 Austritte und 48 Heliometerbeobachtungen, auf den Aucklandinseln 1 Eintritt und 4 Austritte, 96 Heliometerbeobachtungen und 115 photogr. Aufnahmen, in Ispahan 1 Austritt und 22 Photographien und in Tschifu 5 Eintritte, 5 Austritte, 96 Heliometerbeobachtungen und 115 photogr. Aufnahmen erhalten. [1])

Russland besetzte 26, Italien 3, Amerika 8, Holland 1 und England 12 Stationen. Für Contactbeobachtungen hatte England folgende Districte gewählt: Egypten, Sandwichsinseln, Insel Rodriguez, New Zealand und Kerguelen und in jedem Districte war vorgeschlagen, eine Hauptstation zu wählen und andere untergeordnete Stationen in solchen Entfernungen, dass kleinere Bewölkungen nicht für alle Stationen nachtheilig wirkten, und dass die Chronometervergleichung mit Greenwicher Zeit nicht schwierig würde. In Aegypten wurde alle mögliche Unterstützung vom Khedive geleistet, die Linie der Eastern Telegraph Company wurde zur freien Verfügung der Expedition gestellt und die verschiedenen Sectionen wurden durch neue Linien unter sich und der Hauptlinie verbunden, so dass eine directe telegraphische Verbindung zwischen Greenwich und Mokattam hergestellt werden konnte, die eine höchst genaue Längenbestimmung ermöglichte.

---

[1]) Vergleiche im Uebrigen die Ausführungen von Professor C. Bruhns: Ueber die Beobachtungen des Vorüberganges der Venus vor der Sonnenscheibe, im Kalender und Marktverzeichniss für das Königreich Sachsen. 1878. Seite 41 ff.

Fast auf allen Stationen konnten gute Beobachtungen erhalten werden, so dass ein sehr vortheilhaftes Material zur Parallaxenbestimmung vorliegt und damit dasselbe in zweckmässiger und einheitlicher Weise verarbeitet werde, wurden 1875 auf der Astronomenversammlung zu Leyden geeignete Schlussnahmen getroffen. Veröffentlicht wurde bis jetzt an Rechnungen und Resultaten:

On the Inferences for the value of Mean Solar Parallax and other Elements deducible from the Telescopic Observations of the transit of Venus 1874 Dec. 8, which were made in the Brittish Expedition for the observation of that transit; by Sir G. B. Airy, Astronomer Royal. Juli 1877.

Ein Auszug davon ist enthalten im 38. Bande der Monthly notices, pag. 11.

Die der Rechnung zu Grunde gelegte Parallaxe der Sonne ist 8″. 950.

Die Eintritte ergaben $\pi = 8''.739$ mit d. Gewicht 10. 46
und die Austritte $\pi = 8''.847$ „ „ „ 2. 53
und daraus kommt als Gesammtresultat

$$\pi = 8''.760.$$

Von russischer Seite wurden Rechnungen über photographische Aufnahmen publicirt und zwar:

„Russische Expedition zur Beobachtung des Venusdurchganges 1874“. Abtheilung II, Nr. 1. Bearbeitung der photographischen Aufnahmen im Hafen Possiet von B. Hasselberg. St. Petersburg. 1877. in 4.

Einzelne Beobachtungen von Mitgliedern der französischen Expeditionen wurden veröffentlicht in den Comptes rendues, so Band 80, pag. 933 von Puiseux, der für die Sonnenparallaxe 8″. 879 findet und 21. Juni

1875 von Ch. André, der zu dem Werthe $\pi = 8''.85$ kommt.

Von deutscher Seite publicirte A. Auwers einen „Bericht über die Beobachtung des Venusvorüberganges vom 8. December 1874". (Abh. der Berliner Akademie 1878.)

Die Discussion der Vermessungen der von den deutschen Expeditionen erhaltenen Photographien wird im Auftrage der Commission von Herrn Dr. L. Weinek, Observator in Leipzig, ausgeführt, doch sind die ersten Publicationen der sehr umfangreichen und mühsamen Arbeit kaum vor Abschluss dieses Jahres zu erwarten.

So vielversprechend die Beobachtung der Venusvorübergänge vor der Sonnenscheibe für eine genaue Bestimmung des Parallaxenwerthes der Sonne auch sind, so macht doch der Umstand, dass diese Beobachtungen so selten wiederholt werden können, es sehr wünschenswerth, dass auch andere Methoden, deren Durchführung öfters ermöglicht wird, und auf die stetsfort die im Bau der astronomischen Instrumente erzielten Fortschritte angewandt werden können, zur Bestimmung dieser wichtigen Grösse zugezogen werden. Schon 1857 hat Airy die Astronomen auf die Wichtigkeit der Rectascensionsbeobachtungen des Planeten Mars zur Zeit seiner günstigen Opposition 1877 aufmerksam gemacht[1]) und 1875 ein Verzeichniss von Sternen veröffentlicht, die mit Mars in Rectascension zu vergleichen sind.[2]) Die Beobachtung einer solchen Opposition hat durch ihre Dauer vieles vor den kurzen

[1]) Siehe Monthly notices, vol. XVII.

[2]) Siehe Monthly notices, Nov. 1875.

Venusvorübergängen voraus; Temperatur und Witterungsverhältnisse überhaupt können nicht so störend einwirken und der Beobachter ist von Hast und Erregung frei, und da in die Resultate nicht die gemessenen Rectascensionen selbst, sondern Differenzen derselben eingehen, wird durch die Beobachtungsmethode der täglichen Parallaxe der Beobachter frei von der persönlichen Gleichung. Ausserdem ist die Methode durch Uebertragung auf das Heliometer einer noch grössern Genauigkeit fähig.

Zur Zeit der Venusexpeditionen 1874 beobachteten Mr. Gill und Lord Lindsay den Planeten Juno nach dieser Methode auf Mauritius; verschiedene Verumständungen erschwerten die Beobachtungen bedeutend, so dass den abgeleiteten Resultaten kein grosser Werth beigelegt werden kann, dagegen hat sich zur Evidenz erwiesen, dass die angewandte Methode einer grossen Genauigkeit fähig ist. [1])

Eine Wiederholung dieser Methode unternahm Mr. Gill 1877 auf der Insel Ascension, wo er Mars während seiner Oppositionszeit beobachtete. Gleichzeitig beabsichtigte er die Beobachtung auch auf den Planeten Ariadne auszudehnen und empfahl den Astronomen genaue Meridianbeobachtungen von geeigneten Vergleichssternen; [2]) doch wurde die Beobachtung der Ariadne durch ungünstige Witterung vereitelt. — Mars konnte in einer grossen Zahl von Abenden beobachtet

---

[1]) Vergleiche: Dun Echt Observatory Publications, vol. II, Mauritius-Expedition 1874. — Ebenso: Monthly notices, vol. XXXIV. pag. 279, und vol XXXVIII, pag. 86.

[2]) Vergleiche Monthly notices, vol. 37, April, und vol. 37, Seite 327.

werden und es versprechen die Beobachtungen ein sehr brauchbares Resultat. [1])

Zu einer Parallaxenbestimmung der Sonne vermittelst Rectascensionsbeobachtungen wurde Mars 1877 auch von Maxwell Hall in Jamaica beobachtet (vergleiche Monthly notices, vol. 38, Seite 85) und die Reduction der Beobachtungen, die am 4. August begonnen und bis zum 7. September fortgesetzt wurden, ergeben eine mittlere Horizontaläquator-Sonnenparallaxe

$$\pi = 8''.80.$$

Zu einer ähnlichen Beobachtung von Mars, wie Winnecke 1862 vorgeschlagen, ersuchte Prof. Eastman für die günstige Opositionsperiode 1877 alle Astronomen der Nord- und Südhalbkugel, die einen Meridiankreis zur Verfügung haben; er entwarf einen für alle Theilnehmer verbindlichen Beobachtungsplan, der im Wesentlichen mit dem Winnecke'schen Plane übereinstimmt und veröffentlichte eine Reihe passender Vergleichssterne.

Die Theilnahme an den Beobachtungen war eine erfreuliche, eine Vereinigung fast aller grössern Observatorien beider Halbkugeln wurde erreicht, so dass auch aus dieser Oppositionsbeobachtung eine genaue Bestimmung des Sonnenparallaxenwerthes zu erwarten ist.

II. Theil.

Die Constante der Sonnenparallaxe, d. h. die mittlere Aequatorial-Horizontalparallaxe der Sonne, liefert das Grundmaass, auf das die Entfernungen der verschiedenen Gestirne von einander bezogen sind und

---

[1]) Vergleiche die ersten Nummern des 38. Bandes der Monthly notices.

das ebenso den Bestimmungen der Dimensionen der Sonne und eines jeden Planeten und Satelliten zu Grunde liegt. Die Bestimmung dieser Constanten, oder vielmehr unserer Maasseinheit, der mittlern Entfernung der Erde von der Sonne, ist eine Aufgabe, an deren Lösung sich schon die Astronomen der frühesten Zeit versuchten, deren Ermittelung innerhalb wünschenswerther Fehlergrenzen aber immer noch ein Werk der Zukunft ist. „Die Ermittelung der Entfernung der Sonne von der Erde," bemerkt Airy,[1] „ist allezeit für das fürnehmste Problem der Astronomie gehalten worden. Es ist leicht, eine einige Meilen lange Basislinie auf der Erde zu messen, darauf fussend, einige geodätische Aufnahmen zu machen und aus denselben auf die Dimensionen der Erde mit grosser Genauigkeit zu schliessen, und es ist leicht, von diesen Dimensionen als einer gemeinsamen Basis für alle folgenden Messungen die Distanz des Mondes von der Erde mit geringer Unsicherheit zu messen. Aber die Entfernung des Mondes dient in keiner Weise zur Bestimmung der Entfernung der Sonne von der Erde, die als eine vollständig unabhängige Operation ausgeführt werden muss. In welcher Weise wir das Problem angreifen mögen, immer erheischt es unsere ganze Sorgfalt und unsern ganzen Scharfsinn und ebenso die Benutzung fast all unserer Kenntniss der bereits bekannten astronomischen Errungenschaften, um die kleinste Aussicht auf ein genaues Resultat zu haben."

An und für sich ist das Problem eine einfache trigonometrische Operation, aber da wir nicht im Stande sind, eine hinlänglich grosse Basis zu messen, so wird

[1]) Monthly notices of the Royal Astr. Soc. XVII.

wegen der grossen Entfernung der Sonne von der Erde die praktische direkte Ausführung dieser Aufgabe ausserordentlich erschwert. Wir haben Seite 4 gesehen, dass Aristarch von Samos auf den glücklichen Gedanken kam, als Basis die Entfernung des Mondes von der Erde zu benützen und dass er durch seine Beobachtungen für den Winkel an der Erde 87°, somit für denjenigen an der Sonne 3° fand. Da ihm die Kenntniss der gegenwärtigen Trigonometrie abging, vermochte er aus diesen Winkelgrössen nur mit grosser Mühe das Verhältniss der Dreieckseiten ♁☾ und ♁☉ abzuleiten und zwar fand er für dies Verhältniss die Grenzwerthe 18 und 20, so dass also

$$20 > \frac{\text{♁☉}}{\text{♁☾}} > 18$$

woraus er alsdann die Sonnenentfernung gleich der 19fachen Mondentfernung setzte. [1])

Mit Hülfe dieses Resultates gelang es Hipparch (vergleiche Seite 88) durch Beobachtung von totalen Mondfinsternissen auf eine sehr einfache Weise einen Werth der Sonnenparallaxe abzuleiten, indem er es verstand, aus den Zeiten des Ein- und Austrittes des Mondes im Schattenkegel der Erde unter Berücksichtigung der Mondgeschwindigkeit den Radius dieses Kegels in der Mondentfernung zu bestimmen.

Ist nämlich:

π die Parallaxe der Sonne
p diejenige des Mondes
φ der scheinbare Halbmesser der Sonne
ψ derjenige des Schattenkegels in der Distanz des Mondes;

[1]) Die Aristarch'sche Ableitung dieser Grenzwerthe findet sich in: Wolf, Geschichte der Astronomie, pag. 172.

so fand Hipparch für diesen scheinbaren Radius des Schattenkegels die Relation:

$$\psi = \pi + p - \varphi$$

Aus der Figur 1 unserer Tafel folgt ohne weiteres die Richtigkeit dieser Gleichung. [1])

Hipparch war bekannt, dass die stündliche Bewegung des Mondes annähernd $\frac{765'}{24}$ beträgt, somit hatte er, um ψ zu finden, nur die erhaltene Durchgangszeit des Mondes durch den Schatten mit dieser stündlichen Bewegung zu multipliciren und das Resultat durch 2 zu dividiren. Er fand so für ψ den Werth 40′.

Nach Aristarch ist $\psi = 15'$

$$p = 19\,\pi$$

und so kommt aus der aufgestellten Relation:

$$\pi = \frac{55'}{20} \text{ oder nahe } = 3'$$

$$p = 57'$$

Dass der so erhaltene Werth der Sonnenparallaxe vom richtigen Werthe noch sehr weit abliegt, erklärt sich aus der überaus dürftigen Beobachtungsmethode, deren sich Aristarch bedienen musste, denn der Hauptpunkt seiner Methode liegt darin, möglichst genau den Moment zu erfassen, in dem die Quadratur stattfindet, d. h. in dem die Grenzlinie zwischen dem erleuchteten und dunklen Theil der Mondoberfläche ganz genau als gerade erscheint, und das wird durch den Umstand, dass diese Grenzlinie sich langsam ändert und dass die Mondfläche sehr viele Unebenheiten enthält, bedeutend erschwert.

---

[1]) Vergleiche Wolf, Geschichte d. Astronomie, pag. 174. Ebenso La Lande, Astronomie II., pag. 319.
Vergleiche auch: Schmidt, Mathem. Geographie. I. Seite 488 und 489.

Wenn auch Wendelinus (vergleiche Seite 90) durch seine Beobachtungen für den Aristarch'schen Winkelwerth 87⁰ den viel genauern 89⁰ 45′ und unter Beibehaltung der übrigen Werthe für die Sonnenparallaxe 14″ erhielt, so können die Methoden von Aristarch und Hipparch doch nur zur Ueberzeugung verhelfen, dass die Sonnenparallaxe 30″ nicht übersteigen kann. [1])

So war man denn gezwungen, nach andern Methoden zu suchen, die zur Ermittelung des Werthes der Sonnenparallaxe dienen konnten. Von der Bestimmung eines Dreieckes, in dem die Sonne den einen Endpunkt bildet, musste abgesehen werden, da die Basis desselben nicht gross, und auch nicht genau genug erhalten werden konnte und so drängte sich denn von selbst die Frage auf, ob nicht die Bestimmung der Parallaxe von Planeten, die der Erde nahe kommen, die Bestimmung der Sonnenparallaxe in sich schliesse. Erst durch die Keppler'schen Regeln wurde diese Frage in bejahendem Sinne gelöst, denn die dritte derselben besagt, dass die Quadrate der Umlaufzeiten der Planeten sich verhalten wie die Cuben der mittlern Entfernungen derselben von der Sonne, d. h. wie die Cuben der halben grossen Axen ihrer Bahnen, und aus diesem Gesetze folgt unmittelbar, dass die Dimensionen aller Planetenbahnen gefunden werden können, sobald die Entfernung irgend eines Planeten von der Erde bekannt ist; denn mittelst jener Regel sind die *Verhältnisse* zwischen der Entfernung des Planeten von der Erde und der mittlern Entfernung der Sonne von der Erde für irgend eine gegebene Zeit bestimmt.

---

[1]) Vergleiche La Lande II, Seite 319, und M. C. Monnier, Instit., Seite 452.

Nur zwei Planeten kommen der Erde nahe genug, um eine Parallaxenbestimmung mit annähernder Genauigkeit ausführen zu können, es sind dies Venus und Mars. Setzen wir als Maasseinheit die mittlere Entfernung der Sonne von der Erde voraus, so erreicht Mars in den günstigsten Fällen seiner Opposition eine Entfernung von 0. 365; Venus ist in ihrer untern Conjunction im Mittel 0. 28 und zur Zeit ihrer Stillstände im Mittel 0. 34 Sonnenweiten von der Erde entfernt; von den kleinen Planeten sind nur wenige, die in einzelnen Oppositionen eine Erdnähe von unter 0. 8 annehmen, so dass dieselben nur in ganz günstigen Fällen und unter besondern Verumständungen zum Zwecke einer Parallaxenbestimmung benutzt werden können.

Denken wir uns den Planeten in P; A und B seien zwei möglichst weit von einander abliegende Punkte desselben Erdmeridians, von denen aus P beobachtet werden möge und zwar in dem Momente seines Durchganges durch den Meridian (Figur 2). Ist die Lage der Stationen durch die Angabe der geographischen Constanten bestimmt, so ist das Dreieck A B C, in dem der Winkel an C gleich ist der Differenz der geographischen Breite φ und φ' der Punkte A und B (südliche Punkte haben eine negative Breite), vollkommen bestimmt. Die Beobachter in A und B messen die Zenithdistanz z und z' des Planeten und ermitteln so unter Benützung der bekannten Winkel C A B und C B A die Winkel an der Basis A B des Dreiecks A P B. Diese Basiswinkel bestimmen endlich den gesuchten Winkel p, unter dem man vom Planeten aus die Chorde A B sieht, d. h. die zur Chorde A B gehörige Parallaxe des Gestirns P. Zur Bestimmung dieses parallactischen

Winkels p bedürfen wir also, unter Voraussetzung der bekannten Lage der in einem und demselben Meridiane liegenden Beobachtungsstationen A und B, einzig die Kenntniss der Zenithdistanzen des Planeten für die beiden Stationen bei seinem Durchgange durch den Meridian.

Sei d (Figur 3) die Länge der vom Erdcentrum aus auf die Chorde A B = k gefällten Perpendikels, γ die Neigung desselben gegen den Aequator, δ die Declination des Planeten und Δ die Entfernung des Planeten vom Erdmittelpunkt; dann ist, wenn wir B f senkrecht zu C P ziehen, $\angle$ A B f = $\angle$ h c P = $\angle$ $\delta - \gamma$.

Und es ist sehr nahe:

$$\begin{aligned} B\ f &= B\ A \cos.\ (\gamma - \delta) \\ &= k \cos\ (\gamma - \delta \end{aligned}$$

Ebenso ist sehr nahe:

$$\begin{aligned} B\ f &= (\Delta - d) \sin p \\ &= (\Delta - d)\ p. \end{aligned}$$

Und somit:

$$k \cos\ (\gamma - \delta) = (\Delta - d)\ p.$$

Δ ist ausgedrückt in mittlern Sonnenweiten; ebenso soll d in diesen Einheiten gegeben sein; k ist ausgedrückt in Erdradien. Ist nun π der Winkel, unter dem von der Sonne aus der Radius a des Aequators zur Zeit der mittlern Entfernung E gesehen wird, d. h. ist π die sogenannte mittlere Aequator-Horizontalparallaxe der Sonne, so ist offenbar:

$$a = E \sin \pi$$

oder der Kleinheit des Winkels π wegen:

$$a = E\ \pi$$

und wenn a als Einheit gewählt wird, so folgt für die Länge k: $k = k\ \pi \cdot E$

oder endlich in Einheiten der mittlern Sonnenentfernung; also E = 1:

$$k \text{ (in Erdradien)} = k \, . \, \pi$$

und wir erhalten so aus obiger Formel:

$$k \, \pi \cos(\gamma - \delta) = (\varDelta - d) \, p.$$

Und daher:

$$\pi = \frac{(\varDelta - d) \cdot p}{k \cos(\gamma - \delta)} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; 1$$ [1]

Bezeichnen wir die Horizontal-Aequatorealparallaxe des Planeten mit ω, so ist offenbar:

$$\omega = \frac{a}{\varDelta}$$

wo wiederum der sin mit dem Bogen vertauscht ist, was, mit Ausnahme des Mondes, immer geschehen darf.

Nun war auch: $\pi = \frac{a}{E}$

und somit:

$$\frac{\omega}{\pi} = \frac{E}{\varDelta}$$

Und durch Substitution des oben erhaltenen Werthes für π:

$$\omega = \frac{(\varDelta - d) \cdot p}{k \cdot \varDelta \cdot \cos(\gamma - \delta)}$$

Und wenn wir der Kleinheit von d wegen setzen:

$$\frac{\varDelta - d}{\varDelta} = 1$$

was um so eher erlaubt ist, je mehr sich die Chorde A B dem Durchmesser nähert, d. h. je weiter die beiden Punkte, von denen aus die Beobachtung angestellt wird, von einander entfernt sind,

[1]) Formel 1 und 2 wurden benutzt zu den Reductionen der Marsbeobachtungen im Meridian zur Zeit der Opposition von Mars im Jahr 1862, angestellt zu Washington, Santiago de Chile und Albany. (Vergleiche: Washington Observations 1863.)

so kommt: $$\omega = \frac{p}{k \cos (\gamma - \delta)} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 2.$$

Seien wieder A und B (Figur 4) die beiden auf einem und demselben Meridian A C B gelegenen Beobachtungspunkte und zwar liege A nördlich, B dagegen südlich vom Aequator.

Ist ω die Horizontalparallaxe des Planeten P,
φ und $\varphi_{,}$ die Polhöhen der Stationen A und B,
φ' und $\varphi_{,}'$ die geocentrischen Breiten von A und B,
z und $z_{,}$ die in A und B beobachteten Zenithdistanzen des Planeten, befreit von der Refraction,
z' und $z'_{,}$ die geocentrischen Zenithdistanzen,
ϱ und $\varrho_{,}$ die Radien des Erdsphäroids für die Breiten φ und $\varphi_{,}$
δ die Declination des Planeten,
so erhalten wir für die Höhenparallaxe des Planeten entsprechend den beiden Stationen:

$$p = z - z' \qquad p_{,} = z_{,} - z_{,}'$$

$$1 \left\{ \begin{array}{l} \sin p = \varrho \sin \omega \sin [z - (\varphi - \varphi')] \\ \sin p_{,} = \varrho_{,} \sin \omega \sin [z_{,} - (\varphi_{,} - \varphi_{,}')] \end{array} \right.$$

Nun ist im Dreieck O A E der Winkel an A gleich:

$$\varphi' - \varphi$$

$$\text{somit ist } \angle \, O A P = 180 - z + \varphi - \varphi'$$

$$\text{ferner ist } \angle \, A O P = \varphi' - \delta$$

$$\angle \, A P O = p$$

$$\text{und folglich } \; p = z - \varphi + \delta$$

Eine analoge Folgerung ziehen wir aus dem Dreieck O P B, in dem nun

$$\angle \, B O P = \varphi_{,}' + \delta$$

$$p_{,} = z_{,} - \varphi_{,} - \delta$$

und somit: $p + p_{,} = z + z_{,} - \varphi - \varphi_{,} = q$

q ist also völlig bestimmt.

Aus 1. folgt auch:

$$\frac{1}{\sin\omega} = \frac{\varrho \sin[z - (\varphi - \varphi')]}{\sin p}$$

$$\frac{1}{\sin\omega} = \frac{\varrho_, \sin[z_, - (\varphi_, - \varphi_,')]}{\sin p_,}$$

Und mit Rücksicht auf den gefundenen Werth von q erhalten wir die neue Gleichung:

$$\frac{\varrho \sin[z - (\varphi - \varphi')]}{\sin p} = \frac{\varrho_, \sin[z_, - (\varphi_, - \varphi_,')]}{\sin(q - p)}$$

und daraus folgt:

$$\operatorname{tg} p = \frac{\varrho \sin q \sin[z - (\varphi - \varphi')]}{\varrho_, \sin[z_, - (\varphi_, - \varphi_,')] + \varrho \cos q \sin[z - (\varphi - \varphi')]}$$

Auf gleiche Weise bestimmt sich $p_,$ und mit Hülfe dieser Werthe bestimmt sich die Horizontalparallaxe des Planeten, unser ω vermittelst der Formeln 1. der vorigen Seite.

Wollen wir nicht ω, sondern die Horizontalparallaxe der Sonne berechnen, so haben wir nur zu erinnern, dass, wenn π diese Sonnenparallaxe und Δ den Abstand des Planeten vom Erdmittelpunkt zur Zeit der Beobachtung darstellen, wir die Relation haben:

$$\omega = \frac{\pi}{\Delta}$$

und somit können wir statt der Formeln 1. auf voriger Seite auch schreiben, wenn wir die sin der kleinen Winkel mit dem Bogen vertauschen:

$$p = \frac{\varrho\,\pi}{\Delta} \sin[z - (\varphi - \varphi')]$$

$$p_, = \frac{\varrho_,\,\pi}{\Delta} \sin[z_, - (\varphi_, - \varphi_,')]$$

und daraus kommt:

$$p - p_, = \frac{\pi}{\Delta}\left\{\varrho \sin[z - (\varphi - \varphi')] - \varrho_, \sin[z_, - (\varphi_, - \varphi_,')]\right\} \quad 2.$$

Nun ist aber auch:

$$p - p_{,} = (z - z') - (z_{,} - z_{,})$$

ferner:

$$z' = \varphi - \delta$$
$$z_{,}' = \varphi_{,} - \delta$$

Somit: $$p - p_{,} = z - z_{,} - (\varphi - \varphi_{,}) \quad . \; . \; . \; 3.$$

Der letzt erhaltene Ausdruck:

$$z - z_{,} - (\varphi - \varphi_{,})$$

besteht aus lauter bekannten Grössen und das nämliche ist der Fall mit dem Ausdruck:

$$\frac{\varrho}{\varDelta} \sin [z - (\varphi - \varphi')] - \frac{\varrho_{,}}{\varDelta} \sin [z_{,} - (\varphi_{,} - \varphi_{,}')]$$

und somit geht Gleichung 2. der vorigen Seite über in

$$a \cdot \pi = b$$

wo a und b gegebene Grössen sind.

Es ist klar, dass die Genauigkeit, mit der π bestimmt wird, von dem Coefficienten a abhängt und zwar in dem Sinne, dass der Grad der Genauigkeit wächst für einen grossen Werth des Coefficienten a und umgekehrt; somit ergibt sich aus unserer Formel, was unmittelbar schon der Figur entspringt, dass die Beobachtungspunkte auf verschiedener Seite vom Aequator gewählt werden müssen, denn alsdann haben z und $z_{,}$ verschiedene Vorzeichen und der Coefficient a erhält einen grossen Werth.

Wie wir aus unsern Formeln ersehen, bedingt die Genauigkeit der gemessenen Zenithdistanzen z und $z_{,}$ sowie diejenige der geographischen Constanten φ und $\varphi_{,}$ der Beobachtungsorte die Genauigkeit des resultirenden Werthes für die Parallaxe. Nun gehen in die Messungen der absoluten Zenithdistanzen eines Planeten die Theilungsfehler des Kreises, sowie die Tafelfehler für Refraction vollständig ein und es erhellt somit, dass mit Hülfe eines Differentialverfahrens unter Benützung eines Fixsterns, der mit dem Planeten nahe in demselben Parallel liegt und mit ihm zugleich im Gesichtsfeld des Fernrohrs erscheint, ein weitaus genaueres Resultat erzielt werden kann, denn da alsdann beide Objecte an derselben Stelle des Himmels einzustellen sind, bleibt für beide die Refraction nahe dieselbe und die Refraction für die Differenz der Zenithdistanzen kann mit der grössten Genauigkeit bestimmt werden.

Nun ist, wenn wir mit D die Declination des Fixsterns und mit $\Delta\delta$ und $\Delta\delta'$ die auf beiden Stationen *beobachteten* Declinationsdifferenzen zwischen Planet und Stern bezeichnen:

$$\mathrm{D} + \Delta\delta = \varphi - \mathrm{z}$$
$$\mathrm{D} + \Delta\delta' = \varphi_{,} - \mathrm{z}_{,}$$

und somit

$$\Delta\delta - \Delta\delta' = \varphi - \varphi_{,} - (\mathrm{z} - \mathrm{z}_{,})$$

und wir erhalten so für unsern Ausdruck b (Seite 125)

$$\mathrm{b} = -(\Delta\delta - \Delta\delta') \text{ und a wird:}$$

$$\mathrm{a} = \frac{\varrho}{\Delta}\,[\varphi' - (\mathrm{D} + \Delta\delta)] - \frac{\varrho_{,}}{\Delta} \sin\,[\varphi_{,}' - (\mathrm{D} + \Delta\delta')]$$

und die Parallaxe π bestimmt sich wieder aus der Gleichung: $\mathrm{a} \cdot \pi = \mathrm{b}.$

Wir haben bis jetzt vorausgesetzt, dass die beiden Beobachtungsorte unter demselben Meridian liegen; ist das nicht der Fall, so müssen, da alsdann die Beobachtungen keine gleichzeitigen mehr sind, die der Längendifferenz entsprechenden Declinationsänderungen berücksichtigt werden.

Die angegebene Differentialmethode wird auch Anwendung finden können für Beobachtungen, die ausserhalb des Meridians angestellt werden; man bedarf hierzu bloss eines parallactisch aufgestellten Instrumentes, das mit einem Fadenmicrometer versehen ist. Ist nun die abzuleitende Sonnenparallaxe näherungsweise bekannt, so gelangt man leicht zu Bedingungsgleichungen, welche zu der Bestimmung der Correction dieses angenommenen Werthes führen, indem man die Messungen der Declinationsdifferenzen mit Hülfe des genäherten Parallaxenwerthes für jeden Tag auf ein bestimmtes Zeitmoment reducirt.

Ist alsdann $\Delta\delta$ die so reducirte, wegen Refraction corrigirte Declinationsdifferenz zwischen Planet und Stern, gemessen auf der einen Station A, ist ferner

δ die geocentrische Declination des Planeten,

D die Declination des Fixsterns,

π_0 der Näherungswerth der Sonnenparallaxe,

x die Correction dieses Parallaxenwerthes,

p der zu δ gehörige parallactische Factor,

so ist, wie aus Figur 5 sich ohne weiteres ergibt:

$$1) \qquad \delta = D + \Delta\delta + p\,(\pi_0 + x)$$

Aus der Beobachtung des nämlichen Sternes an diesem Tage an einer andern Station kommt die zweite Gleichung:

$$2) \qquad \delta = D + \Delta\delta' + p'\,(\pi_0 + x)$$

wo der parallactische Factor p mittelst der bekannten Formel bestimmt wird:

$$\left.\begin{aligned} p &= \frac{\varrho \sin \varphi' \cdot \sin(\gamma - \delta)}{\Delta \sin \gamma} \\ \tan \gamma &= \frac{\tan \varphi'}{\cos(\Theta - \alpha)} \end{aligned}\right\} {}^{1)}$$

wo φ' die geocentrische Breite der Station,

---

[1]) Siehe Brunnow, Sphärische Astronomie, Seite 151.

ϱ des Erdradius,

Θ die Sternzeit,

Δ die Entfernung des Gestirns vom Erdmittelpunkt und α die Rectascension des Gestirns bedeuten.

Aus 1) und 2) folgt:

$$\delta - D = \Delta\delta + p\,(\pi_0 + x)$$
$$\delta - D = \Delta\delta' + p'\,(\pi_0 + x)$$

d. h. aus der Vergleichung des Planeten mit einem und demselben Sterne an dem einen Tage wird sowohl die geocentrische Declinationsdifferenz $\delta - D$, wie auch die Grösse x bestimmt, wobei es sich von selbst versteht, dass diese Bestimmung nur dann eine hinreichende Genauigkeit verspricht, wenn die Entfernung der beiden Beobachtungsstationen gross genug ist.

Für jeden Tag erhalten wir so viele derartige Bedingungsgleichungen, als an verschiedenen Stationen derselbe Stern mit dem Planeten verglichen worden ist, und durch die Behandlung dieser Gleichungen nach der Methode der kleinsten Quadrate ergibt sich der wahrscheinlichste Werth für x und somit der gesuchte Werth für die Sonnenparallaxe π.

Denken wir uns den Planeten im Aequator des Himmels und nehmen wir an, dass zwei Beobachter in Punkten des Erdäquators, die möglichst weit von einander abliegen mögen, doch so, dass für beide das Gestirn über dem Horizonte bleibt, *gleichzeitig* Zenithdistanzen des Planeten messen, so wird unter Zuziehung der Längendifferenz der beiden Stationen wie früher unter Annahme gleichzeitiger Beobachtungen im Meridiane, die Parallaxe des Gestirns und somit auch diejenige der Sonne berechnet werden können. Nun ist es schwer, in A und B des Aequators gleichzeitige Messungen anzustellen, dagegen bietet die Rotation der Erde um ihre

Axe ein Mittel, die Messungen bloss mittelst einer einzigen Station auszuführen.

Dem Gestirn fehle eine Eigenbewegung, alsdann wird es, vom Mittelpunkt der Erde aus gesehen, zu den umgebenden Fixsternen resp. dieselben Stellungen beibehalten. Bei seinem Aufgange für A (Figur 6) werden die Richtungen, unter denen es in A und im Centrum erscheint, gerade um die Horizontalparallaxe ω des Planeten verschieden sein. Vergleichen wir den Planeten mit einem nahestehenden, ebenfalls im Himmelsäquator sich befindenden Fixstern, der vorausgehen möge, so wird beim Aufgange des Planeten für A seine Entfernung vom Fixstern gesehen von A aus um ω grösser erscheinen als von C aus gesehen; zur Zeit der Culmination des Planeten sind diese Entfernungen gleich; beim Untergang des Planeten erscheint diese Entfernung um ω kleiner, der Fixstern befindet sich nicht mehr über, sondern unter dem Planeten und wir ersehen, dass die Summe der beiden Werthe für die von A aus gesehenen Entfernungen der Planeten und Fixsterne beim Auf- und Untergange des Gestirns, das Doppelte der gesuchten Parallaxe beträgt.[1])

Für die praktische Anwendung dieser Methode ist natürlich Rechnung zu tragen erstens der Eigenbewegung des Planeten, zweitens dem Umstande, dass der Beobachter nicht einen Punkt des Aequators, sondern irgend einen in seiner Nähe wählen und dass das zu beobachtende Gestirn ausserhalb des Himmelsäquators sich befinden wird. Doch sind das alles Dinge, die sich durch

[1]) Vergleiche: Cassini, Eléments d'Astronomie, Paris 1740. Seite 23--31. Delambre, Astronomie théor. et prat. I, pag. 402 und folgende.

die Rechnung vollauf bewältigen lassen. Beobachtet man im Meridian mehrere Tage nach einander, um wie viel der Durchgang des Planeten differirt von demjenigen des benachbarten Fixsternes, dessen Declination nur um wenige Minuten von derjenigen des Planeten abweicht, so wird man durch diese Vergleichung in den Stand gesetzt, für irgend ein Zeitmoment zwischen zwei Meridiandurchgängen die dem Planeten zukommende Rectascension zu bestimmen.

Bezeichnen wir die geocentrischen Coordinaten in Rectasc. und Decl. des Planeten mit α' und δ' und die scheinbaren mit α und δ, so erhalten wir für die Parallaxe in Rectascension mit Ausnahme des Mondes in genügender Strenge die Formel: [1])

$$\alpha' - \alpha = \frac{\varrho}{\Delta} \pi \sin (\Theta - \alpha') \frac{\cos \varphi'}{\cos \delta'}$$

Für eine zweite Beobachtung wird sich ergeben:

$$\alpha_{,}' - \alpha_{,} = \frac{\varrho}{\Delta_{,}} \pi \sin (\Theta_{,} - \alpha_{,}') \frac{\cos \varphi'}{\cos \delta_{,}'}$$

Die Coefficienten von π in diesen beiden Gleichungen sind bekannt und es folgt, wenn wir dieselben abkürzend setzen:

$$\frac{\varrho \sin (\Theta - \alpha') \cos \varphi'}{\Delta \cos \delta'} = \mathrm{q}\,, \quad \frac{\varrho \sin (\Theta_{,} - \alpha_{,}') \cos \varphi'}{\Delta_{,} \cos \delta'} = \mathrm{q}_{,}$$

zur Bestimmung von π die Formel:

$$\pi = \frac{(\alpha_{,} - \alpha) - (\alpha_{,}' - \alpha')}{\mathrm{q} - \mathrm{q}_{,}} \qquad 1)$$

$\alpha_{,}' - \alpha'$, die Veränderung der geocentr. Rectascension des Planeten für die gegebene Zwischenzeit ist ohne weiteres aus der Planetenephemeride zu entnehmen:

---

[1]) Siehe Brunnow, Sphärische Astronomie, Seite 158.

$\alpha_, - \alpha_,$ die Veränderung in derselben Zwischenzeit für den Beobachtungsort ergibt sich durch Vergleichung in Rectascension des Planeten mit einem nahestehenden Stern. In den Ausdrücken für q und $q_,$ wird durch verschieden gewählte Beobachtungszeiten $\Theta - \alpha'$, resp. $\Theta_, - \alpha_,'$ sich ändern und es erhellt aus 1, dass π am günstigsten bestimmt wird, wenn q und $q_,$ entgegengesetztes Vorzeichen und möglichst grosse Werthe haben. Nun ist $\alpha' - \Theta$ der Stundenwinkel t des Planeten; also wird es vortheilhaft sein, die eine Beobachtung im östlichen und die andere im westlichen Stundenwinkel anzustellen und umgekehrt.

Damit q und $q_,$ möglichst grosse Werthe annehmen, ist nothwendig, dass die für einen bestimmten Beobachtungsort und einen bestimmten Stern einzig variablen Grössen: $\sin(\Theta - \alpha')$, $\sin(\Theta_, - \alpha_,')$ möglichst grosse Werthe ergeben und das ist der Fall für

$$\Theta - \alpha' = t = 90^0 \quad \text{d. h.} \quad t = 6^h$$
$$\Theta_, - \alpha_,' = t_, = 90^0 \quad \text{d. h.} \quad t_, = 6^h$$

und somit müssen die Beobachtungen in der Nähe des 6^h Stundenwinkels angestellt werden.

Wird für einen gegebenen Planeten nach dem für derartige Rectascensionsbestimmungen günstigsten Ort der Erdoberfläche gefragt, so haben wir in unserm Ausdruck $\sin t \cdot \cos \varphi$, der ein Maximum werden muss, ausser t auch noch φ zu bestimmen und da die Beobachtungen an eine günstige Zenithdistanz gebunden sind, damit die Refraction nicht störend einwirke, so haben wir uns an die Bedingungsgleichung zu halten:

1) $\quad \sin\varphi \sin\delta + \cos\varphi \cos\delta \cos t = \cos z$

wo z ein bestimmter Werth beigelegt ist, oder wir können eine weitere Relation benutzen in:

2) $\quad \sin t \cdot \cos\varphi = \sin z \cdot \sin p$

wo p den sogenannten parallactischen Winkel im Dreieck Pol-Zenith-Stern darstellt.

Im erstern Falle würden wir die Bestimmung von t und φ nach der üblichen Methode für das Auffinden eines relativen Maximums durchführen, aus der zweiten Relation geht aber sofort hervor, dass sin t cos φ ein Maximum, wenn sin p ein Maximum, d. h. wenn $p = 90^0$.

In diesem Fall ist das oben erwähnte Dreieck rechtwinklig am Stern, der Verticalkreis berührt den Kreis der täglichen Bewegung und wir erhalten für t die Relation:

$$\cos t = \frac{\operatorname{tg} \varphi}{\operatorname{tg} \delta}$$

welcher Ausdruck der grössten Digression des Sterns entspricht, und für φ erhalten wir so den Werth:

$$\sin \varphi = \sin \delta \cos z.$$

Zu derartigen Beobachtungen ist ein fest aufgestelltes Aequatoreal erforderlich, das mit einem System von in geeigneten Intervallen eingezogenen parallelen Declinationsfäden versehen ist. Um die durch eine unrichtige Aufstellung des Instrumentes bedingten fehlerhaften Messungen möglichst zu eliminiren, ist es nothwendig, die Vergleichssterne so auszuwählen, dass sie nördlich und südlich in ungefähr gleichen Entfernungen vom Planeten stehen. Von diesem Paar Sterne und vom Planeten werden alsdann in rascher Folge Durchgänge so weit im Osten vom Meridian genommen, als die Refractionsverhältnisse es zulassen und in gleicher Weise werden diese Sterne und der Planet im Westen beobachtet. Für Mars ist es selbstverständlich, dass in allen Fällen beide Ränder beobachtet werden und dass, falls mehrere Beobachter an den Messungen theil-nehmen, jeder eben so viele Ost- als Westdurchgänge beobachtet. Einer der Hauptvorzüge dieser Methode besteht ja gerade darin, dass durch die Bestimmung der täglichen Parallaxe für den Beobachter die persönliche Gleichung wegfällt. Durch die Uebertragung dieser Beobachtungsmethode auf das Heliometer möchten noch viel genauere Resultate erzielt werden und Mr. Gill hat, durch seine Resultate bei den Juno-Beobachtungen auf Mauritius im Jahre 1874 in dieser Erwartung gestärkt, nach einem sorgfältig ausgearbeiteten Plane bei Anlass der günstigen Mars-Opposition im Jahre 1877 auf der Insel Ascension derartige Beobachtungen ausgeführt. (Siehe Näheres im geschichtlichen Theil, Seite 113 und 114.)

Wie wir früher bei correspondirenden Meridianbeobachtungen gesehen haben, hängt die Genauigkeit des abzuleitenden Resultates ausser von der Entfernung des Planeten hauptsächlich von der Entfernung der beiden Beobachtungsstationen A und B ab; nun ist die grösste Basis vom Cap der guten Hoffnung bis Pulkowa ungefähr = R. 2 sin 47°. [1]) Die Basis, welche bei unserer eben besprochenen Methode durch die Rotation der Erde sich ergibt, hängt ab von der Breite der Station und ist für Greenwich R. 2 sin 38° 30′; für den Cap und St. Jago ungefähr R. 2 sin 57; für Madras ungefähr R. 2 sin 77°, so dass in diesen drei letzten Fällen eine grössere Basis erhalten wird, als für Meridianbeobachtungen möglich wäre.

Wir haben schon bemerkt, dass nur zwei der grossen Planeten, nämlich Mars und Venus, sich zur Parallaxenbestimmung eignen, Merkur ist von der Erde

---

[1]) Wo R den Erdradius bedeutet.

schon zu weit entfernt, als dass seine untern Conjunctionen zu günstigen Resultaten verhelfen könnten. Nun sind auch nicht alle Marsoppositionen zur Beobachtung gleich günstig, denn die Marsbahn hat eine bedeutend grössere Excentricität als diejenige der Venus und der Erde, so dass die Entfernung des Mars von der Erde in der Opposition zwischen 0. 37 und 0. 78 wechselt, wenn als Maasseinheit die mittlere Entfernung der Sonne von der Erde zu Grunde gelegt ist. Die Zeit von einer Marsopposition zur andern beträgt 780 Tage und so kommt denn immer noch eine erhebliche Zahl von günstigen Marsoppositionen auf die so grossen Zwischenzeiten, in denen die Vorübergänge der Venus vor der Sonnenscheibe auf einander folgen. Die Periode für die günstigsten Oppositionen beträgt 15 Jahre weniger 30 Tage und in diesem Intervalle finden 7 Oppositionen statt.

Im Folgenden mögen die Entfernungen des Mars in einzelnen Oppositionen angegeben werden:

1672	September 9.	0. 37
1751	September 14.	0. 38
1849	December 12.	0. 58
1851	Januar 22.	0. 66
1860	Juli 21.	0. 38
1862	October 1.	0. 39
1869	Februar 13.	0. 68
1871	März 22.	0. 64
1877	September 3.	0. 37
1879	November 12.	0. 48
1881/2		0. 60
1884		0. 67
1886		0. 76
1892		0. 38.

Die erste Marsbeobachtung, die zu einer Kenntniss der Sonnenparallaxe verholfen hat, ist diejenige, welche zur Zeit seiner günstigen Opposition im September 1672, von Richer und Meurisse in Cajenne und in derselben Zeit von Piccard und Rœmer ausgeführt worden ist.[1]) Piccard hatte für diese Expedition im Auftrage der Academie einen Beobachtungsplan entworfen und nach demselben wurde Richer zur Pflicht gemacht, an jedem schönen Tage die Meridianhöhe von Mars zu messen. In beiden Stationen wurde Mars hauptsächlich mit dem zu einem Differentialverfahren sich günstig eignenden Stern ψ' Aquarii verglichen. Aus der kritischen Vergleichung der während dieser Opposition angestellten Beobachtungen hat Dominique Cassini gefunden, dass der Fehler einer Messung bis zu 15 Sekunden betragen kann und mit Berücksichtigung dieser Unsicherheit setzt er die Marsparallaxe auf 25″ und die Sonnenparallaxe zu $9^1/_2$″. Eine grössere Basis als durch diese Expedition ermöglicht wurde, ergab die im Jahre 1751 erfolgte Expedition von La Caille am Cap der guten Hoffnung; wurden doch correspondirende Beobachtungen ausgeführt am Cap und in Stockholm von Wargentin. Aber auch diese Expedition hat für die Sonnenparallaxe keine genügenden Resultate zu liefern vermocht. Dazu sind eben vollkommenere Instrumente nöthig, als damals den Beobachtern zur Verfügung standen.

---

[1]) Vergleiche den geschichtlichen Theil Seite 9; ebenso La Lande, Astronomie, II., Seite 322 ff. Delambre, Histoire du 18 siècle, p. 495, und R. Wolf, Handbuch der Mathematik, Physik etc. II., Seite 159.

Wie im geschichtlichen Theil dieser Arbeit zu ersehen, wurde das Mittel, die Sonnenparallaxe durch die Bestimmung der Marsparallaxe zu erforschen, bei einer grossen Reihe von Marsoppositionen versucht und in neuester Zeit, während der Opposition von 1877, haben sich beinahe alle Observatorien der Nord- und Südhalbkugel, die mit guten Meridiankreisen versehen sind, zu einem gemeinschaftlichen Beobachtungsplane vereinigt. — Man hatte erkannt, dass die Hauptmängel der bisherigen derartigen Beobachtungen wesentlich in den drei Punkten zu suchen sind:

1) Man hatte Marsoppositionen beobachtet, in denen die Entfernung des Planeten von der Erde eine sehr grosse ist. (Vergl. die Tabelle auf Seite 134.)

2) Eine thätige Mitwirkung von mehreren Sternwarten und zwar hauptsächlich derjenigen der südlichen Halbkugel wurde nicht erreicht.

3) Die Beobachtungen der betheiligten Sternwarten wurden nicht nach einem bestimmten, für alle gleichen Plane durchgeführt.

Unter Berücksichtigung dieser Hauptpunkte hat Herr Prof. Winnecke[1]) auf das Sorgfältigste für die Opposition von 1862 einen Beobachtungsplan ausgearbeitet und denselben zur Befolgung den Astronomen empfohlen und dieser Plan hat sich so vortheilhaft erwiesen, dass er mit wenigen Ausnahmen auch für die Beobachtung der Marsopposition im Jahre 1877 beibehalten worden ist.

---

[1]) Vergleiche: Bulletin de l'Académie imp. Tom. V. St. Petersburg. Ebenso Winnecke, Beobachtungen des Mars um die Zeit der Opposition von 1862. St. Petersburg. 1863. Vergleiche auch: Astronomische Nachrichten, Nr. 1409, Seite 262.

Wir werden im Folgenden auf die Hauptpunkte dieses Planes einzugehen haben.

Wie aus der Tabelle auf Seite 134 ersichtlich, erreichte 1862 und 1877 die Marsdistanz von der Erde sehr nahe ihr absolutes Minimum, und da für correspondirende Meridianbeobachtungen in nördlichen und südlichen Stationen die günstigste Stellung von Mars offenbar dann eintritt, wenn der Planet für die Mitte der Basislinie möglichst nahe den Zenithpunkt erreicht, weil alsdann für beide Stationen der Planet nahe die gleiche Höhe erreicht und somit die Beobachtungsverhältnisse nahe dieselben bleiben, so wird eine für die Oppositionszeit nördliche Declination des Planeten zu einem genauern Resultat verhelfen, als eine südliche Declination, denn die Sternwarten der Nordhalbkugel, Pulkowa, Berlin, Greenwich, Washington, liegen weiter vom Aequator ab, als diejenigen der südlichen Halbkugel, Cap der guten Hoffnung, St. Jago de Chile, Cordoba. [1]) — So war im Jahre 1877 die Marsdeclination für eine vortheilhafte Beobachtung auf nördlichen Stationen schon etwas zu südlich.

Nach Winnecke's Plan sollten nur Declinationsdifferenzen zwischen Mars und mehreren gewählten Fixsternen gemessen werden, deren Declination im Mittel sehr nahe mit derjenigen des Planeten zusammenfällt.

---

[1])

Breite von	Pulkowa	+ 59° 46′ 18″. 7
„ „	Berlin	+ 52° 30′ 16″. 7
„ „	Greenwich	+ 51° 28′ 38″. 2
„ „	Washington	+ 38° 53′ 38″. 6
„ „	Cap d. g. Hoffn.	— 33° 56′ 3″. 0
„ „	St. Jago de Chile	— 33° 26′ 25″. 5
„ „	Cordoba	— 31° 15′ 1″.
„ „	Melbourne	— 37° 38′ 45″.

Dadurch, dass die Rectascensionsbeobachtungen wegfallen, soll die Hauptaufmerksamkeit des Beobachters auf die Declinationseinstellung des Planeten und der Vergleichsterne gerichtet werden; der Moment, in dem die Pointirung gelungen ist, wird notirt und mit Hülfe des aus anderweitig genügend bekannten Rectascensionen der Vergleichsterne gefundenen, dem Moment der Einstellung entsprechenden Stundenwinkels, wird die beobachtete Declination anf den Meridian reducirt. —

Da es sich herausgestellt hat, dass durch das Einstellen der Sterne zwischen die horizontalen Fäden constante Fehler nicht vermieden werden können [1]), schlägt Winnecke vor, die Sterne an den Fäden zu beobachten, und zwar abwechselnd an dem obern und untern Faden. Wird Mars mit den 4 Sternen, δ Pisc., 20 Ceti, 26 Ceti und 80 Pisc., die ihm vorausgehen, verglichen, so wäre der erste an dem einen Abend am untern Faden, der zweite am obern, der dritte ebenfalls am obern und der letzte am untern Faden einzustellen. Für die 4 nachfolgenden Sterne, die nach dem Planeten den Meridian passiren, wäre dieselbe Ordnung beizubehalten, so dass durch eine derartige Bisection im Mittel der Abstand der Fäden aus dem Resultate eines Abends verschwindet.

Bislang waren grosse Schwierigkeiten bei Einstellung von Planetenscheiben zu überwinden, da das Tangiren des Fadens und Planetenrandes bei nicht sehr scharfen und ruhigen Bildern schr schwer sicher aufgefasst werden kann, und es hat deshalb Winnecke vorgeschlagen, für Mars direct die Declination des Centrums zu beobachten. Zu diesem Behufe ist erforderlich,

---

[1]) Vergleiche: Annales de l'observatoire de Paris, Tome II Seite 51 und 53.

dass die beiden horizontalen Fäden in einer Entfernung von einander stehen, die einige Secunden weniger als das Durchmesserminimum für Mars während der Oppositionszeit beträgt und der Planet ist alsdann so einzustellen, dass ausserhalb der Fäden gleiche Segmente abgeschnitten werden. Die Resultate von 1862 haben gezeigt, dass durch diese Methode eine viel sicherere Einstellung ermöglicht ist. „Vorzüglich aber erhält der Beobachter die Gewissheit, etwas ihm völlig Bestimmtes beobachtet zu haben, etwas, was nur auf eine Weise eingestellt werden kann.“ [1])

Diese Methode kann auch auf kleinere Instrumente angewendet werden, ohne dass bei denselben eine Umänderung nöthig ist, sofern diese Instrumente neben dem festen noch einen beweglichen Horizontalfaden besitzen; der Beobachter hat alsdann nur nöthig, den beweglichen Faden vor Durchgang der ersten Sterngruppe auf eine geeignete, bekannte Entfernung zu stellen und ihn in dieser Lage unberührt bis nach dem Durchgang der letzten Gruppe zu belassen. —

Es ist selbstverständlich, dass etwaige Neigungen der Declinationsfäden auf's genaueste geprüft werden müssen und zwar während der Beobachtungsdauer selbst. Diese Neigung und der Parallelismus der beiden Fäden werden ermittelt mit Hülfe eines Collimators, der auf's sicherste nivellirt werden kann. —

Die Theilungsfehler des Kreises und die periodischen Fehler der Schraube und des Micrometers sind genau zu untersuchen. Bei jedem Microskop ist sowohl der vorhergehende als auch der nachfolgende

---

[1]) A. Winnecke, Beobachtungen des Mars um die Zeit der Opposition 1862, Seite 8.

Theilstrich abzulesen, um die Fehler in der Aufstellung des Microskops zu eliminiren und um die zufälligen Fehler der Theilstriche in ihrem Einflusse zu verringern, und endlich ist der Biegung des Fernrohrs Rücksicht zu tragen, die der Zenithdistanz proportional sein wird und die man am vortheilhaftesten eliminiren kann, wenn das Fernrohr eine Vertauschung von Objectiv und Ocular zulässt.

Am zweckmässigsten würde die Anwendung sehr starker Vergrösserungen sein, doch muss auf eine Vergleichung mit den Beobachtungen kleinerer Instrumente Rücksicht genommen werden und diese Instrumente können nicht höher als auf eine 170—180-fache Vergrösserung gehen; Winnecke schlägt darum eine gemeinsame 170-fache Vergrösserung vor, im Jahr 1877 wurde ein Spielraum in der Vergrösserung von 150 bis 190 gelassen.

Für die Beobachtungen, die 1862 nach diesem Plane ausgeführt worden sind, wurde von Winnecke, Stone und Ferguson als Methode der Parallaxenbestimmung eine paarweise Vergleichung der correspondirenden Beobachtungen beider Halbkugeln durchgeführt [1]) und da nun nicht für jede Station ausreichende correspondirende Beobachtungen vorhanden waren, musste ein beträchtlicher Theil des Materials unbenutzt bleiben. Im Ganzen sind über 300 Beobachtungen vorhanden, von denen sind benutzt worden:

1) von Winnecke 26,
2) von Stone 58,
3) von Ferguson 46.

---

[1]) Vergleiche: Geschichtlicher Theil, Seite 107.

Unter den 26 Winnecke'schen und 58 Stone'schen sind 5 Beobachtungen dieselben, so dass also im Ganzen nur 125 Beobachtungen zur Rechnung benutzt worden sind. — Um das ganze Beobachtungsmaterial zur Berechnung nutzbar zu machen, hat Prof. Newcomb in seiner «Investigation of the distance of the sun, and the elements, which depend upon it»[1]) aus den Beobachtungen Gleichungen aufgestellt, in denen die Tafelfehler der Declination des Planeten mit der Correction der Parallaxe verbunden sind.

Bezeichnet nämlich $\varDelta$ die Entfernung des Planeten von der Erde, δ die Declination des Planeten, d δ den Tafelfehler derselben, d π die Correction der Parallaxe, so wird jede Vergleichung einer beobachteten und berechneten Declination des Planeten eine Gleichung von der Form ergeben:

$$d\,\delta = f\,d\,\pi + k + \frac{a}{\varDelta \cos \delta} + \frac{b \cdot t}{\varDelta \cos \delta}$$

wo k ein constantes Glied bedeutet und wo d, π, k und b die zu bestimmenden Grössen sind.

Der Zeit nach hat Newcomb die Beobachtungen in fünf Serien getheilt und in die Bedingungsgleichungen sind für jede Serie zwei Unbekannte α und β eingeführt, nämlich der Fehler der Polardistanz für die Mittelzeit der Reihe und die Correction dieses Fehlers für 10 Tage berechnet. Auf diese Weise erhält Newcomb als allgemeine Form seiner Bedingungsgleichungen:

---

[1]) Washington observations, 1865, Appendix II., und Investigation of the distance of the Sun. Washington, 1867, in 4°.

$$o = p\left(\alpha + \frac{t}{10}\beta + \frac{0.89 \sin z'}{\varDelta}\pi' + \varDelta p\right)$$

wo α und β die eben angegebenen Bedeutungen haben, wo ferner:

p das Gewicht der Beobachtung,

t die Zeit in Tagen von der Mitte einer jeden Serie gerechnet,

z' die geocentrische Zenithdistanz des Planeten,

π' die Correction der mittlern Horizontal-Aequatorparallaxe der Sonne und

$\varDelta p$ die Differenz aus der berechneten und beobachteten geocentrischen Polardistanz bedeuten.

Der Rechnung ist als angenäherter Parallaxenwerth $8''.90$ zu Grunde gelegt.

Unter Behandlung dieser Gleichungen nach der Methode der kleinsten Quadrate erhält Newcomb für π' abweichende Werthe und erklärt sich das dadurch, dass verschiedene Vergleichsterne in den einzelnen Reihen gewählt worden und unter Bildung anderer Werthe für β ergibt sich für π':

$$\pi' = -0.050$$

und somit: $\pi = 8.855.$

Als wahrscheinlicher Fehler kommt ± 0.016, der indessen mit Rücksicht darauf, dass die Fehler der einzelnen Gleichungen nicht unbeträchtlich sind, auf ± 0.020 erhöht wird.[1])

[1]) Vergleiche: C. Powalky, Ueber die Bestimmung der Sonnenparallaxe, A. N. Nr. 1903, Seite 102.

Correspondirende Aequatoralbeobachtungen von Mars und Sternen wurden während der Oppositionszeit 1862 nur in Upsala und Santjago de Chile erhalten und die Berechnung der Parallaxe ist von Professor Hall [1]) mit Zuziehung der Washingtoner Meridianbeobachtungen derart ausgeführt worden, dass zunächt jede Vergleichung des Planeten mit dem Stern vermittelst der aus dem Washington Almanac entnommenen stündlichen Aenderung des Planeten in Declination auf den Meridian des Beobachtungsortes reducirt wurde. Als Maximalwerth für die differentielle Refraction ergab sich 0″.01 und es wurde darum diese Correction vernachlässigt.

Für die Correction, die von einer Veränderung der Declinationsparallaxe herrührt, wurde für die Beobachtungsdauer eine Tafel berechnet, deren grösster Werth 0″.04 beträgt, so dass mit hinreichender Strenge für diese Aenderungen ein Mittelwerth eingeführt werden konnte.

Die auf den Meridian des Beobachtungsortes reducirten, von der Refraction befreiten Declinationsdifferenzen wurden weiter auf den Meridian von Washington reducirt und die Bestimmung der Horizontalparallaxe aus den correspondirenden Beobachtungen geschah nun nach den Formeln, wie sie auf Seite 122 angegeben wurden. Die Entfernungen von Mars und der Erde wurden aus den Ephemeriden interpolirt, wie sie von Winnecke in seiner Schrift: „Beobachtungen des Mars zur Zeit seiner Opposition 1862“ veröffentlicht sind.

---

[1]) Washington Observations 1863; Appendix A. Vergleiche auch Astron. Nachrichten Nr. 1615, Schreiben des Herrn Dr. A. Schulz an den Herausgeber, und Astron. Nachrichten Nr. 1623, Schreiben des Hrn. Prof. A. Hall an den Herausgeber.

Als wahrscheinlichen Fehler einer einfachen Differentialmessung findet Hall den Werth $\pm$ 0″.4 und zwar

aus 189 Beobachtungen in Upsala $r = \pm 0.317$
„ 490 „ „ „ Santiago $r = \pm 0.405$
„ 502 „ „ „ Washington $r = \pm 0.636$

Zu jedem Resultat, das aus der Combination zweier correspondirender Beobachtungen sich ergibt, gehört ein Gewicht, das von dem wahrscheinlichen Werth einer Micrometervergleichung, der Entfernung des Planeten von der Erde und der geographischen Lage der Observatorien abhängt.

Wird für die Einheit des Gewichtes von 10 Micrometervergleichungen ausgegangen, wenn die Entfernung des Planeten von der Erde = 1 ist und bezeichnet r^{o} den wahrscheinlichen Fehler dieses Mittels, so kommt:

$$r_0 = \pm \frac{0''.4}{\sqrt{10}} = \pm 0.1265$$

und wenn r den wahrscheinlichen Fehler des mittlern Resultates einer Beobachtungsreihe irgend einer Station bedeutet und ist ω das Gewicht desselben, für eine Marsdistanz

$$= \Delta$$

$$\text{so ist } \omega = \frac{8.20412}{r^2} \cdot \frac{1}{\Delta^2}$$

Sind φ und $\varphi_,$ die Polhöhen der nördlichen und südlichen Station, so ergiebt sich unter Bildung der Faktoren

$$\frac{\varphi - \varphi_,}{90} \text{ für Upsala-Santiago}$$

$$\frac{\varphi - \varphi_,}{90} \text{ für Washington-Santiago}$$

das relative Gewicht:

$$\text{Upsala-Santiago} \qquad \omega = \frac{8.21990}{r^2\, \Delta^2}$$

Washington-Santiago $\omega = \frac{8.10938}{\Delta^2}$

Als schliessliches Resultat erhält Hall:

Aus der Vergleichung der Beobachtungen in
Upsala und Santiago $\pi = 8''.859$ $\omega = 43.81$
Washington und Santiago $\pi = 8''.810$ $\omega = 24.60$
und für sämmtliche Aequatorealbeobachtungen 1862:

$$\pi = 8.8415 \pm 0''.04$$

Es ist bei dieser Berechnung nicht ausser Acht zu lassen, dass die Längendifferenz der beiden Stationen, in denen micrometrische Beobachtungen angestellt wurden, sehr beträchtlich ist, so dass die zur Vergleichung der Beobachtungen nothwendige Reduction auf einen und denselben Meridian den Tafelfehlern zu sehr ausgesetzt ist.

Die Marseinstellungen wurden in beiden Stationen nach dem Winnecke'schen Vorschlage ausgeführt und mit günstigem Erfolg: „Das Auge scheint über die Gleichheit des Planetenregments mit grösserer Bestimmtheit und Gleichförmigkeit bestimmen zu können als über das Tangiren des Fadens an der Scheibe.“ [1])

Wie auf Seite 130 bemerkt, hat Professor Galle in Breslau im Jahre 1875 eine Parallaxenberechnung veröffentlicht; seiner Aufforderung entsprechend hatten sich 3 Sternwarten der Südhalbkugel und 9 der Nordhalbkugel an correspondirenden Beobachtungen des kleinen Planeten Flora zur Zeit ihrer perihelischen Opposition im Oktober und November 1873 betheiligt. Die kleinstmögliche Entfernung dieses Planeten von der

---

[1]) Siehe Washington, Observations 1863: Appendix A.

Erde, die also gerade in dieser Opposition eintraf, beträgt 0. 87, ist also fast dreimal so gross als die günstigste Marsentfernung und es erhellt somit, dass, wenn das zu erwartende Resultat ein brauchbares sein oll, die Beobachtungen selbst in ihrer Auffassung die grösste Genauigkeit gestatten mussten.

Prof. Galle bemerkt in Nr. 1897 des A. N. diesbezüglich folgendes:

„Was die Genauigkeit der Einstellungen und hiernach die muthmassliche Sicherheit der zu ermittelnden Parallaxe betrifft, so dürfte der mittlere Fehler einer einzelnen Einstellung bei einem stark vergrösserndem Fernrohr und bei günstiger Luft sicherlich nicht über 0″.5 anzunehmen sein, bei geübtern Beobachtern und Anwendung grosser Sorgfalt aber ohne Zweifel beträchtlich kleiner, wie z. B. mehrere neuere Bestimmungen von Fixsternparallaxen zeigen. Für jeden einzelnen Abend würde daher aus 20—30 guten Vergleichungen ein mittlerer Fehler des Resultats kleiner 0″.1 erwartet werden können und die Wiederholungen während eines ganzen Monats würden die Feststellung bis auf Hunderttheile der Sekunde nicht als unmöglich erscheinen lassen. Insbesondere aber würden die wahrscheinlichen Fehler aus verschiedenen nicht mit einander zusammenhängenden Beobachtungsreihen verschiedener Orte und Zeiten, von verschiedenen Personen und an verschiedenen Planeten angestellt, aus den ermittelten Werthen für die Sonnenparallaxe eine klare Entscheidung geben, ob die gefundenen wahrscheinlichen Fehler den Differenzen der gefundenen Endresultate entsprechen würden; welches Urtheil über die berechneten wahrscheinlichen Fehler bei den meisten andern Methoden oft mit nicht geringen Schwierigkeiten verknüpft ist.“

Nun wird in der That durch die Kleinheit der mit Fixsternen zu vergleichenden Planeten die Micrometermessung eine sehr günstige, da in der Art der Einstellung der Planet vom Stern sich in nichts unterscheidet; die störenden Rücksichten auf Phase, Irradiation etc. fallen weg und durch die Bestimmung des Beobachtungsplanes, dass der Planet an jedem Abend mit zwei Sternen verglichen werden sollte, von denen der eine nördlich, der andere südlich sich befindet und so, dass der Planet in Declination möglichst nahe die Mitte einnimmt, wurde es ermöglicht, die aus dem Mittel aus dem südlichen und nördlichen Sterne sich ergebenden Declinatlonen des Planeten von Unvollkommenheiten des Instrumentes und störenden Temperatureinflüssen, in grossem Grade frei zu erhalten. Natürlich ist zu diesen genauen Beobachtungen vor allem eine feste Aufstellung des Instrumentes erforderlich, und da zeigte es sich denn, dass einzelne Instrumente der Stationen der Südhalbkugel in diesem Punkte zu wünschen liessen; die Vergleichung der gemessenen Declinationsdifferenzen zeigt für die 3 südlichen Sternwarten bedeutend stärkere Abweichungen als für die nördlichen. Die Einstellungsfehler erweisen sich bei fast allen Beobachtern als sehr klein; der wahrscheinliche Fehler einer Beobachtung für eine nördliche Sternwarte kommt auf $\pm$ 0″. 25 für einen einzelnen Abend und in dieser Zahl sind alle persönlichen und Instrumentalfehler eingeschlossen. Professor Winnecke fand für den Repsold'schen Meridiankreis als wahrscheinlichen Fehler einer Marsdeclination 0″. 22.

Professor Galle hat zur Berechnung der Parallaxe, die auf Seite 127 angegebene Methode benutzt unter

Zugrundelegung des Newcomb'schen Parallaxenwerthes $\pi_0 = 8''.848$ und erhält für die Correction χ unter Ausschluss von 15 stark abweichenden Beobachtungen: $\chi = 0''.02533$ und somit $\pi = 8''.873$ mit dem wahrscheinlichen Fehler $\pm$ 0.0420 und es liegen diesem Resultate 81 zwischen der nördlichen und südlichen Halbkugel correspondirende Beobachtungen zu Grunde.

Der zweite und letzte grosse Planet, der sich zu Parallaxenbestimmungen durch günstige Erdnähen eignet, ist Venus. Micrometrische Vergleichungen in oder nahe bei den untern Conjunctionen der Venus lassen sich indessen ausserhalb des Meridians nicht anstellen, da nur in den seltensten Fällen der Planet bei Tageslicht mit nahestehenden hellen Fixsternen wird verglichen werden können. Solche Sternvergleichungen können nur vor Sonnenaufgang oder Sonnenuntergang ausgeführt werden und die Vergleichung wird ausserordentlich erschwert durch den starken Glanz und die einseitige Beleuchtung der Venus. Am günstigsten werden Messungen angestellt werden können zur Zeit des Stillstandes des Planeten, in der die Entfernung der Venus von der Erde im Mittel 0.34 beträgt. Es ermöglicht alsdann die äusserst langsame scheinbare Bewegung der Venus eine Uebertragung der Meridianbeobachtungen vermittelst Interpolation, so dass die Gleichzeitigkeit der Beobachtungen nicht Haupterforderniss bleibt und unter der Voraussetzung, dass durch einen sorgfältig ausgearbeiteten Beobachtungsplan die zu einer micrometrischen Vergleichung geeigneten Fixsterne bekannt gemacht werden, könnten auch kleinere bewegliche Instrumente in verschiedenen günstigen Stationen zur Beobachtung zugezogen werden. Professor Gerling in

Marburg forderte zur Beobachtung des im April 1849 erfolgenden östlichen und im Juni erfolgendeu westlichen Stillstandes der Venus auf.[1])

Diese Aufforderung hatte die grosse amerikanische Expedition nach Chile in den Jahren 1849—1852 zur Folge,[2]) die indessen für die Sonnenparallaxe kein entscheidendes Resultat zu liefern vermochte. Aus der Beobachtung der gleichzeitigen Marsoppositionen konnte schon desshalb nicht die nothwendige Genauigkeit erreicht werden, weil jene Marsoppositionen wegen der grossen Entfernung des Planeten zu den ungünstigsten zählen. (Vergleiche Seite 134.) In Santiago begünstigten die Witterungsverhältnisse die Beobachtungen ausserordentlich, aber in den nördlichen Observatorien war das Gegentheil der Fall; auf 217 Beobachtungen in Santiago kommen nur 5 in Cambridge, 4 in Greenwich und 19 in Washington. Um die guten und zahlreichen Beobachtungen, die in Santiago angestellt worden, nutzbar zu machen, zieht Mr. Gould die in diesen Zeiten an Venus und Mars angestellten Beobachtungen am Cap der guten Hoffnung und der nördlichen europäischen Sternwarten Athen, Cracow, Kremsmünster und Altona zur Beobachtung herbei. Für diese Stationen war kein allgemein verbindlicher Beobachtungsplan gegeben und die Unsicherheit der Positionen der Vergleichssterne konnte desshalb nicht, wie das durch correspondirende Beobachtungen geschieht, elimirt werden und darum kann dem von Mr. Gould abgeleiteten Resultate keine grosse Sicherheit gewährt werden.

---

[1]) Astronomische Nachrichten Nr. 599, Seite 363, und Nr. 613, Seite 195.

[2]) Vergleiche: Astronomische Nachrichten, Band 50, Seite 14. U. S. Naval Exp. tom III. Von Seite LXII ab.

Mr. Gould nimmt als genäherten Werth der Sonnen-Parallaxe den von Encke aus den Venusexpeditionen abgeleiteten und findet für die verschiedenen Marsoppositionen und Venusstillstände folgende Correctionswerthe:

Für die erste Marsopposition 1849:

$d\pi = -0''.0762$ mittlere Fehler $0''.0621$

für die zweite Marsopposition 1851:

$d\pi = +0''.0427$ mittlere Fehler $0''.1334$

für den ersten Venusstillstand:

$d\pi = -0''.3780$ mittlere Fehler $0''.1272$

für den zweiten Venusstillstand:

$d\pi = -0''.1661$ mittlere Fehler $0''.1246$.

Die angegebenen mittlern Fehler sind nicht in üblicher Weise gegeben; sie müssen noch dividirt werden durch die Quadratwurzel aus der Zahl der Beobachtungen.

Für die erste Marsopposition sind die zahlreichsten und zuverlässigsten Beobachtungen auf nördlichen Stationen erhalten worden und darum glaubt Prof. Gould, den ersten Correctionswerth einem Werthe, der aus den stark abweichenden Correctionen der sämmtlichen Beobachtungsreihen abgeleitet werden könnte, vorziehen zu sollen, und er setzt darum endgültig:

$$d\pi = -0''.0762 \pm 0.0621$$
$$\pi = 8''.5712 - 0''.0762 = 8''.4950$$

woraus er abkürzend

$$\pi = 8''.500$$

als Resultat für die Constante der Sonnenparallaxe, abgeleitet aus den Beobachtungen von Mars und Venus in den Jahren 1849—1852, gibt. Dass dieser Zahl keine grosse Sicherheit beigemessen werden kann, ist nach den oben angeführten Correctionswerthen einleuchtend.

Wie schon im ersten Theil bemerkt wurde, sind die genauesten Werthe für die Sonnenparallaxe aus den Beobachtuugen der Vorübergänge der Venus vor der Sonnenscheibe zu erwarten. Die langsame scheinbare Bewegung des Planeten gestattet für die Messung kleiner Winkel eine grössere Genauigkeit, als ein astronomisches Instrument durch directe Messung zu geben vermag. Natürlich können die Vorübergänge der Venus vor der Sonnenscheibe nur in der Nähe des auf- und absteigenden Knotens sich ereignen, der Planet muss sich in ecliptischer Conjunction befinden und die geocentrische Breite der Venus muss kleiner sein als der Halbmesser der Sonne. Nun entsprechen annähernd 8 Umläufe der Erde 13 Umläufen der Venus und 235 Umläufe der Erde kommen 382 Umläufen der Venus gleich; ein Venusvorübergang wird sich darum in demselben Knoten nach 8 Jahren wiederholen und kann dann erst wieder in 235 Jahren stattfinden. Es lassen sich die Vorübergänge im ab- und aufsteigenden Knoten auch mittelst der Verbindung zweier Perioden von 243 Jahren und 8 Jahren ableiten,[1]) und am allgemeinsten durch die Zahlen 121. 5 und 105. 5, verbunden mit der Periode von 8 Jahren.

Ist nämlich T die Epoche eines bestimmten Vorüberganges (etwa im aufsteigenden Knoten), so wird

[1]) Vergleiche die darnach gerechneten Tabellen in Lalande, Astron. II., pag. 461; auch Delambre, Astr. théor. et pract., pag. 473.

im absteigenden Knoten ein Vorübergang stattfinden zur Zeit $T + 121.5$

und ferner in demselben Knoten zur Zeit:

$$T + 121.5 + 8.$$

Im aufsteigenden Knoten dagegen wird ein Vorübergang stattfinden zur Zeit:

$$T + 235 = T + 121.5 + 8 + 105.5$$

und es folgt der nächste zur Zeit:

$$T + 121.5 + 8 + 105.5 + 8$$

so dass wir uns also so ausdrücken können: die Vorübergänge der Venus vor der Sonnenscheibe finden statt in Zwischenzeiten von 105 und 121 Jahren, und alsdann je paarweise.

Für die Vorausberechnung der einzelnen Phasen eines Durchganges ist die eben angegebene allgemeine Bestimmung der Epoche des Durchganges natürlich mit einer strengen Rechnung zu verbinden; man bestimmt zunächst mit Hülfe der Venus- und Sonnentafeln, zu welcher Zeit die geocentrischen Längen von Venus und Sonne einander gleich werden und berechnet alsdann für diese Zeit die geocentrische Breite des Planeten.

Die Berechnung der Vorübergänge der Planeten Venus und Merkur kann nach den Methoden geschehen, welche für die Sonnenfinsternisse gebräuchlich sind, der Planet ersetzt den Mond; der Durchmesser desselben ist kleiner, die Parallaxe geringer und die Bewegung langsamer und wegen der Kleinheit der Parallaxe kann die Rechnung bedeutend abgekürzt werden.

Am gebräuchlichsten ist für die Berechnung die Lagrange'sche Methode, welche auf einfache Weise aus den Phasen der Erscheinung für den Mittelpunkt diejenigen für jeden Ort auf der Oberfläche der Erde zu finden lehrt.[1])

Sind α, δ; A, D die Rectascension und Declination der Venus und Sonne für eine der Conjunctionszeit nahe Zeit T eines ersten Meridians; sind ferner a, d die relative stündliche Bewegung der beiden Gestirne in Rectascension und Declination und r, R die Halbmesser von Venus und Sonne, so rechne man die Hülfsformeln:

$$\left.\begin{aligned} m \sin M &= (\alpha - A) \cos \tfrac{1}{2} (\delta + D) \\ m \cos M &= \delta - D \end{aligned}\right\} 1.$$

$$\left.\begin{aligned} n \sin N &= a \cos \tfrac{1}{2} (\delta + D) \\ n \cos N &= d \end{aligned}\right\} 2.$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{m \sin (M - N)}{R \pm r} &= \sin \psi \\ \tau &= -\frac{m}{n} \cos (M - N) - \frac{R \pm r}{n} \cos \psi \\ \tau' &= -\frac{m}{n} \cos (M - N) + \frac{R \pm r}{n} \cos \psi \end{aligned}\right\} 3.$$

Alsdann ist die Zeit des Eintritts für das Erdcentrum: $t = T + \tau$

und dem entspricht der Positionswinkel des Contactpunktes: $\odot = 180 + N - \psi$

und für die Zeit des Austritts wird:

$$t' = T + \tau' \qquad \odot = N + \psi$$

Für einen beliebigen Ort der Erdoberfläche, dessen östliche Länge l und dessen Polhöhe φ ist, kommt:

---

[1]) Lagrange: Mém. de Berlin 1766. Vergleiche auch: Encke, Astron. Jahrbuch, 1842- — Brunnow, Sphärische Astron., 403. — Hansen, Bestimmung der Sonnenparallaxe durch Venusvorübergänge. — Puiseux: Sur le passage de Venus de 1882. — Edm. Dubois: Les passages de Venus, Paris 1873.

$$\left.\begin{array}{l}\text{Mittlere Ortszeit d. Eintritts: } T = t + l - g \cos \zeta \\ \text{„ \quad „ \quad „ Austritts: } T' = t' + l + g \cdot \cos \zeta\end{array}\right\} \text{I.}$$

Dazu dienen die Hülfsformeln:

$$p \cos (R \pm r) - \pi = f \cdot \sin s$$
$$- p \sin (R \pm r) = f \cdot \cos s$$

wo π und p die Horizontalparallaxen für Sonne und Venus bedeuten.

$$\frac{f}{n \cdot \cos \psi} = g$$

$$\sin (\lambda - A) \cos \beta = \sin s \cdot \sin \odot$$
$$\cos (\lambda - A) \cos \beta = \cos s \cos D - \sin s \sin D \cdot \cos \odot$$
$$\sin \beta = \cos s \sin D + \sin s \cos D \cos \odot$$

wo für Ein- und Austritt der entsprechende Werth für $\odot$ zu nehmen ist.

$$\varDelta = \lambda - L$$

wo L die den Zeiten t oder t′ entsprechende Sternzeit ist.

$$\cos \zeta = \sin \beta \sin \varphi + \cos \beta \cos \varphi \cdot \cos (\varDelta - l).$$

Aus den Formeln I geht nun ohne weiteres die Bedeutung der Halley'schen Methode hervor, denn in $T-T'$ heben sich die zweiten Glieder weg und es genügt somit eine nur annähernd bekannte Länge, wenn die Gesammtdauer der Erscheinung hat beobachtet werden können. Bezeichnen wir die relative Zeitdauer für etwa die innern Berührungen, gesehen vom Beobachtungsorte 1 aus mit J und diejenige für die nämlichen Berührungen, gesehen von einem andern Punkte 2 aus, mit J′, so lässt sich J—J′ darstellen als Funktion der relativen Parallaxe p—π, d. h. p—π wird aus dem Ausdrucke für J—J′ bestimmt. Ist nun für eine bestimmte Zeit p—π gefunden, so lässt sich unter Benutzung der Sonnen-

Venustafeln eine Relation aufstellen zwischen den Parallaxen und den Rad.-vect. der Venus- und Erdbahn, entsprechend dieser Zeit, und aus der Kenntniss der Grössen $p - \pi$ und $\frac{p}{\pi}$ folgt die Bestimmung der gesuchten Parallaxe π und p. Aus dem Ausdruck, der sich für $p - \pi$ ergibt, folgt für einen Fehler di in der Messung des Intervalls $J - J = i$:

$$\frac{d\pi}{\pi} = \frac{di}{i}$$

und es sind somit zu einer genauen Bestimmung des Sonnenparallaxenwerthes nach der Halley'schen Methode die beiden zu verbindenden Beobachtungsorte so zu wählen, dass i möglichst gross wird. Nehmen wir $i = 30^m$ und setzen wir den Fehler in der Beobachtung $di = 10$ Sekunden, so ist

$$\frac{d\pi}{\pi} = \frac{1}{180}$$

und das gibt für den Parallaxenwerth $8''.85$, wie ihn Newcomb aus einer grössern Zahl neuerer Bestimmungen abgeleitet hat, einen Fehler von nahe $0''.05$.

Delisle erweiterte die Halley'sche Methode, indem er zeigte, dass sämmtliche guten Beobachtungen einer bestimmten Phase des Durchganges zur Ableitung des Parallaxenwerthes verbunden werden können.

Sind T' und T'' die mittleren Zeiten zweier Stationen für die Beobachtung derselben Phase und ist T die mittlere Zeit eines ersten Meridians für denselben Contact, gesehen vom Mittelpunkt der Erde aus, so ist nach I., wenn l und l' die Längen der Stationen bedeuten:

$$T' - T'' = l - l' + g\,(\cos\zeta' - \cos\zeta)$$

$$g = \frac{(T' - l) - (T'' - l')}{\cos\zeta' - \cos\zeta}$$

Nun ist nach den Formeln für f sin s und f cos s (Seite 154):

$$f^2 = \pi^2 + p^2 - 2\,\pi\,p \cos (R \pm r)$$

und da für den Moment des Contacts

$$\cos (R \pm r) \text{ sehr nahe } = 1:$$

$$f = p - \pi$$

und da $\dfrac{f}{n \cdot \cos \psi} = g$ kommt

$\dfrac{p - \pi}{n \cdot \cos \psi} = g$ und so erhalten wir nach der Delisle'schen Methode:

$$p - \pi = \frac{n \cdot \cos \psi\,[(T' - l) - (T'' - l')]}{\cos \zeta' - \cos \zeta}$$

Ist für die betrachtete Epoche y der Rad. vect. der Venusbahn, und z derjenige der Erdbahn, so ist

$$\frac{\pi}{p} = \frac{z}{z - y} \text{ somit}$$

$$\pi = \frac{(z - y)}{y} \cdot \frac{n \cos \psi\,[(T' - l) - (T'' - l')]}{\cos \zeta' - \cos \zeta}$$

Ist durch die Beobachtung $(T' - l) - (T'' - l') = k$ fehlerhaft gegeben und ist dieser Fehler $= d\,k$, so kommt für π ein Fehler von:

$$d\,\pi = \left(\frac{z}{y} - 1\right) \cdot \frac{n \cos \psi}{\cos \zeta' - \cos \zeta} \cdot d\,k$$

Die Bestimmung nach der Delisle'schen Methode wird also um so genauer werden, je grösser $\cos \zeta' - \cos \zeta$ wird und am genauesten, wenn $\cos \zeta$ und $\cos \zeta'$ ihre Maximalwerthe und verschiedene Vorzeichen haben.

Die allgemeinste Verbindung sämmtlicher Beobachtungen wird sich ergeben durch die Vergleichung der einzelnen Beobachtungen mit den entsprechenden Phasen, gesehen vom Mittelpunkt der Erde aus. Dadurch wird auch eine Bestimmung der Tafelfehler, so weit sie in die Differenz der Rectascensionen und Declinationen der beiden Gestirne Sonne und Venus eingehen, ermöglicht. Jede Beobachtung liefert eine Bedingungsgleichung von der Form:

$$(\mathfrak{R} - \mathfrak{B}) = a - d\,(\alpha - A) + b \cdot d\,(\delta - D) + c \cdot d\,\pi_0 + f.\, d\,(R \pm r)$$

wo $\mathfrak{R} - \mathfrak{B}$ die Differenz der Zeiten für den berechneten und beobachteten Contact bedeutet und zur Berechnung von a, b, c und f dienen die Hülfsformeln:

Gegeben sind: φ, A, δ und D; $\alpha_0 = \frac{1}{2}(\alpha + A)$; $\delta_0 = \frac{1}{2}(\delta + D)$. Θ ist die Sternzeit entsprechend der beobachteten mittleren Zeit.

$$\left.\begin{array}{l}\cos\varphi \cos(\alpha_0 - \Theta) \sin\delta_0 - \sin\varphi \cos\delta_0 = h \cos H \\ \cos\varphi \sin(\alpha_0 - \Theta) = h \sin H\end{array}\right\} \text{be-}$$

stimmen H und h.

Mit einem angenommenen Werthe $p - \pi$ rechnet man B′ und C′ nach den Formeln:

$$B' = \alpha - A + (p - \pi)\, h \sec H \sec \delta_0$$
$$C' = \delta - D + (\pi - p)\, h \cdot \cos H$$

Die Formeln: $m \cos M = C'$
$m \sin M = B' \cos \delta_0$ geben M u. m

und aus

$$n \cdot \cos N = \frac{1}{3600} \cdot \frac{d(\delta - D)}{dt}$$
$$n \cdot \sin N = \frac{1}{3600} \cdot \frac{d(\alpha - A)}{dt}$$

wo $\dfrac{d(\delta - D)}{dt}$ und $\dfrac{d(\alpha - A)}{dt}$

als stündliche Aenderungen in den Ephemeriden schon enthalten sind, bestimmt sich N und n.

Endlich ist $(\mathfrak{R} - \mathfrak{B}) = \dfrac{m - (R \pm r)}{n \cos(M - N)}$

Alsdann ist:

$$a = - \frac{\sin M \cdot \cos \delta_0}{n \cos(M - N)}$$

$$b = -\frac{\cos M}{n \cos (M - N)}$$

$$c = -\frac{p - \pi}{p_0} \cdot \frac{h \cdot \cos (M - H)}{n \cdot \cos (M - N)}$$

$$f = \frac{1}{n \cdot \cos (M - N)}$$

Die Rechnung wird also im allgemeinen so durchgeführt werden, dass man mit einem vorläufigen Werth der Sonnenparallaxe in die Formeln eingeht, die Unterschiede berechnet, welche die Beobachtungen ergeben, die Differentialgleichungen zwischen diesen Unterschieden und den Verbesserungen der der Berechnung zu Grunde gelegten Elemente aufstellt und unter Benutzung der Methode der kleinsten Quadrate die wahrscheinlichsten Verbesserungen dieser Elemente bestimmt. Die etwas beschwerliche Arbeit, welche die Auflösung der Bedingunggleichungen verursacht, kann erleichtert werden durch Tafeln, welche gewisse Grössen, die in diesen Gleichungen nothwendig werden, leicht zu bilden gestatten. Solche numerische Tafeln hat Puiseux gegeben, [1]) und zwar für den Venusvorübergang des 8. Dezember 1874.

Möge nun die Rechnung auf irgend eine Methode durchgeführt werden, immer ist erforderlich, dass die Beobachtungen des Contactes mit hinreichender Genauigkeit, für deren Grenze etwa 5 Sekunden angegeben werden kann, ausgeführt werden, und das wird erschwert durch unruhige Luft, durch Refraction und die verschiedenen Erscheinungen, welche von der Güte des Objektivs des Instruments abhangen. Die Irradiation

---

[1]) Vergleiche: Puiseux, Sur la formation des Equations de Condition etc. in Addition à la Connaissance des temps 1876.

verändert scheinbar die Grösse der Scheiben und so ist denn eine besondere Einübung nöthig, um den Beobachter in Stand setzen zu können, auf contante Weise die Contacterscheinungen zu beobachten.

Wie schon im ersten Theil erwähnt wurde, befassten sich bald nach den Vorübergängen verschiedene Rechner mit der Ableitung der Resultate und diese bedienten sich bald einer directen Methode, wie sie aus den allgemeinen Formeln ohne weiters sich ergibt, bald einer indirecten, indem durch vorläufige Annahme irgend eines Parallaxenwerthes die beobachtete Dauer auf die Dauer für das Erdcentrum reducirt und aus den so erhaltenen grössern oder kleinern Abweichungen dieser aus den Beobachtungen an verschiedenen Stationen erhaltenen Resultate unter sich auf die Richtigkeit der supponirten Parallaxe geschlossen wurde. Die erste Rechnung gab Short in Phil. trans. 1761, p. 611, in der er eine mittlere Sonnenparallaxe von 8″.65 ableitet. Ihm folgt in der Bearbeitung des ersten Venusüberganges Pingré (Mém. de l'Academie 1761, pag. 413), der zum Parallaxwerthe 10″ gelangt, auf eine Differenz zwischen seinen Beobachtungen auf Rodrigues und der Capbeobachtung aufmerksam macht und dadurch einem langen und heftigen Streite ruft.[1] Hornsby kommt auf $9\frac{1}{2}''-10''$, Rumowsky gar auf 8″.33, Planmann, der beim Austritt die innern und äussern Berührungen

[1] Siehe : Phil. trans. 1763, p. 100
Hornsby, Phil. trans. 1763, p. 467
Rumowsky, N. Act. Petrop. T. XI. p. 443
Pingré, Mèm. de l'Acad. 1764, p. 339
Planmann, Schw. Abh. 1763, p. 128
1764, p. 144
Audifredi, Investigatio Parallaxis Solaris, Rom 1765
„ de solis parallaxi, Rom 1766.

benutzt und am sorgfältigsten in der Auswahl der Beobachtungen und in der Bestimmung der Längendifferenzen vorgeht, findet mit Anschluss der Pingré-schen Beobachtung 8″.2 und Audifredi endlich 9″.25.

Ueber diese Arbeiten im Allgemeinen spricht sich Encke folgendermassen aus: „So mühsam und verdienstlich für ihre Zeit die Rechnungen der verschiedenen Astronomen waren, die Fortschritte der neuern Astronomie verlangen eine andere Behandlung. Ein Fehler der Methode, der alle frühern Beobachtungen trifft, ist der zu grosse Werth, der auf einzelne Beobachtungen gelegt wird. Alle europäischen mit der vom Cap zu vergleichen und das Mittel herauszunehmen, heisst nichts anderes, als der letzteren eine Genauigkeit beilegen, eben so gross als die aller europäischen zusammengenommen. Von geringerm Einfluss, aber immer fehlerhaft, ist die Vernachlässigung, die ebenfalls alle frühern Rechner sich erlaubten, dass sie nämlich die Elemente der scheinbaren Venusbahn gleich anfangs festsetzen, und nicht die Aenderung im Werthe der Parallaxe berücksichtigen, die durch kleine Verschiedenheiten der Elemente bewirkt werden könnte. Am allerwichtigsten ist die Berichtigung der Mittagsunterschiede: lassen sich diese nicht genauer finden, als sie zu jener Zeit erhalten werden konnten, so würde eine neue Bearbeitung vollkommen überflüssig sein.“

In vielfacher Beziehung stand, was die zur Berechnung eines solchen Parallaxenwerthes nöthigen

---

[1]) J. F. Encke, Die Entfernung der Sonne von der Erde. Gotha. 1822, pag. 33.

Bedingungen betrifft, der erste Venusvorübergang (1761) vor dem zweiten (1769) zurück; so wurde 1769 ein Zeitunterschied zwischen zwei Verweilungen von über 23 Minuten beobachtet, während 1761 keine Verweilung gesehen werden konnte, die länger gewesen wäre, als die geocentrisehe Dauer und der vortheilhafteste Punkt, die südwestliche Spitze von Neu-Holland hätte verglichen mit der kürzesten Dauer, gesehen von Sajansk aus, einen Unterschied in der Verweilung von nur 9 Minuten ergeben. —

Ferner war der Eintritt 1761 für den grössern Theil Europa's nicht sichtbar, während 1769 der Pol des frühesten Eintritts mitten in Deutschland fiel und somit in den festen Observatorien Europa's mit Leichtigkeit sicher beobachtet werden konnte. Ausserdem litt die Sicherheit der meisten Beobachtungen 1761 an einer eigenthümlichen optischen Erscheinung, auf die man nicht vorbereitet war und die wesentlich dazu beitrug, den Moment der wirklichen Berührung, statt, wie Halley meinte, mit einer Sicherheit bis auf 2 und 3 Secunden, mit einer Unsicherheit bis auf 15 und mehr Secunden zu geben. So notirte z. B. auf der Wiener Sternwarte 1761

Hell für den Moment der äussern Berührung	$21^h\ 41^m\ 19^s,0$,
Cassini, ebenfalls in Wien,	$21^h\ 40^m\ 58^s,0$,
Steinkellner, auch an der Wiener Sternwarte	$21^h\ 40^m\ 23^s,0$.

Man dachte sich das Phänomen als einfache Berührung zweier scharf begrenzter Kreise, von denen der kleinere sich in den grössern hineinlegt und beim Ein- und Austritt je zwei Mal berührt. Nun wird aber durch die Irradiation die Erscheinung beträchtlich modificirt; die Sonnenscheibe scheint vergrössert, und die Planetenscheibe verringert und im Momente des wirklichen innern Contactes scheint der verengerte Planetenrand um eine gewisse Grösse von dem benachbarten Theil der vergrösserten Sonnenscheibe entfernt zu sein. So berichtet Encke nach Wargentin's Bericht in den schwedischen Abhandlungen:

„Eine Minute vor dem Zeitpunkt der ersten innern „Berührung schien es Wargentin, als befinde sich Venus „völlig in der Sonne. Er sah ihre ganze Rundung deut-„lich, obwohl mit einem schwächern Scheine an der „äussern Seite, wo Venus zuletzt eintrat. Anfangs „glaubte er, dieser Schein sei nichts anderes als der „Glanz der Sonne, welche den Planeten von allen Seiten „umgebe, weil aber der Glanz nicht seinem Erwarten „gemäss schnell genug zunahm, sondern fast eine „ganze Minute lang gleich schwach blieb, so gab er „genau Achtung, bis er einen andern stärkern und „lebhaftern Glanz bemerkte, welcher den dunkeln „Planeten plötzlich umringte. Die spitzigen und gegen-„einander gewandten Hörner der Sonne, die zuvor die „Sonne an der äussern Seite umfasst hatten, gingen „da völlig zusammen und schlossen sie plötzlich ein."

Aehnliche Erscheinungen finden bei der äussern Berührung statt, Venus verlängert sich in den scheinbaren Sonnenrand hinein und bildet ein schwarzes nach aussen gerichtetes Band, das plötzlich zerreisst und so gibt denn das Beobachten des Verschwindens und Erscheinens einer kleinen Lichtlinie die genauesten Beobachtungsmomente. Latande erklärt die Erscheinungen durch einen Irradiationsring, der die Sonne umgibt, dessen Breite zum Theil von der Güte des Fernrohres abhängt, im Ganzen aber etwa 3″ betragen würde. So lange Venus einen Theil des wirklichen Sonnenrandes uns verdeckt, hört auch die bei demselben stattfindende Irradiation auf Der scheinbare Sonnendurchmesser wird folglich in der Gegend der Venus so lange durch einen dunklen schmalen Streifen verdeckt bleiben, bis diese den wahren Sonnenrand wieder zu sehen erlaubt; in diesem Augenblicke beginnt aber auch wieder die Irradiation sichtbar zu werden und Venus steht scheinbar einige Secunden innerhalb der Sonnenscheibe. —

Wie schon bemerkt, konnten 1761 gar keine Verweitungen beobachtet werden und darum sind zu einer fruchtbringenden Ausnutzung der damaligen Beobachtungen genaue Längenbestimmungen unbedingt erforderlich. Die damals fast ausschliesslich gebräuchliche Methode, die Länge durch Beobachtung der Verfinsterung der Jupitertrabanten zu bestimmen, gestattete keine hinreichende Genauigkeit. Viel günstiger gestalteten sich die Verhältnisse 1769; man hatte inzwischen gelernt, die Sternbedeckungen zu diesem Zwecke zu benutzen und eine kurz nach dem Venusdurchgang eingetretene Sonnenfinsterniss machte mit Hülfe der Euler'schen Methode eine sehr genaue Kenntniss der Längen der meisten nördlichen Beobachtungsstationen möglich. Ausserdem waren die äussersten Punkte, an denen Verweilungen beobachtet werden konnten, (in Wardhus und Otaheiti) für grosse parallactische Wirkungen sehr günstig. Denn ist T die Zeit der geocentrischen Dauer, π die Horizontalsonnenparallaxe, so war nach Encke die Dauer

für Wardhus $T + 78\ \pi$
für Otaheiti $T - 82\ \pi$

Leider waren die Beobachtungen auf diesen wichtigen Stationen nicht derart, dass ihnen das grosse Gewicht, das sie unter normalen Verhältnissen verdienten, ohne weiters hätte zugestanden werden können. In Wardhus beobachtete Pater Hell; ungünstig war die geringe Höhe der Sonne (6°), doch war die Luft klar und ruhig, so dass Hell die Witterung als „sehr günstig" bezeichnen konnte. Zwischen den Beobachtungen in Wardhus und Cajaneborg stellte sich eine beträchtliche Differenz heraus und als nun Hell seine Beobachtung, entgegen allen andern Astronomen, neun volle Monate verheimlichte, obschon er wusste, dass ausser der seinigen keine vollständige Beobachtung im Norden gemacht war, gewann der zuerst von Lalande geäusserte Verdacht, Hell habe deshalb so lange mit der Veröffentlichung gezögert, um seine Beobachtungen nach den ihm bekannt gewordenen zu corrigiren, ziemlich Boden; Encke schliesst seine Auslassungen über Hell mit den Worten: „seiner Verstocktheit allein ist es zu„zuschreiben, wenn die Wardhuser Beobachtung immer „mit etwas kritischem Blicke angesehen wird, und man „sich des Wunsches nicht erwehren kann, sie, wenn „es möglich wäre, weglassen zn können." In neuerer Zeit hat Littrow in seiner Schrift: „Hell's Reise nach Wardœ und seine Beobachtung des Venusdurchganges im Jahre 1769, aus den aufgefundenen Tagebüchern" Hell, wenn auch nicht einer gemeinen Fälschung, so doch ganz gewiss einer Correctur überwiesen. — In Otaheiti zeigten sich bei zwei Beobachtern bei den Eintritten eine Differenz von 20^s, bei den Austritten 10^s, wodurch der Willkür ein zu grosser Spielraum gelassen ist.

Wie schon erwähnt, lieferte Encke für beide Venusdurchgänge eine mustergültige Bearbeitung; die einzelnen Beobachtungen und Längenbestimmungen werden auf's sorgfältigste discutirt, und um die Wirkung des Zustandes der Atmosphäre, der Güte des Fernrohrs, der Aufmerksamkeit des Beobachters, der Sicherheit, mit welcher die Länge und Zeit bestimmt ist, in Rechnung bringen zu können, theilt Encke die Beobachtungen in verschiedene Classen ab. Aus den Bedingungsgleichungen, die nach der Methode der kleinsten Quadrate behandelt werden, ergibt sich für die Hor.-Aequator-Sonnenparallaxe

1761: $\pi = 8''.5309 \pm 0.0623$

1769: $\pi = 8''.6030 \pm 0.0460$

woraus $\pi = 8''.5776 \pm 0''.0370.$

Angeregt durch neuere Parallaxenrechnungen, die theils aus theoretischen Entwicklungen, theils aus Oppositionsbeobachtungen erheblich grössere Werthe ergaben als Encke in seiner Behandlung der Venusdurchgänge 1761 und 1769 gefunden, unternahm Carl Powalky 1864 eine Neuberechnung des Venusdurchganges 1769[1]). Als allgemeine Principien, nach denen die Untersuchung durchgeführt ist, gibt Powalky im Wesentlichen Folgendes an:

„Die Grundlagen des Urtheils bilden die Angaben „und Beschreibungen der Beobachter. Wenn hienach „einige Beobachtungen für einen bestimmten Beobach-

---

[1]) Powalky, Neue Untersuchung des Venusdurchganges 1769, Kiel 1864, in 4°.
Vergleiche auch: Astr. Nachrichten Nr. 1687 und 1811.
Monthly, Notices, Vol. 28, p. 255.
C. Bruhns, J. F. Encke, sein Leben und Wirken, Leipzig, 1869, 8°, S. 88.

„tungsmoment als gute erkannt sind, so ist es gerecht-„fertigt, bedeutend abweichende, für welche nähere „Angaben des Verfassers entweder fehlen oder sie als „zweifelhaft erkennen lassen, auszuschliessen. Von „erstern wenig abweichende dienen dagegen, wenn der „Bericht des Beobachters sie nicht als zweifelhaft er-„kennen lässt, zur Verstärkung des Gewichts derselben. „Ein unerlässliches Kriterium namentlich für einzelne, „an weit entfernten Orten beobachtete Ein- und Aus-„tritte ist die Uebereinstimmung der aus den einzelnen „Momenten folgenden Längen mit den Längenbestim-„mungen, die auf anderm Wege erreicht sind.“

Nach diesen Kriterien schliesst Powalky eine beträchtliche Anzahl von Beobachtungen, die Encke benutzt, aus, so z. B. sämmtliche europäischen mit Ausnahme einer Greenwicher und derjenigen von Pater Hell; die Längen verschiedener Beobachtungsorte werden, mitunter ganz beträchtlich, geändert und so folgt denn aus 45 Bedingungsgleichungen ein Resultat 8″.83, das sich den neuern Bestimmungen sehr nähert.

In einer spätern Arbeit verbindet er die beiden Venusdurchgänge 1761 und 1769, führt die Knotenänderung der Venusbahn als Function der Sonnenparallaxe in die Gleichungen ein und findet aus 49 Bedingungsgleichungen für die Horizontal-Aequatoreal-Sonnenparallaxe $\pi = 8''.771 \pm 0''.012$[1].

Wie schon im I. Theil erwähnt wurde, hat Hansen in seiner ausgezeichneten Abhandlung „Bestimmung der Sonnenparallaxe durch Venusvorübergänge etc.“ mit besonderem Nachdruck auf die Wichtigkeit von Distanzmessungen hingewiesen. Die Contactbeobach-

---

[1]) Astronomische Nachrichten Nr. 1908, S. 102 ff.

tungen können nicht wiederholt werden, dagegen gestattet die Vervielfältigung der Distanzmessungen während der Erscheinung die Störung, welche von den unvermeidlichen Beobachtungsfehlern herrühren, im Resultat bedeutend zu vermindern.

Für die Beobachtung der Ein- und Austritte, wie auch für die Messung von Ränder- oder Mittelpunktentfernungen erhält Hansen eine einfache Gleichung zweiten Grades, aus der die Sonnenparallaxe bestimmt werden kann. —

Seien H und K Höhe und parallactischer Winkel des Sonnencentrums, l die scheinbare geocentrische Länge der Venus, u der Radius des Schattenkegels in der durch den Beobachtungspunkt parallel zu der von Hansen gewählten x y Ebene gelegten Ebene. Dann lautet die für die Zeit der Ränderberührungen wie auch für den Moment einer Distanzmessung gültige Hansen'sche Gleichung:

$$m^2 \varrho_0^2 l^2 \cos^2 H - 2 m \varrho_0 l S \cos H \cos (W' - \Sigma) + S^2 - u^2 = 0$$

m ist eine mit der gewählten Längeneinheit verbundene Constante. Ferner ist:

$$W' = N' - L$$
$$l \sin L = \sin K$$
$$l \cos L = d \cos K$$
$$S \sin \Sigma = \gamma$$
$$S \cos \Sigma = \frac{t - \lambda - \mu}{15} n$$
$$d \sin D = \sin \delta'$$
$$d \cdot \cos D = (1 - c) \cos \delta'$$

t ist die in Graden ausgedrückte wahre Sonnenzeit des Beobachtungsortes,

λ ist die in Graden ausgedrückte östl. geogr. Länge des Beobachtungsortes in Bezug auf den ersten Meridian.

μ ist die in Graden ausgedrückte wahre Zeit des ersten Meridians, in welcher der kürzeste Abstand stattfindet,

n ist die gemeinschaftliche stündliche Bewegung der Sonne und Venus.

In der obigen quadratischen Gleichung ist nun ϱ_0 der Aequatorhalbmesser der Erde als Unbekannte zu bestimmen, dies ϱ_0 wird in Theilen der mittlern Entfernung der Sonne von der Erde erhalten und es ist demnach, wenn π die Aequator-Horizontalparallaxe der Sonne ist:

$$\varrho_0 = \sin \pi$$

Für eine Distanzmessung ist nun der Zeitpunkt der Beobachtung anzugeben und dieser Zeit entsprechend wird ein bestimmter Werth von u sich ergeben; ist (u) der Werth von u für Ränderberührungen, b' die beobachtete Ränderentfernung, so erhält man aus der gemessenen Entfernung für u:

$$\pm\, u = (u) - [r_{,}\, r' - (r_{,} + r')\, \varrho_0 \sin H]\, \frac{m}{r}\, \mathrm{tg}\, b'$$

$r_{,}$ = Entfernung der Erde von der Venus,
r' = tabularischer Radius vector der Sonne.
r = tabularischer Radius vector der Venus.

Für Mittelpunktsentfernungen würde kommen:

$$u = [r_{,}\, r' - (r_{,} + r')\, \varrho_0 \sin H]\, \frac{m}{r}\, \mathrm{tg}\, b$$

wo b die gemessene Entfernung der Mittelpunkte bedeutet.

Schon aus der quadratischen Gleichung für ϱ_0 geht hervor, dass Beobachtungsorte, in denen die Sonne im Zenith ist, zur Bestimmung der Parallaxe nicht verwendet werden können, denn cos H ist alsdann Null oder nahe Null. Um die günstigsten Beobachtungsorte zu finden, benützt man am bequemsten die Differentialgleichung für ϱ_0 und untersucht den Coefficienten von d ϱ_0; so findet denn auch Hansen als allergünstigste Beobachtungen diejenigen, während welcher die Mittelpunkte der Venus und der Sonne sich in einem und demselben Verticalkreise befinden, wo also der Positionswinkel der Venus in Bezug auf den Sonnenmittelpunkt und den durch diesen gelegten Verticalkreis entweder 0° oder 180° ist. Für Orte, in denen dieser Winkel 90° oder 270° wird, sind Beobachtungen unbrauchbar.

Für die Berechnung der Parallaxe aus den Beobachtungen schlägt Hansen als einfachsten und bequemsten Weg, der vollständig strenge ist, vor, aus einem vorläufigen Werth der Parallaxe und der Beobachtungszeiten den Halbmesser u des Schattenkegels zu berechnen, denselben bei beobachteten Ränderberührungen mit dem theoretischen, und bei beobachteten Ränderentfernungen mit dem beobachteten Werthe desselben zu vergleichen und daraus die entsprechenden Differentialgleichungen aufzustellen.

Nach der Hansen'schen Methode, verbunden mit einem Verfahren, das Prof. Friesach in Graz angegeben hat, führte Bruno Peter, Observator an der Leipziger Sternwarte, eine Untersuchung der Verhältnisse des nächsten Venusvorüberganges 1882 aus. Siehe: Bruno Peter, Untersuchung der Vorübergänge der Venus vor der Sonnenscheibe im Jahre 1882; in Nova Acta der Leop.-Carol.-Deutschen Academie der Naturforscher. Band 39, Nr. 5. 1877.

Eine ähnliche Arbeit über dasselbe Thema veröffentlichte Fritz Deichmüller im 89. Band der Astron. Nachrichten (Nr. 2133 und 2134) unter dem Titel: „Ueber den Vorübergang der Venus im Jahre 1882.“

Zur Bestimmung der Sonnenparallaxe sind noch drei weitere Methoden verwendet worden, die im Folgenden kurz besprochen werden sollen.

Die erste besteht in der Benutzung der sogenannten parallactischen Ungleichheit des Mondes. Der Mond zeigt in seiner Bewegung um die Erde Abweichungen von der Bahn, die durch die Attration der Erde nach dem Keppler'schen Gesetze bestimmt ist und unter diesen Ungleichheiten ist eine, welche von der Entfernung der Sonne abhängt. Ist das Verhältniss der mittleren Entfernungen des Mondes und der Sonne bekannt, so lässt sich der Betrag der Ungleichheit bestimmen, ist aber umgekehrt der Betrag der Abweichung durch die Beobachtungen gegeben, so lässt sich jenes Verhältniss berechnen und aus demselben kann wegen der bekannten Entfernung des Mondes von der Erde auf die Grösse der Sonnenparallaxe geschlossen werden. Aus der Zusammenstellung der Werthe für den Coefficienten der parallactischen Ungleichheit nimmt Newcomb in seiner schon erwähnten Investigation als Werth dieses Coefficienten $P = 125''.49 \pm 0''.35$

Die Beobachtungen der Ungleichheit müssen zur Zeit des ersten und letzten Viertels angestellt werden, und so ergeben sich denn leicht verschiedene, abweichende Auffassungen der Mondscheibe von denjenigen Beobachtungen, die zur Bestimmung des Mondhalbmessers angestellt werden zur Zeit des Vollmondes.

Bedeutet π die Constante der Sonnenparallaxe,

ist ferner p die Constante der Mondparallaxe
μ die Masse des Mondes
m das Verhältniss der mittleren Bewegungen der Sonne und des Mondes, so lässt sich die parallactische Ungleichheit in Gliedern der Sonnenparallaxe darstellen wie folgt:

$$P = F \cdot \frac{1 - \mu}{1 + \mu} \cdot \frac{\sin \pi}{\sin p \left(1 - \frac{m^2}{6}\right)}$$

F findet sich entwickelt nach Potenzen von m in „Delaunay, theorie du mouvement de la lune, tome II." pag. 847; das Glied in m^7 giebt noch 0″ 0.0064 und der totale Werth von F kommt auf 0.24123.

Hansen, der für die Mondmasse $\frac{1}{80}$ annimmt, findet $\pi = 8''.916$[1])

Als parallactische Ungleichheit benutzt er nach seinen Tafeln: $P = 126''.46$.

Newcomb findet mit der Mondmasse $\frac{1}{81.5}$

$$\pi = 8''.838 \pm 0.025$$

Ein zweites Mittel, die Sonnenparallaxe zu bestimmen, liefert die sogenannte Mondgleichung (in der Erdbahn). Die Erde, in ihrer Bewegung um die Sonne, bleibt durch die Gravitation mit dem Mond verbunden, so zwar, dass der gemeinsame Massenschwerpunkt sich in der Ekliptik bewegt, um diesen Schwerpunkt drehen sich das Erdcentrum und Mondcentrum und von der Sonne aus gesehen scheint die Erde einer Ungleichheit

[1]) Monthly notices vol. 24, Calculation of the Sun's parallax from the lunar theory.

in ihrer Bewegung ausgesetzt zu sein, vermöge deren sie sich bald auf der einen, bald auf der andern Seite des gemeinsamen Schwerpunktes befindet. Sobald nun das Verhältniss zwischen den Massen der Sonne und des Mondes bekannt ist, kann aus dieser Ungleichheit auf die Sonnenparallaxe geschlossen werden. Die Grösse der Abweichung, die sogenannte Mondgleichung, gibt sich durch Beobachtungen nach Leverier im 4. Band der „Annales de l'observative“ zu $6''.50 \pm 0''.03$. Hierbei sind Beobachtungen von Greenwich während 35 Jahren, von Paris während 42 Jahren und von Königsberg während 17 Jahren benutzt. Newcomb setzt die Ungleichheit auf $6''.520 \pm 0.023$, indem er die Greenwicher Beobachtungen vermehrt und Washingtoner Beobachtungen von den Jahren 1861—1865 hinzufügt.

Ist nun P der Coefficient der Mondgleichung

π die Horizontalparallaxe der Sonne

μ die Masse des Mondes (Erdmasse = 1)

so ist nach Leverrier:

$$\pi = 0.01661 \cdot P \left(1 + \frac{1}{\mu}\right.$$

μ, die Masse des Mondes, muss auf das genaueste bestimmt werden; zu dem Ende wird das Verhältniss der störenden Kräfte von Sonne und Mond bestimmt unter Benutzung der Constanten der Nutation und Präcession.[1]) Die Unsicherheit der Constanten der Nutation macht eine genaue Bestimmung nach dieser Methode unmöglich; Newcomb kommt mittelst derselben zu dem Werthe

$$\pi = 8''.809$$

[1]) Annales de l'observatoire imp. de Paris vol. V, pag. 323. Vergleiche auch die bezügliche Abhandlung von Powalky in Astron. Nachrichten Nr. 1903.

Unter Voraussetzung der Kenntniss der Geschwindigkeit des Lichtes und der Aberrationsconstante ergibt sich eine weitere Methode zur Bestimmung der Sonnenparallaxe. Ist c' die Geschwindigkeit der Erde in ihrer Bahn, c die Geschwindigkeit, mit der sich der Lichtstrahl fortpflanzt und α die halbe grosse Axe der Aberrationsellipse, so ist

$$\operatorname{tang} \alpha = \frac{c'}{c}$$

Nun ist α nach	Bradley	20''.3851
„	Peters	20''.4255
„	Struve	20''.463
„	Delambre	20''.255

Ist nun c' gegeben, so lässt sich aus der obigen Relation c bestimmen und umgekehrt. Die Geschwindigkeit der Erde in ihrer Bahn ist aber eine Function der Parallaxe und es erhellt, dass diese Parallaxe bestimmt werden kann, wenn es möglich ist, auf directe Weise die Geschwindigkeit des Lichts zu messen. Diese Messung ist nun auch mit grosser Genauigkeit durchgeführt worden, erst von Fizeau [1]), dann von Cornu, [2]) und endlich von Foucault. [3])

Fizeau	erhält c =	42219 Meilen
Cornu	„ c =	40299 „
Foucault auf anderem Wege	„ c =	40160 „

welches Resultat bis auf $\frac{1}{600}$ als richtig angegeben wird.

---

[1]) Fizeau, Comptes-Rendus de l'Académie des Sciences 1849. Poggend. Ann. 79.

[2]) Cornu Comptes-Rendus, vol. 76, p. 338.

[3]) Foucault Comptes-Rendus, vol. 55, p. 501 und 792.

Die aus diesen Zahlen resultirenden Parallaxen schliessen sich den übrigen neuern Werthen gut an. Der Cornu'sche Werth, der genauer ist als der von Fizeau, gibt mit der Delambre'schen Lichtgleichung den Parallaxenwerth 8″.878.

Prof. Dr. Studer.

Neubestimmung einiger seltener Corallenarten.

Vorgetragen in der allgemeinen Sitzung vom 21 Dezember 1878.

Durch Herrn G. Schneider in Basel erhielt ich eine Reihe von Korallen und Echinodermen von der brasilianischen Küste und der Südsee, von welchen namentlich einige Korallen eine nähere Besprechung verdienen.

Es sind *Distichoposa nitida Verrill* und *D. coccinea Gray*, beide aus der Südsee.

Von Brasilien: *Mussa Hartii Verrill.*

Astraea radians Pall. Es bildet diese Koralle knollige Klumpen von ca. 10 Ctmtr. Durchmesser, welche alte Korallenstöcke überziehen. Die Kelche sind klein, dicht aneinander gelagert, bei einem mehr flach ausgebreiteten Stock, etwas verzogen. Die Koralle stimmt sehr gut mit der Abbildung der *Madrepora galaxea* von Ellis und Solander pl. 47, Fig. 7.

Die Art *Madrepora radians* wurde zuerst von Pallas in Elench. zooph. p. 322 1766 aufgestellt für eine amerikanische Korallenart und gut beschrieben. Die Abbildung und Beschreibung von *M. galaxea Ell. Sol.*, bei