Zeitschrift: Mitteilungen der Naturforschenden Gesellschaft Bern

Herausgeber: Naturforschende Gesellschaft Bern

Band: - (1875)

Heft: 878-905

Artikel: Ueber die Fluchtpunktschiene in der Perspective

Autor: Benteli, A.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-318900

mann, welcher, wie gesagt, über die hiesigen geologischen Bodenverhältnisse bereits einen gründlichen, höchst interessanten Bericht herausgegeben, freundlichst seine Betheiligung zugesagt.

A. Benteli.

Ueber die Fluchtpunktschiene in der Perspective.

(Vorgetragen in der mathem.-physikal. Section den 13. August.)

Die Centralprojection (Perspective) eines Strahlenbündels (Gerade im Raume durch einen Punkt) auf die Bildebene ist ein Strahlenbüschel in der letzteren, dessen Centrum der Schnittpunkt ist des Sehstrahls nach dem Centrum des Strahlenbündels mit der Bildebene. Rückt das Centrum des darzustellenden Strahlenbündels in's Unendliche, so wird das Strahlenbündel zum Parallel-Strahlenbündel und jener Sehstrahl zu einer Parallelen dieses Bündels; sein Durchschnitt mit der Bildebene heisst Verschwindepunkt des Parallel-Strahlenbündels.

Bei Perspectiv-Constructionen kömmt es nun häufig vor, dass die Verschwindepunkte über die Zeichnungsfläche hinaus zu liegen kommen, es ist dann die Aufgabe zu lösen, Strahlen nach einem unzugänglichen Punkt zu ziehen. Im Nachstehenden wird man zunächst wohl das Wesentlichste des bisher über die Lösung dieser Aufgabe Bekannten zusammengestellt finden, ausserdem aber noch einige neue Constructionen und Winke für Beschaffung eines Hülfsinstruments. — In sämmtlichen Figuren der zwei Tafeln ist der unzugängliche Punkt mit V bezeichnet, ferner sind alle punktirten Linien nur zur Erläuterung eingezogen, sie werden in den verschiedenen vorkommenden Fällen gar nicht gezeichnet.

In Figur 1 wird die nach V gerichtete Gerade durch A mittelst Construction zweier beliebiger, aber unter sich ähnlicher Dreiecke ABC und A'B'C' erhalten. In Fig. 2 findet man die Gerade AV als Schnitt-Punktreihe der zwei perspectivischen Strahlenbüschel B(V,H,E,C) und E(V,G,B,D).

Eine weitere Lösung der Aufgabe, die besonders bei Künstlern in Uebung steht, ist in Fig. 3 angegeben. Man lege zwei parallele Transversalen (die Eine am Rande des Zeichnungsbretts) durch die zwei gegebenen Richtungsgeraden nach V, theile die zwischen letztern liegenden Stücke der Transversalen in je gleiche Anzahlen gleicher Theile ein und setze diese Theilungen auf den Verlängerungen der Transversalen fort. Eine Gerade durch A nach V wird dann gefunden, indem man das Lineal so an A hält, dass die beiden Massstäbe an der nämlichen Stelle durchschnitten werden. Diess Verfahren setzt schon einige Gewandtheit im Abschätzen voraus, wenn die Resultate nur einigermassen genau ausfallen sollen.

Bei den bisher angeführten Lösungen waren stets zwei Richtungen nach V als gegeben betrachtet; wir wollen nun sehen, wie man dieselben gewöhnlich erhält, dabei wird man leicht einsehen, dass in derselben einfachen Weise noch beliebig viele solcher Geraden nach V erhältlich sind.

Nehmen wir einen in der Praxis wohl am meisten vorkommenden Fall an, suchen wir nämlich die Perspectiven zu den gewöhnlich sehr zahlreichen horizontalen und parallelen Gesimslinien einer Hausfaçade, wobei das Haus in beliebiger Lage zur Bildebene steht.

In Fig. 4 sei X eine Sockelecke des Hauses. Diejenige Hausseite, auf deren Darstellung weniger Gewicht zu legen ist, kanu wohl beinahe immer in solcher Lage angenommen werden, dass der Fluchtpunkt W der Gesimslinien noch auf das Zeichnungsbrett zu liegen kömmt. Es wird somit nur der Fluchtpunkt V der Gesimslinien der Hauptfaçade über die Zeichnungsebene hinausfallen, wenn die Augendistanz gross genug gewählt worden ist. Wir betrachten also bei unserer Constructionsanlage als durch vorhergegangene Ueberlegung gegeben: Die Punkte X, Hausecke, A Hauptpunkt (Fusspunkt der Senkrechten vom Auge O auf die Bildebene) und Punkt W, Fluchtpunkt der Gesimslinien der rechtseitigen Hausfaçade, ferner die Distanz d des Auges von der Bildebene und die Augenhöhe, also Grundlinie und Horizont. Die Augendistanz d sei zu gross, als dass man einfach durch Umlegung von O nach $\underline{O}$ und durch Construction des rechten Winkels $W\underline{O}V$ eine nach V gerichtete Gerade finden könne, so wird man nach Professor Seeberger in München auf XA einen Punkt A' wählen, so dass XA'=n.AX, durch A' eine Horizontale ziehen, die W' gibt, in A' eine Senkrechte errichten, auf derselben die reducirte Augendistanz d'=n.d auftragen nach $\underline{O}'$ und auf $W'\underline{O}'$ in $\underline{O}'$ eine Senkrechte errichten, welche die Horizontale W'A' in V' schneidet. XV' muss alsdann nach V gerichtet sein, denn es ist sofort einleuchtend, dass Dreieck $W'V\underline{O}'$ perspectivisch ähnlich liegen muss zu Dreieck $W\underline{O}V$ mit Aehnlichkeitscentrum in X.

Obschon es nicht zu unserm Thema gehört, so werde doch bei dieser Gelegenheit bemerkt, dass aus dem reducirten Dreieck $W'\underline{O}'V'$ sehr leicht auf in Fig. 4 angedeutete Weise die Theilpunkte T^w, für die Horizontallinien der rechtseitigen Façade, und T^v, für diejenigen der linkseitigen Façade erhalten werden; ebenso der Diagonalpunkt D. T^v und T^w sind übrigens nicht nur Theilpunkte für die betreffenden Horizontallinien, sondern auch Centra collinearer Systeme. T^v ist z. B. Centrum der Collineation, in welcher die Perspective der Zeichnung in der linkseitigen Hausfaçade steht zu der Umklappung der Letzteren in die Bildebene, die Senkrechte durch X ist die Collineationsaxe etc.

Der Horizont ist eine zweite nach V gerichtete Gerade, die vorher angegebenen Verfahren können demnach jetzt angewendet werden, um weitere nach V gerichtete Gerade zu erhalten, einfacher kömmt man aber auf folgende Weise zum Ziel. Soll z. B. von Y eine Gerade nach V gezogen werden, so verbinde man Y mit X und etwa mit A, ziehe A'Y' parallel AY und durch Y eine Parallele zu Y'V', so ist diess die gesuchte Gerade. Ueberhaupt werden wir jetzt nach V gerichtete Gerade leicht bekommen als Parallele zu den verwandten Geraden durch V' in der perspectivisch ähnlichen Figur.

Hat das darzustellende Parallelstrahlenbündel eine beliebige Richtung im Raume, so ist der Horizont natürlich nicht mehr nach V gerichtet, es lassen sich aber die nach V gerichteten Perspectiven ebenso leicht finden, wie im vorhergehenden Beispiel. Fig. 5 zeigt eine solche Construction, wo V die Bedeutung des Verschwindepunktes paralleler Lichtstrahlen angenommen hat; A ist dort das Aehnlichkeitscentrum. Für eine andere Bestimmung der Richtung des Parallelstrahlenbündels hat Dr. H. Hertzer in seinem ausgegezeichneten Werkchen „Die geometrischen Grundprincipien der Perspective“ eine dem Wesentlichen nach ganz gleiche Construction angegeben.

Die vorliegende Aufgabe kann also immer auf dem Wege einer geometrischen Construction und ohne Hülfsinstrument gelöst werden. Wenn aber, wie das bei der perspectivischen Darstellung architectonischer Gegenstände beinahe immer der Fall ist, eine grosse Menge von Geraden nach einem unzugänglichen V zu ziehen sind, so wird auch die einfachste geometrische Hülfsconstruction lästig und wir greifen gerne zu geeigneten Hülfsinstrumenten. Erwähnen wir zuerst die im Jahr 1865 bekannt gewordene Fluchtpunktschiene von W. Streckfuss[1]), welches aus 3 übereinander liegenden, um eine Axe in C (Fig. 4) drehbaren flachen Linealen besteht. Mittelst einer Schraubenmutter lassen sich die 3 Lineale in jeder beliebigen Stellung einander gegenüber feststellen. Wesentlich ist dabei, dass die Axe C im Schnitte der 3 Linealkanten steht. Bei der Anwendung stützt man sich darauf, dass Peripheriewinkel über gleichen Bogen gleich gross sind und also umgekehrt, gleich grosse Peripheriewinkel auf gleich grossen Bogen stehen oder bei gleich grossen Winkeln über einen Kreisbogen ihre Scheitel auf der Kreisperipherie liegen müssen. In Fig. 4 sieht man somit gleich ein, dass das in Richtung CV eingestellte Lineal stets nah V gerichtet bleiben wird, wenn die 2 anderen Lineale an den 2 in den Peripheriepunkten N_1 und N_2 eingesteckten Stiften oder Nadeln gleiten. Zur Einstellung des Instrumentes brauchen wir nur 3 Punkte N_1 C N_2 zu construiren, die mit V auf einem Kreise liegen, und ferner eine Richtung von einem der 3 Punkte, etwa von C, nach V zu kennen. Das unterste Lineal stellen wir auf letztere Richtung so, dass die Drehaxe auf C

[1]) Nach Dr. Hertzer ist dies Instrument schon 40 Jahre früher von John Faray construirt worden.

zu liegen kömmt, und die beiden oberen Lineale werden mit den durch C gehenden Kanten an die in N_1 und N_2 stehenden Nadeln angelegt.

Die Forderung der 3 Punkte, N_1 C N_2 und der einen Richtung nach V lässt nun natürlich eine Menge verschiedener geometrischer Constructionen zu. In einer Abhandlung von Dr. Scholz in Berlin über die Fluchtpunktschiene wird eine Construction vorgeschlagen, die in Fig. 6 angegeben ist. Die Richtungen h und g nach dem auf dem Horizonte liegenden unzugänglichen Fluchtpunkte V seien gegeben, so wählt man die Nadelpunkte N_1 N_2 am besten am Brettrande auf einer Senkrechten zu g, verbindet dann den Fusspunkt A dieser Senkrechten auf g mit dem Fusspunkte der Senkrechten von N_2 auf h und zieht durch N_1 eine Parallele zu A B bis C auf h, so ist der 3. Kreispunkt, wo die Drehaxe des Instrumentes hinkommen soll, gefunden, denn A und B liegen natürlich in einem Kreise durch N_1 und V, also $VD. \; BD = AD. \; N_2D$ oder $\frac{VD}{N_2D} = \frac{AD}{BD}$, diess ist $= \frac{N_1D}{CD}$, somit $VD.CD = N_1D.N_2D$ d. h. N_1N_2 und VC figuriren als Sekanten des Kreises durch V N_1 C N_2. — Selbstverständlich ist dabei nicht nothwendig, dass $N_1 N_2 \perp g$, wenn nur $\sphericalangle VAN_1 = \sphericalangle VBN_1$. —

Am einfachsten ist wohl die Construction in Fig. 7. Von einem Punkte der nach V gehenden Richtung g errichtet man eine Senkrechte bis C auf h und construirt den zu N_1 in Bezug auf h symmetrischen Punkt N_2, so kann das Instrument eingestellt werden. Diese Construction hat noch einen besondern Vorzug, da wegen der gleichen Entfernung des Punktes V von den beiden Nadelpunkten N_1 und N_2 der durch die Nadeln verursachte Fehler auf Null reduzirt wird. In oben angeführter Abhandlung hat nämlich Herr Dr. Scholz die Grösse des möglichen Fehlers bestimmt, der in Folge der Anwendung der Nadeln sich einschleicht, weil die Lineale nicht an die Punkte N_1 und N_2 selbst, sondern an kleine, gleich angenommene Kreise um diese Punkte tangirend angelegt werden. Er fand $\text{Sin}\,(\psi'—\psi) = \frac{r\,\delta}{l\,(p + q)}$ wo (Fig. 8.) ψ' den Winkel bezeichnet, den die durch A und V gelegte Gerade mit dem Horizonte bildet ψ den Winkel, den die durch die Fluchtpunktschiene bestimmte Gerade mit dem Horizonte bildet; r bedeutet den Radius der für beide Punkte N_1 und N_2 gleich dick angenommenen Nadeln, δ die Differenz der Entfernungen N_1V und N_2V, l die Entfernung A V und $p + q$ endlich die Entfernung $N_1\,N_2$. Für die in Bezug auf den Horizont (Fig. 7) symmetrischen Punkte N_1 und N_2 ist aber $\delta = 0$, also die fehlerhafte Abweichung $\psi'—\psi = 0$.

Selbstverständlich kann man mit der Fluchtpunktschiene nur Gerade nach V ziehen innerhalb der Zone zwischen h und g und in einer ebenso grossen Zone über dem Horizont. Werden Gerade nach V weiter oberhalb oder unterhalb gewünscht, so können wir auf verschiedene Arten vorgehen.

a. Wollen wir den Vortheil beibehalten, dass δ, also die fehlerhafte Abweichung $\psi'—\psi = 0$, so können wir wie in Fig. 4 eine vom Horizonte weiter entfernte Gerade g nach V suchen und in gleicher Weise die in Bezug auf den Horizont symmetrischen Punkte N_1 und N_2 construiren. Man kann aber auch in der Senkrechten N_1 und N_2 zwei weiter vom Horizonte entfernte, aber ebenfalls zum letzteren symmetrische Punkte ohne Weiters annehmen, die Nadeln dort einstecken (wir nennen diese Punkte jetzt N_1 und N_2) und den Punkt C suchen, wo die Drehaxe der Fluchtpunktschiene jetzt hinkommen muss. Letzteres geschieht in folgender Weise: (Fig. 9.) Durch N_1 ziehe man $N_1 E$ parallel AB, schlage um D mit DE einen Kreisbogen, bringe die nämliche Distanz DE von B auf den Kreisbogen nach F und von dort beidseitig nach G und H, so liegt der gesuchte Punkt C am Schnittpunkt der Geraden GH mit dem Horizont h, denn:

$$\left.\begin{array}{l} N_1D^2 = VD \,.\, DC \\ A\,D^2 = VD \,.\, DB \end{array}\right| \; DC = \frac{N_1D^2 .\, DB}{AD^2}; \;\; DC.DB = \frac{N_1D^2 .\, DB^2}{AD^2};$$

setzen wir dies $= DE^2$, so ist

$DE = \frac{N_1 D.DB}{AD}$ durch obige Parallele N_1E construirt.

Durch die obigen Kreisbogen erhalten wir ferner aus DB und der mittleren Proportionalen DE die 3. Proportionale DC, wie leicht aus den ähnlichen Dreiecken DBF und DCF folgt.

b. Sehen wir ab von dem durch die Stifte verursachten Fehler, so können wir auf derjenigen Seite, wo es nöthig wird (oben oder unten) einen weiteren Punkt N_3 des Kreises durch $V N_1 N_2 C$ in verschiedener Weise finden.

α. In Fig. 10 ist auf Mitte der Geraden $N_1 C$ eine Senkrechte errichtet, welche $N_2 C$ in D schneidet; man hat dann nur $D N_2$ auf Richtung $D N_1$ nach N_3 aufzutragen und die Nadel von N_1 nach N_3 zu bringen oder man könnte N_3 auch als symmetrischen Punkt zu N_1, in Bezug auf obige Senkrechte, finden. — $DC \,.\, DN_2 = DN_1 .\, DN_3$, nach Construction ist $DC = DN_1$, also auch $DN_2 = DN_3$. — Würde N_3 nicht passen oder über das Brett zu liegen kommen, so könnte man leicht nach $D^1C \,.\, D^1N_2 = D^1N_1 .\, D^1N_4$ einen anderen Punkt N_4 des Kreises finden.

β. Wünschten wir, den Punkt N_3 auf einer anderen, gegebenen Senkrechten zu h zu erhalten, so wäre die Construction in Fig. 11 auszuführen.

Mittelst der schon in Fig. 8 angewandten Construction finden wir in CD die mittlere Proportionale zwischen CA und CB, in D errichten wir eine Senkrechte auf h bis zum Schnitt E mit CN_1 und bringen schliesslich die Distanz CE von C auf die gegebene Senkrechte nach N_3.

$$\left.\begin{array}{l} CN_1^2 = CA.CV \\ CN_3^2 = CB.CV \end{array}\right| CN_3^2 = CB\frac{CN_1^2}{CA} = \frac{CB.CA.CN_1^2}{CA^2} = \frac{CD^2.CN_1^2}{CA^2}$$

$CN_3 = \dfrac{CD \,.\, CN^1}{CA}$, wo CD = mittlere Proportionale zwischen CB und CA. Will man gleich von vorne herein von dem durch die Nadeln verursachten Fehler absehen, so erscheint die Anwendung der zuerst angegebenen Construction in Fig. 6 ziemlich praktisch. nur kann unter Umständen der Punkt C etwas zu weit in die Zeichnung hinein zu liegen kommen. Es ist eben gut, wenn man sich in verschiedenen Fällen zu helfen weiss, darum mag es nicht ohne Werth sein, oben mitgetheilte Constructionen, denen ohne Zweifel noch Weitere beizufügen wären, zu kennen.

Zum Schlusse sei noch die Rede von einigen zweckmässigen Abänderungen der Streckfuss'schen Fluchtpunktschiene.

Da die drei Lineale über einander liegen, so wird die anfängliche Einstellung sowohl als auch die ganze Handhabung des Instruments etwas unsicher; jedenfalls leidet die Genauigkeit dadurch nicht unbedeutend.

In den Troschel'schen Monatsblättern zur Förderung des Zeichnungsunterrichtes an Schulen finden wir von Hube in Greifswald eine Abänderung vorgeschlagen, bei welcher obiger Uebelstand wegfällt. Hube will (s. Fig. 12) die beiden unteren Lineale mit besonderen metallenen Charnierstücken von halber Linealdicke versehen, die in die Lineale eingelassen werden; beim dritten Lineal wird das Charnierstück aufgeschraubt, so dass also alle 3 Lineale mit der unteren Fläche in dieselbe Ebene (Zeichnungsebene) reichen. Damit überdiess dasselbe Instrument bequem für einen rechtseitigen und für einen linkseitigen Fluchtpunkt zu gebrauchen sei, bringt Hube beim dritten Lineal auf beiden Seiten Charnierstücke an, man hat alsdann nur das eine Mal das eine Ende, das andere Mal das andere Ende aufzuschrauben.

Ein so abgeändertes Instrument würde allerdings schon ziemlich theurer ausfallen als der einfachere Streckfuss'sche Apparat mit den drei über einander liegenden hölzernen Linealen. Kömmt man aber nur selten in den Fall, perspectivische Constructionen auszuführen, so wird man sich gerne helfen, ohne einen kostspieligen Apparat anschaffen zu müssen; dann möge man sich eben der zuerst angegebenen geometrischen Constructionen bedienen oder sich an das von Hube vorgeschlagene Verfahren halten, die Fluchtpunktschiene durch ein entsprechend geschnittenes Cartonstück (Fig. 13) zu ersetzen.

Eine andere Abänderung der Streckfuss'schen Fluchtpunktschiene wäre endlich folgende (Fig. 14.):

Da der Winkel zwischen zwei der drei Linealkanten constant bleiben kann, etwa $= 90^0$, so lassen sich die zwei ersten Lineale durch die Katheten eines grossen rechtwinkligen Zeichnendreiecks repräsentiren, deren Begrenzungsebenen also zusammenfallen. Beim Scheitel des rechten Winkels wird ein metallenes Axenstück aufgeschraubt, dessen Unterfläche mit der unteren Dreieckfläche bündig sein muss. Ueber die Drehaxe schiebt man das Charnierstück des dritten beweglichen Lineals, welch' letzteres mit der Unterfläche in die Zeichnungsebene reicht. Mittelst der Schraubenmutter lässt sich das dritte Lineal in jeder Lage feststellen. Natürlich muss das Zeichnendreieck am Scheitel des rechten Winkels eine kleine, der Drehaxe entsprechende viertelkreisförmige Aushöhlung, ferner einen dem Axenblatt entsprechenden Einschnitt auf der Unterfläche und zwei kleine Löcher für die Befestigungsschrauben des Axenstücks erhalten, was aber Alles nicht hindert, das Dreieck nach abgeschraubtem Axenstück zu den gewöhnlichen Zwecken des Zeichnens zu verwenden. — Von Vortheil wäre bei all' diesen Apparaten eine hohle Drehaxe, damit der Punkt C der Zeichnung, über welchen man die Drehaxe zu stellen hat, sichtbar würde, dadurch würde die genaue Einstellung der Fluchtpunktschiene wesentlich erleichtert.

In Fig. 14 sind die Nadelpunkte N_1 und N_3 in ähnlicher Weise construirt worden wie in Fig. 10, N_1CN_2 erscheinen dabei als Punkte des Halbkreises über dem Durchmesser N^1 V.

Adolf Ott.

Ueber Lichtdruck, speziell photograph. Schnellpressendruck.

Vorgetragen in der Sitzung vom 11. Dezember 1875.

Die Hauptgrundzüge des Lichtdrucks verdankt man den Franzosen Poitevin und Tessié de Mothay. An seiner

Fig. 1

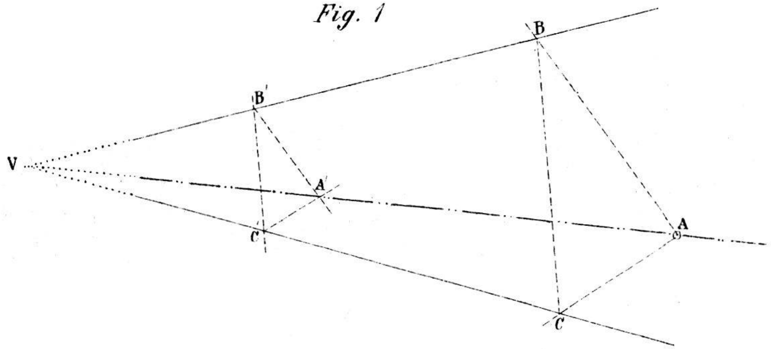

Fig. 2

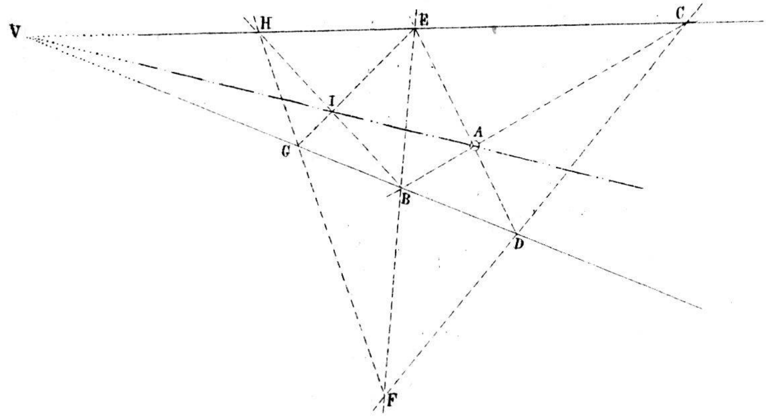

Fig. 3

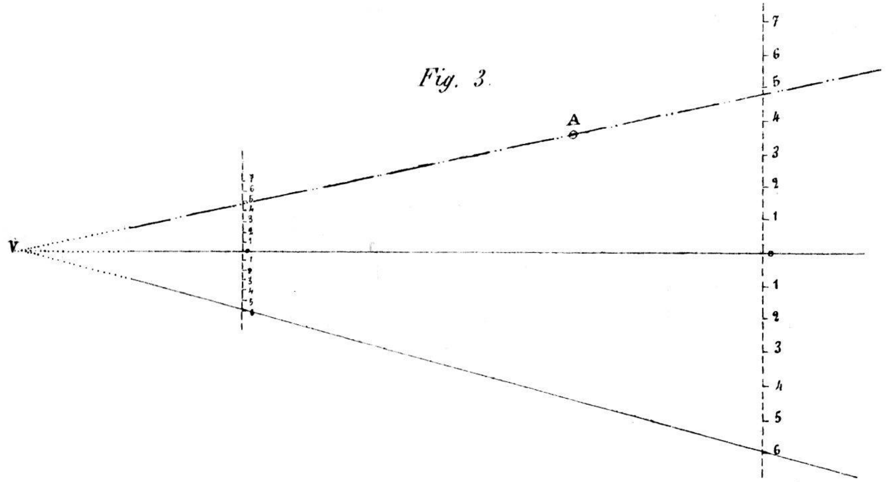

Fig. 4

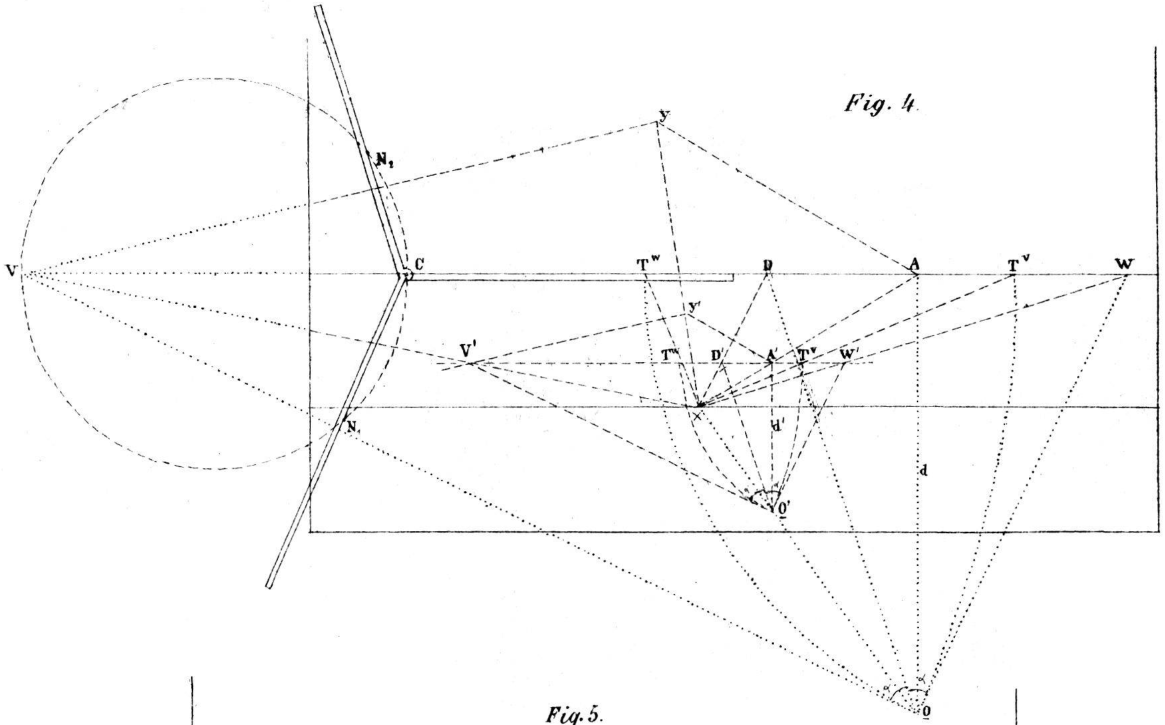

Fig. 5.

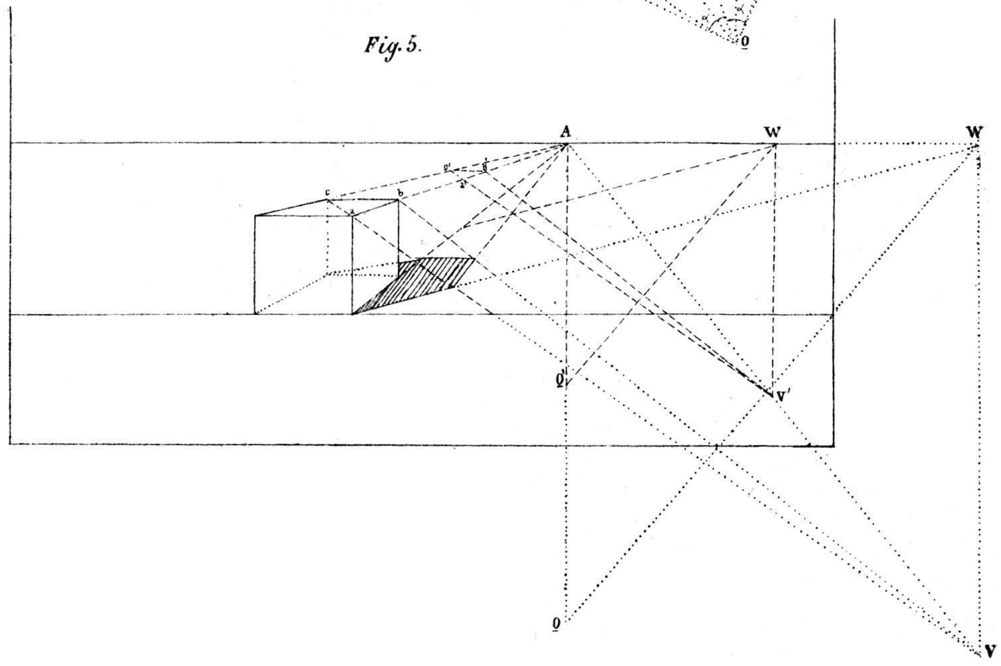

Fig 6.

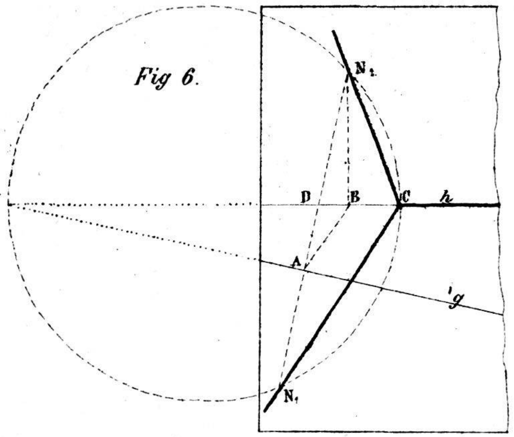

Fig 7

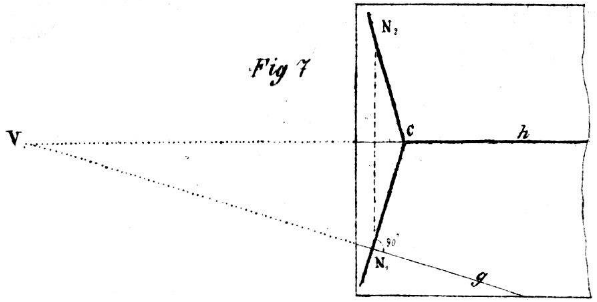

Fig 8

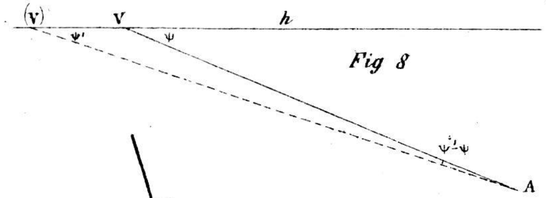

Fig 9.

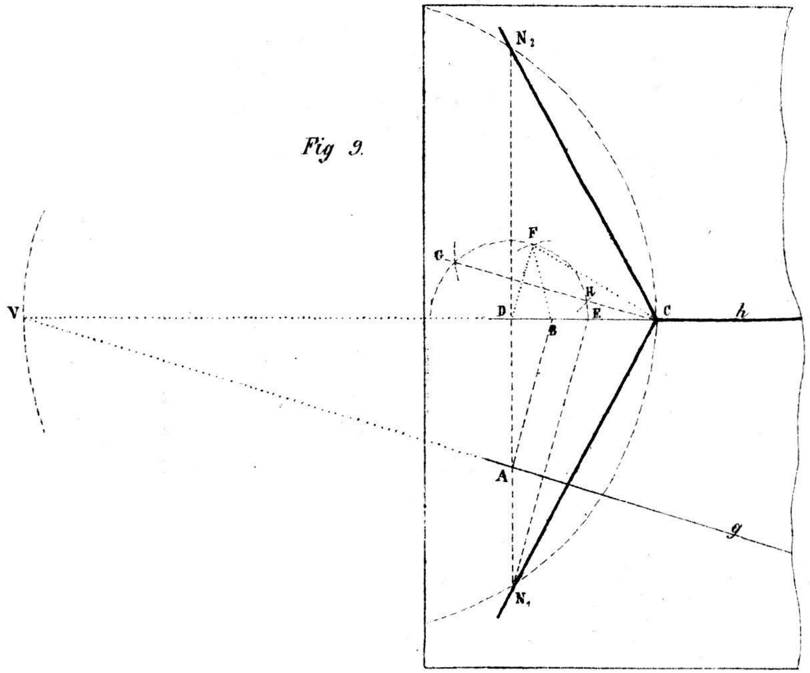

Fig. 10

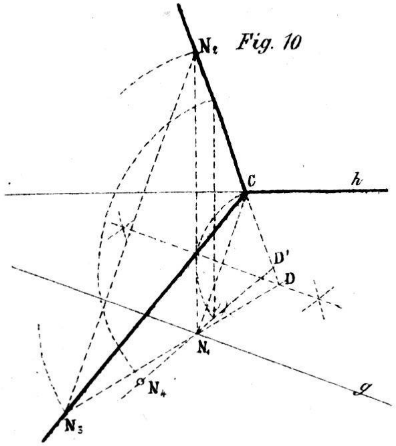

Fig 11.

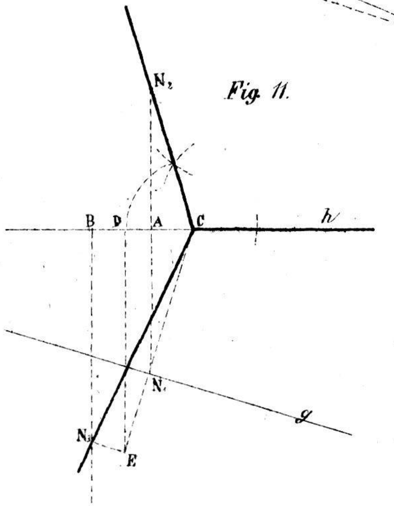

Fig. 12.

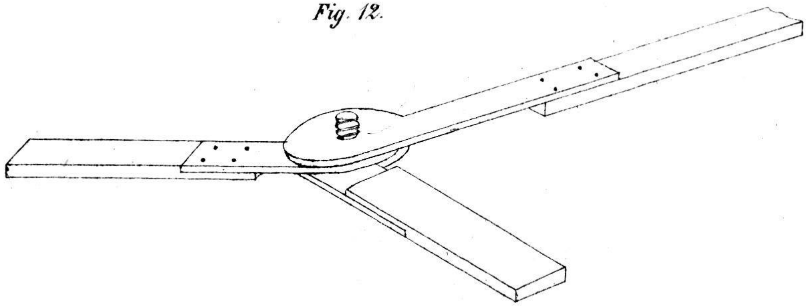

Fig 13

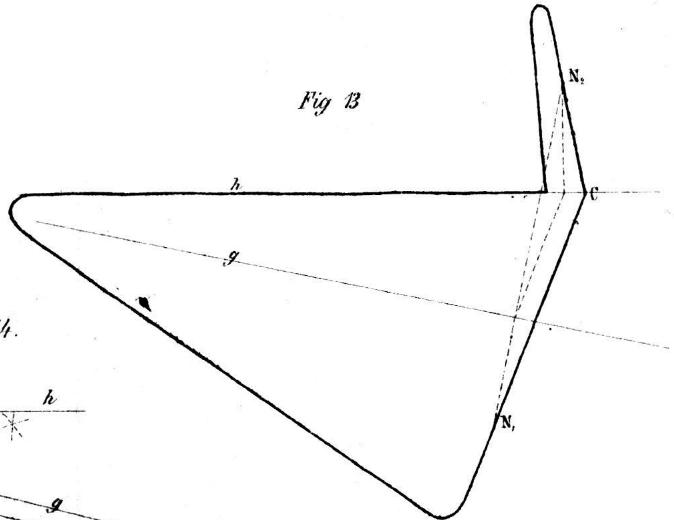

Fig. 14.