Zeitschrift: Mitteilungen der Naturforschenden Gesellschaft Bern

Herausgeber: Naturforschende Gesellschaft Bern

Band: - (1871)

Heft: 745-791

Artikel: Geschichtliche Uebersicht der Untersuchungen über die Schallfortpflanzungsgeschwindigkeit der Luft [Fortsetzung]

Autor: Cherbuliez

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-318850

Dr. Cherbuliez.

Geschichtliche Uebersicht der Untersuchungen über die Schallfortpflanzungsgeschwindigkeit in der Luft.

(Fortsetzung.)

(Vorgetragen in der Sitzung vom 21. Januar 1871 und in den folgenden.)

II.

C. Die theoretischen Untersuchungen seit der Aufstellung der Newton'schen Theorie bis zur Laplace'schen Korrektion.

23) In dem grossartigen Aufbau der mathematisch-physikalischen Wissenschaften, namentlich der physischen Astronomie, während des XVIII. Jahrhunderts, ist der Gegenstand der uns beschäftigt, nur eine kleine Episode. welche aber für das Verhältniss der Mathematicophysiker zur experimentellen Wissenschaft, und umgekehrt, charakteristisch ist. Schon im Jahre 1727 hatte Euler (1707—1783) eine Abhandlung über den Schall [1]) geschrieben; in dieser Arbeit, die der zwanzigjährige Mathematiker zur Erlangung der Professur der Physik in Basel, aber ohne Erfolg [2]), verfasst hatte, und die ich mir nicht verschaffen konnte, theilt derselbe eine von der Newton'schen verschiedene Formel für die Schallfortpflanzungsgeschwindigkeit in der Luft mit; nach einer Notiz in der Ausgabe

---

[1]) Dissertatio physica de Sono. Basil. 1727. 4°.

[2]) Wolf, Biographien zur Kulturgeschichte der Schweiz. IV. 90.

von Newton's Principia von Le Sœur et Jacquier [1]), wurde aber diese Formel von Euler ohne Beweis angegeben; sie kommt ebenfalls und wiederum ohne Beweis in einer Preisschrift vor, die Euler der Pariser Akademie 1738 über die Natur des Feuers [2]) vorlegte. In derselben spricht sich Euler wie folgt aus: „ich zögere um so „weniger meine Formel mitzutheilen, als diejenige New„ton's, nicht nur mit den Versuchen über die Schallge„schwindigkeit nicht übereinstimmt, sondern auf nicht „festen Gründen beruht."

Diese Formel ist: $V = 4 \sqrt{\frac{F.\,k}{n}}$

wobei k die Quecksilbersäule, die dem Druck des Mediums gleich ist, F die Länge des Sekundenpendels und n das Verhältniss der specifischen Gewichte δ und ε des Mediums und des Quecksilbers bezeichnet. Vergleichen wir diese Formel mit derjenigen Newton's; die Grösse k Euler's ist die Grösse B Newton's; für F hat man:

$1 = \pi \sqrt{\frac{F}{g}}$ oder $F = \frac{g}{\pi^2}$; endlich $n = \frac{\delta}{\varepsilon}$; die obige Formel geht also über in:

$$V = 4 \sqrt{\frac{g.\,B}{\pi^2.\,\frac{\delta}{\varepsilon}}} = \frac{4}{\pi} \sqrt{\frac{B.\,\varepsilon}{\frac{\delta}{g}}}$$

das heisst: der Euler'sche Werth von V ist nichts anders als der, mit dem Koefficienten $\frac{4}{\pi} = 1{,}27324$ multiplicirte

---

1) Principia etc. Le Sœur et Jacquier. Geneva. 1740. II. Seite 364. „Jam pridem vir acutissimus Eulerus hanc Newtoni theoriam suspectam habuit, aliamque Formulam dedit, qua soni celeritatem determinat, sed suæ formulæ demonstrationem, aut vitium Newtonianæ, palam non fecit quod sciamus."

2) Pièces couronnées de l'académie de Paris. Tome IV. Dissertatio de igne. §. XXVIII. pag. 17.

Newton'sche; für die gleichen Werthe von B, ε, δ und g, wie dieser letztere, berechnet, wird er zu $V = 379{,}5^m$, eine Zahl, welche von den neuen mittleren Beobachtungsresultaten mehr als die Newton'sche abweicht; freilich kannte Euler, als er diese Preisschrift für 1738 ausarbeitete, nur noch die Resultate Derham's, aus welchen sich ein mittlerer Werth von 348^m ergeben hatte; immerhin aber klingt Euler's Behauptung „seine Formel stimme weit besser als die Newton'sche mit den Beobachtungen überein" etwas kühn.

24) Einen ernsteren Versuch die Fortpflanzungsgeschwindigkeit von Erschütterungen in elastischen Medien theoretisch zu bestimmen, verdanken wir Johann Bernoulli II. (Basel. 1710—1790), die Pariser Akademie hatte für das Jahr 1736 die Preisfrage ausgeschrieben: „Comment se fait la propagation de la lumière", Johann Bernoulli II. beantwortete dieselbe in einer Arbeit mit dem Titel: „Recherches physiques et géométriques sur la propagation de la lumière", welche gekrönt wurde. In dieser Abhandlung [1]), welche ziemlich unbekannt geblieben zu sein scheint, jedoch, meiner Meinung nach, eins der schönsten Erzeugnisse der kartesianischen Wirbeltheorie, und desshalb schon geschichtlich interessant ist, sucht Bernoulli den Process der Lichtfortpflanzung im Aether durch denjenigen der Schallfortpflanzung in der Luft zu erläutern. Versuchen wir eine gedrängte Uebersicht dieser Theorie zu geben:

Die Luft wird dabei als aus kleinen, in gleichen Entfernungen von einander liegenden Theilchen bestehend angenommen, deren Zwischenräume durch ein sehr elastisches Fluidum unter dem Druck, den der Barometer-

---

1) Pièces couronnées de l'académie de Paris. Bd. III. 1736. 4°.

stand angiebt, ausgefüllt werden. Im Ruhezustand befindet sich ein solches Theilchen in gezwungenem Gleichgewichte (équilibre forcé). Bernoulli stellt den Satz auf, dass jedes solche, im Mittelpunkte des gezwungenen Gleichgewichts befindliche Theilchen, wenn es von demselben um eine kleine Grösse abgelenkt wird, in diese Lage zurückkehren und um dieselbe isochrone Schwingungen machen wird. Er betrachtet dann eine Reihe dieser Theilchen

$$\begin{array}{ccccccccccc} F & E & D & C & B & A & B_1 & C_1 & D_1 & E_1 & F_1 \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \end{array}$$

und giebt einem derselben A, dem Orte der Schallerregung, eine kleine Verrückung, etwa nach links; das Medium zwischen A und dem nächstliegenden Theilchen B wird zusammengedrückt, in Folge dessen erfährt B auch eine kleine Verrückung, die nach C, D etc. so fortgepflanzt wird, dass die stets kleiner werdenden Verschiebungen in F nicht mehr merklich sind; auf der anderen Seite von A werden entsprechende Dilatationen stattfinden, welche die Theilchen B_1, C_1, D_1 etc. um kleine Grössen links von ihrer ursprünglichen Lage ablenken werden, bis dieselben in F_1, [so dass $AF_1 = AF$] unmerklich sind. Die Strecke FF_1 nennt Bernoulli eine Schallfaser (fibre sonore); es werden aber diese Theilchen sofort in die ursprünglichen Lagen zurückkehren, und um dieselben herum isochrone und tautochrone Schwingungen machen; nun aber sagt Bernoulli, in den Punkten F und F_1 werden neue Schallfasern in ähnlicher Weise entstehen, so dass, wenn die Hauptfaser eine erste Schwwingung vollendet hat, die ersten Sekundärfasern in F und F_1 sich gebildet haben und zu schwingen beginnen, und wenn die Hauptfaser n Schwingungen vollführt, die n^e Faser rechts, sowie die n^e links von A sich bildet und zu schwingen beginnt. Eine solche geradlinige Reihe von Schallfasern nennt Bernoulli einen Schallstrahl (rayon sonore). Wie man sieht, ist die Schallfaser, ihrer Ausdehnung nach, nichts anderes als die Wellenlänge. Nach dieser Einleitung errichtet Bernoulli in jedem der Punkte FE . . . . A . . . . E_1F_1 eine Senkrechte zur Richtung FF_1 trägt auf dieselbe als Ordinate die Verschiebung, welche das in diesem Punkte befindliche Theilchen erleidet, und sucht die Gleichung der durch die Endpunkte dieser Ordinaten bestimmten Linie zu berechnen. Bei dieser Berechnung wird angenommen, dass: 1) die elastische Kraft des Mediums seiner Dichte proportional ist; 2) die Verschiebungen der Theilchen gegen die schon sehr kleinen Entfernungen derselben von einander, unendlich klein sind; 3) die bewegenden Kräfte, welche auf ein Theilchen B in verschobenem Zustande von zwei entgegengesetzten Seiten wirken, den Entfernungen umgekehrt proportional sind, die dasselbe von den auf seinen beiden Seiten in der Faser zunächst liegenden Theilchen hat, eine Annahme, welche eine Folge der ersten ist. Für die gesuchte Linie kommt Bernoulli leicht auf eine Gleichung, welche mit derjenigen der Linie, die eine schwingende gespannte Saite bildet, identisch ist. Daraus wird der Schluss gezogen, dass die Longitudinalschwingungen einer Schallfaser von der Länge L unter dem Barometer-Druck B in gleicher Weise stattfinden, wie die Transversalschwingungen einer homogenen Saite von den gleichen Dimensionen und Masse, welche durch ein dem Drucke auf der Faser gleiches Gewicht P gespannt ist. In diesem Schlusse liegt das Originelle der Bestimmung Bernoulli's [1]), näm-

[1]) D'Alembert sagt in seinen Opuscules mathem. Tome V. Seite 138 u. ff., er habe zuerst die Identität beider Aufgaben und zwar

lich die Zurückführung der zu lösenden Aufgabe auf das Problem der schwingenden Saiten, welches von Taylor (1685—1731) in seinem 1715 herausgegebenen Werke: „Methodus incrementorum directa et indirecta. London. 4°" zum ersten Male behandelt worden war. Seither hatte der Vater Johannes Bernoulli's II., Johann Bernoulli I. (1667—1748) diese Frage weiter erforscht, und 1728 [1]) eine Formel zur Bestimmung der Anzahl n der Schwingungen, welche eine durch das Gewicht P gespannte Saite von der Länge L und dem Gewichte G, während der Schwingungsdauer eines Pendels von der Länge D macht, mitgetheilt; diese Formel war: $n = \pi \sqrt{\frac{D.\ P}{L.\ G}}$

Denken wir uns nun eine Luftfaser von der Länge L, dem Querschnitt α und dem specifischen Gewichte δ, so ist ihr Gewicht $G = \alpha.\ L.\ \delta.$, ist das spannende Gewicht P, dem Barometerdrucke gleich, so hat man: $P = B.\ \varepsilon.\ \alpha.$, wo ε das specifische Gewicht des Quecksilbers ist. Ist endlich D die Länge des Sekundenpendels, so ergiebt sich $D = \frac{g}{\pi^2}$, und die Anzahl der Schwingungen der Luftfaser in einer Sekunde ist:

$$n = \pi \sqrt{\frac{g.\ B.\ \varepsilon.\ \alpha.}{\pi^2.\ \alpha.\ L.\ \delta.\ L.}} = \frac{1}{L} \sqrt{\frac{B.\ \varepsilon.\ g.}{\delta}}$$

Nach der Theorie J. Bernoulli's II. aber, haben sich im Augenblicke, wo die erste Schallfaser die n^e Schwingung beendigt, n Schallfasern gebildet, das heisst es hat sich die schwingende Bewegung (resp. der Schall) auf eine Länge nL fortgepflanzt, und es ist daher die Fortpflanzungsgeschwindigkeit:

---

im Jahre 1747 nachgewiesen; wie man sieht, irrt er sich, und hatte Bernoulli 10 Jahre früher dieses gezeigt.

[1]) Comm. Petropol. III. De chordis vibrantibus etc.

$$V = n. L. = \sqrt{\frac{B. \varepsilon. g.}{\delta}}$$

In dieser Weise hatte J. Bernoulli II. die Newton'sche Formel wiedergefunden. Ueber diese Uebereinstimmung spricht er sich wie folgt aus: »dieses ist dem, was »Herr Newton am angefühten Orte gefunden, entsprechend, »wenn ich gleich nicht weiss, ob es nicht vielleicht ein »sehr indirekter Weg ist, der ihn darauf geführt hat: »denn, um wahr zu sein, die lange Schlussreihe in den »Sätzen 47, 48, 49 der Principia, welche diesem Scholion »vorangeht, und in diesem Scholion selbst, scheint mir »so dunkel und so verwickelt, dass ich mich nicht »schmeicheln kann, dieselbe recht zu verstehen, nament»lich wie er im Satze 47 raisonnirt, wo es schwer zu »sein scheint, das, was er voraussetzt, von dem, was er »beweisen will, zu unterscheiden.»

Die Abweichung zwischen Theorie und Experiment, sucht J. Bernoulli II., indem er Newton's erste Korrektion verwirft, durch den Umstand zu erklären, dass die Theorie die Schallfasern als Gerade auffasst, während sie, sagt er, unendlich schmale, Doppelkegel sein müssen, was in der Anzahl ihrer Schwingungen, immer nach Analogie der schwingenden Saiten, in einer gegebenen Zeit eine Vermehrung hervorbringen soll.

25) Nach J. Bernoulli II., war es wiederum Euler [1]), welcher über die Schallfortpflanzung theoretische Untersuchungen anstellte. Seine Arbeit ist vom Jahre 1745 [2]),

---

[1]) Als Untersuchungen auf dem Gebiete, mit welchem wir uns beschäftigen, kann man die geistreichen, aber eigentlich illusorischen Einwendungen, welche Cramer in der Ausgabe der „Principia“ von Le Sœur et Jacquier von 1740 gegen die Newton'sche Theorie, namentlich gegen die Prop. XLVII. des 2. Buches machte, nicht betrachten.

[2]) Mémoires de Berlin. 1745. Sur la lumière et les couleurs. 1747. Lateinisch unter dem Titel „Nova theoria lucis et

und war eine Abhandlung über das Licht und die Farben, in welcher er, wie Bernoulli, aus dem Processe der Schall- auf denjenigen der Lichtfortpflanzung zu schliessen suchte. Anstatt der Geringschätzung mit welcher er 1737 Newton's theoretische Ableitung betrachtete, bietet uns diese Arbeit Euler's nichts als eine vollständige Uebereinstimmung mit derselben; sie enthält eine klare, elegante Ausführung der Prop. XLVII. des 2. Buches der Principia, und führt natürlich auf die Newton'sche Formel, deren Abweichung von den Versuchsresultaten, Euler durch eine kleine Vernachlässigung zu erklären sucht, welche bei der Berechnung der elastischen Kraft eingeführt wird und den Ausdruck derselben etwas verkleinert.

In einem weiteren Abschnitte der gleichen Abhandlung [1]) sagt aber Euler, dass der gefundene Ausdruck nur für den Fall gültig sei, dass eine einzige Schwingung stattgefunden, oder dass, bevor die weiteren Schwingungen erfolgen, die Theile des Mediums sich wieder im Ruhestand befinden; im entgegengesetzten Falle, fügte er hinzu, werden sich die folgenden Schwingungen ganz anders verhalten als die ersten, und werden um so mehr gestört, je zahlreicher die ihnen vorangegangenen sein werden.

26) Diesen eigenthümlichen Gedanken, auf welchem Euler die erste Theorie der Lichtzerstreuung in der Undulationslehre gründete, nahm er später wieder auf und suchte denselben zur Erklärung der Abweichung zwischen der theoretischen Bestimmung und den Angaben der Erfahrung in der Frage der Schallfortpflanzungsgeschwindigkeit zu verwerthen. Die bezügliche Arbeit wurde 1750

---

colorum, im ersten Bande, Seite 169, der „Opuscula varii argumenti." Cap. II. §. 25—45.

[1]) Cap. III. de Pulsuum successione atque radiis lucis.

veröffentlicht [1]) und wir wollen mit möglichster Kürze die Grundzüge der Euler'schen Betrachtung wiedergeben.

Zuerst wird die Newton'sche Korrektion verworfen, und zwar hauptsächlich aus dem Grunde, dass, wenn die lineären Entfernungen der festen Theilchen der Luft dem zehnfachen der Durchmesser derselben gleich wären, eine Luftmasse nur auf den zehnten Theil ihres ursprünglichen Volumens zusammengedrückt werden könnte; man kann nichts anders bei dieser Stelle, als Seitens Euler's einen »Lapsus Calami« anzunehmen; ebenso wird die zweite Newton'sche Korrektion (Berücksichtigung der in der Luft vorhandenen Dämpfe) als unzulässig erklärt; nach der Widerlegung der Newton'schen Argumente, fährt Euler in folgender Weise fort: „ich glaube nicht, dass „irgend ein Kunstgriff dieser Art um die Wahrheit der „Theorie zu retten nöthig sei, ich denke auch nicht, dass „man hier eine Abweichung zwischen der Theorie und „der Erfahrung zugeben müsse. In der That ist der Fall, „auf welchen sich die Theorie bezieht, gänzlich von dem„jenigen verschieden, der, bei den Versuchen, der Theorie „zu widersprechen scheint. Dieses besser zu begreifen, „muss man sich erinnern, dass man in der Theorie nur „einen einzigen Impuls, dem keine weiteren folgen, be„trachtet, während bei den Versuchen die Schallgeschwin„digkeit, d. h. diejenige der Fortpflanzung einer grossen „Menge auf einander folgender Impulse ermittelt wird. Es „ist aber in der Theorie nirgends bewiesen, dass mehrere „auf einander, wie auf einer gegenseitigen Spur folgende „Impulse sich durch ein elastisches Medium mit derselben „Geschwindigkeit, wie ein einziger vereinzelter Impuls,

---

[1]) Opuscula varii Argumenti. Bd. II. Berol. 1750. 4°. Conjectura physica circa propagationem soni ac luminis. S. I—XXIII.

„fortpflanzen müssen.“ Nach dieser Einleitung stellt Euler die Behauptung auf, dass je grösser in einer gegebenen Zeit die Anzahl der Schwingungen, welche einen Ton erzeugen, sei, um so schneller auch sich dieser Ton durch die Luft fortpflanzen werde. — Nun aber hatte Derham, dessen Beobachtungen Euler bekannt waren durch seine Versuche für alle Arten von Schall eine gleiche Fortpflanzungsgeschwindigkeit gefunden, während nach obiger Behauptung, dieselbe für tiefe Töne geringer als für hohe Töne sein müsste; es ist wirklich interessant zu sehen, wie Euler sich zu zeigen bemüht, dass diese Beobachtungen seine Theorie zu entkräftigen nicht vermögen. — Er nimmt an, dass der Unterschied in der Fortpflanzungsgeschwindigkeit zweier ungleich hoher Töne 50′ beträgt und zeigt dann, dass, wenn man die Versuche auf eine Entfernung von 10,000′ ausführt, dieses in der Fortpflanzungszeit nur einen Unterschied von einer halben Sekunde herbeiführen würde; ein Unterschied, fährt er fort, der, wenn auch scheinbar wahrzunehmen, jedoch (da der Augenblick selbst der Schallerregung nie so genau durch Signale angegeben werden kann, dass jeder Irrthum gänzlich beseitigt werde) der Art ist, dass man mit Recht zweifeln darf, ob Derham's Versuche, so genau sie auch angestellt worden sind, in dieser Frage entscheiden können, um so mehr, als auch, bei der Beobachtung des Augenblicks der Schallwahrnehmung, ein Fehler nicht zu vermeiden ist. Ferner wird nachgewiesen, dass überhaupt entscheidende Experimente nicht angestellt werden können. — Freilich erinnert sich Euler, dass Derham viele Versuche bei einer Entfernung von 60000 Fuss angestellt hatte; aber, sagt er, die verwendeten Geschütze erzeugen Töne die in Beziehung auf Tiefe, so wenig von einander verschieden sind, dass solche Versuche weder für, noch gegen die Theorie Argumente liefern können; sie beweisen bloss, dass tiefe Töne wie diejenigen grösserer Geschütze, die von Derham ermittelte Fortpflanzungsgeschwindigkeit besitzen, und dass folglich für höhere Töne eine etwas grössere Zahl sich ergeben würde; da diese Ermittlung aber beinahe durch keine Versuche erzielt und noch viel weniger von der Theorie erwartet werden kann, so bleibt alles im Zweifel, wenn gleich die gemachte Annahme ziemlich wahrscheinlich zu sein scheint.

Das beste Mittel seine Hypothesis experimentell zu prüfen, erblickt Euler in musikalischen Versuchen; „in „der That, sagt er, wenn eine Verbindung vieler verschiedener Töne, in welcher je die einzelnen in so „genauen Intervallen auf einander folgen müssen, dass „der geringste Fehler das Ohr verletzt, von Weitem gehört wird, so wird, wenn die höheren Töne einen Augenblick früher als die tieferen das Ohr erreichen, die „Differenz leicht wahrgenommen werden. In unserer „Voraussetzung wird die tiefste Stimme, welche Bass „genannt wird, in Beziehung auf die übrigen höhern „Stimmen, etwas später von Weitem als in der Nähe gehört werden müssen, und diese Verzögerung wird für „ein musikalisch gebildetes Ohr viel schärfer empfunden, „als wenn wir durch die genausten Zeitmessungen nach „Derham's Verfahren, die Fortpflanzungsgeschwindigkeit „jedes Tones untersuchen wollten. — Würde also ein „solcher Unterschied in den verschiedenen Entfernungen „in welchen ein musikalisches Concert gehört wird, beobachtet werden, so wäre auch dadurch unsere Hypothesis „ausser allem Zweifel gesetzt.“

Eine weitere Prüfung gibt Euler noch in Folgendem an: ist seine Voraussetzung richtig, so muss ein Schall, der in einer bestimmten Zeit erzeugt wurde, um so länger wahrgenommen werden, je entfernter sich der Beobachter von der Erregungstelle befindet, denn, während die ersten Schwingungen sich mit der experimentell ermittelten Geschwindigkeit von 348 Meter bewegen, pflanzt sich die letzte mit der theoretischen von 298 Meter fort; in einer Entfernung von n Metern wird also die Wahrnehmung eines, während einer Zeit t erzeugten Schalles, zur Zeit $\frac{n}{348}$ beginnen; die letzte Schwingung wird das Ohr nach der Zeit $t + \frac{n}{298}$ erreichen; der Beobachter hört also den Schall während der Zeit

$$T = t + n \left\{ \frac{1}{298} - \frac{1}{348} \right\} \text{ oder: } T = t + n \frac{50}{298 \cdot 348}$$

ist daher die Dauer t der Schallerregung so klein, dass sie als ein Augenblick betrachtet werden kann, so ist

$$T = \frac{n\ 50}{103704} \text{ oder circa } T = \frac{n}{2074}; \text{ ist daher}$$

$n = 10000$ Meter, so wäre $T =$ circa 5″. Aber, sagt Euler, es wird schwer sein, da die zwischenliegenden Gegenstände durch Annahme der schwingenden Bewegung schon aus sich Töne fortzupflanzen pflegen, diese Verlängerung der Schallwahrnehmung zu ermitteln.

Wie man sieht, ist Euler in der Angabe von experimentellen Prüfungen seiner Hypothesis sehr erfinderisch, die aber leider, wie er auch jedesmal bemerkt, kaum angestellt werden können; ihm ist übrigens die Hauptsache, dass die vorhandenen Beobachtungen seine Ansicht zu entkräftigen nicht hinreichen, während in seinen Augen die Hauptargumente zu Gunsten derselben anderswo, nämlich in der Betrachtung der Farbenzerstreuung zu suchen sind. In der That, meint Euler, da die Fortpflanzung von Impulsen im Aether das Licht gerade so hervorbringt, wie der Schall durch Impulse, welche sich in der Luft fortpflanzen, erregt wird, wenn man beweist, dass die Fortpflanzungsgeschwindigkeit im Aether von der Häufigkeit (frequentia) der Impulse abhängig ist, so wird es in keiner Weise statthaft sein zu zweifeln, dass auch dasselbe für die Luft stattfindet. Dieser Beweis ergiebt sich aber, nach Euler, aus der Erscheinung der Farbenzerstreuung, und denselben zu leisten ist die Aufgabe des zweiten Theils der Abhandlung.

Das Ganze ist, im Grunde genommen, nichts weiteres als eine Vermuthung, welche für die Theorie des Lichtes, noch mehr als für diejenige der Schallfortpflanzung, von geschichtlichem Interesse ist, und es blieb nach diesen ersten Bearbeitungen Euler's unsere Frage im gleichen Stadium wie nach Newton's Behandlung: nur soviel war gewonnen, dass die Hauptmomente der Newton'schen Auflösung sich als richtig erwiesen hatten.

27) Die erste erschöpfende Arbeit über die Frage der Schallfortpflanzung, auch die erste, bei welcher die Hülfsmittel der höheren Analysis in ausgedehntem Maasse benutzt wurden, verdanken wir Lagrange (1736–1813). Dreiundzwanzig Jahre alt unternahm Lagrange, der damals noch in seiner Vaterstadt Turin lebte, diese Untersuchung, welche 1759 in den „Miscellanea Tauriniensa. T. I.“, unter dem Titel: „Recherches sur la nature et la propagation du son“ veröffentlicht wurde. [1]) Eine irgendwie ausführliche Besprechung dieser Abhandlung würde die Grenzen unserer Arbeit weit überschreiten; wir müssen uns daher auf einige allgemeine Andeutungen beschränken. Nach einer scharfen Kritik der Newton'schen

[1]) Oeuvres de Lagrange. Tome I. Seite 39—148. Paris 1867. Enthält auch eine ziemlich gute „Notice sur la vie et les ouvrages de M. le comte Lagrange“ von Delambre.

Ableitung, betrachtet Lagrange eine geradlinige Reihe von Theilchen eines elastischen Fluidiums, welche gleiche Abstände von einander haben; auf diese Theilchen wirken abstossend elastische Kräfte, welche den Abständen derselben umgekehrt proportional sind; das erste und das letzte dieser Theilchen werden als fest angenommen; es wird dann gezeigt, dass die Aufgabe der Bestimmung der Bewegungsgesetze dieser Theilchen mit derjenigen der Bestimmung der Bewegung einer gespannten Saite, die aus einer gleichen Anzahl von Theilchen besteht, identisch ist; es ist in anderer Form der gleiche Uebergang zu dem Problem der schwingenden Saiten, welches alle damaligen bedeutenderen Mathematiker beschäftigte, den schon J. Bernoulli II., wie wir gesehen, vermittelt hatte. In höchst origineller und scharfsinniger Weise wird nun die Auflösung dieser letzteren Aufgabe bewerkstelligt; die Rechnungen sind sehr lang und ziemlich komplicirt, bieten aber dem Leser nirgends besondere Schwierigkeiten dar. Lagrange kommt für den Fall, dass die gespannte Saite oder die Luftfaser aus einer endlichen Anzahl von Theilchen besteht, zu den Ausdrücken der Verschiebung und der Geschwindigkeit irgend eines dieser Theilchen, bei gegebenen Anfangszuständen. — Er dehnt dann, durch Anwendung einer sinnreichen Analysis, die Untersuchung auf den Fall einer unendlichen Anzahl von Theilchen aus. Nach diesen allgemeinen Untersuchungen wendet er sich zur Theorie der Musiksaiten und der Flöten und endlich zur Frage der Schallfortpflanzung. — Es ergiebt sich aus diesen Untersuchungen für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalls in der Luft genau die Newton'sche Formel. Mit kurzen Worten berührt Lagrange die Abweichung zwischen Theorie und Erfahrung; er verweist zunächst auf die schon von

Newton angeführten Gründe und scheint sich sonst um diese Seite der Frage sehr wenig zu bekümmern: „es „ist übrigens, sagt er, nicht merkwürdig, dass die Theorie „von den Versuchsresultaten um etwas abweicht, denn es „ist bekannt, dass die stets ziemlich complicirten Ver- „suche nie die einfachen und von allen Nebenbedingungen „befreiten Data geben, wie sie die reine Analysis ver- „langen würde.“ Diese Meinungsäusserung ist für den Standpunkt, den die Mehrzahl der Physikomathematiker des XVIII. Jahrhunderts in Beziehung auf mathematische Behandlung physikalischer Gegenstände einnahmen, charakteristisch; ihnen war dabei mehr um interessante mathematische Untersuchungen als um eine vollständige und scharfe Darstellung und Ableitung der thatsächlichen Erscheinungen zu thun; sie waren zu sehr Geometer und zu wenig Physiker: dieses soll übrigens durchaus keinen Tadel ausdrücken, denn diesem Streben haben wir eben die grossartigen Fortschritte der höheren Mathematik und der rationellen Mechanik in dieser Zeit zu verdanken; eher könnte man wünschen, dass die damaligen Pysiker etwas mehr Geometer gewesen wären.

28) Während uns J. Bernoulli's Abhandlung, sowie die ersten Arbeiten Euler's durch viele Züge, sei es in den theoretischen Anschauungen, sei es in der Form der gebrauchten Analysis der Schule der zweiten Hälfte des XVII. Jahrhunderts anzugehören scheinen, fühlt man in der so eben erwähnten Arbeit Lagrange's, den Geist einer neuen Zeit, und dieser Uebergang tritt bei Euler in ganz besonders scharfer Weise hervor. Er hatte bald von der Lagrange'schen Arbeit Kenntniss genommen, und wurde durch dieselbe zu einer neuen Untersuchung der Frage der Schallfortpflanzung veranlasst: diese neue Ab-

handlung [1]) ist aber von den früheren, in Beziehung auf Methode und Form der Analyse, sehr verschieden, so dass man fast Mühe hat zu glauben sie rühre von demselben Gelehrten her, der zehn Jahre früher die „Conjectura Physica circa propagationem soni ac luminis“ geschrieben; in derselben erwähnt auch Euler mit keinem Worte seiner früheren Arbeiten über den gleichen Gegenstand. — Uebrigens führt die Analyse Euler auf einfacherem Wege als Lagrange, zu den gleichen Resultaten wie diesen, namentlich zur alten Newton'schen Geschwindigkeitsformel; da glaubte Euler, dass möglicherweise die Abweichung zwischen Theorie und Erfahrung in dem Umstande ihren Ursprung habe, dass die Theorie die Fortpflanzung der Erschütterungen in einer nur linear ausgedehnten Luftfaser betrachte, während in der Wirklichkeit sich dieselben in einem Mittel mit drei Dimensionen fortpflanzen. — Mit seiner unverdrossenen Arbeitskraft, beeilte er sich daher zunächst die Fortpflanzung von Erschütterungen in einem nach zwei Dimensionen unbegränzten Mittel, also in einer unendlich dünnen, von zwei parallelen Ebenen begränzten Luftschicht, und dann in einem nach drei Dimensionen ausgedehnten Medium zu erforschen. Wir können auf den Inhalt dieser neuen Abhandlung [2]) nicht näher eintreten und müssen uns damit begnügen, in Beziehung auf den speciellen Punkt der Schallfortpflanzungsgeschwindigkeit anzuführen, dass die Untersuchung für drei Dimensionen Euler auf Formeln führte, von denen er sagt: „d'où l'on peut conclure, que la propagation du son „pourrait bien se faire avec une autre vitesse dans cette

---

[1]) Mémoires de Berlin. 1759. Seite 185. Euler. De la propagation du son.

[2]) Mémoires de Berlin. 1758. Seite 210. Euler. Supplément aux recherches sur la propagation du son.

„hypothèse. Cependant on n'en saurait rien conclure de „positif avant qu'on soit en état de résoudre généralement „cette équation." Diese Schwierigkeit, die Differentialgleichungen der Aufgabe zu integriren, trat bei dem Falle von drei Dimensionen in noch höherem Maasse ein, so dass Euler ganz aufrichtig die Unzulänglichkeit der damaligen analytischen Mittel zur Bewältigung dieser Schwierigkeiten zugibt. Aber dabei liess er nicht nach, und in einer dritten Arbeit vom gleichen Jahre [1]), lieferte er eine neue Bearbeitung der Frage für den Fall dreier Dimensionen, die nur für den Mathematiker von Interesse ist, und in Beziehung auf die Schallgeschwindigkeit zu keinem Resultate kam. Diese Untersuchungen theilte Euler Lagrange mit [2]); dabei sprach er die Vermuthung aus, dass die Abweichung zwischen Theorie und Erfahrung in der Voraussetzung unendlich kleiner Erschütterungen der Mediumstheilchen, welche den theoretischen Ableitungen zu Grunde liegt, ihren Grund haben möchte.

29) Seinerseits blieb Lagrange nicht unthätig, sondern unternahm noch umfassendere Untersuchungen, welche im zweiten Band der Miscellanea Taurinensia 1761 [3]), veröffentlicht wurden. In dieser Arbeit unterwirft Lagrange die Newton'sche Theorie noch einmal einer genauen Prüfung, und zieht einigermassen das in seinen ersten Abhandlung über dieselbe ausgesprochene harte Urtheil zurück: sie ist ihm nur noch ungenügend, d. h. zu wenig allgemein und er findet, dass sie auf die wirklichen Ge-

---

[1]) Mémoires de Berlin. 1759. Seite 241. Euler. Continuation des recherches sur la propagation du son.

[2]) Miscell. Taurin. II. 1760—61. Euler. Lettre à M. de Lagrange contenant des recherches sur la propagation des mouvements dans un milieu élastique.

[3]) Oeuvres de Lagrange. I. Seite 151. Nouvelles recherches sur la nature et la propagation du son.

setze der Schallfortpflanzung führen kann. Die Abhandlung Lagrange's enthält, sei es über die Integration von partiellen Differentialgleichungen, sei es über die Anwendung derselben auf die Frage der Fortpflanzung von Erschütterungen in elastischen Medien, eine Fülle der interessansten und geistreichsten Untersuchungen. Wir haben schon gesagt, wie wenig in seiner ersten Arbeit Lagrange auf die Abweichung zwischen den Ergebnissen der Theorie und der Erfahrung eingetreten war. Er kommt nun auf diese Frage zurück, und prüft in erster Linie die vorhin erwähnte Vermuthung Euler's, kommt aber zu dem Schluss, dass jede andere Voraussetzung als diejenige unendlich kleiner Erschütterungen in der Theorie der Schallfortpflanzung zu verwerfen sei. Diese Voraussetzung nun wieder aufnehmend, wird Lagrange durch eine eigenthümliche näherungsweise Berechnung auf ein merkwürdiges Ergebniss, das er übrigens gleich verwirft, geführt: es wären drei verschiedene Fortpflanzungsgeschwindigkeiten vorhanden, wovon die eine beinahe die Erfahrungsgrösse, nämlich 1130 F. = 344 ^{m} hätte. Da sonst alle seine Untersuchungen ihn stets auf die Newton'sche Geschwindigkeitsformel führen, fragt sich endlich Lagrange, ob das angenommene Gesetz, dass die elastische Kraft der Luft ihrer Dichtigkeit proportional sei, wirklich in aller Strenge stattfinde, und ob nicht vielmehr dieses Gesetz ein etwas anderes sei? Ist die elastische Kraft E irgend eine Funktion φ [D] der Luftdichtigkeit, so bleiben die sämmtlichen theoretischen Ableitungen dieselben, nur die Geschwindigkeit V, die man durch die Voraussetzung des Mariott'schen Gesetzes erhält, wäre mit $\sqrt{\varphi' [D]}$ zu multipliciren; nimmt man also an, die Elasticität sei einer Potenz m der Dichtigkeit proportional, so ist $\varphi [D] = D^m$ und $\varphi^1 [D] = m. D^{m-1}$;

und, wenn man als Einheit die Dichtigkeit unter dem Druck einer Atmosphäre nimmt, $\varphi^1 [D] = m$. Die auf diese Art aus der Theorie entspringende Schallfortpflanzungsgeschwindigkeit V_1, wäre

$$V_1 = \sqrt{m}.\ V.$$

wobei V die Newton'sche Zahl ist.

Um m so zu bestimmen, dass V_1 mit den Versuchsresultaten übereinstimmt, nimmt Lagrange $V = 979^f$ und für die experimentelle Zahl 1142′, und findet also

$$\sqrt{m}.\ 979 = 1142.\quad \sqrt{m}. = \frac{1142,}{979}$$

$$\text{woraus } m = 1{,}36 \text{ oder } m = 1 + \frac{1}{3}$$

Für eine n-fache Dichtigkeit müsste also das Verhältniss des zugehörigen Druckes P_n, zum Druck P_1, der der Dichtigkeit 1 entspricht, sein.

$$\frac{P_n}{P_1} = \frac{n^{1+\frac{1}{3}}}{1} = n.\ \sqrt[3]{n}$$

also für $n = 2$ $\quad n = 3 \quad n = 4$ . . . .

$$P_2 = 2\ \sqrt[3]{2}.\ P_1 \quad P_3 = 3\ \sqrt[3]{3}.\ P_1 \quad P_4 = 4\ \sqrt[3]{4}.\ P_1 \ldots\ldots$$

. . . . $n = 8.$

. . . . $P_8 = 8\ \sqrt[3]{8}.\ P_1 = 16 : P_1$

Diese Abweichungen vom Mariott'schen Gesetze waren so bedeutend, dass Lagrange gleich hinzufügt: „Ces „différences paraissent à la vérité trop fortes pour qu'on „puisse raisonnablement supposer qu'elles aient échappé „aux savants physiciens, qui ont déterminé par l'ex„périence les lois de la compression de l'air; aussi je „ne donne l'hypothèse de l'élasticité proportionelle à „$D^{1+\frac{1}{3}}$, qui comme une légère conjecture, et je me „contenterai seulement de faire observer que l'expérience

„même parait jusqu'à un certain point favorable à la „supposition que l'élasticité croisse dans une raison plus „grande que la densité, puisqu'on sait que de très „habiles physiciens ont trouvé, que l'orsque la densité „est devenue quadruple de la naturelle, l'air ne se com„prime plus que suivant une proportion moindre que „celle des poids." Uebrigens schliesst Lagrange mit der Bemerkung, dass ohne das Gesetz D^m festzuhalten, man die Form der Funktion φ so bestimmen sollte, dass φ' den Werth $1 + {}^1/_3$ für $D = 1$ annehmen, und zwischen $D = 1$ und $D = 4$, φ der Dichtigkeit beinahe proportional wäre, wodurch, sagt er, den Erfahrungen über die Schallgeschwindigkeit in der Luft und dem Mariott'schen Gesetze zu gleicher Zeit Genüge geleistet wäre. — In mathematischer Hinsicht ist diese Abhandlung Lagrange's noch bedeutender als die erste; hingegen liess sie die Frage der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in der Luft, die einzige, die wir zu betrachten haben, wiederum in dem gleichen Stadium, in welchem sie sich nach Newton's Untersuchungen befand; dass den sinnreichsten analytischen Kunstgriffen eines Lagrange und eines Euler mehr, als Newton mit seinen wenigen Sätzen, zu erreichen nicht gelingen konnte, ist uns ein Beweis, nicht der Ohnmacht der mathematischen Analysis, sondern des bewundernswerthen Scharfblicks, mit welchem der grosse Engländer die wesentlichsten

---

1) Oeuvres de Lagrange. I. Pag. 297. Die hier von Lagrange benutzten Zahlen sind diejenigen von Newton und Derham in engl. Fussmass. Hätte er die Zahl der Pariserakademiker von 1738 genommen, so hätte er erhalten (annähernd):

$m = 1 + \frac{1}{4}$ also $P_n = n \sqrt[4]{n} \cdot P_1$, so dass die Abweichungen vom Mariotte'schen Gesetze für $n = 2, 3, 4$ etwas weniger gross gewesen wären.

physikalischen Bedingungen der wellenartigen Bewegungen in elastischen Mitteln erfasst und seinen Betrachtungen zu Grunde gelegt hatte.

30) Noch einmal, nach Lagrange's Untersuchungen, trat Euler in die Schranken; seine Arbeit ist vom Jahre 1765 (1); sie besteht in einer allgemeinen mathematischen Untersuchung über die Schallfortpflanzung und die Bildung des Echo's; sie brachte keine neuen Ergebnisse heraus, und führte namentlich wiederum auf die Newton'sche Formel für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit zurück. Auch dort suchte Euler für die Abweichung zwischen Theorie und Erfahrung, Gründe aufzufinden: er verfiel aber auf keinen neuen Gedanken, sondern kam, einerseits auf die alte Newton'sche Idee der festen Bestandtheile der Luft, durch welche der Schall augenblicklich fortgepflanzt wird, zurück, während er anderseits den schon 1760, von ihm, wie oben erwähnt wurde, Lagrange mitgetheilten Einwand wegen der in der Theorie angenommenen unendlich kleinen Erschütterungen wieder aufnahm, anstatt dass, in den Versuchen, bei Benutzung von Geschützen, eine sehr heftige Erschütterung eintreten muss, „à laquelle, sagt er, on ne saurait plus appliquer la théorie."

31) Dass der Gedanke den Unterschied zwischen der theoretischen Newton'schen und der experimentellen Zahl zur Ermittlung noch nicht bekannter Momente, sei es in dem Gesetze der Zusammendrückung, sei es in anderen physikalischen Erscheinungen der Luft, zu benützen, entstehen musste, war ganz natürlich: und zwar musste es von dem Augenblicke an geschehen, wo die

---

1) Mémoires de Berlin. 1759. Seite 335. Eclaircissements plus détaillés sur la génération et la propagation du son et sur la formation de l'écho.

Bearbeitung der Theorie durch die genialsten Geometer die Grundlagen derselben hinreichend befestigt hatten und die Anstellung von zuverlässigen Versuchen durch tüchtige Experimentatoren die Richtigkeit der Erfahrungsergebnisse ausser Zweifel setzte; nach Derham und den französischen Akademikern, nach den Arbeiten Euler's und Lagrange's war dieser Zeitpunkt gekommen, und wie wir vorher gesehen haben, tauchte bei Lagrange in Beziehung auf das Mariott'sche Gesetz ein solcher Gedanken auf. Etwas Aehnliches treffen wir bei dem Elsässer Lambert (1728—1777), welcher seine theoretischen Ansichten in einer 1768 veröffentlichten Abhandlung ([1]) niederlegte. Sein Gedankengang ist folgender: die Versuche sind gut angestellt worden und daher ihre Resultate zuverlässig; die Theorie ist von richtigen Voraussetzungen streng abgeleitet worden, so dass ihr Ergebniss ebenfalls richtig ist, aber der Stoff, an welchem die Versuche ausgeführt wurden, erfüllt nicht alle die Bedingungen, welche die Theorie voraussetzt, Diese letstere nimmt eine vollkommen reine, von allen fremden Bestandtheilen freie Luft an, während die Dichtigkeit der Luft, welche in dem Ausdruck der Schallgeschwindigkeit benützt wird, nicht die dieser reinen, sondern diejenige einer mit allerlei fremden Bestandtheilen mehr oder weniger vermischten Luft ist. Der Unterschied zwischen den theoretischen und experimentellen Zahlen kann daher einen Rückschluss auf die Menge dieser fremden Bestandtheile gestatten. Diesen Gedanken der Rechnung zu unterwerfen, geht Lambert von dem Newton'schen Satze aus, dass die Schallgeschwindigkeit die gleiche ist, die ein von der Höhe $\frac{A}{2}$ (siehe ersten Theil diese

[1]) Mémoires de Berlin. 1768. Seite 30. Lambert. Sur la vitesse du son.

Mittheilungen) frei herunterfallender Körper erhalten würde; diese Höhe ist nach den von Newton angenommenen Zahlen 9057 Meter; die Höhe, welche der Zahl 338^m, die Lambert für die Zahl der französischen Akademiker nimmt, entspricht, wäre 11658^m; beide Zahlen verhalten sich zu einander, beinahe wie 25:37, woraus er schliesst, dass das Gewicht der Kubikeinheit reiner theoretischer Luft im Meeresniveau sich zu demjenigen der natürlichen verhält, wie 25:37. Wir verfolgen die Ableitungen Lambert's nicht weiter; der Gedanke schien uns, vom geschichtlichen Standpunkt aus, interessant und desshalb erwähnenswerth.

Diesen Gedanken nahm Lambert in einer späteren Arbeit wieder auf([1]), in welcher er zu zeigen suchte, dass seine theoretischen Resultate mit denjenigen der Erfahrungen erträglich übereinstimmen, was nicht wohl anders sein konnte, da der Ausgangspunkt seiner Theorie eben die vorhin angedeutete, auf Vergleichung der theoretischen und der experimentellen Zahlen begründete Voraussetzung über die Beschaffenheit der Luft war, mit anderen Worten, er hatte in die theoretischen Formeln einen Coefficienten eingeführt, dessen Ursprung aber, obgleich durch analytische Entwicklungen verkappt, nichts anderes als das Resultat der Vergleichung der Newton'schen mit der Zahl der Pariserakademie war.

32) Nur der literarischen Vollständigkeit wegen, führe ich hier die 1776 von Wünsch (1774—1828) aufgestellte sonderbare Theorie ([2]), sowie die Abhandlung

---

[1]) Mémoires de Berlin. 1772. Seite 103. Lambert. Sur la densité de l'air.

[2]) Wünsch. Initia novæ doctrinæ de natura Soni. Lipsiæ. 1776. 4⁰. Nach Fischer, (Geschichte der Physik. Bd. VI. 624) besteht Wünsch's Theorie in Folgendem: Die Luft besitzt eine eigene Geschwindigkeit, mit welcher sie ausweicht, wenn man ihr

von Giordano Riccati ([1]) [1709—1790] vom Jahre 1777, an; es war mir unmöglich mir diese Arbeiten zu verschaffen, und so kann ich bloss, nach dem was ich über dieselben gelesen, die erste für einen vollkommen werthlosen und unwissenschaftlichen Versuch, die zweite für eine mit denjenigen Lagrange's und Euler's verwandte und auf den gleichen Schluss kommende Leistung halten. ([2]) — Es scheint übrigens, als ob während der 20 letzten Jahre des XVIII. Jahrhunderts eine gewisse Entmuthigung sich der Geometer, in Beziehung auf unsere Frage, bemächtigt hätte; so finden wir die theoretischen Betrachtungen

---

Platz verstattet, und diese ist eben die Geschwindigkeit des Schalles. Jede Luftsäule hat einen Schwerpunkt; das ist der Ort, wo die Barometerhöhe die Hälfte derjenigen ist, welche am unteren Ende der Säule stattfindet, und jede Luftsäule dringt in den leeren Raum mit derjenigen Geschwindigkeit, welche der Höhe ihres Schwerpunktes zugehört; Wünsch findet dass, wenn man das Verhältniss der specifischen Gewichte von Luft und Quecksilber $\frac{1}{11900}$ setzt, und für die Mittlere Barometerhöhe 28 Par.-Zoll, die Höhe des Schwerpunktes der Luftsäule, welche diesem Druck entspricht, d. h. die Höhe in welcher der Barometerstand 142 wäre, 17750 Par.-Fuss beträgt; dieser Höhe gehört eine Geschwindigkeit von 1037 Par.-Fuss in einer Sekunde zu; diese so genaue Uebereinstimmung mit den genauesten Versuchen über die Fortpflanzung des Schalles hält Wünsch für einen Beweis der Richtigkeit seiner Theorie.

[1]) Giordano Riccatti. Nuova Difesa del cav. I. Newton dalla nota die Petizion di principio nel determinare la Velocita della propagazione del suono. Nuovo Giornale de Letterati d'Italia. XII. 1777.

[2]) D'Alembert (1717—1783) hat sich auch gelegentlich mit der Schallgeschwindigkeit beschäftigt. Im V. Bande. Seite 138 seiner „Opuscules mathématiques, Mémoire 34, Recherches sur le mouvement des fluides, § II. sur la vitesse du son, findet man eine analytische Entwicklung, die d'Alembert zu dem Schlusse führt, dass es kaum möglich ist die Bewegungsgesetze der Theilchen eines elastischen Fluidiums durch analytische Ausdrücke darzustellen. Diese Arbeit wurde 1768 veröffentlicht.

über die Schallfortpflanzungsgeschwindigkeit, erst 1801, bei dem Genfer Trembley (1749—1811) [1] wieder, dessen Abhandlung übrigens nichts als eine, freilich scharfsinnige, aber unfruchtbare Kritik der Untersuchungsmethoden der Geometer ist, welche die Schallgeschwindigkeit theoretisch behandelt haben; sie ist namentlich interessant, weil Trembley darin einige bemerkenswerthe Winke über die Anwendung der Mathematik auf die Erforschung physikalischer Erscheinungen gibt, sie trägt aber zur Lösung des alten, mehr als 100jährigen Zwiespalts zwischen Theorie und Erfahrung nicht im Geringsten bei. —

In Chladni's (1756—1827) klassischer Akustik ([2]), welche 1802 herausgegeben wurde, befindet sich folgende Stelle, die nicht ohne Interesse ist; nachdem Chladni in aller Kürze die verschiedenen Vorschläge beleuchtet, welche seit Newton, um die theoretischen Ergebnisse mit den experimentellen in Einklang zu bringen, gemacht wurden, fährt er so fort: „Meine Meinung, welche sich auf einige „nachher zu erwähnende Versuche gründet, ist die, dass „die Elasticität und Dichtigkeit einer elastisch flüssigen „Materie allein nicht hinreichen, um die Geschwindigkeit, „mit welcher sich der Schall darin verbreitet, genau zu „bestimmen, sondern, dass diese Geschwindigkeit ausser„dem noch von einer gewissen chemischen Eigenschaft „einer solchen Flüssigkeit abhängt, die ich aber weiter „nicht zu bestimmen weiss. Es möchte sich wohl der „Erfahrungssatz, dass der Schall in der Luft schneller „fortgeht, als die Theorie es lehrt, füglich so allgemeiner „ausdrücken lassen: eine Mischung von Stickgas und

---

[1]) Mémoires de Berlin. 1801. Seite 31. Trembley. Observations sur la théorie du son et sur les principes du mouvement des fluides.

[2]) Chladni Akustik. Leipzig. 1802. 8°. Seite 200 u. ff.

„Sauerstoffgas macht ihre Schwingungen schneller als „nach der gewöhnlichen Theorie geschehen sollte, und „schneller, als jede dieser beiden Flüssigkeiten für sich."

Diese, übrigens sehr unbestimmte Idee der Abhängigkeit der Schallgeschwindigkeit von einer chemischen Eigenschaft des Fortpflanzungsmediums, wurde mehrere Jahre später und zu einer Zeit, wo die bald zu erwähnende Laplace'sche Korrektion oder wenigstens die Idee derselben längst bekannt war, von Fischer (1754—1831) wieder aufgenommen und weiter ausgeführt[1].

Für die Zeit, zu welcher Fischer schrieb, bezeichnet seine Denkweise einen Rückschritt; er geht von dem Satze aus, dass chemische Kräfte mechanisch wirken, da wo sie nicht chemisch sich äussern können; (oder soll man in dieser Ansicht eine, wenn auch etwas unklare Idee der Correlation der physischen Kräfte erblicken?) und nimmt an, dass die theoretische Schallgeschwindigkeit $V = \sqrt{\frac{g.\ B.\ \varepsilon}{\delta}}$ noch mit einem gewissen Faktor μ multiplicirt werden soll; auf μ, sagt Fischer, könnten Einfluss haben: die Wärme und die in der Luft vorgehenden Aenderungen der chemischen Mischung; der Einfluss der Wärme äussert sich aber schon in der Grösse $\frac{B.\ \varepsilon}{\delta}$, folglich hängt μ bloss von den chemischen Kräften ab, und demgemäss nennt Fischer diesen Coefficienten μ den *chemischen Faktor*. Da dieser Faktor zur Zeit auf theoretischem Wege nicht bestimmbar sei, so sucht Fischer denselben durch Vergleichungen der theoretischen Zahl mit den damaligen zuverlässigsten

[1]) Mémoires de Berlin. 1815. Seite 63. Fischer. Ueber den Grund warum die theoretische Bestimmung der Geschwindigkeit des Schalles, so beträchtlich von der Erfahrung abweicht.

Beobachtungen (von Benzenberg) zu ermitteln und findet ihn für atmosphärische Luft. $\mu = 1{,}1939$
Für den Normaldruck $B = 0^m{,}76$ und für die Temperatur ν^0 Reaumur, gibt Fischer die Formel:

$$V = \mu .\ 859{,}79\ (1 + 0{,}00224.\ \nu).\ \text{Pariser Fuss.}$$

33) Endlich kam man auf die Idee, welche die lange unüberwindliche Schwierigkeit lösen sollte; ihr Urheber war der berühmte Verfasser der Mécanique céleste, Laplace. (1749—1827) und der erste Physiker, welcher sie der Rechnung unterwarf, Biot (1774—1862). — Im Jahre 1802 theilte Biot dem Institut national eine Notiz mit (1), in welcher er sagte, dass er durch Laplace veranlasst wurde, den Einfluss zu untersuchen, den auf die Schallfortpflanzungsgeschwindigkeit die Temperaturänderungen haben könnten, welche die Ausdehnungen und Zusammendrückungen der Luft begleiten, und zu erforschen, ob es auf diese Art nicht möglich wäre, die Erfahrung und die Theorie übereinstimmen zu lassen. — Die Analyse Biot's führt ihn auf den Schluss, dass die Newton'sche Formel, mit einem Coefficient $\sqrt{1+k}$ zu multiplicieren ist, so dass die Schallfortpflanzungsgeschwindigkeit durch den Ausdruck gegeben wäre,

$$V = \sqrt{1+k}\ \sqrt{\frac{g.\ B.\ \varepsilon}{\delta}}$$

in welchem k die Vermehrung der Elasticität bezeichnet, welche der durch die Kondensation 1 entstandenen Temperaturerhöhung entspricht, und unter der Voraussetzung, dass die Temperatur-Erhöhung der Kondensation, und die Elasticitätszunahme der Temperaturerhöhung propor-

---

(1) Journal de Physique de Rosier. IV. 1803. Fructidor. Seite 173. Biot. Sur la théorie du son und auch Gilbert's Annalen. XVIII. 1804. Seite 385. Untersuchungen über die Fortpflanzung des Schalles in der Luft von Biot.

tional ist. — Zur Bestimmung von k benutzt Biot zwei Beobachtungen; die eine von Amontons (1663—1705) gab an, dass, bei unverändertem Volumen die Spannung einer Luftmasse für eine Temperaturerhöhung um 80° Réaumur um $^1/_3$ zunimmt; die andere von Gay-Lussac (1778—1850) zeigte, dass bei constantem Druck eine Luftmasse für eine Temperaturerhöhung um 80° R. sich um 0,35 ausdehnte. Daraus berechnete Biot k = 0,95 und erhielt somit $V = \sqrt{\frac{g.\ B.\ \varepsilon.\ 1{,}95}{\delta}} = \overset{\text{P.F.}}{1277{,}73} = \overset{\text{m}}{415{,}05}$.
Diese Zahl war viel zu gross, was Biot veranlasste, die Grösse k, rückwärts aus der Differenz zwischen der Theorie und den Versuchen, zu berechnen; es ergab sich k = 0,2869.

Diese Grösse k ist übrigens, wie man leicht einsieht, nichts anderes als der bekannte Ausdruck $\frac{C_p - C_v}{C_v}$, wo C_p und C_v die specifischen Wärmen des Mediums für constanten Druck und constantes Volumen sind.

Mit dieser Arbeit Biot's ist die Periode der theoretischen Untersuchungen des 18. Jahrhunderts geschlossen und wir gehen nun zur Betrachtung der Versuche über, welche in der zweiten Hälfte des XVIII. und am Anfange des XIX. Jahrhunderts, bis zur definitiven Festsetzung der Laplace'schen Theorie, angestellt worden sind.