**Zeitschrift:** Mitteilungen der Naturforschenden Gesellschaft Bern

**Herausgeber:** Naturforschende Gesellschaft Bern

**Band:** - (1850)

**Heft:** 193-194

**Artikel:** Versuche zur Vergleichung der Erfahrungswahrscheinlichkeit mit der mathematischen Wahrscheinlichkeit [Nachtrag zur vierten Versuchsreihe]

**Autor:** Wolf, R.

**DOI:** https://doi.org/10.5169/seals-318330

**Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

**Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

**Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

**Download PDF:** 09.12.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch**

# Nr. 193 und 194.

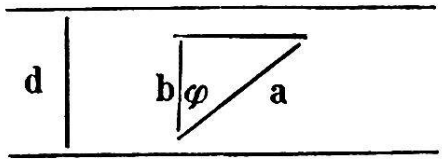
## R. Wolf, Versuche zur Vergleichung der Erfahrungswahrscheinlichkeit mit der mathematischen Wahrscheinlichkeit.

*Nachtrag zur vierten Versuchsreihe.*

(Vorgetragen den 7. December 1850.)

Herr Professor Rudolf Merian in Basel theilte mir kurze Zeit, nachdem er meine die Zahl $\pi$ betreffenden Versuche *) erhalten hatte, folgende einfache Ableitung jener merkwürdigen Formel für $\pi$ mit:

„Ich behalte dieselben Buchstaben bei, und setze $b = a\mathrm{Cos}\varphi$, wo $\varphi$ den Winkel bezeichnet, welchen die Nadel a mit der Senkrechten auf die Parallelen macht. Die Wahrscheinlichkeit, dass bei einem Winkel $\varphi$ die Nadel mit einer der Parallelen zusammentrifft, ist offenbar




$$\frac{b}{d} = \frac{a\mathrm{Cos}\varphi}{d}$$

Die Nadel muss so geworfen werden, dass jeder Winkel $\varphi$, um den a von der Senkrechten abweicht, gleich wahrscheinlich ist; es ist also die Wahrscheinlichkeit, dass der Winkel zwischen $\varphi$ und $\varphi + d\varphi$ fällt

$$\frac{d\varphi}{\frac{1}{2}\pi} = \frac{2d\varphi}{\pi}$$

und diejenige, dass in dieser Lage ein Zusammentreffen statt hat

$$\frac{a\mathrm{Cos}\varphi}{d} \cdot \frac{2d\varphi}{\pi} = \frac{2a\mathrm{Cos}\varphi d\varphi}{d\pi}$$

*) Vergleiche Nr. 177 der Mittheilungen.

Ist nun P die Wahrscheinlichkeit, dass bei einem willkürlichen Wurfe ein Zusammentreffen statt findet, so ist nach den bekannten Grundregeln der Wahrscheinlichkeitsrechnung

$$P = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{2a\mathrm{Cos}\varphi d\varphi}{\pi d} = \frac{2a}{\pi d} \qquad \underline{1}$$

oder, weil bei wiederholten Versuchen $P = \lim \cdot \frac{p}{q}$ ist,

$$\frac{p}{q} = \frac{2a}{\pi d} \text{ oder } \pi = \frac{2aq}{pd} \qquad \underline{2}$$

„Diese Rechnung setzt voraus, dass $a < d$. Wenn dies nicht der Fall, so setze ich $d = a\mathrm{Cos}\alpha$. So lange nun $\varphi > \alpha$, so ist das Zusammentreffen gewiss, und demnach hat man für $a > d$

$$P = \int_0^{\alpha} \frac{2d\varphi}{\pi} + \int_{\alpha}^{\frac{\pi}{2}} \frac{2a\mathrm{Cos}\varphi d\varphi}{\pi d} =$$

$$= \frac{2\alpha}{\pi} + \frac{2a}{\pi d}(1 - \mathrm{Sin}\,\alpha) \qquad \underline{3}$$

Das obige Gesetz hat also nicht mehr statt, — es fängt erst mit $\alpha = o$ oder $d = a$ an gültig zu werden, wo dann $\frac{\pi}{2} = \frac{q}{p}$.“

Herr Professor Merian fügte dann seiner Ableitung noch folgende Bemerkung bei:

„In der von Ihnen citirten Notiz heisst es: L'erreur sera la plus petite possible pour un nombre donné d'épreuves, lorsque $a = \frac{\pi d}{4}$, d. h. mit andern Worten, wenn $P = \frac{1}{2}$, oder wenn die Wahrscheinlichkeit des Zusamtreffens und des Nichtzusammentreffens gleich ist, so ist

die Wahrscheinlichkeit, dass bei der gleichen Anzahl von Würfen die Differenz $P - \frac{p}{q}$ zwischen gewissen Grenzen eingeschlossen ist, am grössten. Diesen Satz halte ich für falsch; es scheint mir, dass eine um so grössere Uebereinstimmung zwischen Rechnung und Beobachtung statt finden sollte, je grösser P gemacht wird, — also die grösste Uebereinstimmung für $a=d$ oder für $P=\frac{2}{\pi}$.«

Dieser Bemerkung kann ich nicht beipflichten; denn einerseits scheint es mir jeder Erfahrung zu widersprechen, dass der beste Werth an der Grenze der überhaupt möglichen Werthe liege, — anderseits steht ihr eine neue Versuchsreihe entgegen, die ich seither zu diesem Zwecke machte. Das alte System von Parallelen im Abstande von $45^{mm}$ beibehaltend, wählte ich nämlich zu den Versuchen eine Nadel von ebenfalls $45^{mm}$ Länge, so dass mir nach Herrn Merians Ansicht ein ganz besonders befriedigendes Resultat in Aussicht stand. Ich machte wieder wie früher 50 Versuchsreihen von je 100 Würfen und fand aus ihnen

$$p=\frac{1}{50}\left[\begin{array}{l}57+58+59+5\cdot60+2\cdot61+4\cdot62+8\cdot63+3\cdot64+2\cdot65\\+3\cdot66+5\cdot67+5\cdot68+4\cdot69+2\cdot70+2\cdot71+73+74\end{array}\right]$$
$$=64{,}96\pm0{,}56$$

so dass ich

$$\frac{p}{q}=0{,}6496 \text{ statt } P=0{,}6366 \text{ oder } P-\frac{p}{q}=-0{,}0130$$

fand, während die frühern Versuche

$$\frac{p}{q}=0{,}5064 \text{ statt } P=0{,}5093 \text{ oder } P-\frac{p}{q}=+0{,}0029$$

gegeben hatten, also mehr als 4mal engere Grenzen zogen. Eine hierauf nochmals vorgenommene Untersuchung der Nadel und des angewandten Systemes von Parallelen zeigte mir, dass die Nadel genau $45^{mm}$ lang war und die

Parallelen nur innerhalb $^1/_{10}{}^{mm}$ von $45^{mm}$ varirten, und zwar ziemlich gleichmässig in + und in —. Würde ich aber auch im ungünstigsten Falle $d=44{,}9^{mm}$ annehmen, so würde $\alpha=\text{ArcCos}\,\frac{d}{a}=3^0 49'=0{,}0666$ werden, und nach 3

$$P=0{,}6367 \quad \text{was immer noch} \quad P-\frac{p}{q}=-0{,}0129$$

entsprechen würde, also beinahe so viel wie vorhin. Wie sollte es sich nun erklären, dass mit gleichem Material, bei derselben Vorsicht und von demselben Beobachter gerade unter günstigern Umständen ein so viel schlechteres Resultat erzielt worden wäre? Sieht man dagegen das Verhältniss, unter dem diese Versuche gemacht wurden, als ein ungünstiges an, so erklärt sich die grosse Abweichung von selbst, — es wären in einem solchen Falle eben weit mehr Versuche nöthig gewesen. Dass auch bei diesen Versuchen ein Oscilliren nach dem Richtigen da war, ergiebt sich daraus, dass

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| die | 10 | ersten | Versuchsreihen | 0,6570 |
| — | 20 | — | — | 0,6520 |
| — | 30 | — | — | 0,6510 |
| — | 40 | — | — | 0,6530 |
| — | 50 | — | — | 0,6496 |

ergaben, — aber da zufällig die erste Ocillation ein wenig gross und dagegen die reglirende Kraft kleiner war, so konnte die Ruhelage in 50 Schwingungen noch nicht erreicht werden. Von den 50 Zahlen, aus denen p als Mittel hervorgieng, waren nämlich 22 zu klein und 28 zu gross, — bei den 10 ersten dagegen nur 4 zu klein und 6 zu gross, und zwar gieng die kleinste nicht unter 60, während die grösste 73 war.