

Zeitschrift: Mitteilungen der Naturforschenden Gesellschaft Bern
Herausgeber: Naturforschende Gesellschaft Bern
Band: - (1848)
Heft: 112-113

Artikel: Note über die Transformation rechtwinkliger Coordinaten im Raume
Autor: Wolf, R.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-318254>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 26.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

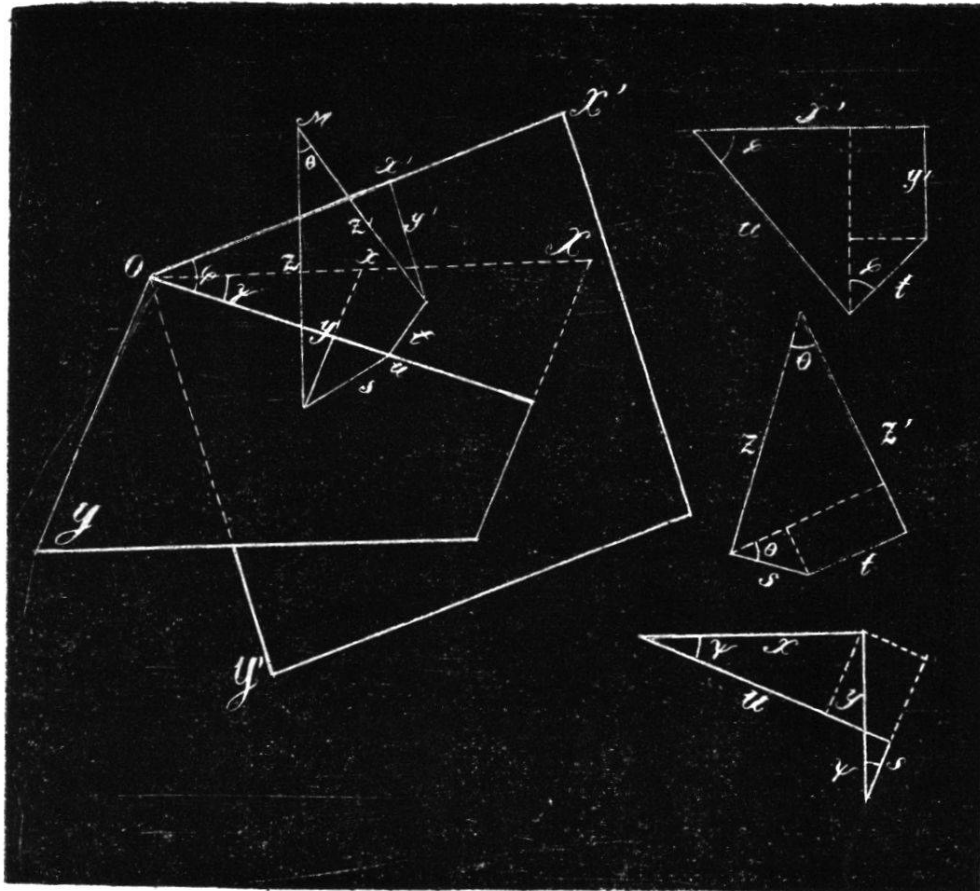
MITTHEILUNGEN
DER
NATURFORSCHENDEN GESELLSCHAFT
IN BERN.

Nr. 112 und 113.

Ausgegeben den 8. Februar 1848.

**R. Wolf, Note über die Transformation
rechtwinkliger Coordinaten im Raume.**

Bekanntlich ist die Transformation rechtwinkliger Coordinaten im Raume auf andere rechtwinklige Coordinaten desselben Anfangspunktes von vielfacher Anwendung, und die entsprechenden Formeln finden daher in jedem Werke über analytische Geometrie mit drei Dimensionen ihre Ableitung. Für denjenigen Fall, wo der Winkel der Ebenen $X Y$ und die Winkel der Axen X mit ihrer Knotenlinie in die Rechnung eingeführt werden sollen, werden dabei entweder die Beziehungen am Raumdreiecke zu Hülfe gerufen, oder dann wird das eine Coordinatensystem durch verschiedene aufeinander folgende Drehungen um die Axen nach und nach in das andere Coordinatensystem übergeführt. Die folgende Ableitung scheint mir beiden angeführten Weisen und namentlich der am häufigsten angewandten zweiten Ableitungsmethode ihrer grössern Uebersichtlichkeit wegen vorzuziehen. Aus den beistehenden, wohl keiner weitem Erläuterung bedürftenden Figuren lassen sich un-



mittelbar die Beziehungen

$$x' = u \cos \varphi + t \sin \varphi$$

$$y' = u \sin \varphi - t \cos \varphi$$

$$z' = z \cos \theta + s \sin \theta$$

$$t = z \sin \theta - s \cos \theta$$

$$u = x \cos \psi + y \sin \psi$$

$$s = y \cos \psi - x \sin \psi$$

abschreiben, und aus diesen folgen durch Elimination von s , t , u sofort die verlangten Transformationsformeln

$$\begin{aligned} x' &= (\cos \varphi \cos \psi + \sin \varphi \sin \psi \cos \theta) x \\ &\quad + (\sin \psi \cos \varphi - \cos \psi \sin \varphi \cos \theta) y + \sin \theta \sin \varphi \cdot z \\ y' &= (\cos \psi \sin \varphi - \sin \psi \cos \varphi \cos \theta) x \\ &\quad + (\sin \varphi \sin \psi + \cos \varphi \cos \psi \cos \theta) y - \sin \theta \cos \varphi \cdot z \\ z' &= - \sin \psi \sin \theta \cdot x + \cos \psi \sin \theta \cdot y + \cos \theta \cdot z \end{aligned}$$

aus denen sich theils unmittelbar, theils durch Vergleichung

mit den aus der Projectionslehre hervorgehenden, die 9 Winkel der Axen enthaltenden Transformationsformeln, die bekannten Bedeutungen und Eigenschaften der 9 Coeffizienten auf die leichteste Weise ergeben.



L. Schläfli, Ueber die Relationen zwischen den neun Cosinus, durch welche die gegenseitige Lage zweier rechtwinkliger Coordinatensysteme bestimmt wird.

Wenn wir die Coordinaten eines beliebigen Punktes P in Beziehung auf das erste System mit x, y, z und in Beziehung auf das zweite mit x', y', z' bezeichnen und vorerst nur die Ebenen xy und $x'y'$, deren Durchschnitt oder die Knotenlinie und die Lage der positiven Hälften der Axen der x und x' in der Anschauung behalten, so sehen wir sogleich ein, dass die Lage des zweiten Systems gegen das erste durch drei Grössen vollständig bestimmt wird. Diese sind 1^o. der Winkel zwischen der Axe der x und der Linie des aufsteigenden Knotens oder die Länge des aufsteigenden Knotens in der Ebene xy ; 2^o. die Neigung der Ebene $x'y'$ gegen die Ebene xy ; 3^o. der Winkel zwischen der Knotenlinie und der Axe der x' . Mittelst dieser drei Grössen können die Cosinus der neun Winkel, unter denen die Axen des zweiten Systems gegen diejenigen des ersten geneigt sind, trigonometrisch angegeben werden; und aus diesen trigonometrischen Ausdrücken ergeben sich sodann durch einfache Rechnung die bekannten 21 Relationen zwischen den