

**Zeitschrift:** Mémoires de la Société Fribourgeoise des Sciences Naturelles. Mathématique et physique = Mitteilungen der Naturforschenden Gesellschaft in Freiburg. Mathematik und Physik

**Herausgeber:** Société Fribourgeoise des Sciences Naturelles

**Band:** 5 (1929-1943)

**Heft:** 1: Contribution à l'étude de la circulation électrique en haute fréquence dans les circuits complexes

**Artikel:** Contribution à l'étude de la circulation électrique en haute fréquence dans les circuits complexes

**Autor:** Gremaud, Auguste

**Kapitel:** IV

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-306917>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 21.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## CHAPITRE IV

---

### CAS PARTICULIER, CONCLUSIONS THÉORIQUES, RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX.

---

#### 1. Valeurs réelles de $e$ et $i$ dans le cas où la résistance $R$ et l'amortissement $\alpha$ sont nuls.

Ensuite des restrictions spéciales développées au chapitre précédent, on peut admettre en première approximation pour le circuit de nos expériences, que l'amortissement  $\alpha$  est négligeable. Nos mesures se font en outre sur un circuit où l'extrémité  $B$  du solénoïde est réunie directement à la terre sans l'intermédiaire de la résistance (fig. 6) ce qui revient à poser  $R = 0$ .

Ces deux restrictions  $\alpha = 0$  et  $R = 0$  introduites dans les équations générales donnent pour la tension  $e$  et le courant  $i$  des formules plus simples que les formules générales (35) et (37) trouvées au chapitre II. On peut introduire ces restrictions dans ces formules générales, pour retrouver les formules du cas particulier. Il est plus immédiat cependant de les tirer des équations sous forme imaginaire, (29), (30) et (36).

*Calcul de la tension.* — Les équations (29) et (30) donnent pour  $R = 0$  et  $\alpha = 0$

$$E = \dot{E}_0 e^{j\omega t} \frac{e^{klo} e^{-kl} - e^{-klo} e^{kl}}{D}$$

$$D = e^{klo} - e^{-klo}$$

comme  $K = \alpha + j\beta$  et que  $\alpha = 0$

$$(29') \quad E = \dot{E}_0 e^{j\omega t} \frac{e^{-j\beta(l-l_0)} - e^{j\beta(l-l_0)}}{e^{j\beta l_0} - e^{-j\beta l_0}}$$

$$E = \dot{E}_0 e^{j\omega t} \frac{\cos \beta(l-l_0) - j \sin \beta(l-l_0) - \cos \beta(l-l_0) - j \sin \beta(l-l_0)}{\cos \beta l_0 + j \sin \beta l_0 - \cos \beta l_0 + j \sin \beta l_0}$$

$$E = -\dot{E}_0 e^{j\omega t} \frac{\sin \beta(l-l_0)}{\sin \beta l_0}$$

ce qui donne pour la valeur réelle de la tension  $e$

$$(38) \quad e = -\dot{E}_0 \cos \omega t \frac{\sin \beta(l-l_0)}{\sin \beta l_0}$$

On vérifie sur cette équation que l'on a bien à l'origine ( $l = 0$ ) et à l'extrémité à la terre ( $l = l_0$ ) les valeurs connues de la tension en effet

$$e_{l=0} = \dot{E}_0 \cos \omega t$$

$$e_{l=l_0} = 0$$

*Calcul du courant.* — L'équation (36) donne pour  $R = 0$

$$I = \dot{E}_0 e^{j\omega t} \frac{K}{r + jx} \frac{e^{-k l_0} e^{kl} + e^{k l_0} e^{-kl}}{e^{k l_0} - e^{-k l_0}}$$

$$\text{avec } K = \alpha + j\beta \text{ et } \alpha = 0$$

$$(36') \quad I = \dot{E}_0 e^{j\omega t} \frac{j\beta}{r + jx} \frac{e^{j\beta(l-l_0)} + e^{-j\beta(l-l_0)}}{e^{j\beta l_0} - e^{-j\beta l_0}}$$

$$I = \dot{E}_0 e^{j\omega t} \frac{j\beta}{r + jx} \frac{\cos \beta(l-l_0) + j \sin \beta(l-l_0) + \cos \beta(l-l_0) - j \sin \beta(l-l_0)}{\cos \beta l_0 + j \sin \beta l_0 - \cos \beta l_0 + j \sin \beta l_0}$$

$$I = \dot{E}_0 e^{j\omega t} \frac{\beta}{r + jx} \frac{\cos \beta(l-l_0)}{\sin \beta l_0}$$

$$\text{en écrivant } \frac{I}{r + jx} = \frac{I}{\sqrt{r^2 + x^2}} e^{-j\varphi} \text{ avec } \tan \varphi = \frac{x}{r}$$

$$I = \dot{E}_0 e^{j(\omega t - \varphi)} \frac{\beta}{\sqrt{r^2 + x^2}} \frac{\cos \beta(l-l_0)}{\sin \beta l_0}$$

ce qui donne pour la valeur réelle  $i$  du courant

$$(39) \quad i = \dot{E}_0 \frac{\beta}{\sqrt{r^2 + x^2}} \frac{\cos \beta (l - l_0)}{\sin \beta l_0} \cos (\omega t - \varphi)$$

On tire de cette équation que, à l'origine, le courant a pour valeur

$$(40) \quad i_{l=0} = \dot{E}_0 \frac{\beta}{\sqrt{r^2 + x^2}} \frac{1}{\operatorname{tg} \beta l_0} \cos (\omega t - \varphi)$$

et pour le courant à l'extrémité de la bobine

$$(41) \quad i_{l=l_0} = \dot{E}_0 \frac{\beta}{\sqrt{r^2 + x^2}} \frac{1}{\sin \beta l_0} \cos (\omega t - \varphi)$$

## 2. Distribution du courant à la résonance le long du circuit.

L'équation (39) donne la loi de la distribution du courant le long du circuit.

Il y a résonance lorsque l'amplitude du courant est maximum, c'est-à-dire lorsque la relation suivante existe.

$$(42) \quad \boxed{\beta l_0 = K \pi} \quad K = 1, 2, 3, \dots$$

Dans ces conditions, la formule (39) indique que la grandeur théorique du courant est infinie. Ce cas est celui qui se présente lorsque l'amortissement est nul. Comme en réalité l'amortissement n'est jamais absolument nul, la valeur du courant n'est pas infiniment grande. On a ici l'analogie du cas, où en basse fréquence, dans un circuit sans résistance se trouvent en série une self et une capacité, le courant théorique à la résonance est infini; mais ici aussi, en réalité la résistance n'est jamais absolument nulle, c'est-à-dire que la résonance se manifeste par un maximum



du courant. Ceci nous permet donc de poser pour le coefficient de l'amplitude du courant, la relation :

$$\dot{E}_0 \frac{1}{\sqrt{r^2 + x^2}} \frac{\beta}{\sin \beta l_0} = M$$

où  $M$  est un nombre d'autant plus grand que l'amortissement est petit. De cette façon, le courant peut s'exprimer par la relation

$$i = M \cos \beta (l - l_0) \cos (\omega t - \varphi)$$

Le coefficient  $\cos \beta (l - l_0)$  fixe la distribution du courant le long du circuit.

Nous avons à envisager différents cas suivant la valeur du facteur  $K = 1, 2, 3, 4, \dots$  de la relation  $\beta l_0 = K \pi$  qui détermine la résonance.

1<sup>er</sup> cas     $K = 1$                        $\beta l_0 = \pi$                       d'où  $\beta = \frac{\pi}{l_0}$

d'où

$$\cos \beta (l - l_0) = \cos \frac{\pi}{l_0} (l - l_0) = \cos \pi \left( \frac{l}{l_0} - 1 \right)$$

Le coefficient  $\cos \beta (l - l_0)$ , par conséquent le courant, est alors maximum aux extrémités du circuit, au point  $l = 0$ ,  $\cos \beta (l - l_0) = -1$  et au point  $l = l_0$ ,  $\cos \beta (l - l_0) = 1$ ; il n'est maximum en aucun autre point.

Ce coefficient, c'est-à-dire le courant est nul pour la seule valeur

$$\pi \left( \frac{l}{l_0} - 1 \right) = -\frac{\pi}{2} \quad l = \frac{l_0}{2}$$

Les autres multiples positifs ou négatifs de  $\frac{\pi}{2}$  fournissent des valeurs pour  $l$  plus grandes ou plus petites que la longueur  $l_0$  du circuit. Dans cette condition pour  $K = 1$  le régime de vibration à la résonance est un régime d'on-

des stationnaires de une demi-onde. Nous dirons que c'est le régime du premier partiel.

2<sup>me</sup> cas  $K = 2$        $\beta l_0 = 2\pi$       d'où  $\beta = \frac{2\pi}{l_0}$

$$\cos \beta (l - l_0) = \cos \frac{2\pi}{l_0} (l - l_0) = \cos 2\pi \left( \frac{l}{l_0} - 1 \right)$$

Le coefficient est alors maxima pour les valeurs de  $l$  suivantes :

$$l = 0 \dots\dots \cos \beta (l - l_0) = \cos (-2\pi) = 1$$

$$l = \frac{l_0}{2} \dots\dots \cos \beta (l - l_0) = \cos (-\pi) = -1$$

$$l = l_0 \dots\dots \cos \beta (l - l_0) = \cos 0 = 1$$

il est nul pour :

$$l = \frac{l_0}{4} \dots\dots \cos \beta (l - l_0) = \cos \left( -\frac{3\pi}{2} \right) = 0$$

$$l = \frac{3l_0}{4} \dots\dots \cos \beta (l - l_0) = \cos \left( -\frac{\pi}{2} \right) = 0$$

Le régime de vibration est de deux demi-ondes. Nous dirons que ce régime est le régime du deuxième partiel.

On trouve de même pour

$K = 3 \dots\dots\dots$	3 <sup>me</sup> partiel	régime 3 demi-ondes
$K = 4 \dots\dots\dots$	4 <sup>me</sup> partiel	régime 4 demi-ondes
$\dots\dots\dots$	$\dots\dots\dots$	$\dots\dots\dots$
$K = n \dots\dots\dots$	n <sup>me</sup> partiel	régime n demi-ondes.

Comme on le voit, ces différents régimes de résonance se manifestent toujours à l'extrémité  $l = l_0$  réunie à la terre par un maximum de courant.

Nos mesures portent sur la variation des fréquences de résonance lorsqu'on modifie la capacité par rapport à la terre du système. Ensuite de la remarque précédente, il suffit pour déterminer ces fréquences de résonance de noter à l'aide d'un ampèremètre ou d'un autre mesureur

de courant placé à l'extrémité du circuit réunie à la terre, les fréquences qui correspondent à des maxima de courant. Le dispositif de mesure que nous avons utilisé pour ces déterminations de résonance est celui décrit au chapitre III, page 53. Le partiel correspondant à chacune des valeurs de résonance trouvées est déterminé à l'aide du dispositif décrit à la même page du chapitre III.

### 3. Relation entre les périodes de vibration des différents partiels d'un circuit simple: le circuit de Kirchhoff, de résistance nulle.

Si nous appliquons les résultats précédents au cas du circuit simple de Kirchhoff (page 22, fig. 4) de résistance nulle, nous trouvons des relations qui sont déjà connues. Les facteurs caractéristiques sont alors:

$$r = 0 \quad X = \underline{l} \omega \quad g = 0 \quad b = \underline{c} \omega$$

Nous vérifions que l'amortissement défini par l'équation (24)

$$\alpha = \sqrt{\frac{1}{2} (z \gamma + r g - x b)}$$

$$\text{avec } z = \sqrt{r^2 + x^2} \quad \text{et } y = \sqrt{g^2 + b^2}$$

est théoriquement nul. La fonction  $\beta$  définie par l'équation (25) devient alors, avec les mêmes relations que précédemment pour  $z$  et  $y$

$$\beta = \sqrt{x b}$$

$$\beta = \omega \sqrt{\underline{l} \underline{c}}$$

ou  $\underline{l}$  est la self par unité de longueur, et  $\underline{c}$  la capacité par unité de longueur.

Si nous rappelons les relations:

$$\text{Vitesse de propagation} \dots\dots\dots v = \frac{\omega}{\beta}$$

$$\text{Longueur d'onde} \dots\dots\dots \lambda = \frac{2 \pi}{\beta}$$

$$\text{Période} \dots\dots\dots T = \frac{2 \pi}{\omega}$$

on trouve  $\beta = \frac{2\pi}{T} \sqrt{l c}$

Pour le premier partiel (vibration demi-onde)

$$\beta l_0 = \pi \quad \text{où} \quad \beta = \frac{\pi}{l_0}$$

ce qui donne pour la période du premier partiel

$$T_1 = \frac{2\pi}{\beta} \sqrt{l c}$$

$$T_1 = 2 l_0 \sqrt{l c}$$

Comme la self totale est donnée par :

$$L = l_0 l \quad l_0 = \text{longueur du système}$$

et la capacité totale par

$$C = l_0 c$$

on a finalement pour la période

$$(42) \quad T_1 = 2 \sqrt{L C} \text{ vibration demi-onde.}$$

On aurait de même pour les autres partiels :

$$T_2 = \frac{1}{2} 2 \sqrt{L C}$$

$$T_3 = \frac{1}{3} 2 \sqrt{L C}$$

.....

$$T_n = \frac{1}{n} 2 \sqrt{L C}$$

Si l'on fait le rapport entre la période du premier partiel et les périodes de chacun des partiels supérieurs, on trouve :

$$\frac{T_1}{T_2} = 2, \quad \frac{T_1}{T_3} = 3, \quad \dots, \quad \frac{T_1}{T_n} = n.$$

Cette propriété des partiels d'avoir des périodes qui se suivent dans des rapports simples donnés par la suite

des nombres entiers 2, 3, 4..., s'énonce en disant que les partiels sont *harmoniques*. On voit donc que ce qui détermine l'harmonicité des partiels est dû à la nature de la fonction  $\beta$  d'être une fonction linéaire de la pulsation  $\omega$  de la forme  $\beta = \delta \omega$ . Comme  $\beta$  est d'autre part la fonction  $\beta = \sqrt{x b}$  des facteurs caractéristiques, il s'ensuit que les facteurs caractéristiques  $x$  et  $b$  doivent eux-mêmes être des fonctions linéaires de la forme  $\delta \omega$ .

L'amortissement  $\alpha$  défini par la fonction (24) est nul dans le seul cas où les facteurs caractéristiques  $r$  et  $g$  sont nuls, En effet  $\alpha$  est nul, lorsque :

$$z\gamma + r g - x b = 0$$

c'est-à-dire lorsque :

$$z\gamma + r g = x b$$

ou

$$\sqrt{(r^2 + x^2)(g^2 + b^2)} + r g = x b$$

$$\sqrt{r^2 g^2 + r^2 b^2 + x^2 g^2 + x^2 b^2} + r g = x b$$

ce qui ne peut évidemment avoir lieu que lorsque  $r = 0$  et  $g = 0$ , puisque  $r, x, g$ , et  $b$  sont essentiellement positifs.

En résumé si l'on rassemble les conditions pour que les partiels soient harmoniques: condition relative à la nature de la fonction  $\beta$ , condition relative à l'amortissement nul, on voit que le cas du circuit de Kirchhoff de résistance nulle est le seul pour lequel les partiels sont harmoniques.

Il est intéressant de comparer la formule (42) à la formule de Lord Kelvin  $T = 2\pi \sqrt{L_0 C_0}$ , qui donne la période de résonance propre d'un circuit formé d'une self ponctuelle  $L_0$  et d'une capacité ponctuelle  $C_0$ . On voit que ces deux formules diffèrent du facteur  $\pi$ . Il existe une relation entre les grandeurs  $L$  et  $L_0$  et les grandeurs  $C$  et  $C_0$ . Si l'on admet pour la relation entre  $L$  et  $L_0$  la relation de Drude <sup>1</sup>.

$$L_0 = \frac{2}{\pi} L$$

<sup>1</sup> BOUASSE, *Ondes Hertziennes*, p. 126.

il s'ensuit que la capacité du condensateur localisé  $C_0$  doit avoir pour valeur

$$C_0 = \frac{1}{2\pi} C$$

Sur l'interprétation de la relation entre la formule de Lord Kelvin  $T = 2\pi \sqrt{L_0 C_0}$  et la formule  $T = 2\sqrt{LC}$  de la période d'un système simple, sans résistance, à self induction et à capacité uniformément réparties, nous renvoyons le lecteur à une note donnée à la fin de ce travail.

#### 4. Relation entre les périodes de vibration des différents partiels d'un circuit complexe d'amortissement nul.

Lorsque l'amortissement est nul, la fonction  $\beta$  qui fixe les différents partiels à pour valeur  $\beta = \sqrt{x b}$  ou  $x$  et  $b$  ne sont pas de la forme  $q\omega$ , par conséquent  $\beta$  n'est pas de la forme  $q\omega$  à moins que  $x$  soit une fonction reliée à  $b$  par une expression de la forme  $bx = q^2\omega^2 R$ , ce qui est exclu. Les partiels ne sont pas harmoniques. La relation  $\beta l_0 = K\pi$  détermine la fréquence des partiels.

Si nous appelons  $f(\omega)$  la fonction  $\beta$  de la pulsation, on a pour les différents partiels :

$$f(\omega_1) = \frac{\pi}{l_0} \dots\dots\dots 1^{\text{er}} \text{ partiel, vibration demi-ondes}$$

$$f(\omega_2) = 2 \frac{\pi}{l_0} \dots\dots\dots 2^{\text{me}} \text{ partiel, vibration 2 demi-ondes}$$

$$f(\omega_3) = 3 \frac{\pi}{l_0} \dots\dots\dots 3^{\text{me}} \text{ partiel, vibration 3 demi-ondes}$$

.....

$$f(\omega_n) = n \frac{\pi}{l_0} \dots\dots\dots n^{\text{me}} \text{ partiel, vibration demi-ondes.}$$

Chacune de ces équations détermine la valeur des pulsations  $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \dots\dots\dots \omega_n$  de chaque partiel; elles ne fournissent en général qu'une solution possible, les



solutions négatives et imaginaires étant exclues. On voit que les rapports qui déterminaient l'harmonicité des partiels deviennent alors :

$$\frac{f(\omega_2)}{f(\omega_1)} = 2, \quad \frac{f(\omega_3)}{f(\omega_1)} = 3, \dots \quad \frac{f(\omega_n)}{f(\omega_1)} = n.$$

On remarque qu'il est possible de la connaissance expérimentale des valeurs de résonance  $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \dots, \omega_n$  de tirer des renseignements sur la nature de la fonction  $\beta = f(\omega)$  et indirectement sur la nature des facteurs  $x$  et  $b$  qui définissent la fonction  $\beta = \sqrt{x b}$ , et par conséquent des renseignements sur la nature du circuit élémentaire à définir pour l'unité de longueur du circuit complexe étudié. Inversement, pour un circuit complexe donné, lorsqu'on admet le principe de la théorie qui conduit à définir la fonction  $\beta$  et qu'on donne le circuit élémentaire qui fixe les composants  $x$  et  $b$  de la fonction, on peut justifier expérimentalement le circuit élémentaire admis. C'est en général la méthode de travail des auteurs qui admettent comme base théorique les bases de la théorie que nous avons développée. Cette théorie conduit pour les circuits complexes à l'existence de partiels qui ne sont pas harmoniques. Pour cette raison, nous ne sommes pas d'accord avec une conclusion de Bouasse qui dans l'exemple cité à la page 16, interprète un résultat expérimental trouvé par Fleming, à la non harmonicité des partiels en y voyant un argument en faveur de sa thèse : on ne peut pas définir des facteurs caractéristiques par unité de longueur calculables indépendamment du courant. Mais ce qu'il faut se demander est ceci : Si un phénomène particulier — comme celui de la distribution des fréquences de résonance — semble justifier la théorie et définir les facteurs caractéristiques du circuit élémentaire, un autre phénomène, s'il justifie encore la théorie, ne devra-t-il pas conduire à l'existence de circuit élémentaire différent de celui défini par le premier phénomène ? Ou se dire aussi : pour un circuit complexe donné et un phénomène particulier

étudié, recevra-t-on lors d'une modification connue du circuit complexe, qui entraîne une modification correspondante du circuit élémentaire défini, une modification correspondante du phénomène étudié prévue par la théorie?

C'est à cette dernière question que nous avons essayé de répondre. Le phénomène des résonances d'un circuit complexe est le plus caractéristique et celui pour lequel on peut apporter une très grande précision dans les mesures ; il est en outre très simple de modifier d'une façon homogène le circuit complexe des expériences en changeant sa capacité par rapport à la terre. Nous étudions pour différentes valeurs la capacité par rapport à la terre, le régime de distribution des partiels. Il nous reste à étudier comment pour le circuit complexe de nos expériences, la théorie développée est applicable (condition relative à l'amortissement nul), d'étudier l'influence sur les facteurs caractéristiques et sur la fonction  $\beta$  qui fixe les fréquences de résonance, de la variation de la capacité par rapport à la terre et enfin de voir si la modification de certains résultats est celle prévue par la théorie.

## 5. Valeur de l'amortissement du circuit complexe de nos expériences.

Le circuit complexe qui sert à nos mesures est le solénoïde décrit au chapitre III, page 51. La seule condition que doit encore remplir ce circuit, pour que les résultats précédents lui soient applicables est que son amortissement soit nul. L'amortissement est défini par la condition (page 63).

$$z\gamma + r g - x b = 0$$

$$c.a.d., \sqrt{r^2 g^2 + r^2 b^2 + x^2 g^2 + x^2 b^2} + r g = x b$$

relation qui se réduit à :

$$\sqrt{r^2 b^2 + x^2 b^2} = x b, \text{ et } \sqrt{r^2 + x^2} = x$$



puisque  $g$  est nul (pas de perte ohmique de la terre), ce qui signifie que  $r^2$  doit être négligeable devant  $x^2$ .

Pour fixer un ordre de grandeur entre  $r^2$  et  $x^2$ , nous pouvons en première approximation assigner le solénoïde à un circuit de Kirchhoff, composé d'une résistance et d'une self induction distribuées homogènement le long du circuit, et d'une capacité répartie entre le solénoïde et la terre. Les constantes électriques du solénoïde (page 53) donnent alors pour les facteurs  $r$  et  $x$  par cm. de longueur

$$r = \frac{50.000}{100} \qquad x = \frac{575}{100} \omega$$

la résistance totale étant d'environ  $50\,000\ \Omega$   
 la self totale étant de  $575\ L$   
 la longueur du solénoïde étant d'environ  $100\ cm$ .

Les fréquences de résonance variant entre les limites de 800 et 10000 (voir les tableaux 1 et 5, pages 74 et 76) nous avons pour ces valeurs extrêmes des valeurs de  $x$  qui sont :

$$x = \frac{575}{100} \cdot 2\pi \cdot 800 = 28.888 \quad \text{et} \quad x = \frac{575}{100} \cdot 2\pi \cdot 10.000 = 361.000$$

ce qui donne pour le rapport  $\frac{r^2}{x^2}$  de ces deux cas extrêmes

$$\frac{r^2}{x^2} = 3 \cdot 10^{-4} \qquad \text{et} \qquad \frac{r^2}{x^2} = 2 \cdot 10^{-6}$$

on voit que ce rapport varie donc entre  $3 \cdot 10^{-4}$  et  $2 \cdot 10^{-6}$  qui sont des nombres négligeables devant 1, par conséquent l'amortissement est quasi nul. Si l'on introduit pour les valeurs de  $r$  la résistance apparente due au skin-effet, les rapports ne changent pas d'ordre de grandeur. Ainsi donc, il est tout à fait légitime de considérer comme négligeable l'amortissement du circuit.

## 6. Influence de la capacité par rapport à la terre sur la distribution des partiels.

On admet que si un solénoïde homogène est situé à une certaine hauteur d'un sol homogène, et parallèlement



Les équations (43) donnent pour les différentes valeurs de  $g(\omega)$  aux fréquences de résonance  $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$

$$(44) \quad \left\{ \begin{array}{l} g(\omega_1) = \frac{\pi^2}{l_0^2} \frac{1}{c \omega_1} \\ g(\omega_2) = \frac{\pi^2}{l_0^2} \frac{4}{c \omega_2} \\ \dots\dots\dots \\ g(\omega_n) = \frac{\pi^2}{l_0^2} \frac{n^2}{c \omega_n} \end{array} \right.$$

La valeur  $c$  est difficilement calculable, on ne peut donc pas calculer de ces relations la valeur exacte des  $g(\omega_n)$  au différentes fréquences de résonance. Mais on peut calculer la variation relative de  $g(\omega)$  en prenant pour unité arbitraire la valeur de  $g(\omega_n)$  de l'une des fréquences de résonance. En effet le rapport :

$$(45) \quad \boxed{\frac{g(\omega_k)}{g(\omega_n)} = \frac{k^2}{n^2} \frac{\omega_n}{\omega_k}}$$

est indépendant de  $C$  la capacité par rapport à la terre.

Ce résultat est fondamental. Si donc le principe de la théorie est exact, toute modification de la capacité par rapport à la terre doit conduire pour le rapport :

$$\frac{g(\omega_n)}{g(\omega_k)}$$

d'un même  $g(\omega_n)$  à des relations d'une même fonction

$$(46) \quad \frac{g(\omega)}{g(\omega_n)} \text{ de la pulsation } \omega$$

Ce résultat est à même d'être vérifié expérimentalement. Dans le but de modifier cette capacité, nous avons envisagé cinq cas :

**1<sup>er</sup> cas.** — La bobine noyée dans son noyau de cire est sans aucun revêtement.

**2<sup>me</sup> cas.** — On introduit, à l'intérieur de la bobine, centré sur son axe, un cylindre de zinc de 7 cm. de diamètre et de 1,25 m. de longueur.

**3<sup>me</sup> cas.** — On introduit à l'intérieur de la bobine dans les mêmes conditions que précédemment, un cylindre de cuivre de 14 cm. de diamètre et de 1,25 m. de longueur.

**4<sup>me</sup> cas.** — L'extérieur de la bobine est recouvert d'un revêtement de feuilles de staniol de façon à l'envelopper complètement. L'intérieur de la bobine est vide.

**5<sup>me</sup> cas.** — Au revêtement de staniol on ajoute, à l'intérieur de la bobine, le cylindre de cuivre utilisé dans le 3<sup>me</sup> cas, de façon à porter la capacité au maximum possible.

Il est à remarquer que, dans le cas d'adjonction métallique en vue d'augmenter la capacité par rapport à la terre, le métal a été choisi de façon à ne pas modifier l'induction du système, comme cela aurait eu lieu avec le fer ; en outre pour éviter des phénomènes secondaires comme des courants d'induction dans un cylindre fermé, il a été prévu tout le long d'une des arêtes du revêtement une coupure pour empêcher qu'en aucune section du revêtement il n'existe de circuit métallique fermé. Tous ces revêtements métalliques sont mis à la terre.

Nous donnons ici les tableaux et les graphiques correspondants, des résultats obtenus pour chacun des cinq cas.

La première colonne de chaque tableau donne l'ordre des partiels. La seconde donne la fréquence de la vibration de ces partiels. La troisième donne la fréquence qu'aurait le fondamental si le partiel appartenait à une suite harmonique ; ces valeurs font bien ressortir, surtout lorsqu'on les traduit graphiquement, le caractère de non harmonicité des partiels (voir graphique, II, page 77). La troisième colonne donne le rapport  $g(\omega_k)/g(\omega_7)$  de la valeur de  $g(\omega_k)$  de chacun des six premiers partiels à la valeur  $g(\omega_7)$  du 7<sup>me</sup> partiel. Ce rapport est calculé à l'aide de la relation (45). Pour éliminer dans le rapport  $g(\omega_k)/g(\omega_n)$  la



capacité  $c$  par rapport à la terre, nous sommes obligés dans chacun des cas d'utiliser une des valeurs de  $g(\omega_n)$  définies par l'un des partiels. Comme d'autre part, la fonction générale (46)  $g(\omega)/g(\omega_n)$ , indépendante de la capacité  $c$ , qu'il s'agit de dégager, est rapportée à la valeur  $g(\omega_n)$  d'un  $\omega_n$  constant pour toutes les valeurs de la capacité  $c$ , nous avons pris pour cette unité, qui est arbitraire, la valeur  $g(2\pi \cdot 8966,6)$  du cas 1. Cela revient à dire que réduites à cette unité, les fonctions  $g(\omega)/g(\omega_7)$  des autres cas, sont des fonctions qui doivent se confondre avec la fonction  $g(\omega)/g(2\pi \cdot 8966,6)$ . Si l'on admet en première approximation pour la fonction  $g(\omega)/g(2\pi \cdot 8966,6)$  du cas 1, une fonction dont la traduction graphique s'obtient en réunissant par des droites les points représentatifs des valeurs  $g(\omega_k)/g(2\pi \cdot 8966,6)$  du cas 1, obtenu de la connaissance expérimentale des valeurs  $\omega_k$  et de l'application de la formule (45), on peut donc dire que ramené à cette unité  $g(2\pi \cdot 8966,6)$  le rapport, par exemple  $g(\omega_7)/g(\omega_7) = 1$  des autres cas, doit coïncider avec les points représentatifs  $g(\omega_7)/g(2\pi \cdot 8966,6)$  que donne la fonction  $g(\omega)/g(2\pi \cdot 8966,6)$  pour les différentes valeurs  $\omega_7$  de  $\omega$  de chacun des autres cas. Ce facteur de réduction a été calculé pour les  $\omega_7$  de chaque cas, par interpolation linéaire. Ces facteurs de réduction ont pour valeur:

cas 2	facteur de réduction	$r_2 = 0,993$
cas 3	» » »	$r_3 = 0,988$
cas 4	» » »	$r_4 = 0,937$
cas 5	» » »	$r_5 = 0,927$

Les valeurs de la fonction  $g(\omega)/g(2\pi \cdot 8966,6)$  obtenues ainsi après réduction sont données respectivement pour chacun des cinq cas, à la dernière colonne de chacun des tableaux et par le graphique IV.

La fonction  $g(\omega)$  définie par le facteur caractéristique  $x$  est, d'après la théorie admise, tout à fait définie pour un circuit complexe donné et indépendante de la capacité par rapport à la terre. Ce qui signifie que les courbes du gra-

phique IV qui la représentent à un facteur de réduction près, devrait se confondre en une seule courbe. Cette non-concordance que fait ressortir le graphique IV fait dire que *la fonction  $g(\omega)$  n'est pas indépendante de la capacité par rapport à la terre.*

Ceci est en contradiction absolue avec la théorie admise. C'est le résultat fondamental de notre travail. C'est sur ce résultat que portera notre discussion et que nous tirerons les conclusions qui s'imposent.

Nous avons également indiqué, sur le graphique IV la droite  $d$ . Elle représente la fonction

$$\frac{g(\omega)}{g(2\pi \cdot 8966,6)} = \frac{L \omega}{L(2\pi \cdot 8966,6)}$$

qui caractérise un circuit de Kirchhoff de résistance nulle, où les partiels sont harmoniques et qui aurait comme 7<sup>me</sup> partiel, un partiel de fréquence 8966,6.

Nous avons de même traduit graphiquement les résultats des colonnes 2 et 3 des tables. Sur le graphique I l'ordre des partiels est porté en abscisse, la fréquence des partiels, donnée par la colonne 2 des tables, est portée en ordonnée. Nous y avons également indiqué la droite  $d$  construite en partant de la fréquence du 7<sup>me</sup> partiel du 1<sup>er</sup> cas. Cette droite donne la fréquence des autres partiels dans le cas d'une distribution harmonique qui aurait comme 7<sup>me</sup> partiel, le 7<sup>me</sup> partiel du 1<sup>er</sup> cas. Cette droite sert à faire ressortir la non-harmonicité de la distribution. Ce graphique montre l'irrégularité de la distribution des partiels, comment l'allure oscillante de chacune des courbes a des singularités qui se retrouvent sur chaque courbe. Il montre aussi, par rapport à la droite  $d$  que les écarts qui existent entre les fréquences d'une distribution harmonique et les fréquences mesurées sont d'un même ordre de grandeur pour les partiels inférieurs que pour les partiels supérieurs, c'est-à-dire pour les fréquences inférieures que pour les fréquences plus élevées.

Le graphique construit à l'aide des valeurs de la colonne 3 des tables donne la fréquence du fondamental correspondant au partiel, dans le cas où ce partiel appartiendrait à une suite harmonique. Ce graphique montre d'une façon particulièrement évidente le rôle que joue la capacité par rapport à la terre sur les différents partiels: On peut conclure ceci: *La capacité par rapport à la terre est un facteur de première importance dont dépend la fréquence des partiels. L'influence de cette capacité est considérable sur la fréquence des partiels d'ordre inférieur, elle va en diminuant à mesure que s'élève l'ordre des partiels.*

A considérer le caractère de convergence des courbes du graphique II, il semble qu'à des fréquences plus élevées cette capacité a une importance moins fondamentale, ou tout au moins que les variations que nous lui avons imposées deviennent assez rapidement négligeables. Malheureusement il nous a été impossible de contrôler si cette convergence des courbes s'accroissait pour des fréquences plus élevées que celle qui nous a déterminé le 7<sup>me</sup> partiel; l'alternateur qui nous servait de source ne pouvant pas dépasser 10 000 périodes.

Il faut remarquer que les résultats indiqués des colonnes 2 et 3, traduits sur les graphiques I et II sont des résultats de la seule expérience, indépendants donc d'aucune théorie.

Notons encore, que les irrégularités de la distribution des partiels que font ressortir les graphiques I et II ne sont pas propres à notre circuit d'expérience. On en retrouve, en effet, d'analogues ailleurs, il est facile de s'en rendre compte en traduisant graphiquement les résultats de Fleming donnés à la 17 page de ce travail.

1<sup>er</sup> TABLEAU

1 <sup>o</sup> CAS: La bobine est sans aucun revêtement.				
Ordre des partiels	Fréquence des partiels	Fréquence du fondamental correspondant au partiel (Cas harmon.)	Rapport	Rapport $g(\omega_k)$
			$g(\omega_k)$ $g(2\pi \cdot 8966,6)$	$g(2\pi \cdot 8966,6)$ après réduction Facteur de réduction : $r = 1$
1	2600	2600	0,07037	0,07037
2	3775	1885	0,1941	0,1941
3	4500	1500	0,3659	0,3659
4	5686,5	1421,6	0,5148	0,5148
5	6316,5	1263,3	0,7242	0,7242
6	7400	1233,4	0,8902	0,8902
7	8966,6	1280,9	1	1
	Courbe I Graphique I	Courbe I Graphique II	Courbe I Graphique III	Courbe I Graphique IV

2<sup>me</sup> TABLEAU

2 <sup>o</sup> CAS: On introduit à l'intérieur de la bobine, un cylindre de 7 cm. de diamètre.				
Ordre des partiels	Fréquence des partiels	Fréquence du fondamental correspondant au partiel (Cas harmon.)	Rapport	Rapport $g(\omega_k)$
			$g(\omega_k)$ $g(2\pi \cdot 8866,6)$	$g(2\pi \cdot 8966,6)$ après réduction Facteur de réduction : $r = 0,993$
1	2070	2070	0,0874	0,0867
2	3466,6	1733,3	0,2088	0,2073
3	4213,3	1404,4	0,3885	0,3857
4	5460	1365	0,5302	0,5264
5	6050	1210	0,7477	0,7424
6	7340	1223,4	0,8875	0,8812
7	8866,6	1266,6	1	0,993
	Courbe II Graphique I	Courbe II Graphique II	Courbe II Graphique III	Courbe II Graphique IV



3<sup>me</sup> TABLEAU

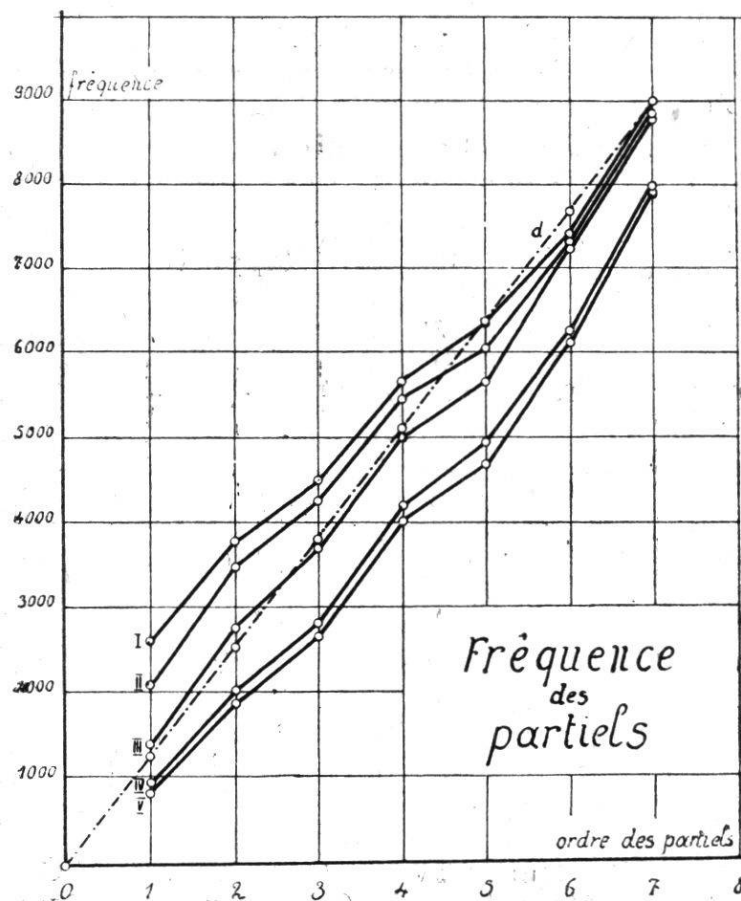
3 <sup>o</sup> CAS: On introduit à l'intérieure de la bobine un cylindre de 14 cm. de diamètre.				
Ordre des partiels	Fréquence des partiels	Fréquence du fondamental correspondant au partiel (Cas harmon.)	Rapport	Rapport $g(\omega_k)$
			$g(\omega_k)$ $g(2\pi \cdot 8803)$	$g(2\pi \cdot 8966,6)$ après réduction Facteur de réduction: $r = 0,988$
1	1383,3	1383,3	0,1294	0,1279
2	2750	1375	0,261	0,258
3	3693,3	1231,1	0,437	0,4319
4	5033,3	1258,3	0,571	0,5644
5	5666,6	1133,3	0,792	0,7829
6	7266,6	1211,1	0,89	0,8797
7	8803	1257,6	1	0,988
	Courbe III Graphique I	Courbe III Graphique II	Courbe III Graphique III	Courbe III Graphique IV

4<sup>me</sup> TABLEAU

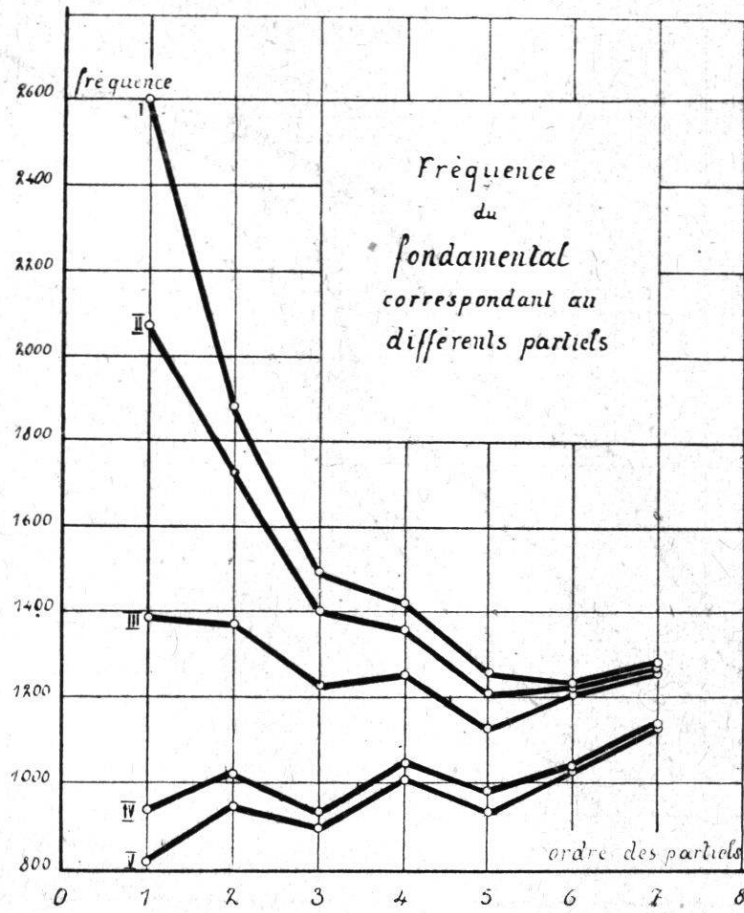
4 <sup>o</sup> CAS: L'extérieur de la bobine est recouvert d'un revêtement de feuilles de staniol.				
Ordre des partiels	Fréquence des partiels	Fréquence du fondamental correspondant au partiel (Cas harmon.)	Rapport	Rapport $g(\omega_k)$
			$g(\omega_k)$ $g(2\pi \cdot 8010)$	$g(2\pi \cdot 8966,6)$ après réduction Facteur de réduction: $r = 0,937$
1	939,6	939,6	0,174	0,1631
2	2040	1020	0,3206	0,3006
3	2803,3	934,5	0,5247	0,4920
4	4200	1050	0,6226	0,5838
5	4933,3	986,6	0,8283	0,7766
6	6233,3	1038,9	0,944	0,8851
7	8010	1144,3	1	0,937
	Courbe IV Graphique I	Courbe IV Graphique II	Courbe IV Graphique III	Courbe IV Graphique IV

5<sup>me</sup> TABLEAU

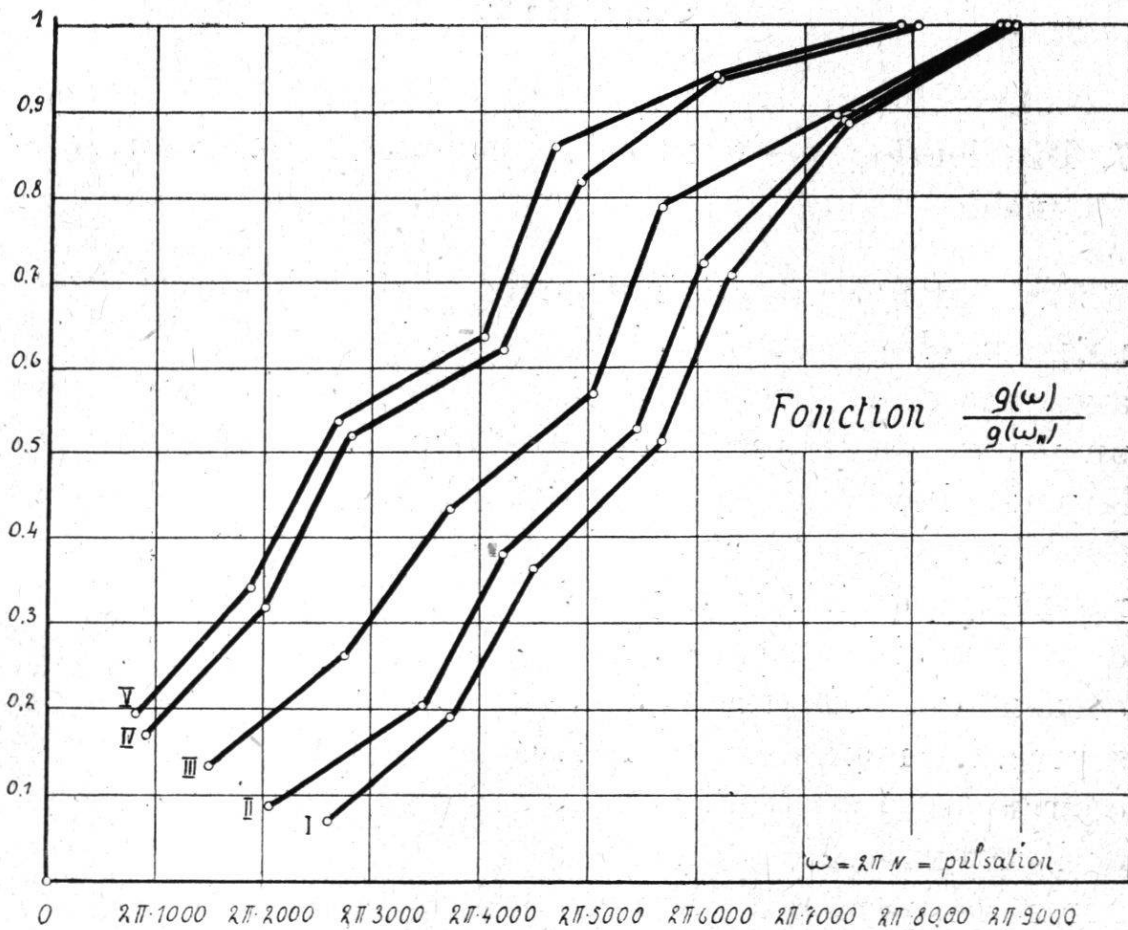
5 <sup>o</sup> CAS: On introduit à l'intérieur de la bobine recouverte de staniol un cylindre de 14 cm. de diamètre.				
Ordre des partiels	Fréquence des partiels	Fréquence du fondamental correspondant au partiel (Cas harmon.)	Rapport $g(\omega_k)$ $g(2\pi \cdot 7933,3)$	Rapport $g(\omega_k)$ $g(2\pi \cdot 8966,6)$ après réduction Facteur de réduction: $r = 0,927$
1	820	820	0,1974	0,1831
2	1896,6	948,3	0,3414	0,3166
3	2693,3	897,7	0,541	0,5018
4	4046,6	1011,6	0,6401	0,5937
5	4693,3	938,6	0,8624	0,7999
6	6200	1033,4	0,94	0,8719
7	7933,3	1133,3	1	0,927
	Courbe V Graphique I	Courbe V Graphique II	Courbe V Graphique III	Courbe V Graphique IV



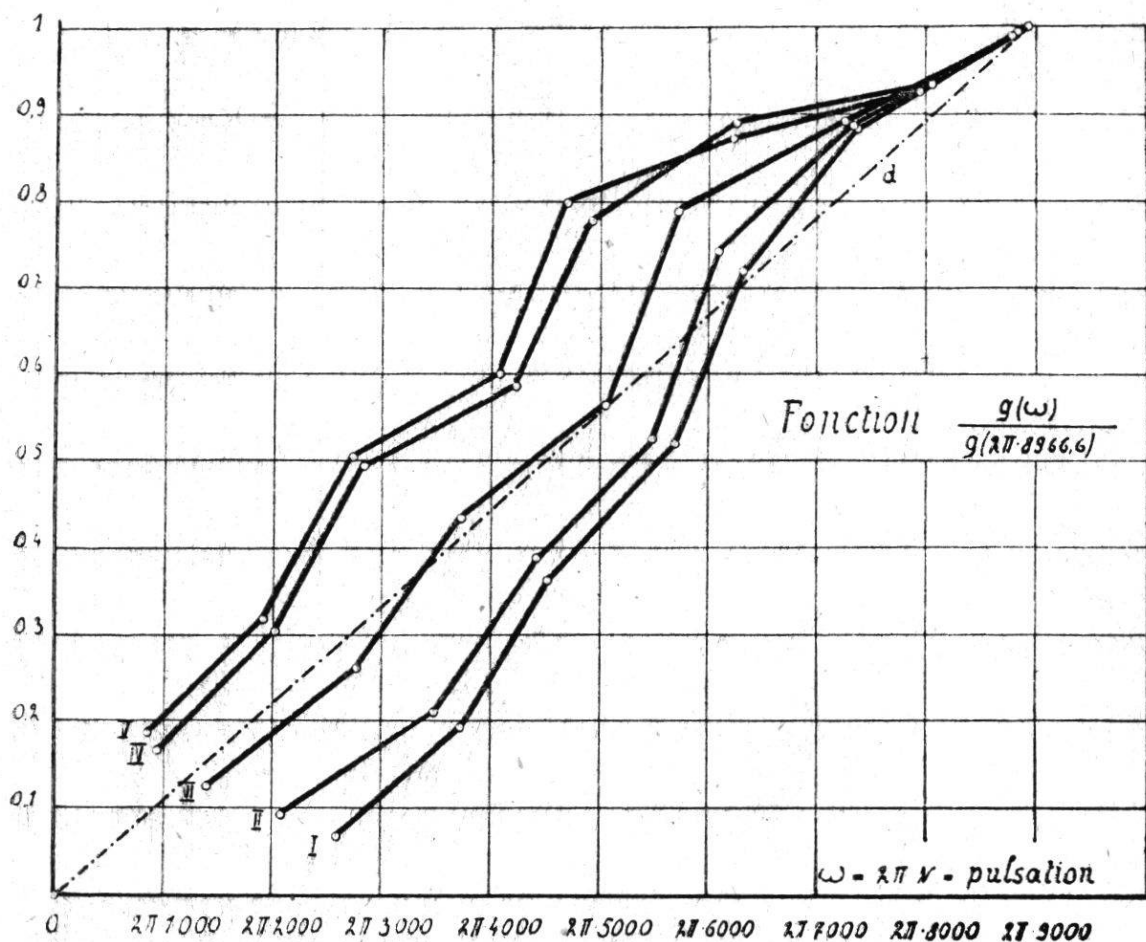
Graphique I.



Graphique II.



Graphique III.



Graphique IV.

## 7. Distribution des ventres de courant le long du solénoïde.

Si l'on note la distribution des partiels le long du solénoïde on observe un fait intéressant. Pour notre solénoïde avec une de ses extrémités à la terre, il doit se produire un ventre de courant à cette extrémité. Or, en déplaçant la petite bobine de contrôle qui sert à repérer la position des ventres de courant (voir page 81), on remarque à la résonance qu'il n'y a pas à cette extrémité un ventre de courant bien localisé. Il en est de même du ventre de courant qui doit exister à l'autre extrémité du côté de la source. Le maximum de flux qui caractérise le ventre de courant occupe toute une plage du solénoïde à partir de l'extrémité. Les dimensions de cette plage varient avec l'ordre des partiels, dans notre cas elle est longue d'environ

29 cm. à chaque extrémité, à la vibration du premier partiel; elle va en diminuant jusqu'à une valeur d'environ 8,6 cm. à la vibration du 7<sup>me</sup> partiel; elle conserve sensiblement la même valeur pour les partiels supérieurs.

Nous avons pensé qu'il y avait peut-être là une explication des résultats précédents. Que pour des raisons que nous ne pouvons pas expliquer (peut-être la situation des couches extérieures) ce n'était pas toute la bobine qui participait à la vibration en ondes stationnaires mais seulement la partie comprise entre les deux plans qui délimitent les plages, là où le flux commence à varier. Dans ces conditions il n'y aurait pas lieu d'introduire dans les équations (44) une valeur constante  $l_0$  pour la longueur du solénoïde, mais des longueurs effectives  $l_1, l_2, l_3 \dots$  suivant les partiels. Nous donnons (page 82) pour le 4<sup>me</sup> cas étudié, celui du solénoïde recouvert de staniol, le tableau de la distribution des ventres de courant. La position de ces ventres est repérée par rapport à une division en cm. de la longueur du solénoïde. Pour chaque partiel nous indiquons deux distributions. La première est la distribution théorique des ventres de courant lorsqu'on admet pour la longueur, la longueur totale du solénoïde (dans notre cas  $l = 98 \text{ cm.}$ ). La seconde distribution, est celle que donne l'expérience.

En gardant les mêmes caractéristiques pour l'unité de l'élément et en prenant pour longueur effective la longueur de la bobine située entre les deux plans qui limitent les plages terminales, nous avons pour ce 4<sup>me</sup> cas les longueurs effectives suivantes:

1 <sup>re</sup>	partiel	$l_1 =$	39,4 cm.
2 <sup>me</sup>	»	$l_2 =$	59,4 cm.
3 <sup>me</sup>	»	$l_3 =$	70,7 cm.
4 <sup>me</sup>	»	$l_4 =$	76 cm.
5 <sup>me</sup>	»	$l_5 =$	77,6 cm.
6 <sup>me</sup>	»	$l_6 =$	79,4 cm.
7 <sup>me</sup>	»	$l_7 =$	81,4 cm.



Introduites dans les équations (44) ces valeurs fournissent pour le rapport  $g(\omega_k) / g(\omega_7)$  les grandeurs suivantes :

le rapport  $\frac{g(\omega_k)}{g(\omega_7)}$  ayant pour valeur :  $\frac{g(\omega_k)}{g(\omega_7)} = \frac{K^2}{49} \cdot \frac{8010}{\omega_k} \cdot \frac{l_7^2}{l_k^2}$

$$\frac{g(\omega_1)}{g(\omega_7)} = 0,7426$$

$$\frac{g(\omega_2)}{g(\omega_7)} = 0,602$$

$$\frac{g(\omega_3)}{g(\omega_7)} = 0,6955$$

$$\frac{g(\omega_4)}{g(\omega_7)} = 0,7142$$

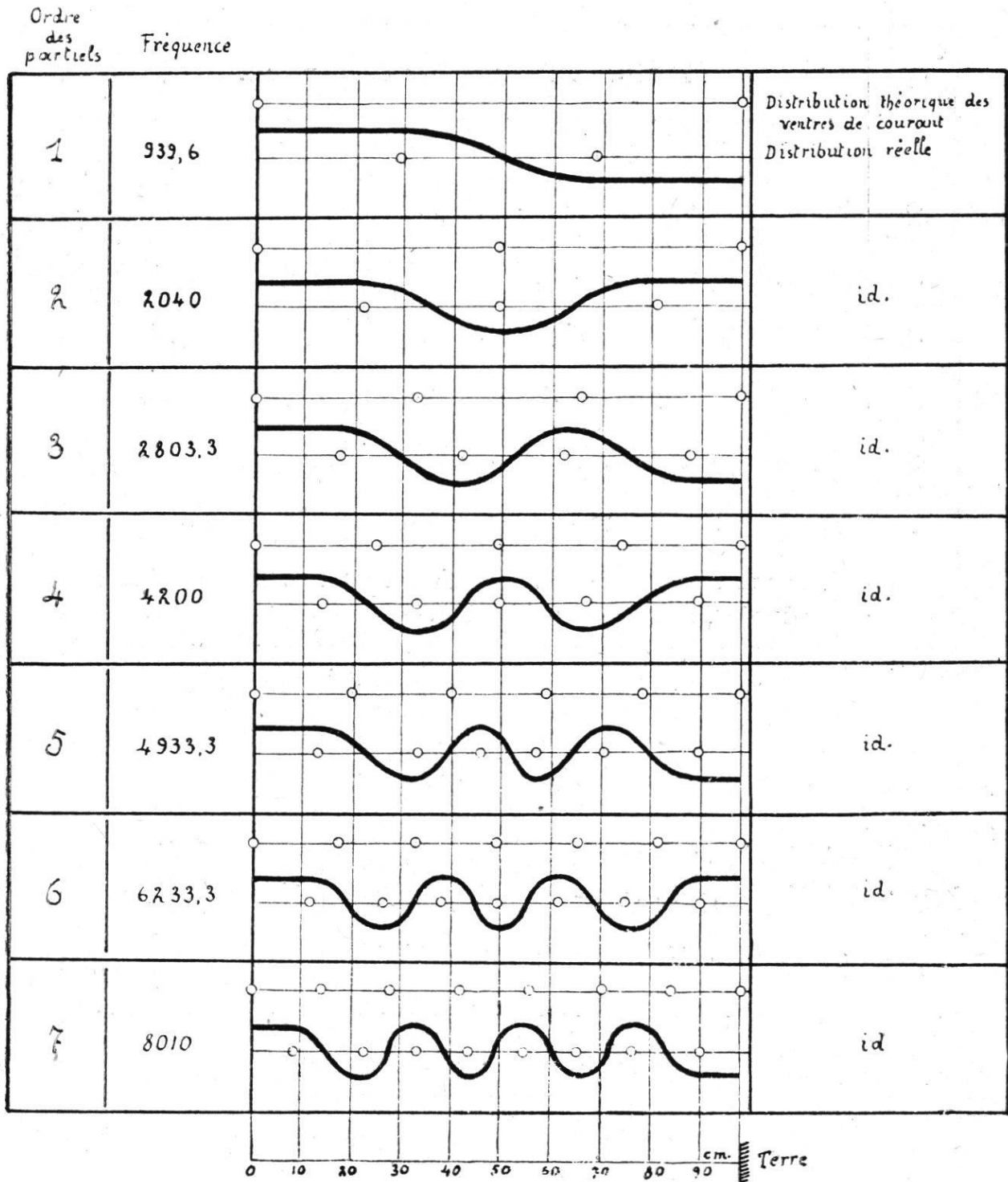
$$\frac{g(\omega_5)}{g(\omega_7)} = 0,9114$$

$$\frac{g(\omega_6)}{g(\omega_7)} = 0,9921$$

Ces valeurs reportées sur le graphique III montrent que cette façon d'expliquer la discordance ne résout nullement la difficulté car, appliquée aux autres cas, pour lesquels les longueurs effectives correspondantes sont approximativement égales, cette opération ne fait qu'effectuer un déplacement dans le même sens de toutes les courbes sans opérer le rapprochement qu'exige la théorie.

# Distribution des partiels.

CAS IV: La bobine est recouverte de staniol.



La position des ventres de courant correspond aux valeurs suivantes.

Ordres des partiels	Positions des ventres de courant.							
1	29				68,4			
2	21,6		49,4		81			
3	16,9		41,7		61,9		87,6	
4	13,6		32,6		49,3		67 89,6	
5	12,3		32,8		45,1		56,3 70,1 89,9	
6	10,5		25 37,1		49,7		60,6 74 89,9	
7	8,6		22 33		43,7		54,4 65,3 77,2 90	
	Valeurs rapportées à une division en cm. d'une échelle placée le long du solénoïde.							

### Discussion.

La théorie que nous avons développée conduit, avec les restrictions qu'elle comporte, aux relations (44), page 69, desquelles relations nous avons tiré la fonction  $\frac{g(\omega)}{R}$ ,  $R$

étant une constante, la théorie définit  $g(\omega)$  une fonction de la pulsation, et des éléments: résistances, selfs, capacités du circuit, mais une fonction indépendante de la capacité par rapport à la terre. Or, en modifiant cette capacité, nous avons prouvé expérimentalement, à l'aide des fonctions réduites, qu'il n'existait pas de fonction  $g(\omega)$  indépendante de la capacité par rapport à la terre. Ce résultat est en contradiction formelle avec la théorie. Il y a lieu de souligner que le contrôle ne porte pas sur une simple vérification expérimentale de grandeurs numériques don-



nées par une théorie, mais sur l'existence d'une fonction de définition de cette théorie.

Précisons pour la critique la position du problème et la suite logique de nos raisonnements. Le problème de la circulation électrique en haute fréquence pose la question suivante: Peut-on assigner l'unité d'élément d'un système complexe à un circuit défini de selfs-inductions, résistances, capacités, d'inductions mutuelles, pour interpréter dans ce système la circulation électrique en haute fréquence? Et nous nous sommes demandé: de quelle manière peut-on par voie expérimentale répondre à la question posée?

La solution expérimentale est évidemment la suivante: Si d'une part la réponse à la question posée est négative, et si, d'autre part on se sert pour interpréter les phénomènes d'une théorie basée sur l'existence de tels circuits élémentaires, des contradictions doivent surgir entre la théorie et l'expérience.

Mais comme nous l'avons souligné dans le chapitre I à la page 15, et comme nous l'avons démontré dans le chapitre IV, à la page 65, un seul phénomène et un circuit complexe qu'on ne modifie pas, ne suffisent pas pour confronter la théorie et l'expérience, car il est possible d'imaginer des circuits parfaitement définis pour l'unité d'éléments du circuit complexe donné à l'aide desquels la théorie est capable d'interpréter exactement le phénomène étudié. Il faut donc si l'on ne modifie pas le circuit complexe se servir de plusieurs phénomènes différents, sinon alors se servir d'un seul phénomène et modifier le circuit complexe. Pour des raisons d'ordre expérimental, c'est cette deuxième façon de procéder que nous avons utilisée.

Le nombre des phénomènes caractéristiques susceptibles d'être soumis à un contrôle expérimental précis est excessivement limité. Le plus simple, le plus caractéristique et le seul pour lequel les mesures peuvent être faites avec une grande précision est celui de la non-harmonicité des partiels. C'est le phénomène que nous avons utilisé. En vue de modi-

fier le circuit complexe donné, nous avons fait varier la valeur de sa capacité par rapport à la terre. Il n'est pas possible de modifier d'une façon définie d'autres éléments d'un circuit complexe, car toute autre modification porte sur la nature essentielle du circuit complexe qui est sa construction, le mode d'enroulement des fils, la disposition des spires, etc., donc sur la nature d'un système où les influences électriques et magnétiques ne peuvent pas être rigoureusement définies. La définition d'un tel système conduit à introduire certaines hypothèses qu'il est impossible de vérifier. Il nous était d'ailleurs naturellement impossible de modifier de cette façon le solénoïde de nos expériences.

Ayant admis la théorie qui définit les quatre facteurs caractéristiques  $r$ ,  $x$ ,  $g$ , et  $b$ , (page 20) nous avons traduit la modification de la capacité par rapport à la terre, par la variation de la grandeur  $c$  définissant le facteur caractéristique  $b = c\omega$ . Ceci n'est pas une hypothèse puisque dans la théorie le facteur  $b$  traduit la fuite d'énergie électrique due au courant  $E b dl$  (page 22) absorbé en quadrature avec la force électro-motrice, cette fuite d'énergie est le propre d'une capacité en dérivation définissant essentiellement la capacité par rapport à la terre.

Dans le cas particulier du circuit de nos expériences, nous avons, en outre, admis négligeables les facteurs  $r$  et  $g$ , simplification justifiée pour le facteur  $r$  à la page 66 et justifiée pour le facteur  $g$  à la page 47, le facteur  $g$  ayant essentiellement la nature d'un facteur de conductibilité, définissant un courant en phase avec la force électro-motrice, due aux effluves et aux pertes ohmiques dans le diélectrique du condensateur défini par la capacité par rapport à la terre, pertes qu'il y a lieu de négliger pour une bobine utilisée sous une tension de 500 volts et qui est construite pour supporter des tensions de l'ordre de 200 000 volts. La valeur négligeable des facteurs  $r$  et  $g$ , rend négligeable l'amortissement  $\alpha$  du système, (page 66).

Dans ces conditions, la théorie développée au chapitre IV et la mesure de la fréquence des partiels permettent de connaître à un facteur constant près, la fonction  $g(\omega)$  qui est le facteur caractéristique  $x$ . Ce facteur  $x$  est essentiellement indépendant, si la théorie est exacte, du facteur  $b$  défini par la capacité par rapport à la terre. Or l'expérience a prouvé d'une façon évidente qu'il n'en était rien (page 78, graphique IV) résultat qui ne peut être impliqué qu'à la seule théorie et qui fournit une preuve expérimentale tout à fait nette des arguments de Bouasse et de Brillouin.

En haute fréquence, il y a donc lieu de distinguer deux cas nettement distincts, suivant la nature du système conducteur. Dans le premier cas, le circuit est électriquement défini par les quatre facteurs  $r$ ,  $x$ ,  $g$ , et  $b$ , fonctions des éléments constitutifs du circuit et de la pulsation. C'est le cas des circuits décrits à la page 13 du chapitre I où l'état de la circulation électrique d'un élément du circuit ne dépend que de l'élément et des éléments immédiatement voisins. C'est le cas principalement du circuit de Kirchhoff, mais c'est aussi le cas de circuits que l'on peut imaginer, plus compliqués que celui de Kirchhoff, où le facteur  $x$ , par exemple, ne serait pas simplement défini par une fonction linéaire  $L\omega$  de la pulsation. Pratiquement, de tels circuits n'existent pas. Le second cas est celui de tous les autres circuits où la circulation électrique dans un élément dépend non seulement de l'élément et des éléments immédiatement voisins, mais de tous les éléments du circuit. C'est le cas en général des circuits complexes, de la bobine de nos expériences, de tous les solénoïdes, des transformateurs, etc. Dans ce second cas, il existe encore des facteurs caractéristiques  $r$ ,  $x$ ,  $g$ ,  $b$ , mais ces facteurs ne sont plus, comme dans le premier cas, des facteurs fonctions des seuls éléments constitutifs du circuit et de la pulsation, mais encore des valeurs du courant et de la tension en d'autres points du circuit. De sorte que les équations différentielles qu'il y a lieu de poser dans ce second cas,

ont la forme des équations différentielles ordinaires, mais n'en ont pas la nature, puisque les facteurs qui les caractérisent sont des fonctions des variables  $i$  et  $e$  en d'autres points du circuit.

Ce sont ces considérations sur la nature des différents circuits qui nous ont amenés à la classification des conducteurs faite dans l'introduction de ce travail : circuits simples déterminant des équations différentielles définies, circuits complexes déterminant des équations différentielles non définies.

### Conclusions.

L'expérience confirme les conclusions théoriques de Bouasse, relatives à l'existence de schémas définis pour l'unité d'élément d'un système complexe, schémas déterminant pour les facteurs  $r$ ,  $x$ ,  $g$ ,  $b$ , du groupe d'équations :

$$(K) \quad \begin{cases} -\frac{\delta e}{\delta l} - x \frac{\delta i}{\delta t} = r i \\ -\frac{\delta i}{\delta l} - b \frac{\delta e}{\delta t} = g e \end{cases}$$

des fonctions définies de la seule pulsation  $\omega$  et les conducteurs définissant le circuit.

De telles fonctions dans le cas de systèmes complexes n'existent pas.

On doit donc conclure que si les facteurs  $r$ ,  $x$ ,  $g$ ,  $b$ , sont des fonctions de la pulsation et des conducteurs définissant le circuit, ce sont aussi des fonctions du courant et de la tension dans l'élément considéré et dans les autres éléments du système. Comme le courant et la tension dépendent des conditions aux limites, les équations (K) qui se présentent sous la forme d'équations différentielles aux dérivées partielles, ne sont pas en réalité des équations différentielles au sens de la définition.



Il s'ensuit que si les solutions trouvées par les procédés d'intégration ordinaire, rendent compte de l'ensemble des phénomènes et peuvent même donner des précisions sur un phénomène particulier, elles ne sont jamais que de plus ou moins grossières approximations.

Par conséquent, si l'on veut chercher dans cette voie la véritable solution théorique de la circulation électrique en haute fréquence dans les circuits complexes, il faut demander aux mathématiques d'étendre, en quelque sorte, à ces nouvelles formes, la notion d'équations différentielles et d'en indiquer les méthodes de résolution.

---