Zeitschrift: Mémoires de la Société Fribourgeoise des Sciences Naturelles. Mathématique et physique = Mitteilungen der Naturforschenden Gesellschaft in Freiburg. Mathematik und Physik

Herausgeber: Société Fribourgeoise des Sciences Naturelles

Band: 2 (1912)

Artikel: Application des coordonnées sphériques homogènes à la cristallographie géométrique

Autor: Bays, Sévérin

Kapitel: XII

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-306718

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 24.08.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

CHAPITRE XII

81. Le Raumgitter, comme le complexe cristallin qu'il représente, ne dépend donc uniquement que des directions relatives dans l'espace des 4 arêtes (4 faces) quelconques prises pour son point de départ. Au même complexe correspond une infinité de Raumgitter différents, construits sur toutes les combinaisons possibles 4 à 4 de ses arêtes; par suite cette infinité de Raumgitter, impliqués chacun pour une certaine longueur de leur arête-unité dans le Raumgitter primitif et dont chacun représente le même complexe, constitue un *tout* absolument *indivis,* inhérent aux complexe donné, restant identique à lui-même quel que soit celui de ces Gitter pris comme primitif, c'est-à-dire quelles que soient les 4 arêtes du complexe choisies comme arêtes élémentaires.

Sur les 3 directions primitives $\mu_i \mathfrak{r}_i$, comme sur toute arête quelconque, d'un Raumgitter donné, on peut à volonté supprimer ou ajonter un nombre quelconque de sommets, sans que rien ne soit changé au complexe qu'il représente. En d'autres termes, tant que les longueurs μ_i des 3 axes-unités d'un Raumgitter ne varient sur leurs directions que dans des rapports simplement *rationnels,* le complexe représenté reste identique à lui-même; les Raumgitter obtenus sont tous compris dans l'infinité des Gitter représentant ce complexe, et on ne fait que changer le Raumgitter primitif par l'un des Raumgitter qu'il implique.

Enfin en introduisant encore une dernière notion, celle de Raumgitter *symétrique,* en donnant ici au mot: symétrie son sens plus exactement géométrique, que nous allons d'ailleurs préciser, il nous sera facile maintenant avec ces données de déterminer dans le complexe cristallin général étudié jusqu'ici, les différents *types* de complexes possibles qui seront exactement les complexes des 6 *systèmes* cristallins tels que la plupart des cristallographes les établissent en cristallographie (Baumhauer: Neuere Entwicklung des Kristall).

82. Nous dirons qu'un Raumgitter possède un degré plus ou moins grand de *symétrie,* s'il existe un ou plusieurs mouvements de ce Raumgitter autour du point O tels que le mouvement effectué, chacun de ses sommets ait repris exactement la place qu'occupait un autre sommet avant le mouvement. Puisque le point O reste fixe, en vertu du principe connu de mécanique, ces mouvements se ramènent dans tous les cas à une rotation autour d'un axe passant par le point O; nous appelons un tel axe un *axe* de rotation ou de *symétrie* du Raumgitter donné et son *angle* de *rotation,* le plus petit angle α dont il faut tourner le Raumgitter autour de cet axe pour que chacun de ses sommets ait repris le lien d'un sommet primitif.

Le point O est lui-même un *centre* de *symétrie* du Raumgitter, c'est-à-dire qu'à chaque point du Gitter correspond un autre point sur la demi-arête opposée à la même distance que le premier du point O; l'opération qui consiste à remplacer ainsi chaque point du Gitter par son point *inverse,* s'appelle l'*inversion.* Comme la rotation elle transforme également le Raumgitter en lui-même.

Enfin on démontrera plus loin très simplement (§ 93) que dès qu'un Raumgitter possède un axe de symétrie *binaire* ($\alpha = 180°$), il possède également par le fait de la présence du centre O de symétrie, un *plan* de *symétrie* normal, c'est-à-dire un plan partageant le Raumgitter en deux parties telles que l'une est la *réflexion* de l'autre dans le plan donné. Réciproquement ce plan de symétrie, combiné au centre de symétrie, exige l'axe binaire normal ou mieux : le plan de symétrie, le centre de symétrie et l'axe binaire normal sont 3 éléments tels que la présence de 2 d'entre eux nécessite toujours le troisième et qu'ils constituent un *groupe* (§ 89 et 93). De la sorte, il suffit de connaître les axes de symétrie d'un Raumgitter pour connaître également ses plans de symétrie et ainsi sa symétrie complète.

83. Un Raumgitter *symétrique* exige dans le complexe qu'il représente, une face avec une arête *normale.*

Soit en effet donné un axe de symétrie d'un Raumgitter passant par le point O; puisque les espaces séparant les sommets du Gitter sont de dimensions finies, pour amener une nouvelle coïncidence de ces sommets, son angle de rotation α ne saurait être en tout cas d'ordre infiniment petit.

Soit un sommet A de situation quelconque par rapport à l'axe. Ses positions successives coplanaires A′, A″, A‴, etc. (fig. 14), correspondant à chaque rotation d'angle α, sont donc elles-mêmes des sommets du Raumgitter ; et puisque chaque autre point du Gitter (§ 65) doit être dans une situation identique à celle des points A, A′, A″, etc., par le point O doivent passer les arêtes OB′, OB″, etc., telles que AA′ = OB′, AA″ = OB″, etc., et dont les rangées AA′, AA″, etc., sont des rangées parallèles. Le plan (OB′B″) comme le plan (AA′A″) est évidemment *normal* à l'axe de rotation ; les points du Raumgitter qu'il contient forment un réseau parallélogrammique, et l'ensemble des points du Raumgitter total se réduit au système (§ 68) de réseaux superposés parallèles et équidistants, de parallélogramme élémentaire identique et normaux à l'axe de symétrie donné.

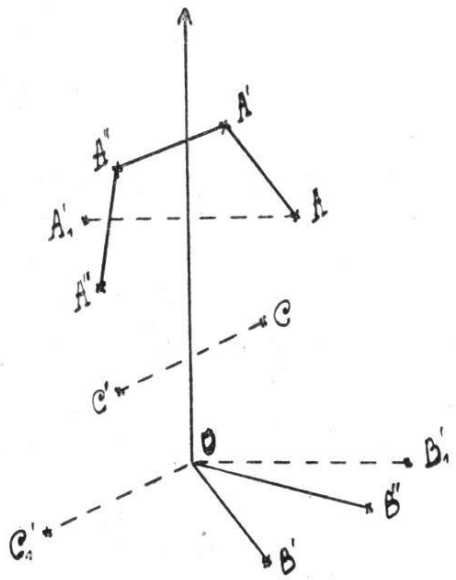

Fig. 14.

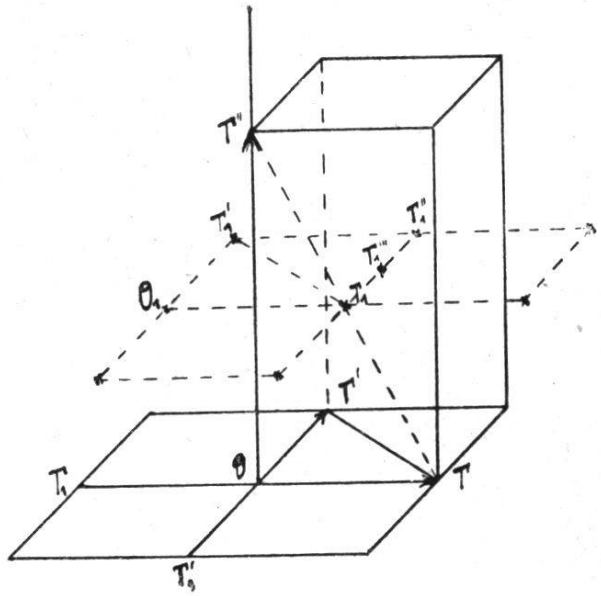

Fig. 15.

Au cas où $\alpha = 180^0$, la rotation du point A ne produit que son symétrique A'_1, et la rangée AA'_1 ou l'arête parallèle par le point O ne suffisent plus à déterminer le plan normal ; mais en prenant un 3me sommet C quelconque du Gitter, les points C et C′ exigent une seconde arête OC'_1 par le point O, et les points O, B'_1, C'_1, déterminent également le plan normal et ses réseaux parallèles.

L'axe de rotation est lui-même une *arête* du Raumgitter. En effet dans cette rotation, chacun de ces réseaux parallélogrammiques normaux à l'axe doit coïncider avec lui-même et cela n'est possible déjà pour le réseau limitrophe supérieur, que si cet axe le perce en un sommet (fig. 15 en traits continus), au centre ou sur le milieu d'un côté du parallélogramme élémentaire (fig. 15 en traits pointillés).

S'il le perce en un sommet, c'est une arête du complexe ; s'il le perce sur le milieu de l'un des côtés ou au centre du parallélogramme élémentaire, ou ce qui revient au même sur le milieu de l'un quelconque des 3 côtés O_1T_1 du triangle fondamental $(O_1T_1T_1')$, puisque dans ces conditions $TT_1 = T_1T''$, l'intersection T'' de la rangée TT_1 et de l'axe OT'' est un nouveau sommet du Gitter appartenant au second réseau parallèle, et l'axe de rotation, passant par un sommet, est encore une arête du complexe.

Exceptionnellement dans le cas où la maille du réseau est le losange à angle au sommet de 60° (§ 85 VI), l'axe normal peut percer le réseau limitrophe au centre du triangle *équilatéral* fondamental, c'est-à-dire au tiers de la grande diagonale du losange élémentaire. Dans ce seul cas l'axe de symétrie n'atteint qu'au 3me réseau parallèle l'un des sommets du Raumgitter, et est ainsi également une arête du complexe.

84. Le complexe cristallin qui ne possède aucune arête normale à l'une de ses faces, ne peut donc impliquer en lui-même aucun groupe de 4 arêtes (ou 4 faces) déterminant un Raumgitter symétrique. C'est le complexe du *système* cristallin *tricline ;* ses 3 arêtes fondamentales sont en effet, quelles qu'elles soient, inclinées chacune sur le plan des 2 autres. Le parallélipipède élémentaire de ses Gitter est un parallélipipède oblique quelconque ; leur seul élément de symétrie est constitué par la présence du centre O de symétrie : c'est exactement la symétrie des cristaux de la classe holoédrique du système (§ 92).

Inversement étant posée une face avec une arête *normale,* à chacun des *5 types essentiels* de complexes qui peuvent s'établir dans cette condition, correspond un Raumgitter primitif plus ou moins *symétrique.* Les 5 types de complexes sont ceux des 5 autres systèmes cristallins d'espèce symétrique, et la symétrie des Raumgitters primitifs correspondants est celle des classes holoédriques établies plus loin de chacun de ces systèmes (§ 92—98).

Soient en effet l'arête normale et 2 arêtes quelconques dans le plan donné prises comme arêtes fondamentales du complexe. En vertu de la seconde remarque faite en commençant (§ 81), pour obtenir des complexes différents, l'arête-unité ne peut déterminer (par la construction du parallélipipède élémentaire) sur ces 3 directions que des segments μ_1, μ_2, μ_3, qui sont entre eux *égaux* ou dans des rapports *irrationnels.* D'autre part la maille du réseau primitif que

déterminent les paramètres minimas μ_2 et μ_3, comme celle de tout réseau parallélogrammique d'ailleurs, ne peut être qu'un parallélogramme quelconque ou l'une des 4 modalités spéciales de plus en plus régulières du parallélogramme : le rectangle, le losange, le losange avec angle au sommet de 60° (sa petite diagonale est égale au côté) et le carré ; ou mieux encore le triangle fondamental (OTT′), fig. 15, ne peut être que l'un des 5 types différents : scalène, rectangle, isocèle, équilatéral, ou rectangle-isocèle. Le parallélipipède générateur du Raumgitter est le prisme *droit* (OTT′T″) à base parallélogrammique *correspondante ;* ses 3 arêtes $\mu_1\mathfrak{r}_1$, $\mu_2\mathfrak{r}_2$, $\mu_3\mathfrak{r}_3$, déterminent à elles seules la position de tous les points du Gitter, et autant de fois le trièdre qu'elles constituent peut se couvrir avec elles-mêmes, leurs prolongements ou des arêtes égales (complexe hexagonal § 85, IV), autant de fois le Raumgitter coïncide également tout entier avec lui-même. Les rotations possibles du trièdre fondamental déterminent donc exactement celles du Raumgitter lui-même et ainsi les éléments de sa symétrie complète.

85. I. Système cristallin ou *complexe monocline.* Raumgitter *binaire.*

Le parallélipipède élémentaire du Raumgitter est le prisme droit à base parallélogrammique *quelconque* (OTT′T″), fig. 15. Les 2 paramètres minimas OT et OT′ ne peuvent se couvrir qu'avec leurs prolongement OT_2 et OT'_2 ; l'arête normale OT″ est donc un axe *binaire* du Raumgitter total, et par suite le plan donné OTT′ un plan de symétrie. Ce sont les seuls éléments de symétrie du Raumgitter ; s'il existait en effet un autre axe de rotation, le paramètre OT″ qui est la distance même des réseaux parallèles, devrait se couvrir avec un segment du plan OTT′, et dans ce cas les 2 paramètres minimas du plan OT et OT′ ne pourrait atteindre ni l'un ni l'autre le réseau limitrophe. D'ailleurs les 3 axes-unités étant entre eux dans des rapports *irrationnels,* le plan fondamental OTT′ est la seule face du complexe possédant une arrête normale (§ 45).

On se rend compte sans peine (la fig. 15 en pointillé est faite pour le second cas) que en *centrant* par un nouveau sommet T_1''' le centre de figure du parallélipipède droit générateur ou par les nouveaux sommets T_1 et T_1'' 2 de ses faces latérales opposées, c'est-à-dire en intercalant entre chaque couple de réseaux successifs parallèles au plan OTT′ un nouveau réseau de nature identique disposé de

manière que l'axe normal perce son parallélogramme élémentaire en son centre ou sur le milieu de l'un des côtés, le Raumgitter obtenu de parallélipipède élémentaire ($OTT'T_1$) ou ($OTT'T_1'''$) possède également l'axe binaire OT'' et le plan de symétrie normal. Il est d'ailleurs, les nouveaux sommets étant intercalés à égale distance entre 2 sommets primitifs, un de l'infinité des Gitters représentant le même complexe que le premier.

II. Complexe (système cristallin) *rhombique.* Raumgitter *terbinaire.*

Le parallélipipède élémentaire du Raumgitter est le prisme droit à base *rectangulaire ;* les 3 axes-unités OT, OT', OT'' sont entre eux dans des rapports *irrationnels* et forment un trièdre trirectangle dont chaque arête se trouve dans les mêmes conditions par rapport à l'ensemble des points du Gitter : elles passent chacune par les sommets de réseaux parallèles successifs à maille rectangulaire. Ces *3 arêtes* fondamentales sont ainsi des axes *binaires* et par suite chaque plan fondamental est un plan de symétrie du Raumgitter total. Par le même raisonnement que pour le Gitter précédent, ce sont là les seuls éléments de symétrie du Raumgitter trouvé, et d'ailleurs, les 3 axes-unités étant entre eux dans des rapports irrationnels, seuls les 3 plans fondamentaux du complexe possèdent une arête normale (§ 45).

Si le parallélogramme élémentaire du réseau fondamental OTT' est *losange,* en centrant d'un nouveau sommet chacune de ses mailles, ce réseau fondamental devient rectangulaire, et les côtés du rectangle étant irrationnels, le complexe représenté est encore un complexe *rhombique.* Le Raumgitter correspondant possède d'ailleurs la même symétrie que le Raumgitter trouvé ; il revient en effet inversement à centrer les 2 bases rectangulaires du prisme droit générateur du Raumgitter terbinaire, et cela, on le voit aussitôt, n'influe en rien sur la présence des 3 axes binaires obtenus.

On peut donc centrer les 2 bases, c'est-à-dire 2 faces latérales opposées quelconques du prisme rectangulaire droit ($OTT'T''$) ; on peut également ou bien le centrer en son centre de figure, ou bien sur chacune de ses 6 faces rectangulaires. Dans chacun des 3 cas, on s'en rend compte facilement en projetant sur le plan du réseau OTT' le système de ses réseaux parallèles, le Raumgitter obtenu possède la symétrie terbinaire et naturellement représente le même complexe que le premier.

III. Complexe *quadratique.* Raumgitter *quaternaire.*

Le parallélipipède élémentaire du Raumgitter est le prisme droit à base *carrée ;* des 3 axes-unités irrationnels du complexe rhombique

2 quelconques OT et OT′ deviennent *égaux*. Par suite l'axe binaire normal OT″ devient un axe *quaternaire* ($\alpha = 90^o$) et dans leur plan les diagonales du carré élémentaire sont 2 nouveaux axes binaires du Raumgitter total. La symétrie complète se trouve ainsi constituée d'un axe quaternaire, 4 axes binaires dans le plan normal, formant entre eux des angles de 45°, et 5 plans de symétrie dont 4 passant par l'axe quaternaire et le 5me normal à cet axe. On voit d'ailleurs de nouveau immédiatement que ce sont là les seuls éléments de symétrie du Gitter, parce qu'ils représentent les seules manières possibles de faire se couvrir avec ses arêtes mêmes ou les arêtes inverses le trièdre trirectangle OTT′T″ dont 2 arêtes sont égales.

Si l'on centre le prisme droit obtenu en son centre de figure, chacun des axes de rotation trouvés subsiste, et le nouveau Gitter représentant le même complexe que le premier, possède également la symétrie quaternaire.

IV. Complexe *hexagonal*. Raumgitter *sénaire*.

Si l'on construit le réseau primitif OTT′ (fig. 16) lorsque sa maille est le losange à angle au sommet de 60° ou mieux son triangle fondamental, le triangle *équilatéral* OTT′, on voit immédiatement que l'axe normal OT″ est un axe *sénaire* ($\alpha = 60^o$) et que dans le plan du réseau les 6 directions des côtés et des hauteurs du triangle fondamental sont des axes binaires d'abord du réseau primitif lui-même, et par suite en construisant le Raumgitter de prisme droit élémentaire (OTT′T″), du Raumgitter total.

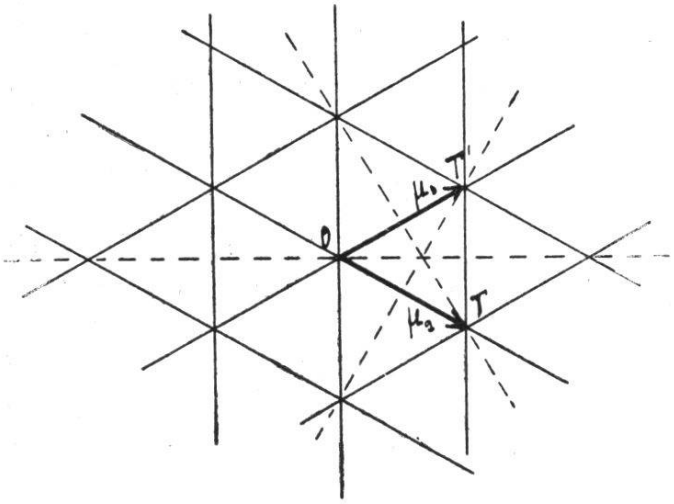

Fig. 16.

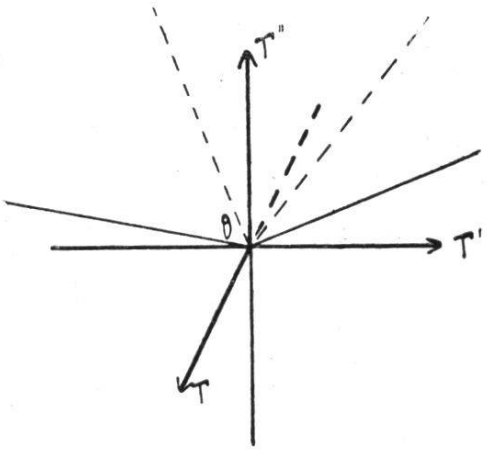

Fig. 17.

L'axe-unité OT″ étant *irrationnel* par rapport aux 2 axes égaux OT et OT′, (d'ailleurs il en sera de même également dans le cas

contraire, § suivant), ce sont là les seules rotations possibles qui fassent se couvrir le trièdre élémentaire OTT′T″ avec des arêtes égales, et la symétrie complète du Raumgitter sénaire est ainsi constituée d'un axe sénaire, 6 axes binaires dans le plan normal, formant entre eux des angles de 30° et 7 plans de symétrie.

En intercalant entre chaque couple de réseaux successifs parallèles au réseau hexagonal OTT′, 2 nouveaux réseaux de nature identique disposés de manière que l'axe sénaire les perce l'un au tiers et le second au $^2/_3$ de la grande diagonale du losange élémentaire (centres des 2 triangles équilatéraux opposés constituant le losange), ou ce qui revient au même : en ajoutant à distances égales 2 nouveaux sommets sur la diagonale principale passant par O du prisme droit à base rhombique générateur du Raumgitter sénaire, on se rend compte facilement, en effectuant les projections des réseaux parallèles sur le réseau fondamental OTT′, que pour le nouveau Gitter obtenu l'axe sénaire devient une axe *ternaire* ($\alpha = 120°$) avec 3 axes binaires (par suite 3 plans de symétrie) au lieu de 6 dans le plan des réseaux.

C'est le Raumgitter *ternaire,* dont la symétrie est un sous-groupe caractéristique de la symétrie sénaire (§ 98). Son parallélipipède élémentaire est un rhomboèdre quelconque, et en ajoutant maintenant à ce Gitter ternaire le Raumgitter terquaternaire du complexe cubique qui reste à trouver, on établit facilement en procédant un peu autrement (Bravais, Sohncke et d'autres), qu'il n'est pas d'autres types possibles de Raumgitters symétriques que les 6 ainsi obtenus : binaire, terbinaire, quaternaire, sénaire, ternaire, et terquaternaire.

V. Complexe *cubique.* Raumgitter *terquaternaire.*

Le parallélipipède générateur du Raumgitter est un *cube :* les 3 axes-unités irrationnels du complexe rhombique deviennent *égaux,* et se trouvent ainsi chacun dans des conditions identiques à celles de l'axe OT″ dans le Raumgitter quaternaire. Leurs 3 directions sont donc des axes quaternaires, et dans chaque plan fondamental les diagonales du carré élémentaire sont des axes binaires. En outre les grandes diagonales passant par le point O des 8 cubes qui y sont juxtaposés (fig. 17), en d'autres termes les 4 diagonales principales du cube générateur sont des axes *ternaires* ($\alpha = 120°$) du Raumgitter. Ce sont là en effet toutes les rotations possibles qui peuvent faire se couvrir avec lui-même ou les axes inverses le triple élémentaire trirectangle d'axes égaux (OTT′T″, et par suite faire coïncider avec lui-même le Raumgitter total. En y ajoutant les 3 plans de symétrie fondamentaux et les 6 plans de symétrie normaux aux axes binaires, passant 2 à 2 par chaque axe quaternaire, nous avons ainsi la symétrie complète du Raumgitter terquaternaire.

Il est facile de nouveau de voir que aucun de ces éléments de symétrie ne disparaît en centrant d'un nouveau sommet le centre de figure, ou d'un nouveau sommet chacune des 6 faces carrées du cube élémentaire ; les 2 Gitters obtenus sont les seuls de l'infinité des Gitters impliqués dans le complexe cubique qui possèdent la symétrie terquaternaire.

86. Les 5 complexes précédents étant établis, qui sont les complexes des 5 systèmes cristallins symétriques, il est encore en réalité, dans cette condition d'une face donnée avec une arête normale, 2 autres types de complexe que nous avons négligés : le complexe monocline dans le cas où l'axe-unité vertical μ_1 serait *égal* à l'un des 2 autres irrationnels μ_2 ou μ_3, et le complexe hexagonal dans lequel les 3 axes-unités seraient *égaux*. La différence essentielle qui fait que ces 2 derniers complexes, au point de vue cristal, ne doivent être que des cas particuliers des 2 complexes monocline et hexagonal, est que les Raumgitters primitifs des 2 complexes nommés à cette variation de leur premier paramètre μ_1 ne gagnent *aucune symétrie nouvelle*. Il serait inutile même de le montrer par une manière de raisonner analogue encore à celle employée déjà pour chacun des complexes au § précédent.

Complexe *monocline*. Si $\mu_1 = \mu_2$, dans une rotation le paramètre μ_1 peut coincider avec μ_2 ; dans ce cas ou bien le second paramètre μ_3 reste dans son plan et pour cela μ_2 et μ_3 devraient être perpendiculaires, ou bien μ_2 et μ_3 sortent de leur plan et atteignent des points du réseau limitrophe, mais alors μ_2 coincide avec μ_1 et les 2 positions avant et après la rotation de la fig. 18 montrent immédiatement qu'il devrait exister dans le réseau limitrophe et par suite dans le plan fondamental un segment TT′ ou OT_1' normal avec μ_2 et plus court que le paramètre minima μ_3.

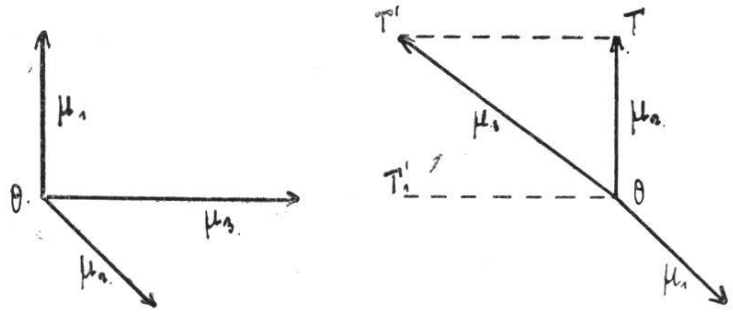

Fig. 18

Complexe *hexagonal*. Si $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3$, une nouvelle rotation, autre que celles du Raumgitter sénaire, n'est possible que dans l'une des 2 conditions suivantes : ou bien l'un des 2 axes-unités μ_2 ou μ_3 reste dans leur plan ; dans ce cas μ_1 doit lui rester normal (fig. 16)

et ne peut se couvrir avec un paramètre du plan $(\mu_2\mu_3)$; ou bien les 2 axes μ_2 et μ_3 sortent de leur plan ; l'un ne peut alors que coïncider avec μ_1 et l'autre ne peut évidemment pas atteindre le réseau supérieur.

Le fait que ces 2 variations des complexes monocline et hexagonal ne sont pas des complexes correspondants à des systèmes cristallins déterminés, comme les 5 premiers types trouvés, est donc connexe au fait que les Gitters correspondants ne gagnent à cette variation aucune symétrie. La répartition parallélipipèdique dans l'espace des sommets du Raumgitter est donc intimement liée à la nature de la substance cristalline, et si momentanément, pour une température donnée, le complexe d'un cristal monocline ou hexagonal peut posséder les propriétés qu'entraîne cette variation de son paramètre vertical, la nature de la substance du cristal ne change pas, pas plus que la symétrie du Gitter primitif correspondant.

87. Pour toute face d'un complexe à laquelle correspond une arête normale, chacun de l'infinité des Gitters qui peuvent se construire sur l'arête normale et 2 arêtes quelconques de la face comme arêtes fondamentales, a donc cette face comme plan de symétrie, et l'arête normale comme axe binaire, quaternaire ou sénaire, selon la nature du réseau primitif de la face. Si nous ne considérons plus les sommets de ces Gitters, mais simplement les arêtes du complexe qui les supportent, la face donnée est par suite également un plan de symétrie et son arête normale en tout cas un axe binaire du *complexe* lui-même.

De là, avec ce qui a été établi de la perpendicularité des faces et des arêtes (§ 43-45), découle immédiatement :

Chaque face du complexe *cubique* possède une arête normale ; chaque face du complexe cubique est donc un plan de symétrie du complexe total et par suite chaque arête est non seulement un axe binaire, mais en tant qu'axe zonal d'une infinité de plans de symétrie *, est un axe de rotation autour duquel le complexe peut se couvrir une infinité de fois sur lui-même.

Le complexe cubique possède donc la symétrie *sphérique ;* en d'autres termes la distribution dans l'espace autour du point O des

---

*) 2 plans de symétrie successifs faisant un angle α équivalent à une rotation d'angle 2 α autour de leur droite d'intersection.

arêtes et des faces du complexe est la même dans toutes les directions, comme l'est la répartition de la masse sphérique autour de son centre.

Pour les complexes *hexagonal* et *quadratique,* en plus des faces fondamentales $\mathfrak{f}_2$ et $\mathfrak{f}_3$, seules les faces de leur zone isotrope $\mathfrak{f}_1$ possèdent une arête normale ; seules donc ces faces sont plans de symétrie de ces complexes. Leurs arêtes normales coplanaires à la face $\mathfrak{f}_1$ en sont des axes binaires et seul l'axe $\mathfrak{r}_1 \equiv OT''$ de leur zone isotrope est un axe de rotation autour duquel ils peuvent se couvrir une infinité de fois sur eux-mêmes.

L'*ellipsoïde* de *révolution* représente donc la symétrie de ces 2 complexes et la répartition dans l'espace de leurs faces et arêtes autour du point O.

Seules les 3 faces fondamentales du complexe rhombique et la face fondamentale $\mathfrak{f}_1$ du complexe monocline possèdent encore une arête normale. La symétrie du complexe rhombique est donc celle de l'*ellipsoïde,* c'est-à-dire celle du Raumgitter lui-même correspondant ; celle des complexes monocline et tricline, comme celle des Gitters correspondants, se réduit à un plan de symétrie avec l'axe binaire normal ou à l'unique présence du centre O de symétrie.

Cette gradation de la symétrie *complexiale* des systèmes cristallins établis par Fedorow, est désignée par lui : *Syngonie Symetrisches Ellipsoïd-Gesetz.*