Zeitschrift: Mémoires de la Société Fribourgeoise des Sciences Naturelles. Géologie et géographie = Mitteilungen der Naturforschenden Gesellschaft in Freiburg. Geologie und Geographie

Herausgeber: Société Fribourgeoise des Sciences Naturelles

Band: 8 (1913-1919)

Heft: 2: Contribution à l'étude du cours de la Sarine et de sa puissance d'alluvionnement

Artikel: Contribution à l'étude du cours de la Sarine et de sa puissance d'alluvionnement

Autor: Leclère, F.

Kapitel: Appendice

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-306987

APPENDICE

Première note. — Puissance de la Sarine.

Il ne m'a pas semblé inutile d'ajouter ici quelques compléments relatifs à la puissance d'érosion et à la puissance d'alluvionnement de la Sarine, c'est-à-dire à son action considérée au point de vue du temps.

1° *Puissance d'érosion de la Sarine.*

Je me contenterai de donner une évaluation du temps que la Sarine mit à creuser son lit. L'ingénieur Ritter, dans l'extrait du tome XXX du Bulletin de la Société neuchâteloise des Sciences naturelles, intitulé « Observations et particularités techniques, géologiques et hydrologiques relatives à l'établissement du grand barrage de la Sarine à Fribourg », rapporte le fait suivant : la tranchée de trop-plein du barrage a subi de 1872 à 1902, une usure moyenne de 1 m. d'épaisseur. Cette remarque peut servir de base pour l'évaluation de la durée nécessitée par le creusement du lit de la Sarine, car, de même que les falaises dans lesquelles est creusé ce dernier, la tranchée de trop-plein est taillée en pleine molasse. La profondeur du cañon est d'une centaine de mètres, ce qui, à raison d'un mètre par trente ans, donne une durée :

$$t = 30 \times 100 = 3000 \text{ ans.}$$

Cependant le lit de la rivière a une largeur minima double de celle de la tranchée, aussi l'érosion fut-elle deux fois moins forte et la durée de l'usure deux fois plus longue, ce qui nous donnerait 6000 ans.

Une seconde correction s'impose ; l'usure de la tranchée fut comparativement rapide parce que sa pente est de 1 %.

alors que la pente générale de la Sarine est de $3\,^0/_{00}$, soit environ trois fois moindre. La vitesse d'un cours d'eau est donnée par la formule déjà citée :

$$V = k\sqrt{R.\,I}$$

dans laquelle k est une constante, et où R et I représentent respectivement la profondeur hydraulique (quotient de la section transversale par le profil mouillé) et l'inclinaison du lit. Soit v la vitesse de la rivière avec une pente $I = 1$ et v' celle trois fois plus forte de l'eau dans la tranchée de trop-plein qui possède une pente $I' = 3$; les vitesses étant proportionnelles aux racines carrées des pentes, nous avons :

$$\frac{v}{v'} = \frac{\sqrt{I}}{\sqrt{I'}} \text{ ou } \frac{v}{v'} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{3}}, \text{ d'où } v \times 1{,}75 = v' \text{ et } v = \frac{v'}{1{,}75}$$

En conséquence, en tenant compte de la pente, la vitesse de la Sarine est normalement 1,75 fois moins grande que celle que prend l'eau dans la tranchée de trop-plein. On admet que l'usure est proportionnelle à la vitesse, donc l'usure exercée par la Sarine sur son lit est 1,75 fois moins forte que celle que produit l'eau dans le canal de décharge que constitue la tranchée de trop-plein. Il faudra également 1,75 fois plus de temps à la Sarine pour affouiller son lit d'une certaine quantité qu'au courant d'eau du canal pour enlever une épaisseur équivalente. Il nous reste donc à multiplier notre chiffre de durée par 1,75 et

$$t = 1{,}75 \times 6000 = 10.500 \text{ ans.}$$

Cette évaluation n'est pas absolue, bien entendu, et Ritter ne s'illusionnait pas sur la précision de ses calculs lorsqu'il écrivait : « Mais un dernier facteur intervient : c'est celui des graviers quaternaires ou galets de la rivière, qui agissent tantôt comme éléments protecteurs de la surface molassique lorsqu'ils sont au repos, tantôt comme facteur d'usure rapide lorsqu'ils sont en plein mouvement, témoin les marmites du canal de trop-plein déjà relativement énormes et dont je m'occuperai plus loin[1] ».

Ce qui est important à retenir de ces considérations, c'est que théoriquement une dizaine de milliers d'années peut suffire à une rivière pour se creuser dans la molasse un lit profond de cent mètres environ.

2° *Puissance d'alluvionnement de la Sarine.*

En ce qui concerne la puissance d'alluvionnement, Ritter se contente, dans la brochure citée, de calculer le charriage des matières lourdes. Il estime à 342 000 m³, en trente années, l'apport des graviers par la Sarine, ce qui donne, pour une année, 342 000/30 = 11 400 m³ pesant :

$$P = V \times d = 2{,}5 \times 11\,400 = 28\,500 \text{ tonnes,}$$

en admettant le chiffre 2,5 comme densité moyenne de la pierre.

Quant au charriage des fins matériaux, du limon, Ritter n'en donne aucune évaluation même approximative, et cependant il lui était impossible en 1902 de méconnaître l'importance de ce facteur qu'il avait négligé en 1872, lorsqu'il assignait au comblement du lac qu'il venait de créer une date beaucoup plus lointaine que 1902, époque à laquelle il constate précisément dans cette brochure que « des masses de sables ténus et de limons l'envahissaient de plus en plus et finirent, après une quinzaine d'années, de le combler entièrement ». Ce sont ses propres paroles. Il ajoute plus loin : « Pour opérer scientifiquement, il faudrait pendant plusieurs années, récolter un volume d'eau chaque jour, le laisser déposer, mesurer le volume du dépôt ou le peser, faire l'addition et l'on aurait la puissance effective moyenne du charriage fluvial observé ». Il est pour le moins surprenant que Ritter n'ait pas effectué, ou du moins fait faire une analyse d'une telle simplicité portant sur le transport limoneux de la rivière qu'il barrait. On trouvera plus haut un exemple d'analyse de l'eau de la Sarine montrant d'une façon frappante l'importance d'un apport qui peut atteindre en un jour 130 tonnes, ce qui correspond à un trouble très normal de l'eau et à un débit faible de 10 m³ par seconde. En temps de crue, la rivière peut rouler 1000 m^3 par seconde, avec une proportion de limon au moins double de celle constatée lors de l'analyse sur laquelle est basé le calcul précédent, soit $2 \times 0,15$ grammes par litre $= 0,30$ gr., coefficient dont l'augmentation est décelée par le virage que subit la couleur des eaux du jaune au jaune-brun. Dans ces conditions le transport effectué par la Sarine en un jour sera :

$$P = 0,3 \times 1000 \times 3600 \times 24 = 0,3 \times 1.000.000 \times 86.400 = 25.920.000.000 \text{ grs}$$
$$\text{ou } P = 25.920.000 \text{ kgs} = 25.920 \text{ tonnes.}$$

Ce chiffre laisse loin derrière lui les 28.500 tonnes qui représentent l'apport annuel du gravier. Heureusement pour le barrage, la plus grande partie du limon passe par dessus l'ouvrage, mais il en reste suffisamment pour l'ensabler d'une façon régulière et croissante ; telle est l'importance du facteur ignoré lors de la construction du barrage et encore pendant de longues années après sa mise en service, car je crois que ce travail publie la première analyse du transport limoneux de la Sarine. Ritter prévoyait bien que des recherches de ce genre se feraient plus tard, quand il écrivait à propos de l'intérêt d'un échantillonnage journalier de l'eau de la Sarine au point de vue de sa contenance en limon : « Cela se fera avec le temps et je rends attentifs ici nos jeunes collègues sur le vaste champ ouvert à leurs ardeurs scientifiques et labeurs futurs, dans le domaine inexploré de l'usure par l'eau de la croûte terrestre, ainsi soumise à l'action corrosive des eaux atmosphériques condensées s'écoulant dans les océans et dans les lacs. En ajoutant au volume constaté la matière dissoute par les eaux, on aurait là un facteur fort important de la puissance de dissolution, d'érosion et de comblement des eaux courantes. » C'est spécialement en ce qui concerne les barrages qu'il importe de se rendre compte à l'avance de la puissance d'alluvionnement du cours d'eau à barrer.

Seconde note. — Méthode pour calculer les effets de l'érosion.

La théorie des lois qualitatives de l'érosion est actuellement fort avancée ; par contre l'étude quantitative de ses effets l'est moins. Je n'ai nullement la prétention de faire ici œuvre nouvelle, car les quelques vues qui vont suivre ne sont que des applications. Je me contenterai de proposer une méthode qui, permettant le calcul des volumes enlevés par l'érosion, présenterait peut-être l'avantage de combler une lacune.

Avant d'exposer cette application, je tiens à défendre son principe. Il arrive parfois de rencontrer des personnes qui, si paradoxal que cela puisse paraître, n'admettent pas encore que les diverses branches de la science puissent se rendre de mutuels services ; pour ces personnes les cloisons qui séparent les divers savoirs que l'homme peut acquérir ne sont jamais assez étanches : pour elles, les mathématiques sont une chose et la géographique physique une autre ; la première est abstraite et la seconde concrète, par conséquent il ne peut y avoir de rapports entre elles. M. H. Bouasse, dans son cours de mathématiques générales (Paris, Delagrave) réagit à juste titre contre cette tendance invétérée ; on trouve en effet dans ce livre (page 468 de la seconde édition) une étude des surfaces topographiques. L'auteur, qui a publié un traité, utilisable non seulement par quelques spécialistes, mais encore par les physiciens et ingénieurs, définit ainsi le but des Mathématiques (page 9) « Le but des Mathématiques est l'étude des fonctions, de leurs représentations et de leurs corrélations géométriques. Leur utilité pratique provient d'une sorte de division du travail entre les expérimentateurs (physiciens et ingénieurs) et les mathématiciens proprement dits. Ceux-ci se sont proposé l'étude des fonctions in abstracto et de certaines fonctions particulières. Ils ont ainsi créé, en apparence, indépendamment de tout souci utilitaire, par des procédés au premier abord complètement artificiels, une sorte de musée des fonctions où les expérimentateurs viennent chercher ce dont ils ont besoin pour la représentation et l'étude des phénomènes. Bien entendu, aucune de ces fonctions continues ou discontinues n'est la représentation rigoureuse des faits ; mais on peut trouver parmi elles une représentation schématique, approchée, de première approximation. » Appuyés par cette autorité, revenons à notre sujet.

Le volume topographique ou actuel d'une région augmenté du volume enlevé par l'érosion est égal au volume structural ou primitif de cette région :

$$V_s = V_t + V_e$$

si V_s, V_t et V_e représentent respectivement les volumes structuraux topographiques et d'érosion. Quel est l'élément qui différentie le volume structural du volume topographique ? C'est la surface libre de la région considérée, la surface du volume structural étant devenue par l'érosion la surface topographique du volume correspondant.

Avant d'aller plus loin, il importe de définir nettement ces deux surfaces. Les portions de l'écorce terrestre qui ont subi une diminution de hauteur du fait de l'érosion, avaient été soulevées à un certain niveau par des dislocations et des plissements ; c'est l'aspect d'une région considérée immédiatement après la fin de la transformation d'ordre tectonique qu'elle vient de subir que l'on nomme surface structurale. Considérons une plaine uniforme constituée par la superposition régulière des terrains archéen, primaire, secondaire, tertiaire ; par suite du refroidissement graduel de notre planète, qui force l'écorce terrestre à se contracter, notre plaine devra réduire la surface qu'elle occupe ; par conséquent elle se plissera et se couvrira d'une suite d'anticlinaux et de synclinaux. Nous pourrons calculer approximativement la hauteur atteinte par les plissements en considérant l'inclinaison des couches diverses qui les forment. C'est ainsi que l'on a pu évaluer la hauteur des sommets de certaines montagnes avant que l'érosion n'ait commencé son œuvre destructrice sur les plissements qui les portaient. Dans le cas d'un anticlinal par exemple, nous pourrons connaître la hauteur atteinte par le sommet du pli, au-dessus de la plaine primitive, en mesurant l'inclinaison des couches dont il est formé, lesquelles convergent vers la perpendiculaire élevée dans l'espace suivant l'axe du pli ; évidemment il faudra tenir compte dans cette estimation, de l'aplatissement du profil de l'anticlinal à son sommet, facteur qui introduira dans notre évaluation de hauteur une correction négative. Connaissant la hauteur d'un plissement, son étendue et quelques points intermédiaires, nous obtenons le profil de la surface structurale ; on tâchera ensuite de trouver une courbe exprimable algébriquement sous la forme générale $y_1 = f_1(x)$ identique au profil obtenu ; ainsi l'anticlinal qui nous a servi d'exemple est peut-être susceptible d'être représenté par une sinusoïde de la forme :

$$h = a \sin u$$

Voyons maintenant comment cette surface primitive se transforme peu à peu en la surface actuelle que nous nommons topographique. Considérons un anticlinal qui vient de se former ; l'eau provenant des précipitations atmosphériques va ruisseler à sa surface en de nombreuses rivières parallèles entre elles : c'est l'état conséquent du réseau hydrographique couvrant le pli, dont les cours d'eau suivent la pente générale. Des phénomènes de captures se produisent bientôt, grâce à de moindres résistances locales, qui favorisent certaines rivières ; à mesure que se multiplient ces captures, la physionomie du réseau hydrographique qui draine le pli prend un caractère de plus en plus concentré : c'est le régime subséquent. Finalement, la concentration se poursuivant, les nombreuses rivières du réseau se jettent dans une autre rivière devenue un fleuve par suite des circonstances locales qui la favorisaient. C'est l'action de ce complexe hydrographique, travaillant sans relâche, du modeste sous-affluent au puissant émissaire, à l'abaissement de son bassin de réception, qui a transformé la surface structurale que des calculs nous permettent de reconstruire en une surface topographique que nous avons sous les yeux. Soit $y_2 = f_2(x)$ la fonction représentée par la ligne traçant le profil de la surface topographique.

1°) Ces points établis, proposons-nous de calculer en un point la hauteur des terrains enlevés par l'érosion. Cette hauteur est égale à la différence des ordonnées des deux profils des surfaces structurale et topographique en ce point : $$h = y_1 - y_2 ;$$
au point d'abscisse x_0 les fonctions deviennent :
$$y_1 = f_1(x_0) \qquad \text{et} \qquad y_2 = f_2(x_0)$$
d'où l'on tire : $$h = y_1 - y_2 = f_1(x_0) - f_2(x_0),$$
expression permettant de calculer h.

2°) Cherchons maintenant entre deux points a et b, d'ordonnées respectives x_0 et x_1 de la courbe $y_2 = f_2(x)$ la section des matériaux enlevés à la surface structurale ; en d'autres termes il s'agit de calculer la surface s égale à la différence des deux aires comprises entre les courbes représentatives des deux fonctions, les ordonnées élevées aux points a et b d'abscisses x_0 et x_1 et enfin l'axe des abscisses : $s = s_1 - s_2$, la formule $s = {}^{*}F_{x_0}^{x_1} f(x)\,dx$ permet d'évaluer les aires correspondant aux deux fonctions ; on a :
$$s_1 = F_{x_0}^{x_1} f_1(x)\,dx \qquad \text{et} \qquad s_2 = F_{x_0}^{x_1} f_2(x)\,dx$$
on en tire :
$$s = s_1 - s_2 = F_{x0}^{x1} f_1(x)\,dx - F_{x0}^{x1} f_2(x)\,dx = F_{x0}^{x1} [f_1(x) - f_2(x)]\,dx$$

3°) Comparons ensuite les longueurs des deux profils des surfaces structurales et topographiques. Pour cela il nous faut rectifier les deux profils au moyen de la formule :
$$l = F_{x_0}^{x_1} \sqrt{1 + y'^2}\,dx.$$
En conséquence les longueurs des courbes représentatives des deux fonctions seront :
$$l_1 = F_{x_0}^{x1} \sqrt{1 + f_1'^2(x)}\,dx \text{ et } l_2 = F_{x_0}^{x_1} \sqrt{1 + f_2'^2(x)}\,dx$$

* Dans cette formule et toutes celles qui suivent le signe de l'intégrale est remplacé par un grand F.

d'où l'on tire la différence de longueur des deux courbes rectifiées :

$$l = l_1 - l_2 = F_{x_0}^{x_1} \sqrt{1 + f_1'^2(x)}\, dx - F_{x_0}^{x_1} \sqrt{1 + f_2'^2(x)}\, dx$$

$$l = F_{x_0}^{x_1} (\sqrt{1 + f_1' (x)} - \sqrt{1 + f_2'^2 (x)})\, dx.$$

4o) Calculons enfin le volume érodé. Il est donné par la relation

$$V_e = V_s - V_t$$

Soit $z_1 = \varphi_1 (x, y)$ la représentation algébrique de la surface structurale et

$z_2 = \varphi_2 (x, y)$ la représentation de la surface topographique.

Cherchons le volume compris entre la surface structurale et un plan servant de base.

Le volume d'une mince colonne de base dx×dy est

$$d V_1 = dy \times dx \times \varphi_1 (x, y)$$

et le volume total :

$$V_1 = FF \varphi_1 (x, y)\, dx\, dy.$$

De même le volume compris entre la surface topographique et le plan de base sera :

$$V_2 = FF \varphi_2 (x, y)\, dx\, dy.$$

Le volume érodé est égal à la différence des deux vovolumes calculés, soit :

$$V = V_1 - V_2 = FF \varphi_1 (x, y)\, dx\, dy - FF \varphi_2 (x, y)\, dx\, dy$$

$$V = FF [\varphi_1 (x, y) - \varphi_2 (x, y)]\, dx\, dy$$

Evidemment pour que toutes les formules précédentes soient rigoureusement applicables, il faudrait que le terrain sur lequel s'exerce l'action de l'érosion soit homogène et, de plus, que l'usure qui l'entame soit parfaitement régulière.

Une application simple montrera l'intérêt de ces considérations ; proposons-nous de calculer le volume de terrain enlevé par un cours d'eau qui s'est creusé une vallée. Plusieurs cas peuvent se présenter : une gorge en I, une vallée en V, une vallée de contour polygonal ou enfin une vallée très large. Nous calculerons la surface d'une section transversale de la vallée, puis nous la multiplierons par la longueur considérée du cours de la rivière.

Revenons cependant aux formules générales établies plus haut ; on ne peut nier que les éléments qu'elles supposent connus ne soient difficiles à obtenir. Pour cette raison, la courte étude qui précède peut paraître au premier abord une application totalement dénuée de portée pratique de quelques formules de calcul intégral à la théorie de l'érosion. Je vais essayer de montrer que tel n'est pas le cas. En premier lieu il ne faut pas oublier que certains profils que l'on rencontre en morphologie présentent une régularité remarquable et possèdent un caractère pour ainsi dire mathématique. Si de Lapparent a écrit au commencement d'un paragraphe (Géologie, Phénomènes actuels, livre premier, page 165 de la 5me édition) où il nie la possibilité de représenter géométriquement le profil d'équilibre des cours d'eau : « Une telle courbe serait continue et susceptible d'une expression géométrique, si la masse de l'eau courante demeurait invariable et que le terrain soumis à l'érosion offrît partout la même nature », il concède cependant, à la fin du paragraphe, que : « Néanmoins, dans un très grand nombre de cours d'eau, le travail de l'eau est déjà assez avancé pour que le profil en long diffère peu d'une courbe d'équilibre ». Cette concession, faite par un tel maître en la matière, est précieuse à retenir. N'oublions pas que certains cours d'eau sont remarquables au point de vue de la régularité de leur profil, le Rhin antérieur, par exemple, sauf dans la toute première partie de son cours, et plus encore le Regen et la Wien affluents du Danube. Penck, dans sa « Morphologie der Erdoberfläche » (première partie, page 323) reproduit le profil, particulièrement théorique, pourrait-on dire, de cette rivière. Si l'on prend la peine de comparer ce profil avec une courbe représentant une fonction du second degré de la forme $y = ax^2$, on sera frappé de l'analogie des deux lignes ; le profil de la rivière est à peu de chose près parabolique ; par conséquent nous sommes en présence d'un profil naturel susceptible d'être représenté par une fonction du second degré. Si la surface structurale drainée par ce cours d'eau est un anticlinal dont le profil peut être représenté par une sinusoïde, nous pourrons passer immédiatement à l'application des formules données plus haut qui pouvaient paraître tout à l'heure d'inutiles complications. Tel n'est cependant pas mon but, car le développement de ces considérations, bien qu'intéressantes, entraînerait des développements trop longs pour une simple note, et d'un ordre d'idées tout à fait différent de celui dans lequel est écrit le reste de ce travail. Il me suffit d'avoir exposé ici le principe d'une méthode qui, j'espère l'avoir prouvé, a plus de valeur que celle d'une simple curiosité.

Avant de terminer, il me reste à faire remarquer que, dans tout ce qui précède, nous avons supposé avoir à calculer des volumes arrachés au bassin qu'il draine par un cours d'eau hypothétique ayant atteint son profil d'équilibre. Rigoureusement parlant un tel cours d'eau n'existe pas ; je proposerai donc de l'appeler *cours d'eau parfait*, puisqu'aucune rivière et aucun fleuve ne suit réellement le profil idéal qu'est supposé suivre celui sur lequel nous avons raisonné.

Aux objections que pourrait susciter cette nouvelle définition, je répondrai simplement que les différences de ce genre entre les lois que nous établissons et la nature ne sont pas choses extraordinaires ; les sciences physiques en présentent de semblables, bien que moins accentuées. Il en est ainsi dans toutes les branches de la Science humaine, lorsqu'abandonnant les considérations mathématiques purement abstraites, nous abordons l'étude des choses concrètes ou phénomènes ; ainsi aucun gaz ne suit rigoureusement la loi de Mariotte établie pour un gaz idéal appelé *gaz parfait* par les physiciens. J'espère que cette comparaison fera accepter l'expression *cours d'eau parfait* inaugurée ici, et que l'étude mathématique des formes de la surface de notre planète viendra confirmer les quelques idées exposées dans cette note.

Troisième note. — Relief de Fribourg et de ses environs.

Le relief est d'un puissant secours dans l'enseignement de la morphologie, c'est pourquoi j'en ai construit un représentant Fribourg et ses environs. L'institut géographique possède, il est vrai, un relief de cette région, mais il est un peu réduit, car il est à l'échelle I : 25 000 ; aussi le relief dont la reproduction a été annexée à ce travail a-t-il été exécuté au 1 :10 000. Il forme un carré de 33 cent. de côté ; à cette échelle, un centimètre représente cent mètres, le terrain représenté par le relief est donc un carré qui mesure 3300 mètres de côté et dont la surface est de 9,99 km.^{2}, soit approximativement 10 kilomètres carrés. Les hauteurs ont été exagérées intentionnellement par rapport aux longueurs, et cela pour deux raisons : premièrement, la reproduction photographique du relief présente des contrastes plus forts mettant mieux en lumière les formes du terrain ; deuxièmement, les démonstrations relatives à l'érosion de la Sarine sont facilitées, cette dernière frappant à première vue. L'échelle adoptée pour la représentation des hauteurs est de 1 :6000, l'exagération est donc égale à

$$1:6000/1:10\,000 = 10\,000/6000 = 1{,}666$$

ou approximativement 1,5. Les hauteurs sont donc exagérées de moitié environ par rapport aux longueurs.

A propos de reliefs, je tiens à signaler ici l'intérêt de blocs-diagrammes en argile plastique (prenant très bien les couleurs) qui donnent une image fidèle et fort suggestive, et cela parce que représentant la troisième dimension, des formes suivant les terrains, de l'évolution des cours d'eau, de la morphologie en général.