Zeitschrift: Jahresbericht des Bündnerischen Lehrervereins

Herausgeber: Bündnerischer Lehrerverein

Band: 17 (1899)

Heft: : Der Geometrie-Unterricht in der I. und II. Klasse der Kantonsschule

und in Realschulen

Artikel: Der Kegelstumpf

Autor: Pünchera, J.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-145642

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 02.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Wieviel erhält der Weger für die Erstellung des Haufens à 3 Fr. pro m³?

Inwiefern hat der Haufen nicht genau die Form eines Pyramidenstumpfs?

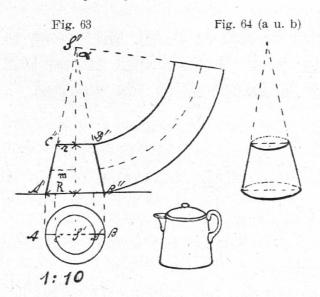
Wie gross müsste seine obere Breite sein, damit er diese Form hätte? 4:2,5=3:x; x=7,5:4=1,875 m.

3) Zeichne den Grund- und den Aufriss des Daches eines Gartenhäuschens, dessen Grundfläche ein regelmässiges Sechseck von 1 m Seite, dessen Deckfläche ein solches von 40 cm Seite ist, während der Abstand von Grund- und Deckfläche 2 m beträgt. Berechne, wieviel m² Bretter es enthält.

Entnimm die Höhe einer Seitenfläche der Zeichnung.

K. Der Kegelstumpf.

1) Ein Milchhafen ist unten 12 cm, oben 8 cm breit und 10 cm hoch. Stelle ihn dar; berechne seine Wandung und seinen Inhalt, und verfertige ein Kartonmodell.



Beschreibung und Zeichnung. grenzt von zwei ungleichen parallelen Kreisen als Grundund Deckfläche und von einem Mantel. A Cheisst eine Seitenlinie des Stumpfs. Die Verbindungslinie der Kreismittelpunkte heisst seine Achse; sie gibt die Höhe an.

Zeichnet den Grund- und den Aufriss.

Ergänzet in der Zeichnung (Fig. 63) den Kegelstumpf zum Kegel. Der Kegel C D S, der den Stumpf zum Kegel A B S ergänzt, heisst Ergänzungskegel.

b) Wie könnte man das Kartonmodell konstruieren?

Das Netz.

Wir zeichnen die Abwicklung des Mantels des Kegels ABS und des Kegels CDS und sehen, dass die Abwicklung des Mantels des Kegelstumpfs ein Ringausschnitt ist. Um ihn genau zu zeichnen, haben wir den Centriwinkel α bei Szu berechnen.

$$a=360^{\circ}$$
 . $\frac{R}{B~S}=360^{\circ}$. $\frac{6}{30.5}=71^{\circ}$ (siehe Kapitel H.)

(Die Länge von BS gibt uns der Aufriss.)

c) Berechnung des Mantels. Denken wir uns die beiden Sektoren durch Seitenlinien, die von S ausgehen, in unzählig viele Dreiecke zerlegt, so sehen wir, dass dieser Ringausschnitt als Summe von unzählig vielen Trapezen aufgefasst werden kann, die alle als Höhe die Seitenlinie s des Kegelstumpfs haben, und deren Mittellinien zusammen den Umfang des mittleren Durchschnitts bilden, der gleich $2 \text{ m} \pi = (R + r) \pi$ ist. (Vergl. Fig. 63). Der Mantel ist also = Umfang des mittleren Durchschnitts × Seitenlinie = $(R + r) \cdot \pi \cdot s = (6 + 4) \cdot \pi \cdot 10.2 \text{ cm}^2 = 320.3 \text{ cm}^2 = 3.2 \text{ dm}^2$.

Berechnung des Mantels

Die Seitenlinie entnehmen wir der Zeichnung (10,2 cm).

d) Berechnung des Volumens. Volumen des Kegelsstumpfs — Volumen des Kegels A B S — Volumen des Kegels C D S.

Die Höhen der beiden Kegel entnehmen wir wieder der Aufrisszeichnung.

Volumen des Kegelstumpfs

$$= \frac{(0.6^2\pi \cdot 3)}{3} - \frac{0.4^2 \cdot \pi \cdot 2) \, dm^3}{3} = 0.79 \, dm^3.$$

In der Praxis berechnet man das Volumen des Kegelstumpfs meistens, indem man den Inhalt des mittleren Durchschnitts mit der Höhe multipliziert.

Der Radius des mittleren Durchschnitts ist:

$$m = \frac{R + r}{2} = \frac{6 + 4}{2} = 5 \text{ cm} = 0.5 \text{ dm}.$$

Sein Flächeninhalt = 0.5^2 . π dm².

Mittlerer Durchschnitt \times Höhe $= 0.5^{2}$. π . 1 dm³ = 0.78 dm³. Dieses Resultat ist nur 0.01 dm³ zu klein, also gut brauchbar.

Der Fehler wird grösser, wenn der Unterschied zwischen R und r grösser ist, wenn also der Kegelstumpf vom Cylinder mehr abweicht.

Die ganz genaue Regel für die Inhaltsberechnung des Kegelstumpfs, die wir hier nicht ableiten, heisst:

Volumen = $\frac{h \pi}{3} (R^2 + Rr + r^2) = \frac{1 \cdot 3^{1/7}}{3} (0.6^2 + 0.6 \cdot 0.4 + 0.4^2) dm^3 = 0.796 dm^3$.

R bedeutet den Radius der Grundfläche, r den Radius der Deckfläche und h die Höhe des Stumpfs.

Zu welchem Resultat käme man, wenn man das Mittel aus Grund- und Deckfläche mal die Höhe nehmen würde?

Berechne den Unterschied zwischen dem mittleren Durchschnitt mit Radius m und dem arithmetischen Mittel aus Grundund Deckfläche.

2) 2. Beispiel. Eine runde Waschkanne aus Blech ist unten 21 cm, oben 32 cm breit und hat einen Mantel, der 14 cm breit ist.

Beschreibe ihre Form. Zeichne ihren Grund- und ihren Aufriss, ihr Netz und ihre Parallelprojektion. Berechne, wieviel dm² Blech die Wanne enthält, und wieviel Wasser sie fasst.

3) Zeichne einen schiefen Kegel, und führe einen Schnitt parallel zur Grundfläche. Dann erhältst du einen schiefen Kegelstumpf. Seine Achse steht schief zur Grundfläche. Sein Inhalt wird auf gleiche Weise wie derjenige der zwei behandelten Kegelstumpfe berechnet. Letztere nennt man gerade Kegelstumpfe.

Verallgemeinerung. Vergleiche die Merkmale und die Berechnungsart der behandelten Kegelstumpfe.

- Satz 28. a) Ein Kegelstumpf ist begrenzt von zwei ungleichen Kreisen, die parallel liegen, und von einem runden Mantel, der aus geraden Seitenlinien zusammengesetzt ist, deren Verlängerungen einen Kegelmantel bilden. Führt man durch einen Kegel einen Schnitt parallel zur Grundfläche, so entsteht ein Kegelstumpf. Die Verbindungslinie der beiden Kreismittelpunkte heisst die Achse, der senkrechte Abstand der beiden Kreise die Höhe des Stumpfs. Steht die Achse senkrecht zur Grundfläche, so heisst der Stumpf ein gerader, sonst ein schiefer.
- b) Der Mantel des geraden Kegelstumpfs isl ein Ringausschnitt, dessen Fächeninhalt gleich dem Umfang des mittleren Durchschnitts des Stumpfs mal die Seitenlinie ist.

Mantel
$$= 2 \cdot m \cdot \pi \cdot s = (R + r) \cdot \pi \cdot s$$
.

c) Für den Inhalt des Kegelstumpfs erhält man ein annäherndes Resultat, wenn man mittleren Radius mal mittleren Radius mal π mal Höhe nimmt.

Die genaue Regel lautet:

$$V=rac{\mathsf{h}\cdot\mathsf{n}}{\mathsf{3}}\,(\mathsf{R}^2+\mathsf{Rr}+\mathsf{r}^2).$$
Übungen.

- 1) Ein Spengler hat einen Blecheimer von folgenden Dimensionen zu verfertigen: Bodendurchmesser = 22 cm, Breite oben = 30 cm und Höhe = 26 cm. Zeichne im verkleinerten Massstab das Blechstück, das er auszuschneiden hat, und berechne es. Wieviel Liter hält der Eimer?
- 2) Für eine Kunstmühle soll ein grosser Trichter aus Blech konstruiert werden, der oben 1 m, unten 25 cm weit sein soll, während seine Seitenlinie 1 m 40 cm zu messen hat. Was für ein Blechstück muss verwendet werden? Wieviel Mehl würde dieser Trichter halten, wenn man ihn unten abschliessen würde? Wende die genaue Regel an. Die andere würde hier ein schlechtes Resultat liefern.
 - 3) Berechne folgende Baumstämme annähernd:
 - 1) D = 64 cm, d = 55 cm, h = 6,2 m;
 - 2) D = 47 cm, d = 41 cm, h = 5.3 m.

D bedeutet den Durchmesser der Grundfläche, d denjenigen der Deckfläche.

4) Ein Weinzuber mit elliptischer Grund- und Deckfläche ist unten 1 m 60 cm, oben 1 m 20 cm lang; unten 90 cm, oben 70 cm breit und 1,1 m hoch. Wieviel Liter Wein hält er? Berechne den mittleren Durchschnitt (halbe mittlere Länge mal halbe mittlere Breite mal π), und multipliziere seinen Inhalt mit der Höhe.

L. Die Kugel.

I. Der Erdglobus.

- 1) Beschreibung. Weise den Erdglobus vor. Welche Eigenschaften haben die Punkte der Oberfläche dieses Globus? Wie nennt man diese Körperform? Was sind Meridiane, Parallelkreise, Länge und Breite? Wie wird die Erde in Zonen eingeteilt?
- 2) Grund- und Aufriss. Wir wollen diesen Globus durch Grund- und Aufriss. Grund- und Aufriss darstellen. Stelle die Erdachse senkrecht zur