

Theoretische Überlegungen zur experimentellen Bestimmung der spontanen Photonenschwankungen

Autor(en): **Spescha, G.A. / Strutt, M.J.O.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Helvetica Physica Acta**

Band (Jahr): **33 (1960)**

Heft I

PDF erstellt am: **23.09.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-113065>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Theoretische Überlegungen zur experimentellen Bestimmung der spontanen Photonenschwankungen

Mitteilung aus dem Institut für höhere Elektrotechnik
der Eidgenössischen Technischen Hochschule, Zürich

von **G. A. Spescha** und **M. J. O. Strutt**

(15. VIII. 1959)

Zusammenfassung. 1912 stellten A. EINSTEIN und H. A. LORENTZ Formeln auf über die spontanen Schwankungen der Hohlraumstrahlung. Im Grenzfall $h\nu/kT \ll 1$ beschreiben diese Formeln die Interferenzschwankungen der Strahlung und sind experimentell schon häufig bestätigt worden. Über den Grenzfall, wo $h\nu/kT \gg 1$ ist und die Schwankungen als durch die Statistik der unabhängigen Quanten bedingt aufgefasst werden können, sind noch keine experimentellen Untersuchungen bekannt. In der vorliegenden Arbeit wird ein Weg aufgezeigt, wie mit einem geeigneten Photonenempfänger die Schwankungen im Gebiet $h\nu/kT \gg 1$ gemessen werden können. Zu diesem Zweck werden die Schwankungen nach Fourier zerlegt, und man beschränkt sich darauf, den Zusammenhang zwischen den Schwankungen der auf den Photonenempfänger auftreffenden Strahlung und den Schwankungen des Ausgangssignales innerhalb eines gewählten Frequenzintervalles zu ermitteln. Die Quantenausbeute spielt dabei eine wesentliche Rolle.

In einer späteren Arbeit wird gezeigt werden, dass das in dieser Betrachtung gewählte Modell eines Photonenempfängers unter gewissen Bedingungen realisiert werden kann. Es werden Messungen der Photonenschwankungen beschrieben werden.

1. Spontane Schwankungen der Hohlraumstrahlung

Im Jahre 1912 wurden von A. EINSTEIN und H. A. LORENTZ Formeln abgeleitet für die spontanen Schwankungen der Hohlraumstrahlung^{1) 2)}. Spätere Veröffentlichungen haben die von den beiden genannten Autoren erhaltenen Formeln bestätigt^{3) 4) 5)}.

Die mittlere Energie \bar{W}_ν [Joule] in einem Hohlraumvolumen V [m³] im Frequenzintervall zwischen ν und $\nu + d\nu$ beträgt bei der absoluten Temperatur T nach M. PLANCK:

$$\bar{W}_\nu = V \frac{8\pi h\nu^3 d\nu}{c^3} [\exp(h\nu/kT) - 1]^{-1}. \quad (1)$$

Hier ist h die Plancksche, k die Boltzmannsche Konstante ($6,62 \cdot 10^{-34} \text{Ws}^2$ bzw. $1,38 \cdot 10^{-23} \text{Ws/Gradabs.}$) und c die Lichtgeschwindigkeit ($3,00 \cdot 10^8 \text{ m/s}$). Dieser Mittelwert gilt entweder bei Mittelung in einem Hohl-

raum über eine Zeit, welche sehr lang ist verglichen mit $1/d\nu$, oder bei Mittelung über ein Ensemble von vielen gleichbeschaffenen Hohlräumen.

Die Energie W_ν weist spontane Schwankungen

$$\Delta W_\nu = W_\nu - \overline{W}_\nu$$

gegenüber dem Mittelwert auf. Für den Mittelwert (im obigen Sinne) des Quadrates von ΔW_ν ergibt sich nach EINSTEIN¹⁾ und LORENTZ²⁾ die Formel:

$$\overline{(\Delta W_\nu)^2} = \overline{W}_\nu h\nu + \frac{(\overline{W}_\nu)^2 c^3}{8\pi\nu^2 d\nu V}. \quad (2)$$

Führen wir für \overline{W}_ν den Wert aus Gleichung (1) ein, so entsteht

$$\begin{aligned} \overline{(\Delta W_\nu)^2} &= \overline{W}_\nu h\nu \frac{\exp(h\nu/kT)}{\exp(h\nu/kT) - 1} \\ &= \overline{W}_\nu h\nu \cdot \mu, \end{aligned} \quad (3)$$

wo die Funktion μ von $x = h\nu/kT$ die Form

$$\mu = \frac{\exp(x)}{\exp(x) - 1} \quad (4)$$

hat. μ wird auch Entartungsfaktor genannt.

Zählt man die Anzahl Photonen mit der Energie zwischen $h\nu$ und $h(\nu + d\nu)$ in vielen gleichbeschaffenen Hohlräumen, oder in demselben Hohlraum in vielen beliebigen Zeitpunkten und bezeichnet die Anzahl mit n , so gilt für die mittlere quadratische Abweichung Δn :

$$\overline{(\Delta n)^2} = \mu \overline{n}, \quad (5)$$

wo μ auch gemäss Gleichung (4) definiert ist. Vgl. ⁶⁾ ⁷⁾ über Bose-Statistik.

Bei den Messungen der spontanen Photonenschwankungen werden nicht die Schwankungen der in einem Hohlraum befindlichen Zahl von Photonen bestimmt. Vielmehr handelt es sich um die Bestimmung der pro Zeiteinheit durch eine gegebene Fläche hindurchtretende Zahl von Photonen. Wenn wir den Mittelwert dieser Zahl n über viele gleiche Zeitintervalle oder über viele gleiche Flächen im gleichen Zeitintervall mit \overline{n} bezeichnen und die Schwankung mit Δn , so gilt wieder

$$\frac{\overline{(\Delta n)^2}}{\overline{n}} = \mu,$$

μ gemäss Gleichung (4). Für die mittlere pro Sekunde durch die relativ zu den Hohlraumdimensionen kleine Fläche A strömende mittlere Energie $\overline{W}_{\nu s}$ findet man

$$\overline{W}_{\nu s} = \overline{W}_\nu \frac{cA}{4V}. \quad (6)$$

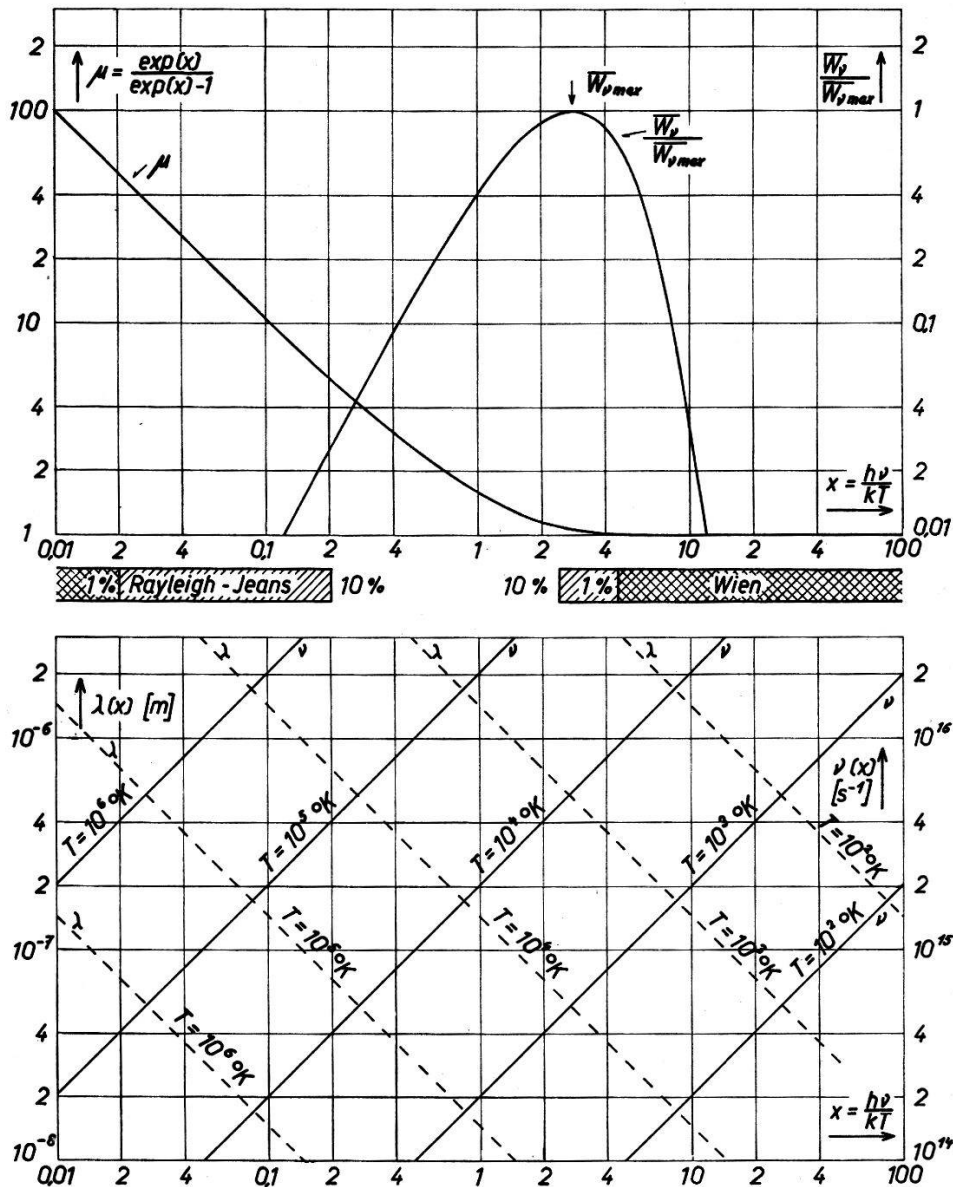


Fig. 1

- Oben: Relative spektrale Energieverteilung nach M. PLANCK und der die Schwankungen kennzeichnende Faktor μ als Funktion von $x = h\nu/k T$.
- Mitte: Die Gebiete, innerhalb welcher das Rayleigh-Jeanssche oder das Wiensche Strahlungsgesetz gültig sind mit einem maximalen Fehler von 10% bzw. 1%, sind schraffiert.
- Unten: Wellenlänge und Strahlungsfrequenz als Funktion von x bei verschiedenen Temperaturen als Parameter. Alle Zehnerpotenzen der Temperaturen sind um eins zu erhöhen.

2. Fourierzerlegung der spontanen Schwankungen

Der Photonenstrahl, welcher den Hohlraum verlassen hat, treffe auf die Oberfläche eines Detektors auf und werde dort absorbiert. Die absorbierte Energie lässt sich als Funktion der Zeit gemäss Fig. 2 darstellen. Diese Darstellung dient nur zum Zwecke der Fourierzerlegung und soll keine Aussagen über die Struktur eines Photons beinhalten.

Die momentane Leistung ergibt sich durch Differentiation der Energie nach der Zeit. Die Absorptionszeit für ein Photon sei mit τ bezeichnet. Wenn man den Begriff der Länge l eines Photons einführt, so ergibt sich:

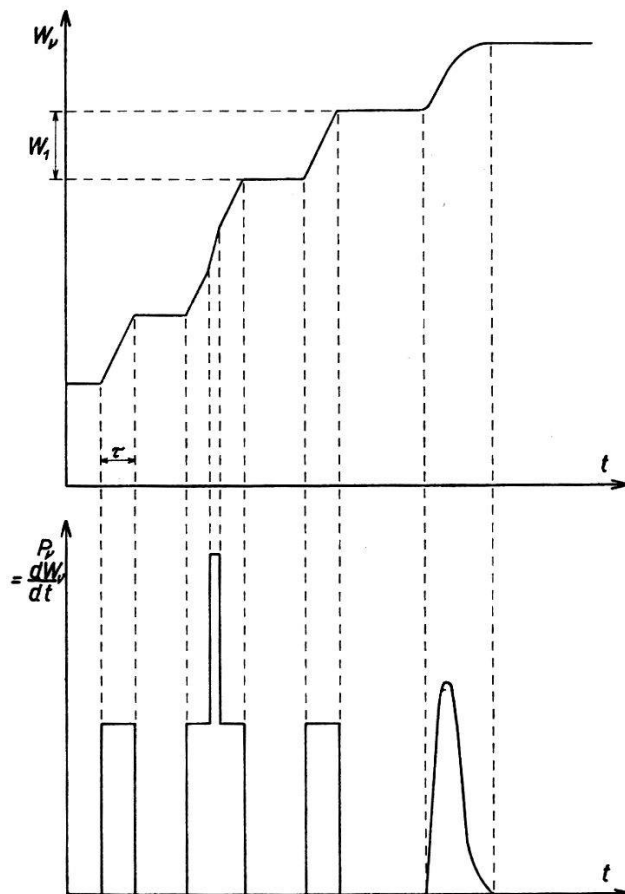


Fig. 2

Oben: Von einem Detektor mit der Temperatur 0 absorbierte Strahlungsenergie als Funktion der Zeit.

Unten: Momentane Leistung.

$\tau = l/c$. In den vier links dargestellten Absorptionsvorgängen ist Energie als gleichmässig über die Länge des Photons verteilt angenommen, in dem rechts gezeichneten Fall als willkürlich verteilt. Immer muss gelten

$$\int_t^{t+\tau} P dt = W_1 = h\nu, \quad (7)$$

wenn P die momentane Leistung, von dem Auftreffen eines Photons herrührend, ist.

Um die Fourierdarstellung der Funktion $P(t)$ zu gewinnen, geht man analog vor wie bei der Berechnung des Rauschstromes einer gesättigten Hochvakuumdiode; siehe W. SCHOTTKY⁸⁾ und ⁹⁾, ¹⁰⁾, ¹¹⁾. Zuerst berech-

net man die Fourierdarstellung der Funktion $P(t)$, welche das Auftreffen eines einzelnen Photons darstellt. Denkt man sich das Ereignis in Zeitintervallen T_0 wiederholt und macht man den Ansatz

$$P(t) = a_0 + \sum_k a_k \cos k \frac{2\pi}{T_0} t + \sum_k b_k \sin k \frac{2\pi}{T_0} t, \quad (8)$$

so bestimmen sich die Koeffizienten zu

$$a_k = \frac{2}{T_0} h\nu \cos \omega t_0, \quad \omega = k \frac{2\pi}{T_0} = 2\pi f, \quad (9)$$

und

$$b_k = \frac{2}{T_0} h\nu \sin \omega t_0, \quad (10)$$

wenn das Photon zur Zeit t_0 die Detektoroberfläche erreicht, und sofern $f \ll 1/\tau$.

Die Amplitude mit der Frequenz f beträgt somit

$$c_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2} = \frac{2}{T_0} h\nu. \quad (11)$$

Jeder Ordnungszahl k entspricht eine Frequenz $f = k/T_0$. Auf den Frequenzbereich Δf entfallen daher $\Delta f \cdot T_0$ aufeinanderfolgende k -Werte. Daher ergibt sich für die Summe der Amplitudenquadrate im Frequenzbereich Δf :

$$c_f^2 = \frac{4}{T_0} (h\nu)^2 \Delta f. \quad (12)$$

Unter der obigen Beschränkung in bezug auf f sind diese Amplituden von f unabhängig (weisses Spektrum). Das Quadrat des Effektivwertes der Leistung beim Auftreffen eines einzelnen Photons beträgt

$$\overline{p_1^2} = \frac{2}{T_0} (h\nu)^2 \Delta f. \quad (13)$$

Wenn man annimmt, dass die einzelnen Ereignisse voneinander unabhängig sind, d. h.

$$\mu = 1, \quad \text{bzw.} \quad (\Delta n)^2 = \bar{n},$$

wo n die Anzahl der im Zeitintervall T_0 auftreffenden Photonen ist, so wird das Quadrat des Effektivwertes der Leistung, welche durch das Auftreffen des gesamten Photonenstrahles entsteht, in folgender Weise durch Summation gebildet¹⁰⁾:

$$\overline{p^2} = \sum \overline{p_1^2} = \sum_n 2 \frac{(h\nu)^2}{T_0} \Delta f = \bar{n} \cdot 2 \frac{(h\nu)^2}{T_0} \Delta f. \quad (14)$$

Bei Einführen des Wertes \overline{P} für die mittlere Leistung

$$\overline{P} = \frac{\overline{n}}{T_0} \cdot h\nu \quad (15)$$

erhält man für den quadratischen Mittelwert der Schwankungsleistung im Frequenzintervall Δf (und solange $f \ll 1/\tau$):

$$\overline{p^2} = 2 h\nu \overline{P} \Delta f. \quad (16)$$

Dieses Leistungsquadrat ist proportional zum mittleren Schwankungsquadrat $(\overline{\Delta n})^2$. Wenn im allgemeinen Fall

$$(\overline{\Delta n})^2 = \mu \overline{n},$$

so muss demzufolge auch

$$\overline{p^2} = 2 h\nu \mu \overline{P} \Delta f \quad (17)$$

sein. Das mittlere Schwankungsleistungsquadrat im Strahlungsfrequenzband von ν_1 bis ν_2 erhält man durch Integration von Gleichung (17) über ν von ν_1 bis ν_2 .

3. Grenzfall nach Lord Rayleigh

Im Gebiet $x \ll 1$ geht das Plancksche Strahlungsgesetz in das Rayleighsche Gesetz über. Der Faktor μ wird gross gegen 1. In Gleichung (2) wird das zweite Glied, welches nach H. A. LORENTZ²⁾ die Interferenzerscheinungen der elektromagnetischen Wellen beschreibt, viel grösser als das erste Glied.

3.1. Tiefe und mittlere Temperaturen

Bei Temperaturen bis zu einigen 1000° K tritt dieser Grenzfall erst auf für Wellenlängen, die über dem sichtbaren Gebiet liegen. Siehe Fig. 1. Das Gebiet sehr grosser Wellenlängen (Radiowellen) ist der Messtechnik relativ leicht zugänglich bei Verwendung von Antennen und empfindlichen Anzeigeräten. Die Antenne selbst ist kein eigentlicher Strahlungsdetektor. Erst die Verbindung der Antenne mit einem (am besten quadratisch) gleichrichtenden Anzeigeinstrument ist ein Strahlungsdetektor.

Aus den Gleichungen (1), (3) und (6) und der Bedingung $x \ll 1$ lassen sich die Schwankungen $\Delta W_{\Delta\nu s}$ der von einer Umgebung mit der Temperatur T auf die Antennenfläche A im Strahlungsfrequenzintervall $\Delta\nu$ pro s auftreffenden Strahlungsenergie berechnen. Man erhält:

$$\overline{(\Delta W_{\Delta\nu s})^2} = \frac{2 \pi \nu^2 \Delta\nu}{c^2} (k T)^2 A. \quad (18)$$

Mit dem Ausdruck

$$A = \frac{\lambda^2}{2\pi} \quad (19)$$

für die äquivalente mittlere Empfangsfläche einer Antenne ¹²⁾¹³⁾¹⁴⁾, ergibt sich

$$\overline{(\Delta W_{\Delta\nu})^2} = k^2 T^2 \Delta\nu. \quad (20)$$

Nach ¹³⁾ tritt infolge dieser Schwankungsleistung eine normal verteilte Rauschspannung am Antennenausgang auf. Die verfügbare mittlere Rauschleistung am Antennenausgang kann aus Gleichung (20) berechnet werden:

$$\overline{P}_\nu = k T \Delta\nu. \quad (21)$$

Dasselbe Ergebnis erhält man auch ohne Verwendung des Schwankungsgesetzes durch Berechnung der mittleren Leistung, welche nach dem Rayleighschen Strahlungsgesetz der Antenne zugeführt wird ¹⁵⁾¹⁶⁾. Gleichung (21) sagt aus, dass die Antenne gleich rauscht, wie wenn ihr Strahlungswiderstand ein ohmscher Widerstand wäre, welcher die Temperatur der Umgebung aufweist. Da $\overline{P}_\nu \sim T$ ist, lassen sich auf diese Weise Temperaturmessungen durchführen (Radioteleskope).

3.2. Hohe Temperaturen

Bei sehr hohen Temperaturen tritt der Grenzfall, wo $x \ll 1$, schon im Gebiet der sichtbaren Strahlung auf. Siehe Fig. 1.

Im folgenden wird gezeigt werden, wie im sichtbaren und im nahen infraroten Gebiet die Strahlungsschwankungen gemessen werden können mit eigentlichen Photonenempfängern. Durch Messung von $\overline{p^2}$ und \overline{P} kann dann nach Gleichung (17) leicht der Faktor μ bestimmt werden. Weil unter der Bedingung, dass $x \ll 1$, μ eine Funktion der Temperatur ist ($\mu \approx kT/h\nu$), so muss sich durch Messung von μ die Temperatur der Strahlungsquelle bestimmen lassen. Voraussetzung dafür ist, dass die Strahlungsquelle so stabil ist, dass die Schwankungen im Messfrequenzintervall Δf im wesentlichen die von A. EINSTEIN beschriebenen sind. Es ist denkbar, dass diese Messmethode bei Temperaturmessungen an heissen Plasmen wertvolle Dienste leistet. Das würde heissen, dass man die Temperatur eines Körpers definiert durch die Grösse der relativen Schwankungen der von demselben ausgesandten Strahlung.

Bei dem raschen Fortschritt im Bau von langwelligen Infrarot-Detektoren (Photonenempfänger) ist es nicht ausgeschlossen, diese Messmethode bald auch für Strahler mit Temperaturen bis etwa auf 10^3 °K hinunter anzuwenden.

4. Grenzfall der Photonenschwankungen

Wenn $x \gg 1$ ist, so geht das Plancksche Strahlungsgesetz in das Gesetz von W. Wien über. Bezüglich der Schwankungen gilt

$$\mu = 1$$

und damit
$$\overline{(\Delta W_\nu)^2} = h\nu \overline{W_\nu} \quad (22)$$

bzw.
$$\overline{(\Delta n)^2} = \bar{n}. \quad (23)$$

Nach A. EINSTEIN und H. A. LORENTZ ist die experimentelle Bestätigung dieses Grenzfalles, Gleichung (22), ein Beweis für die Quantenstruktur des Lichtes.

Aus Fig. 1 ist ersichtlich, dass im Gebiet der sichtbaren und kürzeren Wellen, die von einem Strahler mit einer Temperatur unter etwa 10^3 °K herrührt, die Bedingung $x \gg 1$ erfüllt ist. Dieser Grenzfall soll mit einem empfindlichen Detektor untersucht werden.

5. Theorie eines Photonenempfängers

5.1. Idealer Photonenempfänger

Um die spontanen Photonenschwankungen experimentell erfassen zu können, ist ein Strahlungsdetektor notwendig, bei welchem das Ausgangssignal (Anzeige) möglichst eng mit dem Eingangssignal (Photonenstrom) zusammenhängt. Es sind zwei geeignete Arten von Detektoren denkbar:

1. Der Detektor ist ein Leistungsdetektor, d. h. das Ausgangssignal ist proportional zur eingestrahnten Leistung. Damit können die in Gleichung (17) nach FOURIER dargestellten Leistungsschwankungen in einem Frequenzintervall Δf gemessen werden.

2. Der Detektor zählt die einfallenden Quanten. Macht man häufige Zählungen der in lauter gleichen Zeitintervallen auf den Detektor auftreffenden Quanten und bezeichnet den jeweiligen Wert mit n , so führt dies auf eine Kontrolle der Gleichung (5).

Diese beiden Detektorarten unterscheiden sich nicht wesentlich voneinander. Wenn man nur ein schmales Strahlungsfrequenzband $\Delta\nu$ im Vergleich zu ν betrachtet, so haben alle Photonen nahezu die gleiche Energie $h\nu$. Hier besteht der Unterschied nur in der Art der Auswertung des Ausgangssignals (Zählung der Ereignisse oder Messung einer Amplitude in einem Frequenzintervall Δf).

Wir beschränken uns hier auf die Darstellung eines Detektors der ersten Art. Wird der Anzeigewert mit I bezeichnet, so ist

$$I = a P. \quad (24)$$

Wir setzen voraus, dass a konstant ist, auch kurzzeitig. Ferner nehmen wir an, dass das Ausgangssignal des Detektors ein elektrischer Strom sei. Weil der elektrische Strom auch von diskreten Partikeln getragen wird, treffen wir die Annahme: Pro auftreffendes Photon soll sogleich ein Elektron das Anzeigeelement passieren. Bei einer festen Strahlungsfrequenz schreibt sich dann Gleichung (24) zu

$$I = P \cdot \frac{e}{h\nu}. \quad (25)$$

Hier ist e der Betrag der elektrischen Elementarladung ($1,6 \cdot 10^{-19}$ As). Aus Gleichung (17) und Gleichung (25) lässt sich eine Formel für das Rauschstromquadrat des trägheitslosen Detektors ableiten:

$$\frac{\overline{i^2}}{I} = 2 e \mu \Delta f. \quad (26)$$

Mit den Gleichungen (25) und (26) ist die Charakteristik des angenommenen idealen Photonendetektors bei der Frequenz ν gegeben.

5.2. Nichtidealer Photonenempfänger

Es dürfte nicht möglich sein, den beschriebenen idealen Detektor herzustellen, schon infolge von Reflexionen. Wir nehmen an, dass der an sich ideale Detektor eine Oberfläche aufweist, welche die auftreffende Strahlung teilweise reflektiert. Der Bruchteil α der Gesamtstrahlung P_0 werde dem idealen Detektor zugeführt und mit P_a (absorbierte Leistung) bezeichnet, der Teil $1 - \alpha$ werde an der Oberfläche reflektiert, mit P_r bezeichnet. α ist daher gleich dem Quantenwirkungsgrad, wenn wir denselben definieren als das Verhältnis der Anzahl der pro Zeiteinheit das Anzeigeelement passierenden Elektronen zur Anzahl der pro Zeiteinheit auf den Detektor auftreffenden Photonen. Die Oberfläche sei homogen, z. B. ein fehlerfreies Kristallgitter, so dass die Annahme gerechtfertigt ist, dass alle Photonen einer gegebenen Strahlungsfrequenz, die in einem gegebenen Winkel auftreffen, mit derselben Wahrscheinlichkeit absorbiert werden.

Damit sind gegeben: Die Schwankungen der auftreffenden Strahlung, der Reflexionsmechanismus und der ideale Detektor. Gesucht sind die Schwankungen der absorbierten Strahlung, bzw. die Schwankungen des Ausgangssignales. Das Problem ist analog dem Problem der Berechnung des Rauschstromes einer Mehrgitterröhre, wo aus dem gegebenen Rauschstrom der Kathode der Rauschstrom einer positiven Elektrode, auf welche der Anteil α des Kathodenstromes entfällt, berechnet werden kann^{11, S. 262}).

Die Statistik des gesuchten Vorganges lässt sich wie folgt darstellen:

In einem Gefäss befinden sich sehr viele rote und weisse Kugeln. Der Bruchteil α aller Kugeln sei rot, der Bruchteil $(1 - \alpha)$ sei weiss. Die Wahrscheinlichkeit, in einer Ziehung eine rote zu ziehen, ist daher gleich α (Bernoulli-Experiment). Wir ziehen nun in einem Zeitintervall T_0 jeweils n Kugeln; davon seien A rot und B weiss. Es ist $A + B = n$. Nach den Gesetzen der Binomialverteilung gilt für die Abweichung vom Mittelwert bei Mittelung über sehr viele Ziehungen

$$\overline{(A - \bar{A})^2} = \overline{(B - \bar{B})^2} = n \alpha (1 - \alpha). \quad (27)$$

Identifiziert man die absorbierten Photonen mit den roten Kugeln und die reflektierten mit den weissen, so erhält man für die Energieschwankungen im Zeitintervall T_0

$$\overline{\left(A \frac{h\nu}{T_0} - \bar{A} \frac{h\nu}{T_0}\right)^2} = \left(\frac{h\nu}{T_0}\right)^2 n \alpha (1 - \alpha) \quad (28)$$

Bezeichnet man mit P_0 die gesamte, mit P_a die absorbierte und mit P_r die reflektierte Leistung, so erhält man für die Leistungsschwankungen, wobei die auftreffende Energie im Zeitintervall T_0 zur Leistungsbestimmung gebraucht wird:

$$\overline{(P_a - \bar{P}_a)^2} = \left(\frac{h\nu}{T_0}\right)^2 n \alpha (1 - \alpha). \quad (29)$$

In der Fourierdarstellung hat man zu setzen (vgl. Abschnitt 2):

$$\frac{1}{T_0} = 2 \Delta f, \quad (30)$$

$$\overline{p_{av}^2} = \overline{(P_a - \bar{P}_a)^2}, \quad (31)$$

wo p_a der Effektivwert der Schwankungsleistung ist.

Mit
$$P_a = n \frac{h\nu}{T_0} \alpha = \alpha \bar{P}_0 \quad (32)$$

schreibt sich das Leistungsschwankungsquadrat $\overline{p_{av}^2}$ des absorbierten Photonenstrahles wie folgt:

$$\overline{p_{av}^2} = 2 h\nu \bar{P}_a (1 - \alpha) \Delta f. \quad (33)$$

Zu diesen von der Verteilungsstatistik herrührenden Schwankungen addieren sich die Schwankungen des ursprünglichen Photonenstrahles p_0 im Anteil α , nämlich:

$$\overline{p_{ao}^2} = \alpha^2 \cdot \overline{p_0^2} = \alpha^2 2 h\nu \mu \bar{P}_0 \Delta f \quad (34)$$

$$\overline{p_{ac}^2} = 2 h\nu \mu \bar{P}_a \alpha \Delta f \quad (35)$$

Die gesamte Schwankungsleistung des absorbierten Photonenstrahles erhält man durch Addition von $\overline{p_{av}^2}$, Gleichung (33) und $\overline{p_{ao}^2}$, Gleichung (35):

$$\overline{p_a^2} = 2 h \nu \overline{P_a} [1 + \alpha (\mu - 1)] \Delta f. \quad (36)$$

Bei Einführen eines Schwankungsfaktors γ für die absorbierte Strahlung, so dass

$$\overline{p_a^2} = 2 h \nu \gamma \overline{P_a} \Delta f, \quad (37)$$

beträgt

$$\gamma = 1 + \alpha (\mu - 1). \quad (38)$$

Weil der absorbierte Photonenstrahl im oben beschriebenen idealen Detektor in einen elektrischen Strom umgesetzt wird, so ist γ zugleich auch der Schwankungsfaktor des Photostromes, also

$$i^2 = 2 e I \gamma \Delta f. \quad (39)$$

In Fig. 3 ist γ als Funktion von μ und α dargestellt.

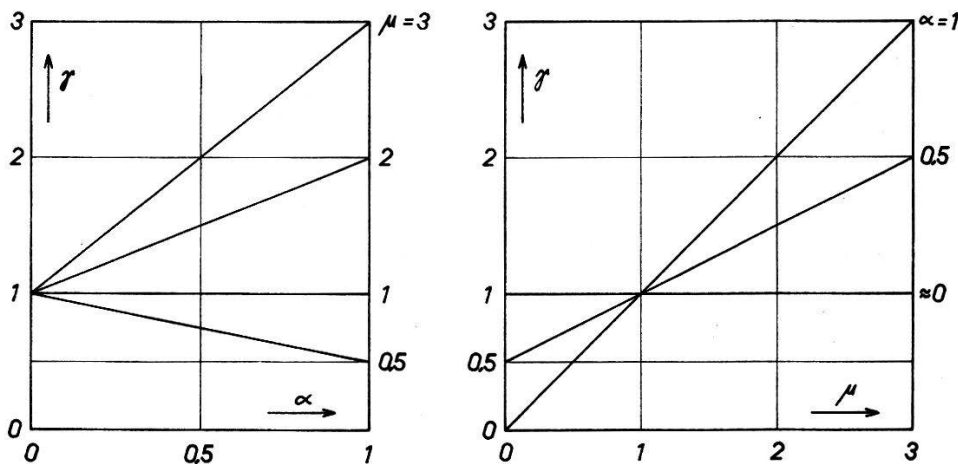


Fig. 3

Links: γ als Funktion von α ; μ Parameter
 Rechts: γ als Funktion von μ ; α Parameter

Aus dieser Darstellung ist unmittelbar ersichtlich, dass der Quantenwirkungsgrad α der Photodiode darüber entscheidet, wie genau man aus einem gemessenen Wert γ auf den Schwankungsfaktor μ der auftreffenden Strahlung schliessen kann.

Es kann nun sein, dass sich schon zwischen der Lampe und der Detektoroberfläche eine Schicht befindet, welche nur einen Teil der Strahlung passieren lässt. Ist diese Schicht sehr homogen, so dass auch hier die Annahme, dass jedes auftreffende Photon dieselbe Chance hat, durchgelassen zu werden, sinnvoll ist, so lässt sich das Problem gleich lösen wie

oben. Bezeichnet man die Transmissionswerte zweier aufeinanderfolgender Schichten mit α_1 und α_2 und den Quantenwirkungsgrad des beschriebenen Detektors mit α_3 , und beträgt der Schwankungsfaktor der ursprünglichen Strahlung μ , so beträgt der Schwankungsfaktor nach der ersten Schicht (α_1):

$$\mu' = 1 + \alpha_1 (\mu - 1), \quad (40)$$

nach der zweiten Schicht (α_2)

$$\mu'' = 1 + \alpha_2 (\mu' - 1), \quad (41)$$

und der Schwankungsfaktor des Detektor-Ausgangssignales

$$\gamma = 1 + \alpha_3 (\mu'' - 1) = 1 + \alpha_1 \cdot \alpha_2 \cdot \alpha_3 (\mu - 1). \quad (42)$$

Massgebend ist also der gesamte Wirkungsgrad, welcher sich zusammensetzt aus den Produkten der Wirkungsgrade sämtlicher Schichten zwischen Strahlungsquelle und idealem Quantendetektor. Es ist praktisch, alle Verluste beim Auslösen von Ladungsträgern im Detektor durch die vom Strahler emittierten Quanten zusammenzufassen, indem man alle α -Werte multipliziert:

$$\alpha = \alpha_1 \cdot \alpha_2 \cdot \dots \cdot \alpha_n. \quad (43)$$

5.3. Photonenempfänger mit variablen Verlusten

Obige Betrachtungen gelten in einem schmalen Frequenzbereich $\Delta\nu$, so dass man ν als konstant betrachten kann, und für einen konstanten Wert α . Vergrössert man die Bandbreite $\Delta\nu$, so muss man im allgemeinen die Abhängigkeit der Grösse α von ν berücksichtigen.

Gegeben sei eine Quelle, welche in Richtung des Photodetektors die spezifische Leistung im Frequenzintervall $d\nu$

$$\overline{P}(\nu)$$

emittiert. Der Schwankungsfaktor der Strahlung betrage

$$\mu(\nu),$$

der gesamte Wirkungsgrad gemäss Gleichung (43) betrage

$$\alpha(\nu).$$

Es ist günstig, die Spektralabhängigkeit von $\overline{P}(\nu)$ durch die relative Funktion $\varphi(\nu)$ auszudrücken, welche die spezifische Anzahl Quanten n pro s bei der Frequenz ν darstellt, indem man setzt:

$$n(\nu) = n_0 \varphi(\nu) \quad (44)$$

Mittels der Funktion $\varphi(\nu)$ kann dann $P(\nu)$ geschrieben werden als

$$P(\nu) = \nu \cdot \varphi(\nu) \cdot B. \quad (45)$$

Von diesen Werten ausgehend erhält man für das spezifische mittlere Rauschstromquadrat am Detektorausgang gemäss Gleichung (38) und (39)

$$\overline{[i(\nu)]^2} = 2 e I(\nu) [1 + \alpha(\nu) (\mu(\nu) - 1)] \Delta f, \quad (46)$$

wobei

$$I(\nu) = \bar{P}(\nu) \cdot \frac{e}{h\nu} \alpha(\nu) = B \frac{e}{h} \cdot \varphi(\nu) \cdot \alpha(\nu). \quad (47)$$

Das gesamte Rauschstromquadrat beträgt

$$\begin{aligned} \overline{i^2} &= \int_0^\infty \overline{[i(\nu)]^2} d\nu = \\ &= 2 e B \frac{e}{h} \Delta f \int_0^\infty \varphi(\nu) \alpha(\nu) [1 + \alpha(\nu) (\mu(\nu) - 1)] d\nu. \end{aligned} \quad (48)$$

Der gesamte mittlere Ausgangsrauschstrom beträgt

$$I = \int_0^\infty I(\nu) d\nu = B \frac{e}{h} \int_0^\infty \varphi(\nu) \alpha(\nu) d\nu. \quad (49)$$

Aus den Gleichungen (48) und (49) ergibt sich

$$\overline{i^2} = 2 e I \Delta f \cdot \left[1 + \frac{\int_0^\infty \alpha(\nu)^2 \varphi(\nu) [\mu(\nu) - 1] d\nu}{\int_0^\infty \alpha(\nu) \varphi(\nu) d\nu} \right]. \quad (50)$$

Wenn man den Ausdruck in der eckigen Klammer wiederum als γ bezeichnet, und wenn man $\mu(\nu)$ als Konstante betrachten kann, (immer im Fall $h\nu/kT \gg 1$), so wird der Ausdruck für γ :

$$\gamma = 1 + \frac{\int_0^\infty \alpha^2(\nu) \varphi(\nu) d\nu}{\int_0^\infty \alpha(\nu) \varphi(\nu) d\nu} (\mu - 1). \quad (51)$$

Die Normierung der Funktion $\varphi(\nu)$, welche den relativen Verlauf der Quantenemissionsfunktion über ν gibt, kann beliebig sein.

Der Vergleich mit Gleichung (38) zeigt, dass an der Stelle von α ein Integralausdruck steht. Indem man

$$\alpha^* = \frac{\int_0^\infty \alpha^2(\nu) \varphi(\nu) d\nu}{\int_0^\infty \alpha(\nu) \varphi(\nu) d\nu} \quad (52)$$

setzt, erhält man statt Gleichung (38) den Ausdruck

$$\gamma = 1 + \overline{\alpha^*} (\mu - 1). \quad (53)$$

Wenn α sowohl von der Frequenz ν als auch vom Ort der Detektoroberfläche a abhängig ist, und auch die auftreffende Strahlungsleistung sowohl frequenzabhängig ist als auch örtlich verschieden über die einzelnen Flächenelemente, und wenn man diese Funktionen wie folgt ansetzt:

$$\alpha(\nu, a), \quad \varphi(\nu, a),$$

und wenn A die Summe aller Flächenelemente da ist, so schreibt sich der Ausdruck für $\overline{\alpha^*}$ zu:

$$\overline{\alpha^*} = \frac{\int_0^\infty \int_0^A \alpha^2(\nu, a) \varphi(\nu, a) d\nu da}{\int_0^\infty \int_0^A \alpha(\nu, a) \varphi(\nu, a) d\nu da} \quad (54)$$

$\overline{\alpha^*}$ lässt sich interpretieren als der gewogene Mittelwert von α . Die einzelnen α -Werte werden bewertet mit dem Stromanteil, welcher von dem zugehörigen Teildetektor ($d\nu da$) herrührt. Ausführlicheres darüber siehe 17).

6. Möglichkeit der experimentellen Bestätigung

Wenn der oben beschriebene Photonenempfänger realisiert werden kann und die angestellten statistischen Betrachtungen über die Photonenabsorption der Wirklichkeit entsprechen, so ist damit der Zusammenhang zwischen den Schwankungen des Ausgangssignales, durch die Grösse γ beschrieben, und den Schwankungen des auftreffenden Photonenstrahles, durch die Grösse μ beschrieben, festgelegt. Das heisst, dass sich aus der messbaren Grösse γ die Grösse μ bestimmen lässt. Der Fehler von μ bestimmt sich aus dem Messfehler $\Delta\gamma$ gemäss Gleichung (38) wie folgt:

$$\Delta\mu = \frac{1}{\alpha} \Delta\gamma. \quad (55)$$

Entscheidend für die Messgenauigkeit ist der Wert von α , wie auch aus Abbildung 3 ersichtlich ist.

Die mittels der Funktion $\gamma(\mu)$ beschriebene Korrelation zwischen den Schwankungen der Strahlung und den Schwankungen des Ausgangssignales kann auf folgende Weise überprüft werden:

1. Man eliminiert die durch die Natur des Detektors bedingten Eigenschwankungen möglichst gut durch Auswahl eines geeigneten Detektors. Sein Dunkelsignal soll klein sein, und die vom Dunkelsignal herrührenden Schwankungen sollen von den gesamten Schwankungen separiert werden

können. Ferner soll das Ausgangssignal im Detektor keine zusätzlichen Schwankungen bewirken (z. B. Funkelrauschen in einem Halbleiterdetektor).

2. Man misst den Frequenzgang des Detektors. Die über den idealen Detektor getroffenen Annahmen sind nur berechtigt, wenn ein auftretender Photonenimpuls einen unverformten Ausgangsimpuls bewirkt. Wenn man sowohl das Eingangs- wie das Ausgangssignal nach FOURIER zerlegt, so heisst das, dass der Detektor in einem grossen Frequenzbereich frequenzunabhängig in bezug auf Betrag und Phase des Übertragungsmasses arbeiten muss. Wenn man die Schwankungen nur in einem Frequenzintervall $f, f + \Delta f$ betrachtet, so genügt die Bedingung, dass sich der Detektor in diesem Frequenzgebiet noch nicht unterscheidet von seinem Verhalten bei der Frequenz $f = 0$.

3. Die Kontrollen unter 1. und 2. genügen, um das Rauschverhalten des idealen Detektors abzuklären. Um den Einfluss der Verluste ($\alpha < 1$) experimentell zu erfassen, kann man wie folgt vorgehen: Man moduliert den Photonenstrahl mit einem Rauschsignal. Dadurch werden die von der Strahlungsquelle herrührenden Schwankungen, durch μ_0 beschrieben, vergrössert. Der von dem aufmodulierten Rauschsignal herrührende Schwankungsfaktor sei μ_m . Somit beträgt $\mu = \mu_0 + \mu_m$ und kann beliebig vergrössert werden. Indem man die zugehörigen Werte γ misst, lässt sich die Funktion $\gamma(\mu)$ auf experimentelle Art bestimmen. Wenn diese Funktion gegeben ist, kann man durch Messung von $\gamma(\mu)$ an der Stelle $\mu_m = 0$ auf den Wert μ_0 schliessen.

Die obigen Arbeiten wurden durch mehrere Kredite des Schweizerischen Nationalfonds für wissenschaftliche Forschung ermöglicht. Hierfür sprechen die Autoren ihren besten Dank aus.

Literaturverzeichnis

- 1) EINSTEIN, A., Vortrag am Congrès Solvay, 1912.
- 2) LORENTZ, H. A., Les théories statistiques en thermodynamique (Vorträge gehalten 1912). Teubner, Leipzig 1916.
- 3) EINSTEIN, A., Quantentheorie des einatomigen idealen Gases. Sitzungsberichte der Berliner Akademie, 1925, S. 3–14.
- 4) BORN, M., HEISENBERG, W. und JORDAN, P., Zur Quantenmechanik. Z. Physik, Bd. 35, 1926, S. 557–615.
- 5) BOTHE, W., Zur Statistik der Hohlraumstrahlung. Z. Physik, Bd. 41, 1927, S. 345–351.
- 6) LEWIS, W. B., Fluctuations in streams of thermal radiation. Proc. Phys. Soc., Vol. 59, p. 34–40, 1947.
- 7) ZEISE, H., Thermodynamik, 1. Bd., Hirzel, Leipzig 1944.
- 8) SCHOTTKY, W., Zur Berechnung und Beurteilung des Schroteffektes. Ann. Phys. Bd. 68, 1932, S. 157–176.
- 9) RICE, S. O., Mathematical analysis of random noise. Bell syst. techn. journ., Vol. 23, 1944, p. 282–332.

- ¹⁰⁾ ROTHE, H. und KLEEN, W., Elektronenröhren als Anfangsstufen-Verstärker. Akad. Verlagsgesellschaft, Leipzig 1948.
- ¹¹⁾ STRUTT, M. J. O., Elektronenröhren. Springer, Berlin 1957.
- ¹²⁾ JONES, R. C., Performance of visible and infrared detectors. *Advances in Electronics*, Vol. 5, 1953, p. 1–96, Acad. Press, New York.
- ¹³⁾ FELLGETT, P. B., On the ultimate sensitivity and practical performance of radiation detectors. *Journ. opt. soc. America*, Vol. 39, 1949, p. 970–976.
- ¹⁴⁾ SLATER, J. C., *Microwave Transmission*. Mc. Graw-Hill, New York, 1942, p. 264.
- ¹⁵⁾ LEHMANN, G., Etude de l'équilibre thermodynamique des antennes de T. S. F. *Annales des Télécommunications*, Vol. 7, 1946, p. 91–98.
- ¹⁶⁾ STRUTT, M. J. O., *Ultra- and extreme-short wave reception*. D. Van Nostrand Co., New York 1947.
- ¹⁷⁾ SPESCHA, G. A., *Experimentelle Untersuchungen über spontane Photonen-schwankungen*. Diss. ETH, 1959, Nr. 2952.