Photoerzeugung von Mesonen in Atomkernen

Autor(en): **Thirring, Walter**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Helvetica Physica Acta**

Band (Jahr): **26 (1953)**

Heft V

PDF erstellt am: **24.04.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-112424

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

Photoerzeugung von Mesonen in Atomkernen

von **Walter Thirring**, Physikalisches Institut, Universität Bern.

(26. III. 1953.)

Zusammenfassung. Es wird ohne Heranziehung einer Mesontheorie, nur unter Verwendung der empirischen Daten über Photoerzeugung von Mesonen am einzelnen Nukleon und über die Absorption von Mesonen in Kernen, die Photoerzeugung von Mesonen in Kernen studiert. Das bisherige experimentelle Material lässt sich unter Annahme einer Gausschen Impulsverteilung der Nukleonen im Kern befriedigend erklären.

Einleitung.

Bei allen Theorien der Mesonerzeugung in Kernen (Ma 52) durch Nukleonenstoss wird angenommen, dass die Mesonen durch den Zusammenstoss zweier Nukleonen erzeugt werden. So sehr auch die Meinungen über plurale und multiple Erzeugung von Mesonen auseinandergehen, so sind sich doch alle Parteien darüber einig, dass man die gleichzeitige Wechselwirkung eines Nukleons mit mehr als einem Nukleon in einem Elementarakt vernachlässigen kann. Das Ziel dieser und einer folgenden Arbeit ist es, diesen Punkt an Hand des empirischen Materials über künstliche Mesonen zu untersuchen. A priori scheint es keinen triftigen Grund zu geben, die gleichzeitige Wechselwirkung mehrerer Teilchen auszuschliessen, zumal im Atomkern der Abstand der Nukleonen von derselben Grösse wie die Reichweite ihrer Wechselwirkung ist. Auch wird die starke Kopplung zwischen Meson-Nukleon und vielleicht Meson-Meson die Mesonfelder der einzelnen Nukleonen zu einem gemeinsamen Mesonbrei verschmelzen. Nimmt man als anschauliches Bild für die Mesonerzeugung durch Nukleonenstoss an, dass das einfallende Nukleon ein Stück des Mesonfeldes herausschlägt, das dann als Teilchen weiterfliegt, dann ist es in Atomkernen sicher schwer, die Mesonerzeugung in einzelne Nukleonzusammenstösse zu zerlegen. So wie sich in einem Froschlaich kaum entscheiden lässt, zu welchem der winzigen Eier ein bestimmtes Stück Gallerte gehört, so wird bei einer Wechselwirkung eines Nukleons mit dem Mesonfeld des Kerns sich schwer entscheiden lassen, mit welchem der Nukleonen es gerade in Wechselwirkung tritt.

Die bisherigen Daten, die aus dem Verhalten der Kerne bei Energien von der Grössenordnung der Bindungsenergie eines Nu-

kleons gewonnen sind, geben noch keine zwingende Evidenz für die Existenz von Mehrkörperkräften. Frühere Rechnungen über die Grundzustände von H^3, He^3 und He^4 unter alleiniger Verwendung von Zweikörper-Zentralkräften, deren Stärke durch Streudaten adjustiert wurde, hatten viel zu hohe Bindungsenergie (Bl 52) gegeben, scheinen also abstossende Kräfte zwischen drei Nukleonen, d. h. Mehrkörperkräfte zu fordern. Neuere Rechnungen (Ir 52, Pe 52) unter Einbeziehung von Tensorkräften haben aber dieses Argument zugunsten von Mehrkörperkräften wieder abgeschwächt. Auch wurde versucht, die Berechtigung des Schalenmodells durch nichtlineare Effekte zu erklären (Sc 51, Th 52), doch auch diese Evidenz ist nicht konklusiv (We 52). Doch würde auch das Fehlen von Mehrkörperkräften bei niederen Energien das Auftreten solcher bei höheren Energien nicht ausschliessen, da die Stärke der Wechselwirkung Meson-Nukleon mit der Energie anwächst. Für das Auftreten von Mehrkörperkräften bei höheren Energien liegen einige Anhaltspunkte vor. Sorgfältige Untersuchungen von σ-Sternen (Me 1950 und Al 1952) zeigen, dass es bei der Absorption von π-Mesonen in Kernen auch gelegentlich vorkommt, dass die Energie des Mesons zunächst nicht nur auf zwei, sondern in manchen Fällen auch auf drei und vier Nukleonen übertragen werden kann. Es scheint also der primäre Absorptionsakt durch das Zusammenwirken mehrerer Nukleonen zustande zu kommen. Auch kommt es bei hochenergetischen Kernreaktionen manchmal vor, dass leichtere Kerne mit einer kinetischen Energie weit grösser als ihre Bindungsenergie aus dem Kern geschleudert werden (Sö 1951, Ka 1952). Dies scheint zu zeigen, dass auch grosse Beträge von Energie und Impuls auf mehrere Nukleonen gleichzeitig übertragen werden können. Durch die Experimente mit künstlichen Mesonen liegen zahlreiche Daten über die Produktion durch Zusammenstoss zweier Nukleonen sowie durch Zusammenstoss eines Nukleons oder eines α-Teilchens mit einem Kern vor. Es scheint berechtigt zu fragen, ob sich letztere Erzeugungsprozesse allein durch die Annahme erklären lassen, dass Mesonen beim Zusammenstoss zweier Nukleonen erzeugt werden, oder ob hier das Zusammenwirken mehrerer Nukleonen im Spiel ist. Zunächst erscheint es, als ob letzteres bei der Erzeugung von Mesonen durch α-Teilchen an Kernen tatsächlich der Fall ist, denn α-Teilchen von nur 300 MeV sind schon imstande, Mesonen zu erzeugen (La 1949, Ba 1949, Pe 1949, Jo 1951). Dann ist jedoch die Energie pro Nukleon nur 75 MeV, während die Mindestenergie für Mesonerzeugung beim Zusammenstoss zweier Nukleonen die doppelte Ruhenergie des Mesons, also 280 MeV ist, da die Hälfte der Energie im Laborsystem für die kinetische Energie

im Endzustand verwendet werden muss. McMillan und Teller (Mc 1947) haben dieses Paradoxon durch eine Mitwirkung des Impulses der Nukleonen im Ruhsystem des Kern- bzw. α-Teilchens an der Mesonerzeugung gedeutet. Durch die innere Bewegung der Nukleonen im Kern und im α-Teilchen wird bei geeigneter Impulsrichtung der Stosspartner auf sie soviel Energie konzentriert, dadurch dass sie sich in der Bewegungsrichtung des α-Teilchens bewegen, dass dennoch bei α-Teilchen von 300 MeV durch das Zusammentreffen von nur zwei Nukleonen Mesonen erzeugt werden können, ohne dass sie dadurch Energie und Impulserhaltung verletzen. Um diesen Effekt richtig abschätzen zu können, ist die Kenntnis der Impulsverteilung der Nukleonen im Kern nötig. Über diese wird man durch andere hochenergetische Kernreaktionen Auskunft zu erhalten suchen, da nur bei solchen die hier interessierenden hohen Impulse wesentlich ins Spiel kommen. Für diesen Zweck bietet sich die Photoerzeugung von Mesonen in Kernen als das geeignete Hilfsmittel dar (La 1951). So wie man durch Linienbreite bei der Streuung von Röntgenstrahlung direkte Auskunft über die Impulsverteilung der Elektronen in Atomen und Molekülen des Gitters erhält, so ist zur Analyse der Impulsverteilung gebundener Nukleonen die Photoerzeugung von Mesonen als der dominante Photoprozess in Kernen bei hohen Energien das gegebene Verfahren. Hier liegen die Verhältnisse besonders einfach, da die Kleinheit der Feinstrukturkonstanten sichert, dass der Erzeugungsprozess tatsächlich am einzelnen Nukleon stattfinden und so der Erzeugungsquerschnitt direkt mit dem Erzeugungsquerschnitt am freien Nukleon verglichen werden kann. Auch ist der Querschnitt für diesen Prozess so klein (10^{-28} cm^2), (Bi 1950, Pe 1950, Pe 1951, Bi 1950, Pa 1950, Sc 1952, Bi 1952, Ja 1952), dass der Photonstrahl beim Durchgang auch durch einen schweren Kern nicht wesentlich geschwächt wird, so dass man komplizierten Schatteneffekten nicht Rechnung zu tragen braucht.

Ein weiterer Effekt, der durch die Photoerzeugung von Mesonen bestätigt wird, ist die Reabsorption des Mesons im selben Kern (Br 1951). Eine Kenntnis davon ist auch nötig, will man die Erzeugung von Mesonen durch He auf C dem Querschnitt der Mesonerzeugung durch einzelne Nukleonen gegenüberstellen. Über diesen Effekt liegen direkte Messungen von Absorptionsquerschnitten von Mesonen in verschiedenen Elementen vor (Ch 1951, Be 1951a, Be 1951, Ma 1952b, Sh 1951, By 1952), und es wird sich zeigen, dass die durch die Photoerzeugung gelieferten Daten im Einklang mit den direkten Messungen stehen.

*

Die bisherigen theoretischen Arbeiten in dieser Richtung (Ha 1948, Fu 1950[a], Ma 1951, Se 1950) hatten noch nicht genügend experimentelles Material um einen hinreichend detaillierten Vergleich mit der Theorie zu ermöglichen. In einer noch nicht veröffentlichten Arbeit von HAYAHAWA (Ma 1952)[a] sollen mit einer Fermi-Verteilung die experimentellen Daten ebenfalls befriedigend erklärt werden können. Man weiss jedoch aus anderen Experimenten (Ch 1950), dass bei hohen Energien Abweichungen von der Fermi-Verteilung zu bemerken sind.

Als erster Schritt wird also in dieser Arbeit versucht, aus den Daten über Photoerzeugung Aussagen über die Impulsverteilung der Nukleonen zu gewinnen. Es wird sich zeigen, dass sich das empirische Material durch eine Gaussche Impulsverteilung mit $dN = e^{-p^2/\alpha^2} p^2 dp$, $\alpha^2/2\,M \sim 16{,}5$ MeV wiedergeben lässt. Natürlich ist das bisherige Material nicht reichhaltig genug, um diese Form beliebig scharf festzulegen, aber es lässt sich eine beträchtliche Anzahl von experimentellen Werten auf diese Weise erklären, so dass das Modell nicht sehr weit von der Wirklichkeit entfernt sein dürfte.

2. Erzeugung von Mesonen am freien Nukleon.

Während alle Versuche, Mesonprozesse am einzelnen Nukleon durch die üblichen Mesontheorien, unter Annahme schwacher Kopplung, zu berechnen, fehlgeschlagen haben (vgl. Ma 1952a oder Lü 1952), können mehr phänomenologische Ansätze gewisse Erfolge buchen. Der Grund hierfür liegt darin, dass die Theorie des erstgenannten Typus der Strahlungstheorie nachgebildet ist und Mesonprozesse wegen der starken Kopplung Meson-Nukleon nur eine geringe Ähnlichkeit mit den entsprechenden quantenelektrodynamischen Phänomenen aufweisen. Vielmehr sind Mesonprozesse eher mit dem Begriffsystem der Kernphysik zu analysieren, teils, da man auch hier Systeme mit starken Wechselwirkungen vor sich hat, teils, da wegen der kurzen Reichweite der Wechselwirkung auch hier bei mässigen Energien nur Partialwellen kleinen Drehimpulses eine Rolle spielen (Na 1950). Ferner wurde die Ladungsunabhängigkeit bei π-Mesonreaktionen auf eindrückliche Weise durch die Gleichheit (Hi) der Winkelverteilung der Reaktionen $P + P \to D + \pi^+$ und $N + P \to \mathrm{D} + \pi^0$ erwiesen, so dass jetzt zur Analyse von Mesonreaktionen eine neue gute Quantenzahl, der Isotopenspin, zur Verfügung steht (Wa 1952, Ga 1952, Lü 1952[a], Me 1952, Ru 1952). Auch hat sich herausgestellt, dass bei einer Relativ-Energie zwischen Meson und Nukleon von 180 MeV eine besonders

starke Wechselwirkung eintritt, die sich als Resonanz mit einem angeregten Nukleonzustand interpretieren lässt (Br 1952a). Die Winkelverteilung und das Verhältnis der Querschnitte verschiedener Reaktionen lässt darauf schliessen, dass diesem Zustand Drehimpuls 3/2 (Fe 1953) und Isotopenspin 3/2 zuzuschreiben ist. Dieser Zustand scheint für das Ansteigen aller Querschnitte von Reaktionen verantwortlich zu sein, bei denen zwischen Mesonen-Photonen oder Nukleonen Energien bis 350 MeV umgesetzt werden. Die Messung des Querschnitts für Photoerzeugung bis zu Energien von

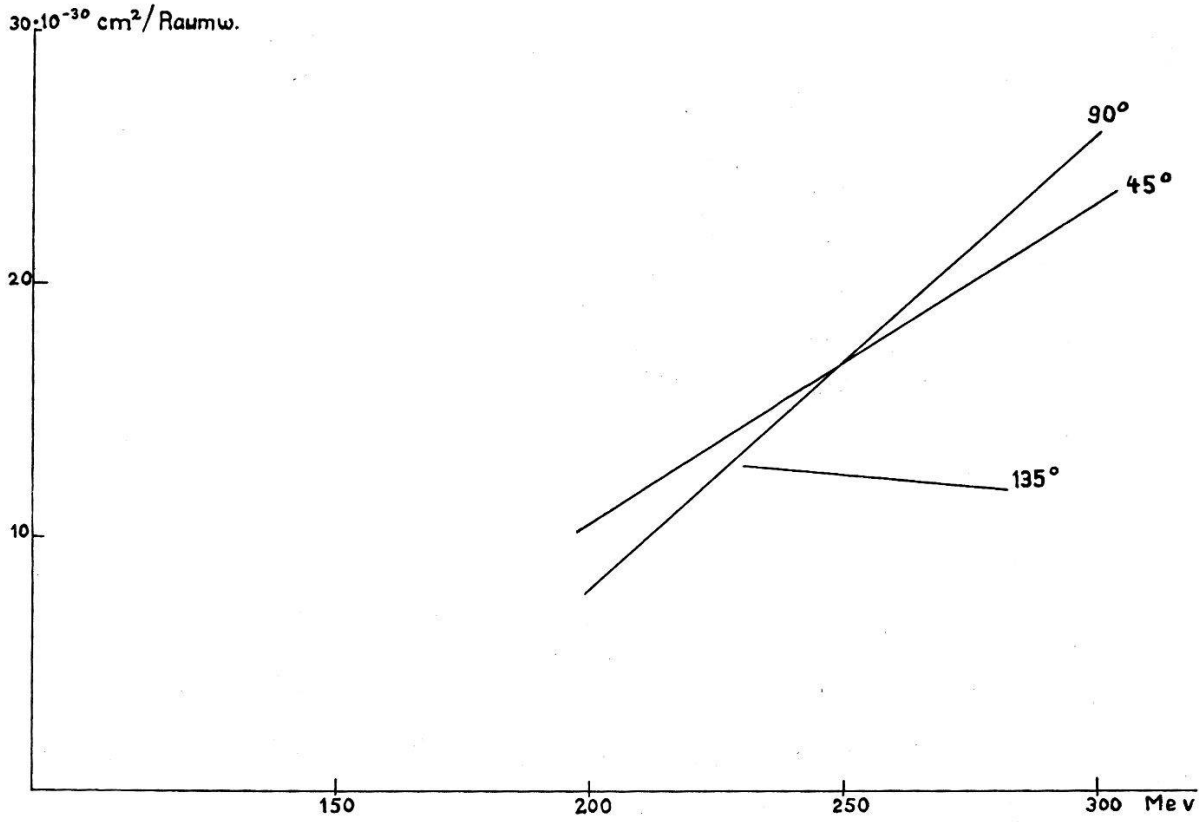

Fig. 1.

Energieabhängigkeit bei verschiedenen Winkeln (nach Ja 1952).

450 MeV zeigt (G, priv.), dass der Querschnitt nachher tatsächlich wieder abnimmt und es sich um eine Art Resonanzmaximum handelt. Für unsere Zwecke ist es jedoch unnötig, auf den Mechanismus der Photoerzeugung von Mesonen genauer einzugehen, da wir ja nur den experimentell bestimmten Querschnitt mit dem Querschnitt desselben Prozesses in Kernen vergleichen wollen. Wir wollen daher im weiteren die experimentellen Ergebnisse anführen und versuchen, sie auf möglichst einfache Art mathematisch darzustellen.

Anbei bringen wir die Daten über Energie und Winkelabhängigkeit der π^+-Erzeugung an Wasserstoff.

Die Winkelverteilung nimmt für kleine Energien nur nach vorne ab, während bei höheren Energien das vom angeregten Zustand des Nukleons stammende seitliche Maximum durchdringt. Die Energieabhängigkeit zeigt für seitliche Richtungen einen linearen Anstieg mit der Energiedifferenz zwischen Photon und Schwellenenergie.

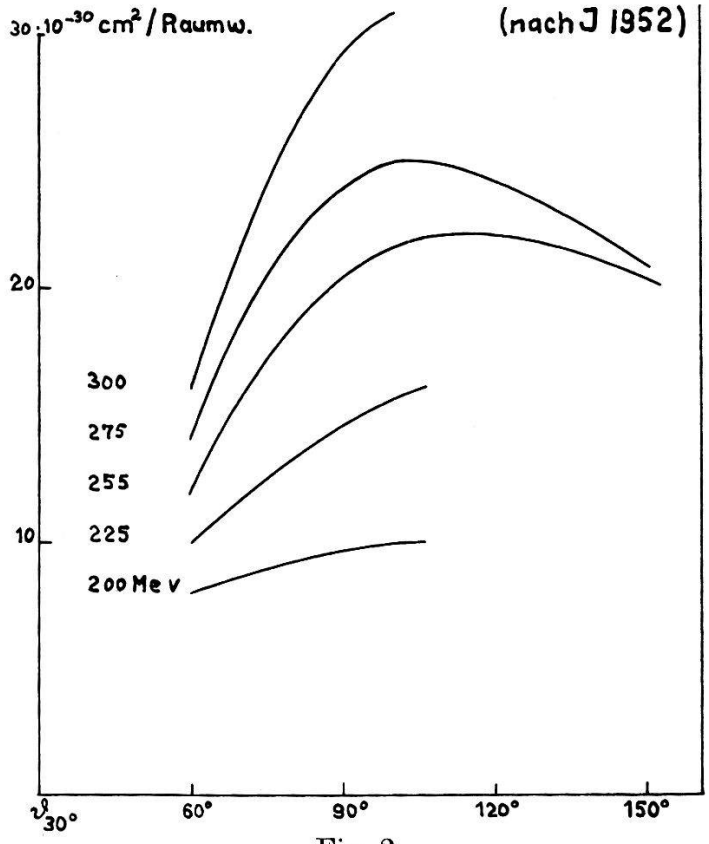

Fig. 2.
Winkelverteilung bei verschiedenen Energien (nach Ja 1952).

In den folgenden Rechnungen verwenden wir die Bezeichnungen:

$\hbar = c =$ Mesonmasse $= 1$
$\nu =$ Energie und Impuls des Photons
$\mu_0, \mu =$ Energie und Impuls des Mesons
$n =$ Impuls des Rückstossnukleons
$M =$ Masse des Nukleons $= 6.69$
$\vartheta =$ Winkel zwischen ν und μ
$E_0, E =$ Energie des Anfangs und Endzustandes
$d\Omega = 2\pi \sin\vartheta \, d\vartheta$.

Der Querschnitt für die Photoerzeugung von Mesonen am freien Nukleon wird von der allgemeinen Form

$$\sigma_{fr} = 2\pi \int \frac{d\mu}{(2\pi)^3} \frac{dn}{(2\pi)^3} |H^2| \cdot \delta(E - E_0) \tag{1}$$

sein, wobei H das Matrixelement für den Prozess ist. Es wird wegen Impulserhaltung von der Form

$$|H^2| = \delta(\nu - \mu - n) \, L^2(\nu, \mu, n) \cdot (2\pi)^3 \tag{2}$$

sein, Das Argument der δ-Funktion in (1), welches für Energieerhaltung sorgt, ist durch

$$(M^2 + n^2)^{\frac{1}{2}} + \mu_0 - \nu - M \tag{3}$$

gegeben. Bei den uns interessierenden Photonenergien (bis 300 MeV) kann man das Rückstossnukleon nicht relativistisch behandeln und $(M^2 + n^2)^{\frac{1}{2}} - M$ durch $n^2/2\,M$ ersetzen. Jedoch ist die Rückstossenergie keineswegs vernachlässigbar. Um den aus den Erhaltungssätzen für μ folgenden Wert bei festem ν und ϑ zu bestimmen, setzen wir (3) gleich Null und erhalten unter Vernachlässigung von Termen der Ordnung $1/M^2$

$$\mu = \frac{\nu^2 \cos\vartheta}{M\,(1+\nu/M)} + \frac{1}{M+\nu/M} \times$$

$$\times \left[\nu^2\left(1-\left(\frac{\nu}{M}\right)^2\right) - 1 - \frac{\nu}{M} + \cos^2\vartheta \cdot \left(\frac{\nu^2}{M}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}} + 0\,(1/M^2). \tag{4}$$

Ersetzt man in (2) L^2 durch den Normierungsfaktor der Mesonwelle $1/\mu_0$, dann erhalten wir folgende allein von den statistischen Faktoren kommende Winkelverteilung für die Mesonen:

$$\sigma_{\text{stat}} = (2\pi)^{-2} \int \frac{d\Omega\,\mu}{1 + \frac{\mu_0}{M}\left(1 - \frac{\nu}{\mu}\cos\vartheta\right)}$$

Dabei verwendet man

$$\delta\,(f(x)) = \sum_{x_0} \delta\,(x - x_0)\,|\,f'(x_0)\,|^{-1} \text{ mit } f(x_0) = 0.$$

Die Winkelverteilung zeigt eine starke Betonung der Vorwärtsrichtung, da der Impuls der Mesonen mit wachsendem ϑ abnimmt. Denn geht das Meson nach hinten, dann muss das Rückstossnukleon den Impuls von Photon und Meson aufnehmen und verzehrt einen beträchtlichen Teil der Photoenergie. Um dies zu veranschaulichen zeichnen wir in Figur 3 μ, μ_0 und σ_{stat} für $\nu = 1{,}82$ $(= 255$ MeV) als Funktion von ϑ. (Man beachte, dass für $M \to \infty$ die Winkelverteilung isotrop und das Impulsspektrum δ-artig wird.)

Der Anstieg von σ_{stat} mit der Energie geht mit $(\nu^2 - 1)^{\frac{1}{2}}$, steigt also über der Schwelle stärker mit ν als der experimentelle Querschnitt an. Der experimentelle Querschnitt lässt sich in den für uns wesentlichen Energiegebieten innerhalb von 10% Genauigkeit durch Annahme eines empirischen Gangs

$$L^2 = (2\pi)^2 \frac{g(\nu-1)^{3/2}}{\mu_0\,\mu(\mu+1)} \text{ mit } g = 6{,}3 \cdot 10^{-29}\,\text{cm}^2 \tag{5}$$

approximieren. Durch die Nenner von (5) erhält σ eine Winkelverteilung mit leichter Betonung seitlicher Richtungen und hat den experimentellen Anstieg mit ν. Das Verhalten für kleine ϑ wird

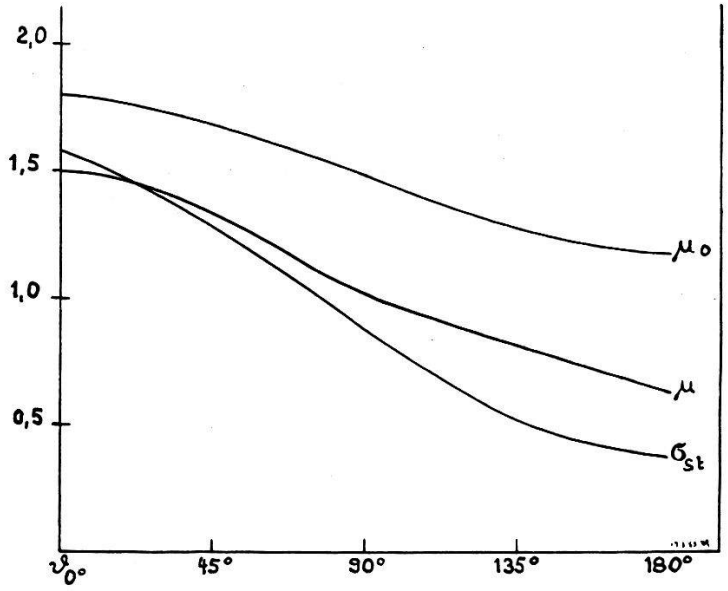

Fig. 3.
μ_0, μ, σ_{st} als Funktion von ϑ. $\nu = 1{,}82$ (255 MeV).

durch (5) nicht gut wiedergegeben, aber wegen des kleinen Raumwinkels fällt dies bei den kommenden Anwendungen, bei denen über ϑ integriert wird, nicht ins Gewicht.

3. Allgemeine Formeln für Photoerzeugung am gebundenen Nukleon.

Betrachtet man Mesonerzeugung im Kern, dann ist (1) zunächst über alle Endzustände ψ_f des Kerns zu summieren, da ja nur experimentelle Daten über die Richtung und Energie des Mesons vorliegen:

$$\sigma = (2\pi)^{-2} \int d\mu \sum_f |H^2| \, \delta(E - E_0) \,. \tag{6}$$

Wenn es sich etwa um die Erzeugung positiver Mesonen handelt, dann sind ferner die von allen Protonen im Kern ausgehenden Mesonamplituden zu summieren. H wird also von der Form

$$H = \left(\psi_f^* (x_1 \cdots x_A) \left| \sum_{r=1}^{A} T_r \right| \psi_i (x_1 \cdots x_A) \right) \tag{7}$$

sein. Hier sind die x_i die Koordinaten der A Nukleonen im Kern und T ein Operator der Gestalt (La 1951, Ch 1951 a):

$$T_r = e^{i x_r (\nu - \mu)} L \tau_r^+ \tag{8}$$

τ_r^+ ist ein Operator, der das $r$te Nukleon in ein Neutron überführt, wenn es ein Proton ist. Führen wir eine Fourierzerlegung von ψ_i hinsichtlich der $r$ten Koordinaten aus und fassen wir alle anderen Koordinaten mit der Bezeichnung λ_r zusammen, dann schreibt sich

$$H = \int dk\,(2\pi)^{-3/2} \sum_r \int dx\, \psi_f^*(x)\, e^{i x_r (k+\nu-\mu)}\, L\, \tau_r^+\, \Phi(\lambda_r, k) \tag{9}$$

mit

$$\psi_i(x) = (2\pi)^{-3/2} \int dk\, e^{i k x_r}\, \Phi_r(\lambda_r, k)\,.$$

Die Gestalt (9) von H legt die Vermutung nahe, dass nur solche Endzustände bei den betrachteten Photonenergien einen Beitrag geben, bei denen sich das $r$te Nukleon in einem freien Zustand befindet, also den Kernverband verlassen hat. Im Prinzip ist es auch möglich, dass das Nukleon nur in einen angeregten Zustand übergeht, aber wegen dem stark oszillierenden Exponentialfaktor in (9) werden diese Übergänge ausser bei kleinen Winkeln zu vernachlässigen sein. Wir setzen daher (Bu 1952)

$$\psi_f(x) = \sum_{a\, x_s} e^{i x_s n}\, \Phi_j(\lambda_s)\,. \tag{10}$$

Die Summe dient der Antisymmetrisierung von ψ_f. Die Energie des Endzustandes wird

$$E = E_\pi + (M^2 + n^2)^{\frac{1}{2}} - M + \varepsilon_f\,.$$

Wobei ε_f die Bindungsenergie des Restkerns ist. Die Summe über f in (6) wird in

$$\sum_{\Phi_j} (2\pi)^{-3} \int dn$$

übergehen, H schreibt sich jetzt in der Form

$$H = (2\pi)^{-3/2} \int dk \sum_r \sum_{a\, x_s} \int dx\, e^{i x_r (k+\nu-\mu) - i x_s n}\, \Phi_j^*(\lambda_s)\, L\, \tau_r^+\, \Phi(\lambda_r, k)\,.$$

Wegen des Exponentialfaktors werden die Terme der Summe mit $r \neq s$ zerstört werden, und es verbleibt:

$$H = (2\pi)^{3/2} \int dk\, \delta(k + \nu - \mu - n)\, L(\nu + k, \mu, n)\, C_j(k)$$

mit

$$C_j(k) = \sum_s \int d\lambda_s \Phi_j^*(\lambda_s)\, \tau_s^+\, \Phi(\lambda_s k)\,. \tag{11}$$

Dabei wurde angenommen, dass L von den Impulsvariablen in einer solchen Form abhängt, dass hier dasselbe L ins Spiel kommt wie das L in (2), nur mit den anderen Energien und Impulsen.

Die Approximation besteht darin, dass man den Kern als ein Ensemble freier Nukleonen betrachtet und man ihrer Bindung nur dadurch Rechnung trägt, dass man für ihre Energie- und Impulsverteilung ihre tatsächlichen Energien und Impulsverteilungen im Kern ansetzt. Diese Näherung (Impulsapproximation) wurde in letzter Zeit oft diskutiert (Ch 1952, As 1952, E 1952, Ch 1952, Bl 1952) und scheint für das vorliegende Problem gerechtfertigt. Eine gewisse Unsicherheit bringt noch die Extrapolation von Matrixelementen auf der Energieschale zu Matrixelementen nicht auf der Energieschale. Setzt man (11) in (6) ein und führt man eine k-Integration mit Hilfe einer δ-Funktion aus, dann ergibt sich für das quadrierte Matrixelement

$$|H^2| = \sum_j \int dn\, dk\, |C_j(k)|^2 L^2(\nu + k, \mu)\, \delta(k + \nu - \mu - n)$$

und für den Wirkungsquerschnitt

$$\sigma = Z(2\pi)^{-1} \int d\mu\, dk\, \delta\left(\mu_0 + \varepsilon_f + \frac{(\nu+k-\mu)^2}{2M} - \nu - \varepsilon_0\right) L^2\, \varrho(k) \quad (12)$$

mit

$$\varrho(k) = Z^{-1} \sum_j |C_j(k)|^2 .$$

ε_0 ist die Bindungsenergie des Kerns im Anfangszustand. Summiert man über ein vollständiges System der Φ_j des Restkerns, dann folgt aus $\sum_{\Phi_j} \Phi_j^*(\lambda_s)\Phi_j(\lambda'_{s'}) = \delta(\lambda_s - \lambda'_{s'})$ und der Normierung von Ψ_i:

$$\int \varrho(k)\, dk = Z^{-1} \sum_s \int dk\, d\lambda_s\, \Phi^*(\lambda_s, k)\, \tau_s^-\, \tau_s^+\, \Phi(\lambda_s, k) = 1 .$$

Man erhält also für ein Photon mit Energie und Impuls ν einen Erzeugungsquerschnitt, der dem eines Photon mit Impuls $\nu + k$ und einer Energie $\nu + \varepsilon_0 - \varepsilon_f$ am freien Nukleon entspricht, das Ganze gemittelt über die Impulsverteilung der Nukleonen im Kern $\varrho(k)$. Der Erzeugungsquerschnitt pro Proton σ/Z wird zunächst dadurch reduziert, dass nicht alle Protonen im Kern aus Energie-Impuls-Erhaltungsgründen in der Lage sind, Mesonen zu erzeugen. Um eine erste Orientierung über diesen Effekt zu erhalten, schreiben wir (12) in der Form

$$\sigma = Z \int dk\, \varrho(k)\, \sigma_{fr}(\nu + k, \nu - \varepsilon); \quad \varepsilon = \varepsilon_f - \varepsilon_0$$

und nehmen mit Lax und Feshbach an, dass σ eine so langsam variierende Funktion von Energie und Impuls (La 1951) ist, dass man

$$\sigma(\nu + k, \nu - \varepsilon) \sim \sigma(\nu, \nu) \quad (13)$$

setzen kann. Dann kann man σ aus dem Integral herausziehen und das Integral nur über solche k erstrecken, die energetisch in der Lage sind, Mesonen zu erzeugen. Um mit möglichst wenig Energie auszukommen, ist es am ökonomischten, wenn das Meson keinen Impuls mitbekommt; man wird also fordern müssen, dass das Rückstossnukleon nicht mehr als die zur Verfügung stehende Energie minus der Mesonmasse aufzehrt:

$$\frac{(\nu+k)^2}{2M} < \nu - 1 - \varepsilon .$$

Der Reduktionsfaktor wird also durch

$$\frac{\sigma}{Z\sigma_{fr}} = \int\limits_{|\nu+k|<d} dk\, \varrho(k) \text{ gegeben sein, wobei } d = (2M(\nu-1-\varepsilon))^{\frac{1}{2}}. \quad (14)$$

Um die Empfindlichkeit der Theorie gegenüber der Impulsverteilung $\varrho(k)$ zu illustrieren, haben wir in Fig. 4 den Reduktionsfaktor für drei verschiedene Impulsverteilungen,

$$\varrho_c(k) = \frac{\alpha}{\pi^2(\alpha^2+k^2)^2}$$

$$\varrho_g(k) = (\alpha^2\pi)^{-3/2} e^{-k^2/\alpha^2}$$

$$\varrho_f(k) = \begin{cases} \frac{3}{4}/\pi\alpha^3 & \text{für } k<\alpha \\ 0 & \text{für } k>\alpha \end{cases}$$

aufgetragen und dabei für den Parameter α die zwei Werte

$\alpha_1 = 1{,}38$ (entspricht einer Nukleonenergie von 20 MeV)
$\alpha_2 = 1{,}24$ (entspricht einer Nukleonenergie von 16 MeV)

benützt. Die Reduktionsfaktoren berechnen sich dann aus (14) zu

$$R = \frac{\sigma}{Z\sigma_{fr}}$$

$$R_c(\alpha) = \frac{1}{\pi}\left(\operatorname{arctg}\frac{d-\nu}{\alpha} + \operatorname{arctg}\frac{d+\nu}{a}\right) - \frac{\alpha}{2\pi\nu}\ln\frac{1+\left(\frac{d+\nu}{\alpha}\right)^2}{1+\left(\frac{d-\nu}{\alpha}\right)^2}$$

$$R_g(\alpha) = \frac{1}{2}\left(\Phi\left(\frac{d+\nu}{\alpha}\right) + \frac{d-\nu}{|d-\nu|}\Phi\left(\frac{d-\nu}{\alpha}\right)\right) - \frac{\alpha}{2\sqrt{\pi}\nu}\left(e^{-\left(\frac{d-\nu}{\alpha}\right)^2} - e^{-\left(\frac{d+\nu}{\alpha}\right)^2}\right)$$

$$R_f(\alpha) = \frac{1}{16\alpha^3}\left(2\alpha^2(4\alpha-3\nu) + 2d^2(4d-3\nu) + \nu^3 - 3\frac{(\alpha^2-d^2)^2}{\nu}\right). \quad (15)$$

Dabei ist Φ das Gaussche Fehlerintegral,

$$\Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x dt\, e^{-t^2},$$

und R_f wurde mit der Formel (16) für das Überlappungsvolumen V zweier Kugeln mit Abstand der Mittelpunkte d und Radien r_1 und r_2 berechnet

$$V = \frac{\pi}{12}\left\{d^3 - \frac{3\,(r_1^2 - r_2^2)^2}{d} + 2\,r_1^2\,(4\,r_1 - 3\,d) + 2\,r_2^2\,(4\,r_2 - 3\,d)\right\} \tag{16}$$

für

$$r_1 + r_2 \geqslant d \geqslant |r_1 - r_2|\,.$$

Für die Differenz der Bindungsenergien ε des Kerns in Anfangs- und Endzustand wählen wir als plausiblen Wert 0,1.

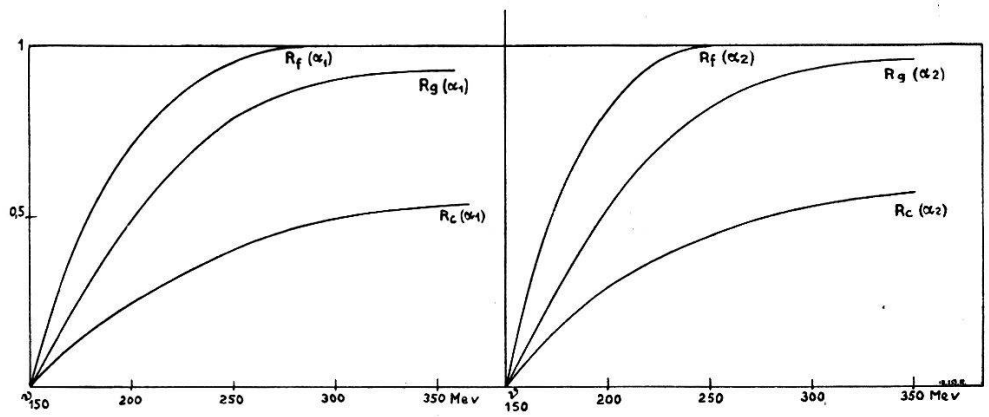

Fig. 4.
Reduktionsfaktoren für verschiedene Impulsverteilungen.

Die erste der Impulsverteilung haben wir aus einer Arbeit von Chew und Goldberger (Ch 1950), welche mit dieser Impulsverteilung bei der Berechnung der Deuteron-Pick-up-Reaktion befriedigende Resultate erhalten haben. Diese Verteilung überschätzt offenbar die hohen Impulse (Bl 1952b), was sich bei Chew und Goldberger darum nicht bemerkbar macht, weil sie sich im Energiegebiet von 200 MeV bewegen. Als Folge davon nähert sich der Reduktionsfaktor nur sehr langsam mit der Energie dem asymptotischen Wert 1. Die Fermi-Verteilung ist gerade das andere Extrem und eine Gaussverteilung dürfte der Wirklichkeit am nächsten kommen.

Eine andere Approximation (closure approximation) besteht darin, dass man in der Summe über die Endzustände in (6) über alle Endzustände des Kerns summiert, also auch über solche, welche

wegen Energie-Impuls-Erhaltungsgründen nicht erreicht werden können. Dadurch wird man den Querschnitt überschätzen, man addiert zusätzliche positive Terme, kann aber dafür die Vollständigkeitsrelation verwenden und

$$\sum_f M^2 \text{ durch } \left(\psi_i \left| \left(\sum_r T_r\right)^2 \right| \psi_i\right)$$

ersetzen (Ch 1951a, La 1952). Man erhält so (Bi 1952)

$$d\sigma = d\sigma_{fr}\left(1 - \int dx\, |\psi_i(x)|^2 e^{inx_r}\right). \tag{17}$$

Approximieren wir $d\sigma_{fr}$ durch ν mal der statistischen Faktoren,

$$d\sigma_{fr} \sim \int dn \frac{\nu}{\mu_0} \delta\left(\frac{n^2}{2M} + \sqrt{(\nu-n)^2+1} - \nu\right) = \int_0^b d|n| \cdot n + 0\left(\frac{1}{M}\right), \tag{18}$$

wobei der maximale Rückstoss

$$b = \frac{\nu + \sqrt{\nu^2 - 1 - \nu/M}}{1 + \nu/M}$$

dann ergibt sich unter Benutzung einer Gaussverteilung für die Nukleondichte als Reduktionsfaktor

$$\frac{d\sigma}{d\sigma_{fr}} = 1 - \frac{\alpha^2}{b^2}\left(1 - e^{-b^2/\alpha^2}\right). \tag{19}$$

Es stellt sich heraus, dass der „closure" Reduktionsfaktor für Energien grösser als 300 MeV kleiner wird als der entsprechende Reduktionsfaktor (14) nach der Theorie von Lax und Feshbach. Dies dürfte eigentlich nicht sein, da die „Closure-Approximation" den Querschnitt ja überschätzt. Es ist jedoch zu bedenken, dass in (14) ja noch gar nicht berücksichtigt ist, dass manche Endzustände schon besetzt und daher wegen Pauliprinzip verboten sind. Um diesen Effekt abzuschätzen, fassen wir eine Fermiverteilung ins Auge, bei welcher die Reduktion wegen Pauliprinzip allein durch

$$R_p(\alpha) = \frac{\int d\sigma \int_{\substack{k<\alpha \\ k+n>\alpha}} dk\, 3/4\pi\alpha^3}{\int d\sigma} \tag{20}$$

gegeben ist. Mit der Approximation (18) für $d\sigma_{fr}$ und (16) erhalten wir

$$R_p(\alpha) = \frac{\int d\sigma\, I(n)}{\int d\sigma}$$

$$I(n) = 1 - \frac{1}{16}\left(\left(\frac{n}{\alpha}\right)^3 + 4\left(4 - 3\frac{n}{\alpha}\right)\right) \quad \text{für } n < 2\alpha$$

$$1 \quad \text{für } n = 2\alpha$$

$$R_p(\alpha) = \frac{1}{2}\frac{b}{\alpha} - \frac{1}{40}\left(\frac{b}{\alpha}\right)^3 \quad \text{für } b < 2\alpha$$

$$1 - \frac{4}{5}\left(\frac{\alpha}{b}\right)^2 \quad \text{für } b > 2\alpha\,.$$

In Fig. 5 haben wir die Reduktionsfaktoren nach (14), nach (19) und nach (21) eingezeichnet und für alle Werte $\alpha = \alpha_2$ benutzt.

Die massgebliche Reduktion kommt tatsächlich durch den Effekt von Lax und Feshbach, doch ist die Reduktion durch das Pauli-

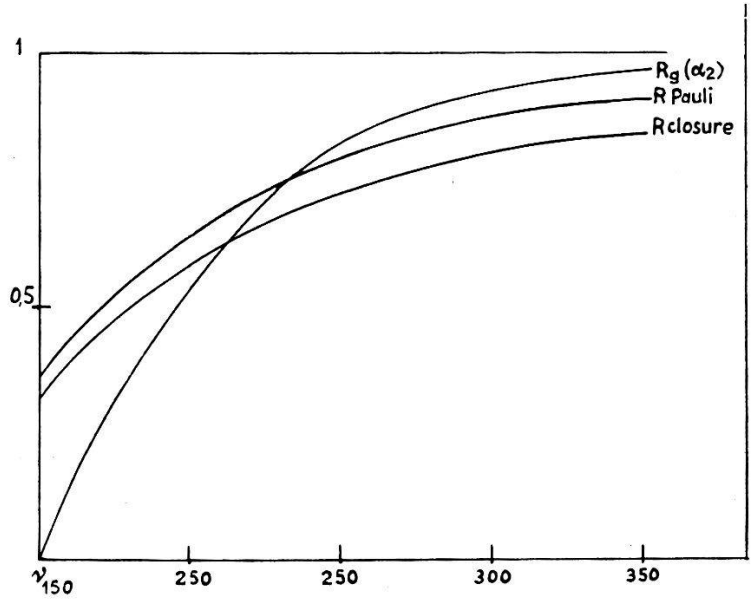

Fig. 5.

Reduktionsfaktoren in verschiedenen Näherungen.

prinzip keineswegs zu vernachlässigen. In Wirklichkeit werden sich die reduzierenden Wirkungen beider Effekte bei höheren Energien addieren, da sie verschiedene Impulsbezirke von $\varrho(k)$ von der Erzeugung ausschliessen. Auch scheint die „closure-Approximation" bei niederen Energien nur für eine qualitative Diskussion brauchbar zu sein.

Soviel zur Orientierung über die zu erwartenden Effekte. Für einen quantitativen Vergleich mit experimentellen Werten genügen diese Rechnungen nicht, da die Approximation $L = \text{const.}$ Fehler bis zu 50% ergeben kann, wie wir in Fig. 3 gesehen haben. Auch liegen keine experimentellen Daten über den totalen Querschnitt vor; man kann ja keine Transmissions-Experimente machen, da Photoerzeugung nicht der dominante Prozess für Photonen dieser Energie ist. Die Strahlungslänge für Photonen dieser Energie ist natürlich durch Paarerzeugung bestimmt. Was gemessen wurde, ist immer nur der Querschnitt für bestimmte Energien und Winkel. Wir werden also im weiteren den differentiellen Querschnitt unter Verwendung des L in (5) berechnen. (5) gilt zwar zunächst nur für freie Nukleonen und nicht für Nukleonen, deren Energie und Impuls in anderen Relationen zu einander stehen. Aber es scheint vernünftig, anzunehmen, dass (5) auch für diesen Fall eine brauchbare Approximation ist.

4. Energie und Winkelverteilung.

Während bei Mesonerzeugung am freien Nukleon jedem Winkel eine bestimmte Mesonenergie entspricht, haben wir bei Erzeugung im Kern zu jedem Winkel ein Energiespektrum. Dies entspricht dem Comptoneffekt am gebundenen Elektron, bei dem auch die Comptonlinie verbreitert wird. Um eine Vorstellung davon zu geben, ersetzen wir L^2 durch $(2\pi)^2/\mu_0$ und führen in (21) die k-Integration aus:

$$\int d\mu \int dk \frac{\varrho(k)}{\mu_0} \delta\left(\frac{(\nu+k-\mu)^2}{2M} + \mu_0 - \nu + \varepsilon\right) =$$

$$= \frac{\pi}{a} M \int d\mu_0 \, d\Omega \, \mu \int_{(a-b)^2}^{(a+b)^2} \varrho(k) \, dk^2 \tag{21}$$

$$a = |\nu - \mu| , \quad b = (2M(\nu - \varepsilon - \mu_0))^{\frac{1}{2}} .$$

Für die drei Impulsverteilungen (15) ergibt dies:

$$\sigma = \int d\mu_0 S(\mu_0) \, d\Omega$$

$$S_c(\mu_0) = \frac{\alpha}{\pi} \frac{M}{a} \mu \left(\frac{1}{\alpha^2 + (a-b)^2} - \frac{1}{\alpha^2 + (a+b)^2} \right)$$

$$S_g(\mu_0) = \frac{1}{\alpha\sqrt{\pi}} \frac{M}{a} \mu \left(e^{-\frac{(a-b)^2}{\alpha^2}} - e^{-\frac{(a+b)^2}{\alpha^2}} \right) \tag{22}$$

$$S_f(\mu_0) = \frac{3}{4\alpha^2} \frac{M}{a} \mu \left(\alpha^2 - (a-b)^2\right) .$$

In der nächsten Figur haben wir das Energiespektrum S für eine Photonenergie 280 MeV und 90° eingetragen. Das Maximum des Spektrums fällt nicht genau mit der Mesonenergie die zur Erzeugung am Proton gehört (1,55) zusammen.

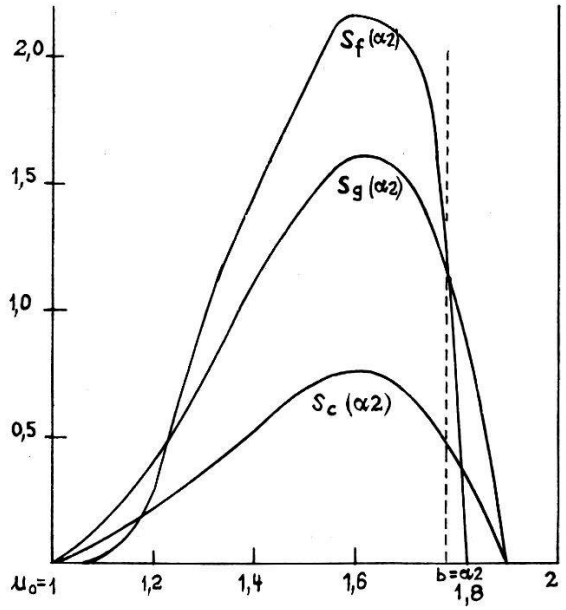

Fig. 6.

Energiespektren für verschiedene Impulsverteilungen. $\nu = 2$, $\varepsilon = 0{,}1$, $\vartheta = 90°$.

Das Energiespektrum ist gegenüber $\varrho(k)$ noch sensitiver als der Reduktionsfaktor (14). In dieser Rechnung haben wir das Pauliprinzip wieder vernachlässigt. Durch dieses werden die hohen

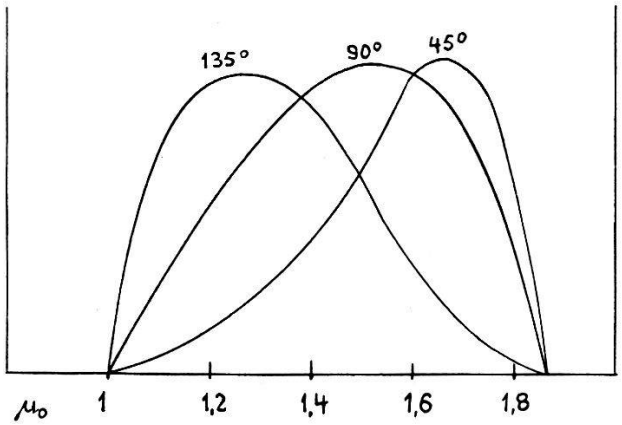

Fig. 7.

Energiespektren bei verschiedenen ϑ. $\nu = 2$, $\varepsilon = 0{,}15$, $\alpha = 1{,}24$.

Mesonenergien unterdrückt, da dann dem Nukleon nicht genügend Energie zur Verfügung steht, einen unbesetzten Zustand zu erreichen. So wird für eine Fermiverteilung das Spektrum bei $\mu_0 = 1{,}785$ scharf abgeschnitten (gestrichelte Linie). Für die Gaußsche

Verteilung wird der Abfall nicht ganz so steil vor sich gehen, sondern nur eine gewisse Unterdrückung der hohen Energien geben. Benützt man das experimentelle L (5), dann erhält man für die gleiche Photonenergie und verschiedene Winkel Spektren wie in Fig. 7.

5. Vergleich mit der Erfahrung.

Um die Resultate des letzten Abschnitts mit den experimentellen Werten zu vergleichen, müssen sie zunächst noch über das Bremsstrahlungsspektrum gemittelt werden. Dabei ist es üblich, die Querschnitte per äquivalentem Quantum Q anzugeben, wobei die Anzahl der letzteren durch die gesamte abgestrahlte Energie dividiert durch die Maximalenergie definiert ist. Die experimentellen Arbeiten wurden alle mit hinreichend dünnem Target gemacht, so dass man dE/E als gute Approximation für das Photonspektrum verwenden kann (Bi 1952). Abweichungen davon bei hohen Energien kann man durch geeignete Wahl der Abschneideenergie K korrigieren. Manche Autoren geben nur die relativen Ausbeuten an, so dass wir auch den Querschnitt für Erzeugung am freien Nukleon per Q benötigen:

$$d\sigma_Q = \int \frac{d\nu}{\nu} d\mu\, L^2\, \delta\left(\frac{(\nu-\mu)^2}{2M} + \mu_0 - \nu\right) = \int d\mu \frac{L^2}{\nu\left(1-\frac{\nu-\mu\cos\vartheta}{M}\right)}. \quad (23)$$

Die Energiespektren korrigiert auf Pauliprinzip sind durch komplizierte mathematische Ausrücke gegeben und lassen sich nicht ohne weiteres mitteln. Sie lassen sich jedoch durch einfachere analytische Ausdrücke innerhalb 10% Genauigkeit approximieren. Wir geben im folgenden die approximativen Ausdrücke und die gemittelten Spektren, die einer Gaußschen Impulsverteilung mit α_2 entsprechen. Wir beschränken uns dabei auf die Impulsverteilung, die die Experimente am besten widergibt. Durch die Mittelung über das Bremsstrahlungsspektrum geht etwas an Sensitivität verloren, Abweichungen von mehr als 40% von der hier gewählten Verteilung würden die Übereinstimmung jedoch wesentlich stören.

$$G(90^0) = 7\cdot 1 \frac{g}{\nu-1}(\mu_0-1)^2(\nu-\mu_0-\varepsilon)$$

$$\overline{G}(90^0) = \int_{\mu_0+\varepsilon}^{K} \frac{d\nu}{\nu} G(90^0) = 7{,}1\cdot g\cdot(\mu_0-1)^2\left((\mu_0+\varepsilon)\ln\frac{K}{\mu_0+\varepsilon} - (\mu_0+\varepsilon-1)\ln\frac{K-1}{\mu_0+\varepsilon-1}\right)$$

$$G(135^0) = \frac{8{,}1\, g}{\nu - 1}(\mu_0 - 1)(\nu - \mu_0 - \varepsilon)^2$$

$$\overline{G}(135^0) = 8{,}1\, g(\mu_0 - 1)\Big(K - \mu_0 - \varepsilon + (\mu_0 + \varepsilon - 1)^2 \ln\frac{K-1}{\mu_0 + \varepsilon - 1} - (\mu_0 + \varepsilon)^2 \ln\frac{K}{\mu_e + \varepsilon}\Big)$$

$$G(45^0) = \frac{\mu_0^{1/2}\, 9{,}5\, g}{\nu(\nu-1)}(\mu_0 - 0{,}9)(\mu_0 - 1)(\nu - \mu_0 - \varepsilon)$$

$$\overline{G}(45^0) = 9{,}5\, g\, \mu_0^{\frac{1}{2}}(\mu_0 - 0{,}9)(\mu_0 - 1)\Big(\frac{K - \mu_0 - \varepsilon}{K} + (\mu_0 + \varepsilon - 1)\Big(\ln\frac{K}{\mu_0 + \varepsilon} - \ln\frac{K-1}{\mu_0 + \varepsilon - 1}\Big)\Big). \tag{24}$$

Der maximalen Photonenergie in den folgenden Experimenten entsprechend setzen wir $K = 2{,}2$. Um dem Pauliprinzip Rechnung

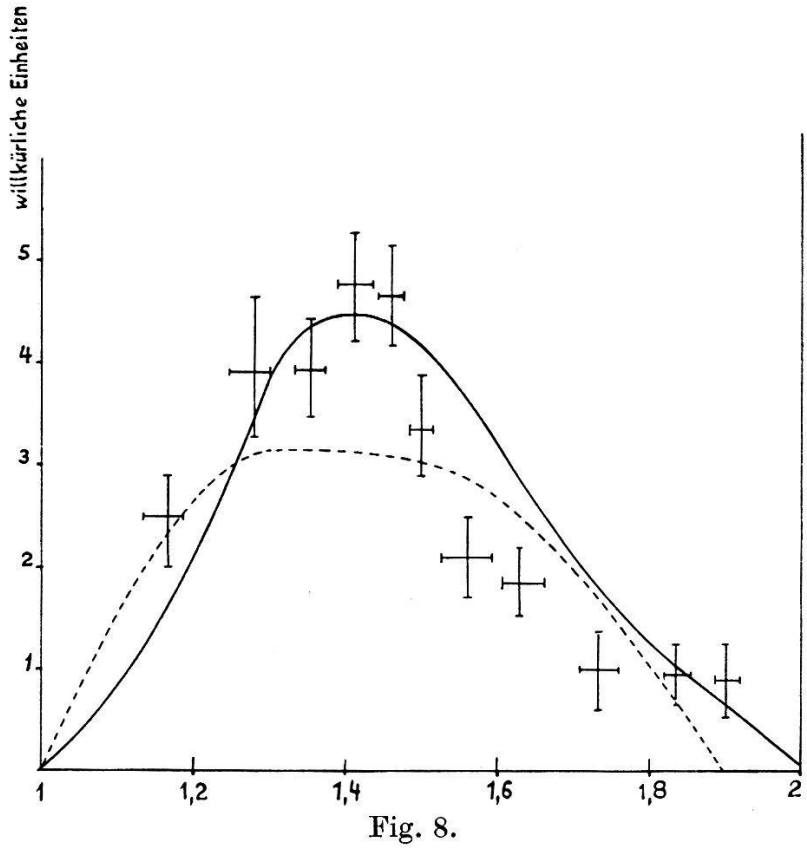

Fig. 8.

Energiespektren für verschiedene Winkel 90°.
Experimentelle Werte von P 1951.
-------- = Energiespektrum für die Erzeugung aus Wasserstoff.

zu tragen, müssen wir hier ε etwas grösser wählen (0,2), da ja nicht nur die Bindungsenergie, sondern mindestens noch die Fermienergie in das Nukleon investiert werden muss. In Fig. 8 haben wir die

theoretischen Kurven mit den Messpunkten für die Energiespektren der Photomesonen von Kohle (Pe 1951) verglichen. Dabei wurden die Kurven im Maximum adjustiert, denn zum Vergleich der absoluten Grössen muss man noch für Reabsorption im Kern korrigieren, was weiter unten geschehen soll. Die Experimente wurden an Kohlenstoff gemacht und dabei spielt die Reabsorption noch

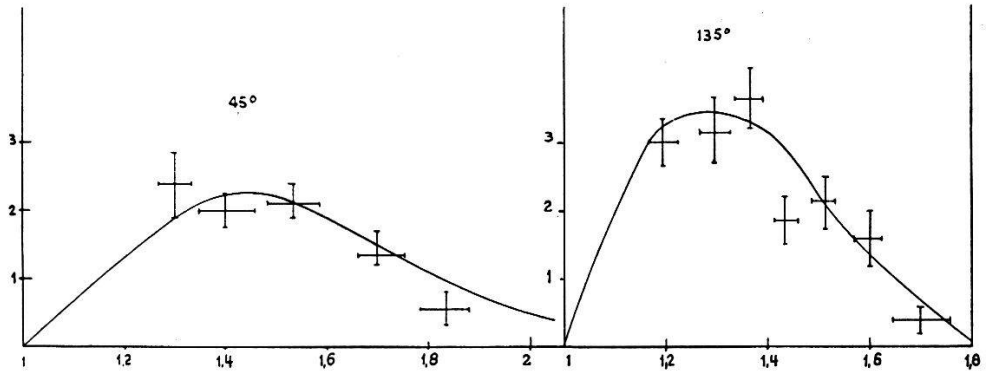

Fig. 8.

keine so wesentliche Rolle, dass man keine starke Verzerrung des Energiespektrums dadurch erwarten sollte.

Die Übereinstimmung ist zufriedenstellend, wenn auch durch die Mittelung über das Bremsstrahlungsspektrum die Empfindlichkeit vermindert wird. Wie die Form des Impulsspektrums eingeht, sieht man durch Vergleich mit der ganz anders geformten Verteilung bei Erzeugung am Proton [$\varrho(k) = \delta(k)$]. Auch der Einfluss des Pauliprinzips ist zu erkennen, durch welches das energiereiche Ende des Spektrums zu kleineren Energien verschoben wird.

Zum Vergleich der absoluten Grössen der Querschnitte mit den entsprechenden theoretischen Grössen, müssen wir noch für die Reabsorption im Kern korrigieren. Über die freie Weglänge λ für Absorption von Mesonen in nuklearer Materie geben direkte Messungen der Absorption von π-Mesonen in Kernen Auskunft (Ch 1951, Be 1951a, Be1951, Ma 1952b, Sh 1951, By 1952). Als bester Wert dafür gilt jetzt $8 \cdot 10^{-13}$ cm (By 1952). Die Berechnung des Korrektionsfaktors für Reabsorption ist mit einigen Unsicherheiten verbunden, da bei schwereren Kernen einem Umwegfaktor wegen Streuung des Mesons Rechnung zu tragen wäre. Ausserdem kommt auch die Anordnung der Protonen und Neutronen im Kern dabei ins Spiel. Man kann jedoch den Reabsorptionskoeffizient direkt mit dem Absorptionsquerschnitt in Beziehung bringen, über welchen experimentelle Werte vorliegen. Unter ziemlich allgemeinen Vor-

aussetzungen kann man zeigen (Wa 1953), dass der Korrektionsfaktor

$$c = \lambda \frac{\sigma_{abs}}{V} = \frac{\text{Photonenquerschnitt mit Reabsorption}}{\text{Photonenquerschnitt ohne Reabsorption}}$$

ist. V ist das Kernvolumen $= \mathrm{Ar}_0^3 \, 4\,\pi/3$.

In Fig. 9 geben wir die Werte von c, berechnet nach den gemeinsamen Absorptionsquerschnitten für Mesonen von CHEDESTER e.a.

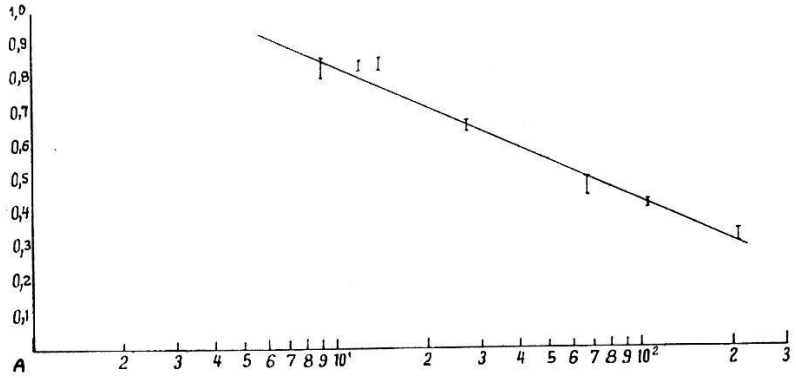

Fig. 9.

Absorptionsfaktoren nach C 1951.

(Ch 1951) und mit einer freien Weglänge $\lambda = 8 \cdot 10^{-13}$ cm und einem Kernradius von $r_0 = 1{,}5 \cdot 10^{-13}$ cm. Dieser relativ grosse Wert für r_0 wurde gewählt, da auch die weiter aussen gelegenen Nukleonen

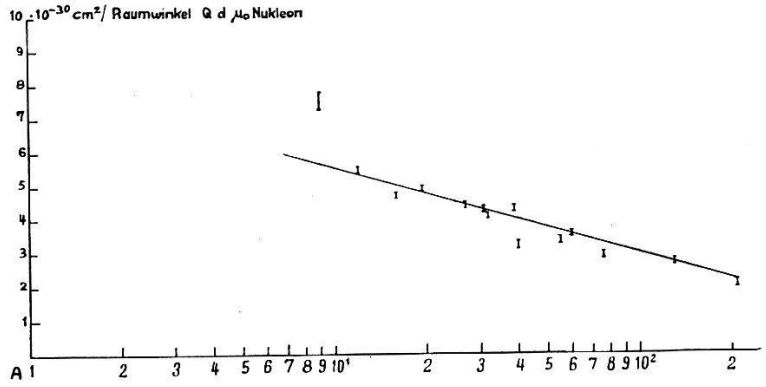

Fig. 10.

Photoquerschnitte für 135°. $\mu_0 = 65$ MeV.

der Kernatmosphäre zu den Mesonprozessen wesentlich beitragen (Bu 1952). Die Messungen von CHEDESTER u. a. beziehen sich auf den Gesamtquerschnitt und es musste noch eine Annahme über die Aufteilung in Streu- und Absorptionsquerschnitt gemacht werden. Arbeiten mit der photographischen Platte über diese Auftei-

lung geben widersprechende Antworten darüber und wir haben dasselbe Verhältnis für alle Kerne gewählt, das durch direkte Messungen (By 1952) an Kohle erhalten wurde. Diese Messungen wurden in demselben Energiegebiet wie die von CHEDESTER gemacht (60 MeV), das für uns von Interesse ist.

Die Punkte liegen innerhalb der statistischen Fehler auf einer Geraden, die einem $A^{1/3}$-Gesetz entspricht. In dem von uns betrachteten Energiegebiet kommen die Absorptionsquerschnitte als

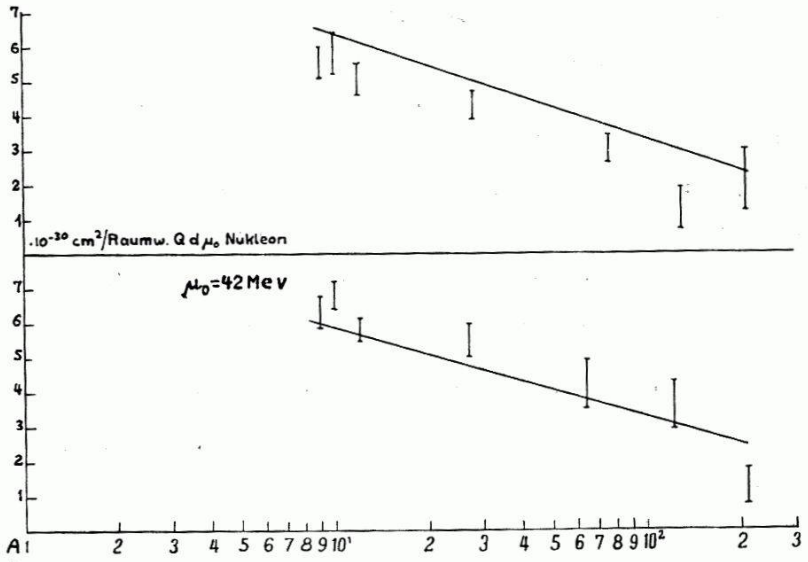

Fig. 11.

Photoquerschnitte für 90°. $\mu = 76$ MeV.

schon ziemlich nahe an den geometrischen Querschnitt heran. In den folgenden Figuren werden die theoretischen Werte für Photoerzeugung von Mesonen in bestimmte Energie und Winkelgebiete an verschiedenen Elementen mit den theoretischen Werten verglichen. Dabei wurden die theoretischen Werte aus (24) entnommen und die Reabsorptionskorrekturen von der Geraden in Fig. 9 abgelesen.

Die Z-Abhängigkeit der Ausbeuten bei 90° wurden einer Arbeit von MOTZLEY (Mo 1951) entnommen und die Absolutwerte wurden durch Vergleich mit den Werten von (Bi 1952 und Ja 1952) gewonnen. Die relativen Werte für 135° stammen von LITTAUER und WALKER (Li 1952) und wurden auf gleiche Weise für Wasserstoff adjustiert. Dabei wurden die Summe der π^+ und π^--Ausbeuten verwendet. Das π^+/π^--Verhältnis zeigt nämlich gewisse Variationen mit A, welche wahrscheinlich von feineren Details der Kernstruktur herrühren und in unseren summarischen Rechnungen nicht enthalten sind. So ist etwa für Be^9 das Verhältnis π^-/π^+ viel grösser

als $(A-Z)/Z$, was mit der kleinen Bindungsenergie des äussersten Neutrons zusammenhängen kann. Bei Mitteilung der π^+- und π^--Effekte werden solche Anomalien verwischt und die experimentellen Werte liegen befriedigend auf der theoretischen Kurve. Dass mehr Punkte ausserhalb der Kurve liegen als statistisch zu erwarten wäre, dürfte ebenfalls von feineren Strukturen herrühren. Kerne mit einer besonderen Struktur wie D wurden nicht verwendet, da sie eigene Rechnungen erfordern, die an verschiedenen anderen Stellen schon durchgeführt wurden (Ch 1951, La 1952, Ma 1950, Mo 1950). Auch über He liegen Messungen vor (Ma 1952), allerdings sind sie über verschiedene Mesonenergien gemittelt und erlauben daher keinen so detaillierten Vergleich. Die experimentellen Werte sind mit den aus (24) folgenden theoretischen zu vereinbaren, wenn man keine Reabsorption in He annimmt. Dies entspricht dem Wert von c, wenn man die Geraden in Fig. 9 bis $Z = 2$ extrapoliert. Die über die Energiespektren von Kohle (Fig. 8) integrierten Werte bei 90^0, vergleichen sich wie folgt mit dem theoretischen Wert.

$$d\sigma_{\text{exp}} = (6{,}6 \pm 0{,}4)\ 10^{-30}\ \text{cm}^2/\text{Raumw.}\ Q\ \text{Nukleon}$$
$$d\sigma_{\text{th}} = 7{,}1\qquad\quad 10^{-30}\ \text{cm}^2/\text{Raumw.}\ Q\ \text{Nukleon}.$$

Über die Photoerzeugung von π^0 in Kernen liegt noch kein so reichhaltiges experimentelles Material (St 1951, Si 1951a, Si 1951, Pa 1952) vor. Hier ist es schwieriger, genaue Messungen zu machen, da man ja nur die Zerfallsquanten nachweisen kann, was die statistischen Ungenauigkeiten erhöht. Qualitativ lassen sich die bisherigen Ergebnisse mit der hier gegebenen Theorie deuten. Jedoch weicht für die π^0-Erzeugung an freien Protonen der Querschnitt stärker von dem durch die statistischen Faktoren gegebenen ab, was die numerische Arbeit sehr mühsam macht, so dass sie sich zur Zeit noch nicht lohnt. Andererseits wird gerade der π^0-Erzeugungsquerschnitt gegenüber der Kernstruktur recht empfindlich sein, und bietet vielleicht einmal ein wirksames Mittel für die genauere Analyse derselben.

Zusammenfassend kann man sagen, dass man die Photoerzeugung von Mesonen in Kernen mit den experimentellen Daten über Erzeugung am Wasserstoff und der aus den Absorptionsquerschnitten folgenden Reabsorptionswahrscheinlichkeit im grossen und ganzen befriedigend in Einklang bringen kann und dass keine neuen, überraschenden Effekte zu bemerken sind.

Der Verfasser möchte Prof. Houtermans für sein stetiges Interesse an dieser Arbeit herzlich danken.

Literatur.

Al 1952 ADELMANN, Physical Review **85**, 249 (1952).
As 1952 ASHKIN, WICH, Physical Review **85**, 686 (1952).
Ba 1949 BARKAS, Physical Review **75**, 1467 (1949).
Be 1951 BERNARDINI, ROTH und Ledermann, Physical Review **83**, 1277 (1951).
Be 1951a BERNARDINI, LEVY, Physical Review **84**, 610 (1951).
Bi 1950 BISHOP, STEINBERGER, Physical Review **78**, 494 (1950).
Bi 1950a BISHOP, COOK, STEINBERGER, Physical Review **80**, 291 (1950).
Bi 1952 BISHOP, STEINBERGER, Physical Review **86**, 171 (1952).
Bl 1952 BLAIR, SEGALL, Physical Review **88**, 621 (1952).
Bl 1952a BLATT, WEISSKOPF, Nuclear Physics, Wiley (1952).
Bl 1952b BLOCK, PASSMAN, HAVENS, Physical Review **88**, 1239 (1952).
Br 1951 BRÜCKNER, WATSON, Physical Review **86**, 926 (1951).
Br 1952 BRÜCKNER, CASE, Physical Review **83**, 1141 (1952).
Br 1952a BRÜCKNER, Physical Review **86**, 106 (1952).
Br 1951a BRÜCKNER, SERBER, WATSON, Physical Review **84**, 258 (1951).
Bu 1952 BUTLER, Physical Review **87**, 1117 (1952).
By 1952 BYFIELD, KESSLER, LEDERMANN, Physical Review **86**, 17 (1952).
Ch 1951 CHEDESTER, ISAACS, SACHS, STEINBERGER, Physical Review **82**, 958 (1951).
Ch 1950 CHEW, GOLDBERGER, Physical Review **77**, 470 (1950).
Ch 1951a CHEW, LEWIS, Physical Review **84**, 779 (1951).
Ch 1952 CHEW, WICK, Physical Review **85**, 636 (1952).
Ch 1952a CHEW, GOLDBERGER, Physical Review **87**, 779 (1952).
D 1951 DRELL, Physical Review **83**, 555 (1951).
E 1952 EPSTEIN, Physical Review **86**, 836 (1952).
Fe 1953 FELD, Physical Review **89**, 330 (1953).
Fu 1950 FUJIMOTO, MIGAZAWA, Prog. Th. Phys. **5**, 1052 (1950).
Fu 1950a FUJIMOTO, NISHIJIMA, OKABAYASHI, TAKAYANAGI, YAMAGUCHI, Prog. Th. Phys. **5**, 870 (1950).
Ga 1952 GARWIN, Physical Review 1045 (1952).
G GOLDSCHMIDT-CLERMONT, private Mitteilung.
Ha 1948 TER HAAR, Science **108**, 57 (1948).
Hi HILLEBRAND, im Druck.
I 1952 IRVING, Physical Review **87**, 519 (1952).
Ja 1952 JACOBSEN, SCHULZ, White, Physical Review **88**, 836 (1952).
Jo 1951 JONES, Physical Review **82**, 374 (1951).
Ka 1951 KAPLON, Physical Review **83**, 712 (1951).
Ka 1952 KAYAS, MORELLET, Comptes Rendus **234**, 1359 (1952).
La 1949 LATTES, GARDNER, Physical Review **75**, 382 (1949).
La 1951 LAX, FESHBACH, Physical Review **81**, 189 (1951).
La 1952 LAX, FESHBACH, Physical Review **88**, 509 (1952).
Li 1952 LITTAUER, WALKER, Physical Review **86**, 838 (1952).
Lü 1952 LÜDERS, OEHME, THIRRING, Zeitschrift f. Naturforschung **7a**, 213 (1952).
Lü 1952a LÜTTINGER, Physical Review **86**, 571 (1952).
Ma 1950 MACHIDA, TAMURA, Prog. Th. Phys. **6**, 572 (1950).
Ma 1951 MACHIDA, TAMURA, Prog. Th. Phys. **6**, 437 (1951).
Ma 1952 MARK, JACOBSON, SCHULZ, WHITE, Physical Review **85**, 772 (1952).
Ma 1952a MARSHAK, Meson Physics, McGRAW-HILL (1952).
Ma 1952b MARTIN, ANDERSON, GODH, Physical Review **85**, 486 (1952).

Mc 1947 McMillan, Teller, Physical Review **72**, 1 (1947).
Me 1950 Menon, Muirhead, Rochat, Phil. Magazine **41**, 604 (1950).
Me 1952 Messiah, Physical Review **86**, 430 (1952).
Mo 1950 Morpurgo, Nuovo Cimento **7**, 855 (1950).
Mo 1951 Motzley, Physical Review **80**, 493 (1951).
Na 1950 Nahano, Nishijima, Prog. Th. Phys. **8**, 53 (1950).
Pa 1950 Panofsky, Physical Review **78**, 802 (1950).
Pa 1952 Panofsky, Steinberger, Steller, Physical Review **86**, 180 (1952).
Pe 1952 Pease, Feshbach, Physical Review **88**, 948 (1952).
Pe 1949 Peterson, Physical Review **75**, 1469 (1949).
Pe 1950 Peterson, Gilbert, White, Physical Review **80**, 135 (1950).
Pe 1951 Peterson, Gilbert, White, Physical Review **81**, 1003 (1951).
Ru 1952 Ruderman, Physical Review **87**, 383 (1952).
Se 1950 Serpe, Physica **16**, 890 (1950).
Sh 1951 Shapiro, Physical Review **84**, 1063 (1951).
Si 1951 Silverman, Stearns, Physical Review **83**, 107 (1951).
Si 1951a Silverman, Stearns, Physical Review **83**, 853 (1951).
Sö 1951 Sörenson, Phil. Magazine **42**, 188 (1951).
Sc 1951 Schiff, Physical Review **84**, 1 (1951).
Sc 1952 Schulz, Physical Review **85**, 772 (1952).
St 1951 Steller, Panovsky, Physical Review **81**, 649 (1951).
Th 1952 Thirring, Z. f. Naturforschung **7**a, 63 (1952).
Wa 1952 Watson, Physical Review **85**, 852 (1952).
Wa 1953 Watson, Physical Review **89**, 328 (1953).
We 1952 Weisskopf, Zeitschrift für Physik **133**, 280 (1952).