

# Vortex corrections to the SCHA in the 2D-XY model

Autor(en): **Ariosa, D. / Beck, H.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Helvetica Physica Acta**

Band (Jahr): **65 (1992)**

Heft 2-3

PDF erstellt am: **26.09.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-116500>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

# Vortex Correction to the SCHA in the 2D-XY Model

D.Ariosa, H.Beck

Institut de physique, Université de Neuchâtel, Rue A.-L. Breguet 1  
CH-2000 Neuchâtel (Switzerland)

**Abstract.** A self consistent probability distribution  $\rho(\phi)$  for bond phase differences in the 2D-XY model is constructed. This distribution is tailored in order to include the effect of vortices in a variational harmonic framework, and it provides us with a correction to the Self Consistent Harmonic Approximation (SCHA). It gives the correct value for the universal jump of the helicity modulus  $\Gamma$  and has the predicted critical behaviour  $\Gamma - \Gamma_c \sim \sqrt{1 - t/t_c}$ . Furthermore, the absolute value of  $t_c$  corresponds to the best Monte-Carlo simulations.

## Introduction

2D-XY model in the SCHA have been used by us[1] to study the effect of quantum fluctuations due to charging effects on the critical temperature of HTS. SCHA is the most simple[2] but rather controversial[3] approach to the 2D-XY model. Indeed, in the context of SCHA, the effect of vortices, that are responsible for the B-K-T transition, is underestimated. SCHA consists in replacing the  $J(1 - \cos(\phi))$  potential ( $\phi$  being the phase difference of a bond) by an effective harmonic potential  $\frac{1}{2}K\phi^2$ . This self-consistent harmonic potential contains enough anharmonic corrections to provide a correct description of low amplitude phase fluctuations. Unfortunately, it attributes an excessive energetic cost to topological excitations (vortices) causing an overestimation of the B-K-T transition temperature and a too small value (1/4) for the universal jump  $\gamma_c/t_c$  that is expected to be  $2/\pi$  from RG analysis ( $\gamma = K/J$  and  $t = k_B T/J$ ).

## Vortex correction to the SCHA.

The simple minded SCHA produces the well-known self-consistent solution for the effective coupling constant (main contribution to the SCHA helicity modulus):

$$\gamma = e^{-X/2} \quad \text{where} \quad X \equiv \langle \phi^2 \rangle_\gamma$$

The above solution is related to an implicit *local* probability distribution  $\rho_o(\phi)$  for the bond angular differences that presents a unique bump centered at  $\phi_o = 0$ . For a periodic potential the actual distribution should have a bump at each value  $\phi_n = 2\pi n$ . Let us modelise this distribution by a three-bump function defined by:

$$\rho(\phi) = (1 - p)\rho_o(\phi) + \frac{1}{2}p[\rho_o(\phi - 2\pi) + \rho_o(\phi + 2\pi)]$$

where  $p$  is the probability for the phase difference to be out of the interval  $[-\pi, \pi]$ . This new distribution provides us with a correction to the mean square fluctuation, which we now denote by  $\tilde{X}$  :

$$\tilde{X} = X + 4\pi^2 p$$

The improved effective coupling constant  $\Gamma$  will be:

$$\Gamma = e^{-\bar{X}/2} = \gamma e^{-2\pi^2 p} .$$

The probability  $p$  can be evaluated self-consistently through the local effective Boltzmann factor as follows:

$$p = 1 - \frac{\int_{-\pi}^{\pi} d\phi \exp(-\Gamma\phi^2/2t)}{\int_{-\infty}^{\infty} d\phi \exp(-\Gamma\phi^2/2t)} = 1 - \Phi(\sqrt{\Gamma\pi^2/2t})$$

where  $\Phi$  is the error function (probability integral).

In Figs.(1) and (2) we illustrate, respectively, the general  $\Gamma(t)$  dependence (with and without vortex correction) and the critical behaviour  $\Gamma - \Gamma_c \sim \sqrt{1 - t/t_c}$ .

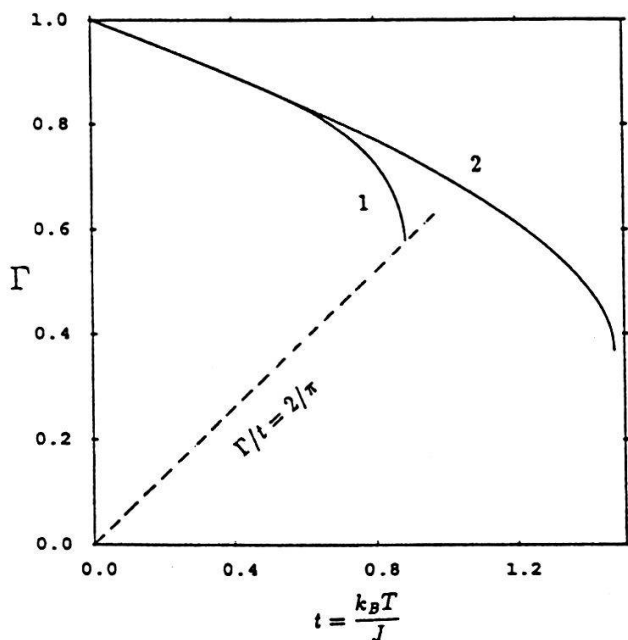


FIG.(1): Helicity modulus vs temperature with(1) and without(2) vortex correction.

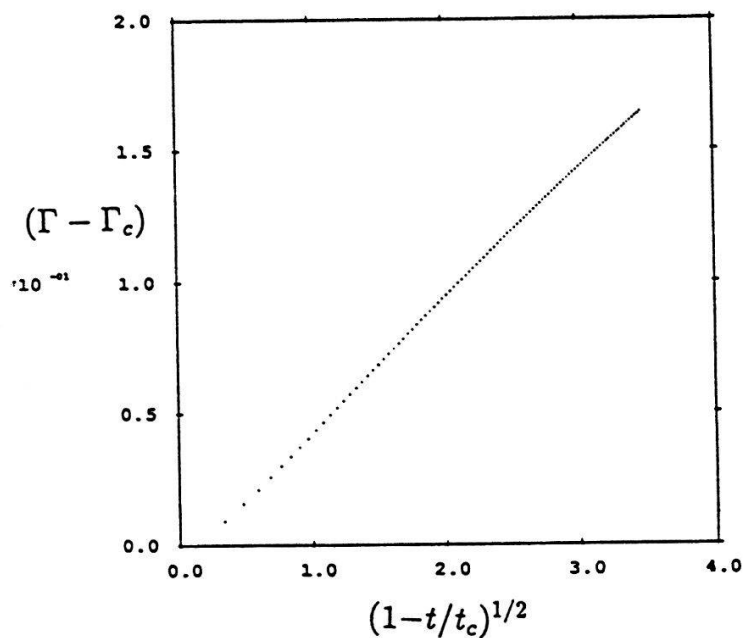


FIG.(2): Critical behaviour of  $\Gamma$  near the transition point.

This work was supported by the Swiss National Science Foundation.

## References

- [1] D.Ariosa and H.Beck, Phys.Rev.B. **43**, 344 (1991).
- [2] V.L.Pokrovskii and G.V Uimin, Phys.Lett.A **45**, 467 (1973).
- [3] R.S.Fishmann, Phys.Rev.B **38**,11996 (1988).