

Zeitschrift: Helvetica Physica Acta
Band: 57 (1984)
Heft: 6

Artikel: Propagation laser en atmosphere turbulente
Autor: Duquesnoy, J.Y. / Rabillon, C. / Pau, L.F.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-115525>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 23.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Propagation laser en atmosphère turbulente

Par J. Y. Duquesnoy (Thomson-CSF), C. Rabillon (Thomson-CSF) et L. F. Pau (Battelle Institute, 7, route de Drize, CH-1227 Carouge)

(8. II. 1984)

Abstract. This article relative to laser propagation through the atmosphere presents a model of the atmospheric turbulence as a collection of randomly distributed independently moving spherical eddies; calculations lead to the determination of the mean and variance of phase, angle of arrival fluctuations, angle of refraction variance, beam spreading, resulting from the statistical distributions of thermodynamic and optical properties of the eddies along the propagation path.

Two hypotheses have been made to carry-out the calculations:

- (1) only the eddies which size is greater than the beam diameter have been taken into account.
- (2) the wavelength of the laser must fulfill the relation $\int \lambda L \ll d_0$ where L is the path length, d_0 the smallest eddy size; this last condition is not restrictive regarding the calculation of the phase fluctuations, but well restrictive for amplitude fluctuations.

The numerical results obtained agree with those of the literature. The application is for the real-time adaptation of an adaptive laser link receiver.

I. Introduction

On connaît les avantages et inconvénients des faisceaux laser pour la transmission (finesse, débit, ruptures de cohérence). La section droite d'un faisceau laser possède dans le vide une phase uniforme. De plus la largeur du pinceau n'est limitée dans le vide que par la diffraction idéale pour un transport d'information en vue directe d'un point à un autre, et il semble naturel de songer à moduler un tel faisceau directif pour véhiculer un message. Malheureusement l'atmosphère terrestre, en temps que canal de transmission, présente pour les longuers d'onde laser utilisées des obstacles à une bonne propagation. Ses inhomogénéités (interactions rayonnement laser-gaz), le mouvement des masses d'air – turbulences – les impuretés microscopiques et les différents gaz qui la composent (vapeur d'eau, gaz carbonique) produisent des effets d'élargissement du pinceau, des pertes de cohérence, d'absorption, de réfraction, le long du parcours de propagation [1]–[11]. L'étude systématique de tous ces phénomènes s'avère extrêmement ardue car il n'existe pas de modèle physique exact susceptible de les caractériser. C'est ainsi que les problèmes de dispersion et d'absorption imposent le choix d'une atmosphère standard – c'est-à-dire un type d'atmosphère contenant certains gaz en quantité précise, certains aérosols – tout ceci en accord avec des prélèvements effectués dans l'air [4], [9], [13], [12]. Ils conduisent également au choix d'une ou plusieurs longuers d'onde possibles pour la transmission – celles situées dans les

fenêtres transparentes de propagation où la transmittance de l'atmosphère avoisine 1.

I.1. *Etudes antérieures*

Nous ne reprenons ici que les études relatives à une modélisation de l'atmosphère pour le calcul de propagation d'une onde plane. Les premières études sont dues aux astronomes dont en 1952 Chandrasekhar [22], puis en 1955 Muchmore et Wheelon [23] utilisant aussi des approximations géométriques. Il faudra attendre 1960-61 pour que Chernov et Tatarski [24] [25] mettent en valeur une méthode rigoureuse de calcul tenant compte d'une étude détaillée sur la turbulence atmosphérique et utilisant l'approximation de calcul introduite par Rytov [26] (1937) pour les petites perturbations.

Dès lors les méthodes de calcul introduites ont pour point de départ l'équation scalaire de propagation; les méthodes géométriques sont écartées. Des approximations sont nécessaires compte tenu de la difficulté des calculs; ces approximations sont nombreuses tout comme dans les méthodes géométriques, mais sont moins évidentes à accepter; les calculs sont longs et compliqués. Les caractéristiques de la turbulence sont réduites au spectre de Kolmogorov (voir Annexes). Une méthode utilisant une part de géométrie et une part de calcul sur les équations de propagation fut introduite par A. de Wolf [16] mais reste assez peu explicite pour certains calculs et certaines hypothèses (taille relative - bulles - faisceau).

En 1976, H. Shapiro [17] utilisant l'hypothèse WSSUS du canal de transmission, retrouve les formules finales (sous certaines hypothèses de stationarité du phénomène et de force de turbulence) qu'avaient obtenues jusque là d'autres auteurs avec des méthodes plus classiques.

La méthode que nous avons utilisée ici, essentiellement géométrique, permet de faire des hypothèses sur les calculs qui correspondent à des réalités physiques bien palpables (gradients de température, uniformité de la vitesse du vent, tailles aléatoires des turbulences) et utilise une méthode de calcul statistique exploitant toutes les propriétés des turbulences. Les hypothèses sur la longueur d'onde laser ($\sqrt{\lambda L} \ll d_0$) n'affettent que très peu les fluctuations qui nous intéressent. Nous sommes partis d'un modèle thermodynamique de l'air ambiant pour en déduire un modèle dynamique (cinétique des bulles d'air) et calculer par les phénomènes optiques de réfraction leur effet statistique sur le faisceau laser.

L'autoélargissement du faisceau n'est pas pris en compte; un dispositif optique adéquat permettant de réduire ce dernier est utilisé dans les liaisons (faisceau parallèle).

L'étude statistique des propriétés des facteurs atmosphériques qui constituent une gêne à la propagation aux très hautes fréquences a déjà été conduite en liaison avec la propagation d'ondes radar [28].

Ces études donnent en particulier les variations de l'index de réfraction, tant sur le plan spectral qu'en fonction de l'altitude, de la permittivité, et de la concentration en électrons; elles utilisent également une approche géométrique. Leurs résultats expérimentaux [28] seront utilisés dans la suite pour fixer certains paramètres du modèle utilisé.

I.2. Plan de l'étude et notations

- §2 – modélisation de la turbulence
- §3 – diffraction du faisceau
- §4 – diamètre du faisceau dans la turbulence
- §5 – variation de phase – fluctuation de l'angle d'arrivée
- §6 – résultats
- §7 – conclusion

Dans le §2, des considérations thermodynamiques sur l'atmosphère turbulente permettent le calcul de la cinétique d'une bulle d'air, cette cinétique est ensuite utilisée pour calculer la diffraction du faisceau.

Un découpage du parcours permet par la suite la connaissance du diamètre du faisceau le long du parcours de propagation à la suite de quoi, après introduction de l'hypothèse de Kolmogorov, nous calculons les variations de phase puis les fluctuations de l'angle d'arrivée. Le paragraphe 6 présente les résultats obtenus par calcul numérique dans certains cas de turbulence.

Notations

d	diamètre d'ouverture du récepteur
K	nombre d'onde ($2\pi/\lambda$)
L	longueur du parcours de propagation
l_0	longueur d'une tranche de parcours
m	masse d'un volume v d'air ambiant
M	masse atomique de l'air
n	indice de réfraction de l'air (= 1)
n_i	indice de réfraction de l'air dans la turbulence ($n_i = 1 + \delta n_i$)
R	constante des gaz parfaits
r_i	rayon de la turbulence
r_{\min}	rayon minimal de la turbulence (ici 1 mm)
r_{\max}	rayon maximal de la turbulence (ici 20 m)
T	température de l'air ambiant
T'	température de l'air dans la turbulence
T_0	température de l'air ambiant au sol (à $Z = 0$)
T'_0	température au sol de l'air dans la turbulence
ΔT_0	$T'_0 - T_0$
V	vitesse du vent (uniforme)
v	volume dans l'air ambiant
v'	volume dans la turbulence
x_i, y_i, z_i	coordonnées de Ω_i
α	angle ($0x, V$)
$(\alpha^2 a)^{1/2}$	variance de l'angle d'arrivée
γ	coefficients c_p/c_v de l'air ambiant
γ'	coefficients c_p/c_v de l'air dans la turbulence
γ_a	gradient de température ambiant
γ_b	gradient de température dans la turbulence
$S\Phi_1, S\Phi_2$	fonction d'intercorrélation de phase
ρ^*	densité de l'air ambiant
ρ'^*	densité de l'air dans la turbulence

ρ_0	diamètre du faisceau à la source d'émission ($x = 0$)
$\rho(x)$	diamètre du faisceau à l'abscisse x
λ	longueur d'onde utilisée pour la transmission
Ω_i	centre d'une bulle d'air turbulent d'indice i
$(\theta_T^2)^{1/2}$	variance de l'angle d'ouverture du faisceau

I.3. Portée pratique de l'étude

On peut se poser une première question sur la valeur physique d'un modèle purement géométrique, où les effets de diffraction sont négligés. Nous espérons que l'apport essentiel réside dans une procédure de calcul efficace, particulièrement apte à l'estimation numérique rapide de la sensibilité des caractéristiques de propagation aux déviations physiques du faisceau (angle, étalement, caractéristiques de l'atmosphère, conjointement).

La seconde question est relative à l'application dans un système réel. Outre les prévisions qualitatives, le but principal recherché est celui de l'adaptation du récepteur d'une liaison laser pour en optimiser le gain et la sensibilité. Notre modèle permet en effet très simplement, à partir de mesures simples sur le faisceau, d'estimer les caractéristiques de la propagation, atmosphère comprise. Le modèle sert donc pour la régulation adaptative d'une liaison laser à l'air libre.

II. Modelisation de la turbulence

II.1. Description (cf figure 1)

C'est un modèle de bulles. La création de ces bulles s'effectue au niveau du sol, elle est aléatoire et due à des écarts de température locaux. Ces bulles sont animées:

- d'un mouvement vertical selon $0z$, conséquence d'un gradient de température dT/dz
- d'un mouvement dans le plan horizontal, par suite de la présence d'un vent soufflant à la vitesse v supposée uniforme et d'incidence α par rapport à $0z$. Elles interceptent donc le faisceau laser que l'on prendra parallèle à $0x$.

II.2. Cinétique verticale

Pour déterminer le mouvement d'une bulle de centre Ω_i et de rayon r_i il suffit d'appliquer le théorème fondamental de la dynamique:

$$\sum F = m\gamma = m \frac{d^2 z}{dt^2}$$

$\sum F$ étant la somme des forces appliquées à chaque bulle. Pour ceci nous devons calculer le gradient de température dT/dz relatif à l'air ambiant et à l'air contenu dans la turbulence.

II.2.1. Gradient de température

On suppose les transformations adiabatiques (pas d'échange de chaleur lors du déplacement vertical), la pression de l'air intérieur à la bulle variera de façon à

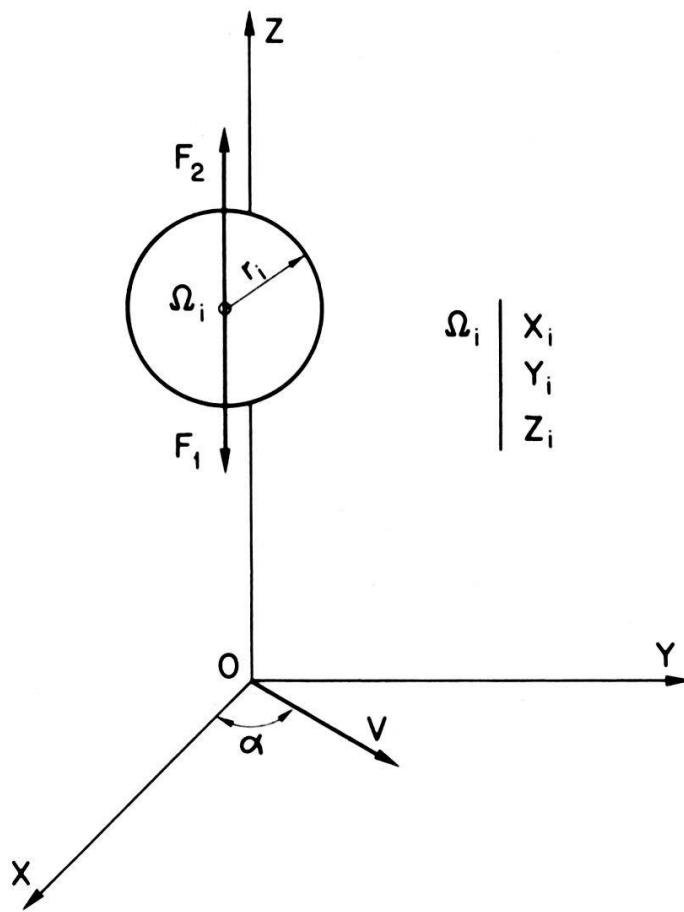


Figure 1
Mouvement vertical d'une bulle d'air turbulent.

rester égale à la pression ambiante. On montre que [1]:

$$\left(\frac{dT}{dz}\right)_{\text{ad}} = -\frac{Mg}{R} \frac{\gamma - 1}{\gamma} \quad (1)$$

II.2.2. Mouvement de la bulle

Elle est soumise à deux forces:

- la pesanteur: $F_1 = mg = \rho^* v' g$
- la poussée d'archimède: $F_2 = \rho^* v' g$

La force résultante sera donc:

$$F = -mg \left(1 - \frac{\rho^*}{\rho^{*\prime}}\right) = F_1 + F_2$$

dont l'expression faisant intervenir γ_a , gradient de température ambiant, et γ_b gradient de température de l'air turbulent, est [1]:

$$F = mg \frac{\gamma_a - \gamma_b}{T} z \quad (2)$$

On traduit le mouvement par:

$$\frac{d^2z}{dt^2} - \frac{\gamma_a - \gamma_b}{T} gz = 0$$

Pour une atmosphère stable γ_a est inférieur à γ_b , la force résultante est une force de rappel (sens contraire de $0z$). Par suite:

$$\frac{d^2z}{dt^2} + \frac{\gamma_b - \gamma_a}{T} gz = 0 \quad (3)$$

la solution de cette équation représentant le mouvement vertical de la bulle est sinusoidale et de la forme:

$$z = Z \sin(\omega t + \varphi) \quad \text{avec} \quad \omega^2 = \left(\frac{\gamma_a - \gamma_b}{T} \right) g$$

Les conditions initiales permettent de calculer Z et φ :

$$A : t = 0 \quad z = 0 \quad \text{et} \quad \left(\frac{dz}{dt} \right)_0 = z_0 = v_{i0}$$

Supposant que:

- un écart de température initial ΔT_0 transfère à la bulle une énergie initiale E_{i0} contribuant exclusivement à son décollage
- la transformation est isentropique

il vient:

$$z = \frac{2R}{Mg} \sqrt{\frac{T_0 \cdot \Delta T_0}{(\gamma' - 1)(\gamma_b - \gamma_a)}} \cdot \sin \left(\sqrt{\frac{\gamma_b - \gamma_a}{T}} g \cdot t \right) \quad (4)$$

III. Diffraction du faisceau

III.1. Déviation θ_i subie par une génératrice du faisceau après la traversée d'une bulle:

Considérons la figure 2. Soit Π le plan contenant $0x$ et Ω_i : ce plan est diamétral et contient M premier point d'intersection du faisceau avec la sphère. $\overrightarrow{\Omega_i M}$ est donc un vecteur normal au plan de tangente en M à la sphère. D'après la loi de Descartes, le faisceau réfracté est contenu dans le plan formé par les vecteurs \vec{u} et $\overrightarrow{\Omega_i M}$, c'est-à-dire le plan Π . Plaçons nous dans ce plan pour effectuer les calculs (figure 3). Soit $1 + \delta n_i$, l'indice de réfraction à l'intérieur de la bulle avec $|\delta n_i| \ll 1$; les angles i_1 , i_2 , i'_2 étant petits on trouve aisément:

$$\theta_i = 2 \frac{y'}{r_i} \sqrt{1 - \frac{y'^2}{r_i^2}} \cdot \delta n_i \quad (5)$$

III.2. Angle d'ouverture du faisceau après la traversée d'une bulle (cf figure 4)

On considère deux génératrices diamétralement opposées, distantes de ρ . L'angle de déviation est compté algébriquement du faisceau incident vers la

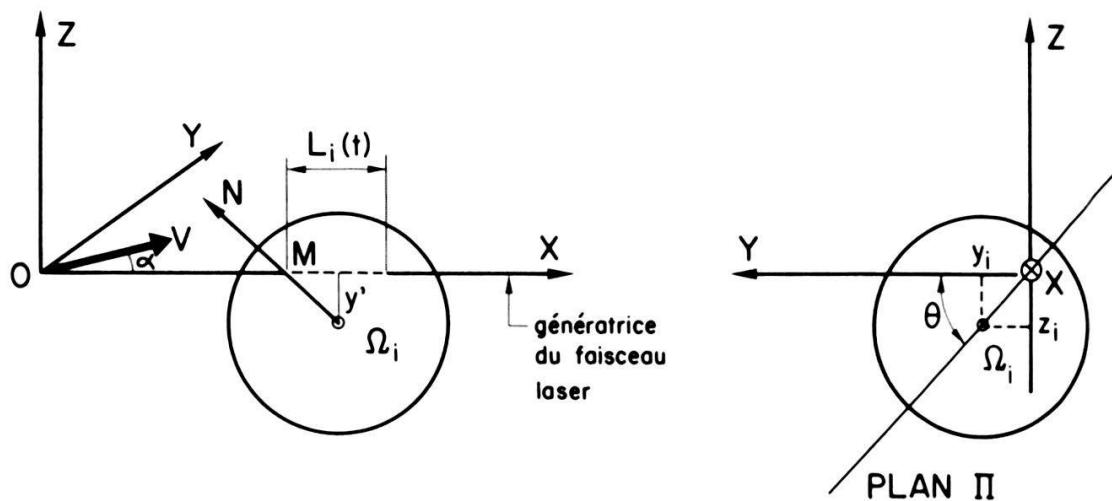


Figure 2
Plan contenant la génératrice réfractée.

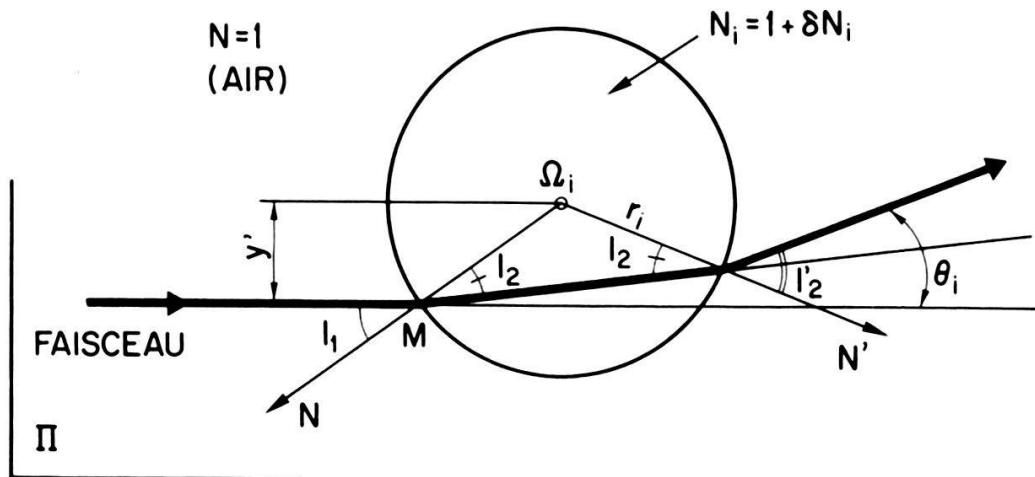


Figure 3
Déviation subie par une génératrice.

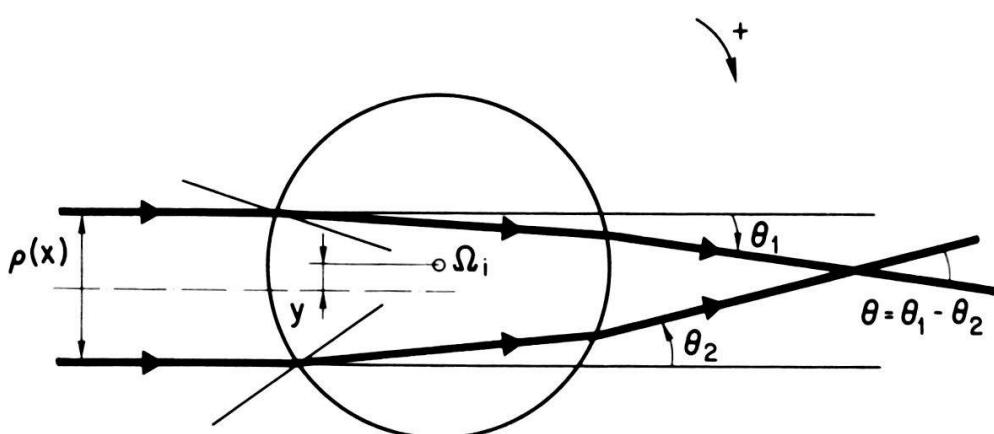


Figure 4
Angle d'ouverture du faisceau après la traversée d'une bulle.

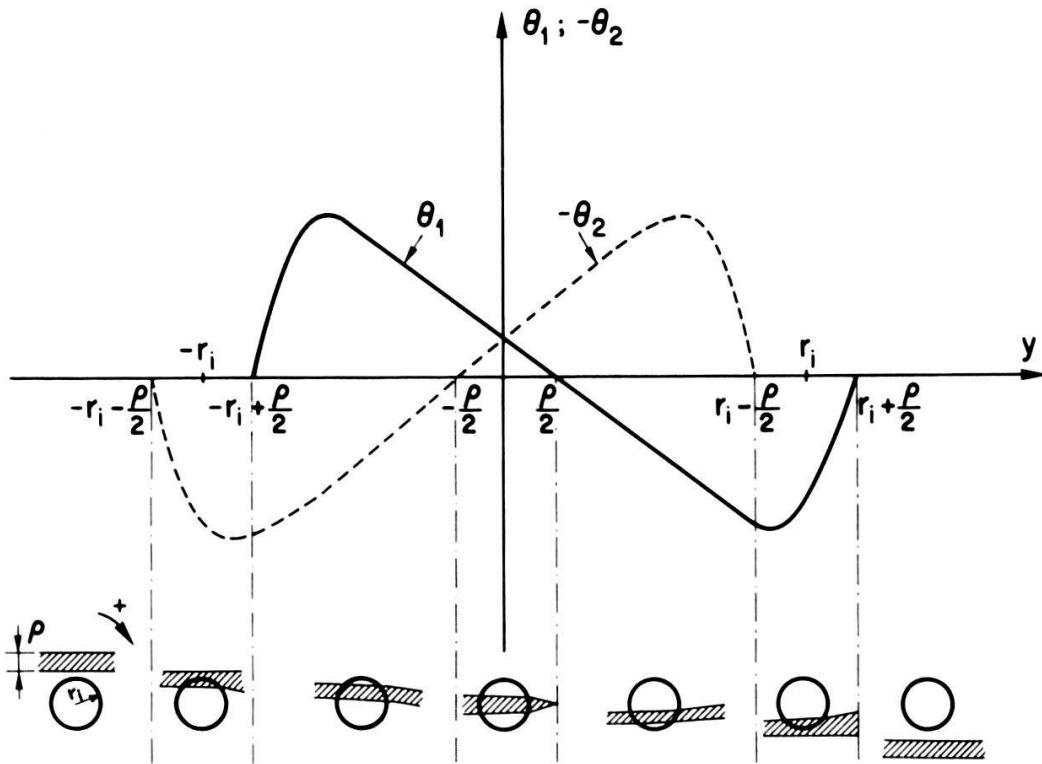


Figure 5

Variation de l'angle de déviation des deux génératrices extrêmes en fonction de y - position relative correspondante de la bulle par rapport au faisceau laser (zone hachurée).

génératrice sortante et l'on choisit un sens positif arbitraire. Soit y la distance de l'axe du faisceau à Ω_i . En appliquant le résultat précédent à chacune des génératrices, il vient:

$$\theta = \theta_1 - \theta_2$$

c'est-à-dire:

$$\theta = \frac{2\delta n_i}{r_i^2} \left[\left(\frac{\rho}{2} - y \right) \sqrt{r_i^2 - \left(\frac{\rho}{2} - y \right)^2} + \left(\frac{\rho}{2} + y \right) \sqrt{r_i^2 - \left(\frac{\rho}{2} + y \right)^2} \right] = \theta(y) \quad (6)$$

Le tracé de cette fonction $\theta(y)$ a fait l'objet d'un programme Fortran. La figure 5 indique de manière schématique les variations de θ_1 et $-\theta_2$ ainsi que les positions de la bulle relativement au faisceau. On vérifie bien que θ a une moyenne nulle, d'après la symétrie des courbes θ_1 et $-\theta_2$ par rapport à $y = \rho/2$ et $y = -\rho/2$ respectivement. Il est intéressant de calculer le moment d'ordre 2:

$$\langle \theta^2 \rangle = \int_{-r_i - (\rho/2)}^{r_i + (\rho/2)} \theta^2 dy \frac{1}{2r_i + \rho}$$

qui, au second ordre près, avec l'hypothèse $\rho < r_i$ est donné par [2]:

$$\langle \theta^2 \rangle = 8 \left(\frac{\rho}{r_i} \right)^2 \langle \rho n_i^2 \rangle \quad (7)$$

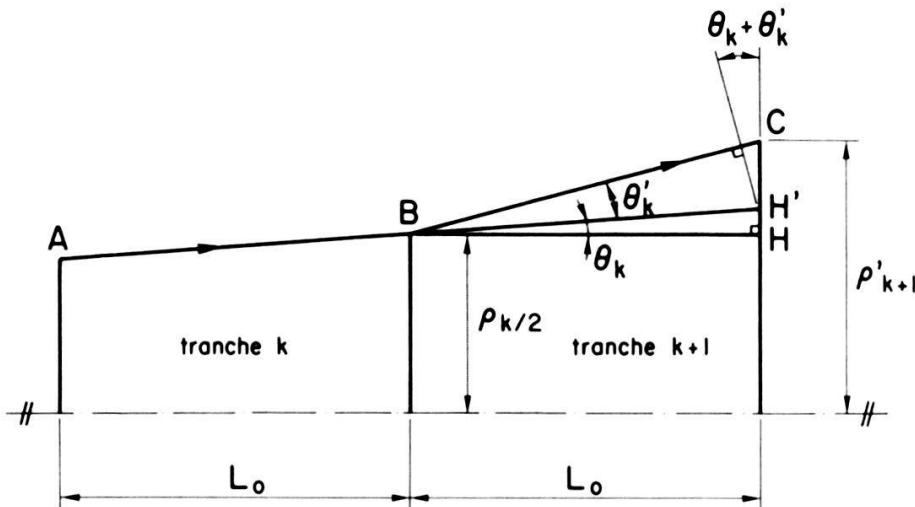


Figure 6
Calcul du diamètre du faisceau par découpage en tranches L_0 du parcours de propagation.

III.3. Variance totale de l'angle d'ouverture du faisceau pour un parcours de propagation de longueur donnée

Soit N le nombre de bulles interceptant en moyenne le faisceau et $L(r_i, t) = L_i(t)$ la longueur de corde interceptée par une bulle de rayon r_i à l'instant t . (cf figure 2). Alors pour un trajet L :

$$N = E\left(\frac{L}{L_i(t)}\right)$$

Les équations traduisant le mouvement du centre Ω_i de la bulle d'indice i sont:

$$\Omega_i \begin{cases} x_i = (V \cos \alpha)t \\ y_i = (V \sin \alpha)t \\ z_i = Z \sin \omega t \end{cases}$$

et $L_i(t)$ s'exprime simplement par:

$$L_i(t) = 2\sqrt{r_i^2 - y'^2} = 2\sqrt{r_i^2 - y_i^2 - z_i^2}$$

que l'on intègre entre les bornes définissant l'intervalle de temps mis par la bulle à franchir le faisceau. Dans l'hypothèse où ωt est petit on déduit:

$$N = \frac{L\pi}{4r_i} \quad (8)$$

En toute rigueur, la variance totale est la somme de n variables aléatoires indépendantes centrées. Pour la contribution de ces N bulles, les δn_i étant supposés indépendants, on obtient une variable aléatoire gaussienne centrée et par application du théorème central limite:

$$\langle \theta^2 \rangle_T = \frac{L\pi}{4r_i} \langle \delta n_i^2 \rangle 8 \left(\frac{\rho}{r_i} \right)^2 \quad (9)$$

A ce stade du calcul introduisons le résultat de Kolmogorov relatif à l'expression

de δn_i^2 ([1] – Annexe 3):

$$\langle \delta n_i^2 \rangle = C_n^2 (2r_i)^{-1/3} \quad (10)$$

Ce calcul est effectué après avoir étudié les échanges énergétiques au sein de la turbulence et déterminé des spectres de l'indice de réfraction en fonction de mesures expérimentales. δn_i représente la variation spatiale de l'indice de réfraction de l'air. C_n^2 est la constante de structure de l'indice de réfraction, elle mesure directement la force de la turbulence (de l'ordre de $64 \times 10^{-18} \text{ m}^{-2/3}$ pour une turbulence faible et $25 \times 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$ pour une turbulence forte) [25] [27]. Finalement:

$$\langle \theta^2 \rangle = 2^{2/3} \pi L C_n^2 r_i^{-10/3} \rho^2(x) \quad (11)$$

Pour prendre en compte l'effet de toutes les bulles depuis leur taille minimale r jusqu'à r_{\max} , taille où elles éclatent [1] (Annexe 5) il suffit d'intégrer (11) par rapport à r_i , ce qui donne:

$$\langle \theta_T^2 \rangle = 0,424 L C_n^2 \rho(x)^{-1/3} \quad (12)$$

IV. Calcul du diamètre du faisceau

Une remarque importante est que ρ diamètre du faisceau laser n'est pas constant et égal au diamètre initial mais augmente avec la distance x . Pour matérialiser ce phénomène d'élargissement on procède à un découpage en tranches du parcours et on recalcule le diamètre au début de chaque tranche compte tenu de la dispersion en fin de tranche précédente. On met ainsi en évidence une relation de récurrence sur ρ .

Considérons θ_K l'incidence par rapport à l'horizontale de la génératrice supérieure du faisceau dans la tranche K ; dans la tranche $K+1$ elle subira une nouvelle déviation θ'_K correspondant au trajet BH' . D'après (12):

$$\theta'_K = \frac{1}{2} \sqrt{0,424 l_0 C_n^2 \frac{\rho K^{-1/3}}{\cos \theta_K}} \quad (13)$$

et

$$\theta_{K+1} = \theta_K + \theta'_K \quad (14)$$

On peut supposer que statistiquement les déviations extrêmes par rapport à l'axe sont égales pour chaque tranche (ce qui revient à assimiler ρ_{K+1} à $\rho_{K+1/2}$). Par suite, après quelques considérations géométriques:

$$\rho_{K+1} = \rho_K + 2l_0 \operatorname{tg} \theta_K + 2l_0 \frac{\sin \theta'_K}{\cos \theta_K \cdot \cos \theta_{K+1}} \quad (15)$$

V. Variations de phase

V.1. Expression de la fonction d'intercorrélation de phase

Soit deux points A et B appartenant à deux génératrices diamétrales du faisceau laser distantes de ρ , diamètre du faisceau. Lors d'une propagation dans le

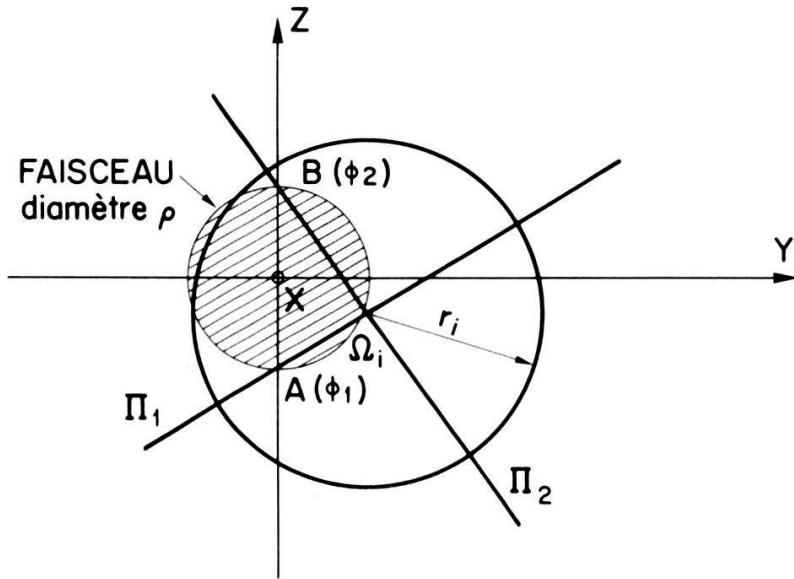


Figure 7
Génératrices A et B définissant Π_1 et Π_2

vide les points A et B sont toujours en phase; mais lorsque le faisceau laser traverse l'atmosphère turbulent, des variations de phase se produisent en tout point du faisceau; ces variations sont d'autant plus importantes que les points considérés sont plus éloignés. Il est intéressant de connaître de quelle façon les variations de phase dépendent des conditions atmosphériques – force de la turbulence – de la distance de propagation, de la longueur d'onde laser. Dans ce but, nous nous proposons de calculer l'expression de la fonction d'intercorrélation de phase $\langle \delta\Phi_1 \cdot \delta\Phi_2 \rangle$ entre deux points A et B définis ci-dessus.

Soit un faisceau laser d'axe $0x$, de diamètre ρ , Φ_1 la génératrice passant par A , Φ_2 celle passant par B . Considérons les plans Π_1 et Π_2 contenant le centre d'une bulle de la turbulence Ω_i et les deux génératrices A et B respectivement. (cf (§III.1) et figure 7).

Lors de la traversée de la bulle, le rayon Φ_1 subit un retard de phase (figure 8):

$$\delta\Phi_1 = 2k\rho(i'_1 - i_1) \quad \text{avec} \quad k = 2\pi/\lambda$$

de même:

$$\delta\Phi_2 = 2k\rho(i'_2 - i_2)$$

Les calculs de $(i'_1 - i_1)$ et $(i'_2 - i_2)$ se font en se plaçant dans les plans Π_1 et Π_2 ([1] p. 38–39). On obtient les formules suivantes:

$$\delta\Phi_1 = 2k\rho \frac{\delta n_i}{r_i} \sqrt{y_i^2 + \left(z_i - \frac{\rho}{2}\right)^2} \sqrt{1 - \frac{y_i^2 + \left(z_i - \frac{\rho}{2}\right)^2}{r_i^2}}$$

$$\delta\Phi_2 = 2k\rho \frac{\delta n_i}{r_i} \sqrt{y_i^2 + \left(z_i + \frac{\rho}{2}\right)^2} \sqrt{1 - \frac{y_i^2 + \left(z_i + \frac{\rho}{2}\right)^2}{r_i^2}}$$

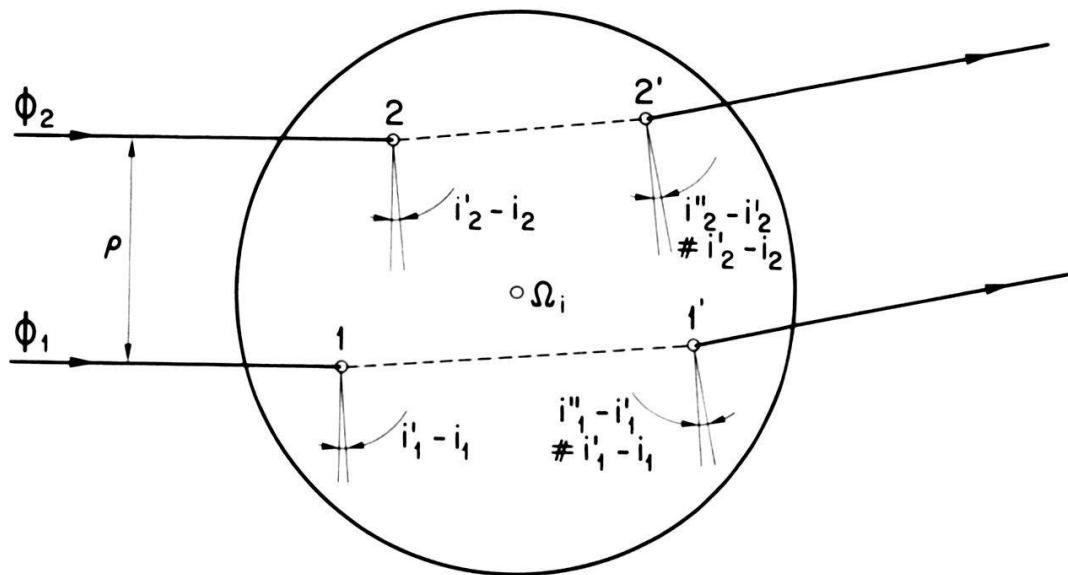


Figure 8
Déviations de chacun des rayons ϕ_1 et ϕ_2 du faisceau laser lors de la traversée d'une bulle.

D'où l'on déduit:

$$\delta\Phi_1 \cdot \delta\Phi_2 = \frac{4k^2\rho^2\delta n_i^2}{r_i^2} F(r_i, \rho)$$

avec

$$F(r_i, \rho) = \left\{ \left[y_i^2 + \left(z_i - \frac{\rho}{2} \right)^2 \right] \left[y_i^2 + \left(z_i + \frac{\rho}{2} \right)^2 \right] \times \left[1 - \frac{y_i^2 + \left(z_i - \frac{\rho}{2} \right)^2}{r_i^2} \right] \left[1 - \frac{y_i^2 + \left(z_i + \frac{\rho}{2} \right)^2}{r_i^2} \right] \right\}^{1/2}$$

Il est alors possible de calculer la moyenne de $\delta\Phi_1 \cdot \delta\Phi_2$ pour la contribution de N bulles en supposant les variables aléatoires y_i et z_i équiréparties entre $-r_i$ et $+r_i$, en introduisant l'expression de Kolmogorov [14]

$$\langle \delta n_i^2 \rangle = C_n^2 (2r_i)^{-1/3}$$

On obtient:

$$\begin{aligned} \langle \delta\Phi_1 \cdot \delta\Phi_2 \rangle &= N \frac{4k^2\rho^2C_n^2(2r_i)^{-1/3}}{r_i^2} \iint_D F(r_i, \rho) \frac{1}{4r_i^2} dy_i dz_i \\ \langle \delta\Phi_1 \cdot \delta\Phi_2 \rangle &= 2^{-7/3} \pi L k^2 \rho^2 C_n^2 r_i^{-16/3} \cdot A(r_i, \rho) \end{aligned} \quad (16)$$

Où $A(r_i, \rho)$ désigne l'intégrale double:

$$A(r_i, \rho) \triangleq \iint_D F(r_i, \rho) dy_i dz_i \quad (17)$$

D représentant l'ensemble des positions possibles de Ω_i telles que A et B appartiennent à l'intérieur de la bulle.

L'expression (16) fait intervenir une intégrale double $A(r_i, \rho)$. La complexité de cette dernière nous a conduit à la calculer par intégration numérique de façon à obtenir les valeurs de $A(r_i, \rho)$ en assignant différentes valeurs aux paramètres r et ρ . Les synthèse de ces résultats numériques nous a fourni deux expressions littérales de (17); (pour plus de détails consulter [2] p. 4 à 16).

$$\text{Pour } \rho < r_i \leq 10\rho: \quad A(r_i, \rho) = 0,28\rho^{-0,267}r_i^{4,26}$$

$$\text{Pour } 10\rho < r_i \leq r_{\max}: \quad A(r_i, \rho) = 0,53r_i^4$$

Il est alors possible d'incorporer ces expressions dans (16). Il vient:

$$\text{Pour } \rho < r_i \leq 10\rho: \quad \langle \delta\Phi_1 \cdot \delta\Phi_2 \rangle = 0,174Lk^2C_n^2\rho^{1,733}r_i^{-1,073}$$

$$\text{Pour } 10\rho < r_i < r_{\max}: \quad \langle \delta\Phi_1 \cdot \delta\Phi_2 \rangle = 0,33Lk^2C_n^2\rho^2r_i^{-4/3} \quad (18)$$

Il convient maintenant de considérer la somme des contributions des bulles du diamètre ρ jusqu'à r_{\max} . Sachant que $r_{\min} = 0,001$ m et $r_{\max} = 20$ m (altitude où l'on situe la propagation) nous aurons deux cas à distinguer:

$$\star \rho \leq 2m \left(= \frac{r_{\max}}{10} \right): \quad \langle \delta\Phi_1 \cdot \delta\Phi_2 \rangle = 0,829Lk^2C_n^2\rho^{5/3} - 0,99Lk^2C_n^2\rho^2(r_{\max})^{-1/3}$$

En faisant l'hypothèse:

$$\rho \ll r_{\max}$$

On déduit:

$$\langle \delta\Phi_1 \cdot \delta\Phi_2 \rangle = 0,829Lk^2C_n^2\rho^{5/3} \quad (19)$$

$$\star \rho > 2m:$$

$$\langle \delta\Phi_1 \cdot \delta\Phi_2 \rangle = 2,39Lk^2C_n^2\rho^{5/3} \quad (20)$$

V.2. Fluctuations de l'angle d'arrivée

Pour déterminer les fluctuations de l'angle d'arrivée, il faut se placer dans le plan d'arrivée du récepteur. Soit d le diamètre d'ouverture de celui-ci. On utilise les résultats précédents concernant l'intercorrélation de phase:

$$\langle \Delta\alpha_a^2 \rangle = \frac{1}{k^2d^2} \langle \delta\Phi_1 \cdot \delta\Phi_2 \rangle (\rho = d) \quad ([2] \text{ p. 64-65})$$

En introduisant (19) et (20) on obtient finalement:

$$\text{Pour } d \leq \frac{r_{\max}}{10} \quad \langle \Delta\alpha_a^2 \rangle = 0,829LC_n^2d^{-1/3} \quad (21)$$

$$\text{Pour } d > \frac{r_{\max}}{10} \quad \langle \Delta\alpha_a^2 \rangle = 2,39LC_n^2d^{-1/3}$$

VI. Résultats

Après avoir déterminé les expressions des variations des paramètres du faisceau laser nous en avons déduit numériquement la propagation en prenant trois types de turbulence [27]:

- turbulence faible: $C_n^2 = 64 \times 10^{-18} \text{ m}^{-2/3}$
- turbulence moyenne: $C_n^2 = 16 \times 10^{-16} \text{ m}^{-2/3}$
- turbulence forte: $C_n^2 = 25 \times 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$

Nous avons vu de quelle manière il était possible de déterminer, à chaque tranche de propagation de pas l_0 , les valeurs de l'élargissement du faisceau, de son diamètre, de l'intercorrélation de phase. (cf §4). Un programme a été établi, qui permet de calculer ces différents paramètres (cf [2] p. 33-36). Nous présentons ici les tableaux résultant des calculs (I, II, III). *Il n'apparaît pas dans ceux-ci le facteur en $\lambda x/2\rho_0$ (x : position le long du parcours de propagation; ρ_0 : diamètre initial du faisceau) qui traduit l'auto-élargissement d'un faisceau gaussien.*

Tableau I
 $\langle \delta\Phi_1 \delta\Phi_2 \rangle$ en $(\text{rad})^2$ pour une distance de propagation L dans une turbulence caractérisée par C_n^2 .

$C_n^2(\text{m}^{-2/3})$	1000 m	2000 m	3000 m	5000 m	Turbulence
L	1000 m	2000 m	3000 m	5000 m	
64×10^{-18}	3×10^{-4}	$2,9 \times 10^{-3}$	$12,8 \times 10^{-3}$	$85,8 \times 10^{-3}$	Faible
16×10^{-16}	$60,1 \times 10^{-3}$	$7,08 \times 10^{-1}$	3,1	$>\pi^2$	Moyenne
25×10^{-14}	$>\pi^2$	$>\pi^2$	$>\pi^2$	$>\pi^2$	Forte

Tableau II
Diamètre du faisceau laser (en m) après une distance de propagation L dans une turbulence caractérisée par C_n^2 (diamètre initial du faisceau $\rho_0 = 1 \text{ mm}$) (auto-élargissement exclu)

$C_n^2(\text{m}^{-2/3})$	1000 m	2000 m	3000 m	5000 m	Turbulence
L	1000 m	2000 m	3000 m	5000 m	
64×10^{-18}	3×10^{-3}	$7,9 \times 10^{-3}$	15×10^{-3}	36×10^{-3}	Faible
16×10^{-16}	$10,6 \times 10^{-3}$	$31,5 \times 10^{-3}$	62×10^{-3}	146×10^{-3}	Moyenne
25×10^{-14}	99×10^{-3}	300×10^{-3}	575×10^{-3}	1,34	Forte

Tableau III
Fluctuations de l'angle d'arrivée $\langle \Delta\alpha_a^2 \rangle$ en $(\text{picorad})^2$ pour une ouverture du récepteur de 10 cm, une distance de propagation L dans une turbulence de force C_n^2 .

$C_n^2(\text{m}^{-2/3})$	1000 m	2000 m	3000 m	5000 m	Turbulence
L	1000 m	2000 m	3000 m	5000 m	
64×10^{-18}	0,114	0,23	0,34	0,57	Faible
16×10^{-16}	2,86	5,7	8,6	14,28	Moyenne
25×10^{-14}	446,5	893	1340	2232	Forte

VII. Conclusion

Avant de discuter les résultats, il est important de se souvenir des hypothèses faites pour effectuer les calculs. En effet, nous n'avons pris en compte – pour les raisons exposées dans le rapport [1] – que les bulles ayant un diamètre supérieur à celui du faisceau. Les formules que nous avons obtenues décrivent *donc les effets des grosses bulles*. La validité des calculs optiques est conditionnée par le fait que $\sqrt{\lambda}L \ll d_0$, où L est la distance de propagation, d_0 la plus petite taille de la turbulence et λ la longueur d'onde électromagnétique. Dans notre cas il arrive que cette condition ne soit pas entièrement vérifiée, en particulier pour les bulles dont la taille est telle que $l < \sqrt{\lambda}L$. Dès lors des phénomènes de diffraction importants apparaissent, mais ils n'ont une influence notable que sur les fluctuations d'amplitude (beaucoup plus que sur les fluctuations de phase). Nous pouvons de ce fait considérer que l'approximation utilisée est justifiée. Les formules finales auxquelles nous aboutissons sont identiques, dans leur dépendance vis à vis des paramètres du faisceau et de la turbulence, à celles figurant dans la littérature [8] [9] [15] [16]. Seuls changent les coefficients numériques. A titre de comparaison nous présentons les résultats récapitulatifs concernant:

VII.1. La fonction d'intercorrélation de phase

$$\left. \begin{array}{l} \rho < 2m \langle \delta\Phi_1 \delta\Phi_2 \rangle = 0,829 L k^2 C_n^2 \rho^{5/3} \text{ au lieu de } 1,46 L k^2 C_n^2 \rho^{5/3} \\ \rho > 2m \qquad \qquad \qquad = 2,39 L k^2 C_n^2 \rho^{5/3} \text{ au lieu de } 2,92 L k^2 C_n^2 \rho^{5/3} \end{array} \right\} [15]$$

VII.2. Les fluctuations de l'angle d'arrivée:

$$\left. \begin{array}{l} \rho < 2m (\Delta\alpha_d^2) = 0,829 L C_n^2 \rho^{-1/3} \text{ au lieu de } 1,46 L C_n^2 \rho^{-1/3} \\ \rho > 2m \qquad \qquad \qquad = 2,39 L C_n^2 \rho^{-1/3} \text{ au lieu de } 2,92 L C_n^2 \rho^{-1/3} \end{array} \right\} [15]$$

VII.3. L'élargissement du faisceau:

$$\langle \theta_T^2 \rangle = 0,424 L C_n^2 \rho^{-1/3}$$

Aucune formule précise n'existe exceptée celle figurant dans [16] p. 1526 qui confirme la loi de variation précédente. (sans coefficient numérique). Somme toute on voit que l'on a obtenu par une autre méthode des résultats numériquement très proches de ceux résultant des considérations électromagnétiques généralement exploitées dans la littérature.

On peut définir, à partir de la formule donnant les fluctuations de phase, un rayon de cohérence au delà duquel ces fluctuations seront supérieures à π . Ainsi

$$\rho_{ch} = 3,79 (L k^2 C_n^2)^{3/5} = (9,21 L k^2 C_n^2)^{3/5}$$

et deux rayons distants de $\rho < \rho_{ch}$ seront dits cohérents. Notons que la perte de cohérence est causée par les bulles ayant un diamètre proche de ρ (cf [18]).

Notons également que, lorsque la turbulence est animée d'un mouvement transversal par rapport au faisceau, dans un intervalle de temps donné Δt , le nombre de petites bulles coupant le faisceau sera plus élevé que celui des grosses bulles coupant le faisceau (cf [1] p. 35). Or l'effet important sur l'élargissement du

faisceau provient des bulles de faible diamètre (cf [11]). Le pinceau est très altéré par les petites turbulences, il peut même se scinder en plusieurs faisceaux. Ceci explique l'allure des photographies prises dans le plan d'arrivée du récepteur, après traversée de l'atmosphère turbulente: pour des temps de pose très courts, l'effet enregistré est celui des petites bulles, les grosses semblant statiques – on observe des paquets séparés (speckle), pour des temps de pose plus longs on obtient une image d'ensemble et une tâche compacte de diamètre sensiblement égal au précédent [21].

REFERENCES

- [1] J. Y. DUQUESNOY et C. RABILLON, "Propagation par laser pulsé à l'air libre", Ecole Nationale Supérieure des Télécommunications, Rapport ENST-H-78001 1978.
- [2] J. Y. DUQUESNOY et C. RABILLON, "Propagation par laser pulsé en atmosphère turbulente", Ecole Nationale Supérieure des Télécommunications, Rapport ENST-H-78002 1978.
- [3] J. C. SIMON, "Les applications du laser aux communications", Journal des Télécommunications, volume 32, N° 10, Octobre 1965, pp. 416–420.
- [4] R. K. LONG, "Atmospheric attenuation of ruby lasers", Proceedings of the IEEE, Mai 1973 pp. 859–860.
- [5] A. HAGARD, B. NILSON et H. OTTERSTEN, "Investigation of aerosol extinction in the visible and infrared", FCA rapport C30095-E1, Février 1977.
- [6] R. S. KENNEDY, "Communication through optical scattering channels", Proceedings of the IEEE, volume 58, N° 10, Octobre 1970 pp. 1651–1665.
- [7] M. H. LEE, J. F. HOLMES et J. R. KERR, "Statistics of speckle propagation through the turbulent atmosphere", JOSA volume 66, N° 11, Novembre 1976, pp. 1164–1172.
- [8] J. W. STROHBEHN, "Line of sight wave propagation through the turbulent atmosphere", Proceedings of the IEEE, N° 8, Août 1968, pp. 1301–1318.
- [9] R. S. LAWRENCE et J. W. STROHBEHN, "A survey of clear-air propagation effects relevant to optical communications", Proceedings of the IEEE, volume 58, N° 10, Octobre 1970, pp. 1523–1544.
- [10] MCCLATCHY et J. E. A. SELBY, "Optical modeling of the atmosphere" atmospheric propagation, pp. 1.1–1.21, Agard, Paris 1976.
- [11] J. R. KERR, "Turbulence effects on target illumination by laser transmitter", atmospheric laser propagation; pp. 21.1–21.12, Agard, Paris 1976.
- [12] P. J. WRIGHT, "A comparative study of atmosphere transmission at three laser wavelengths in relation to the meteorological parameters" atmospheric laser propagation, Agard, Paris 1976.
- [13] T. LUND et A. G. KJELAAS, "Atmospheric effects relevant to laser spectroscopy", atmospheric propagation, pp. 5.1–5.7, Agard, Paris 1976.
- [14] V. I. TATARSKY, "Wave propagation in turbulent medium" McGraw-Hill Book Company, 1961 New York.
- [15] J. R. KERR et P. J. TITTERTON, "Atmospheric optical communications systems" Proceedings of the IEEE, volume 58, N° 10, Octobre 1970 pp. 1691–1707.
- [16] D. A. de WOLF, "Waves in turbulent – A phenomenological model" Proceedings of the IEEE, volume 62, N° 11, Novembre 1974, pp. 1523–1527.
- [17] J. H. SHAPIRO, "Diffraction limited atmospheric imaging of extended objects" JOSA, Volume 66, N° 5, Mai 1976, pp. 469–477.
- [18] J. W. STROHBEHN (Ed), "laser beam propagation through the atmosphere", Springer Verlag, Berlin, 1979.
- [19] M. F. CODERCH, "Focal plane optical detection for turbulent channels" M. S. thesis, Dept of electrical engineering, MIT, 1978.
- [20] W. H. PAIK, et al., "Propagation experiments in low visibility atmosphere", Applied optics, to appear.
- [21] M. BERTOLOTTI, "Propagation problems relative to laser transmission" Paper N° 3, in: Recent advances in radio and optical propagation for modern communications, navigation and detection systems, AGARD-LS-91, AGARD, Paris, 1978.
- [22] M. CHANDRASEKHAR, "A statistical Basis for the theory of stellar scintillation", Monthly Notices Roy. Astron. Soc., Vol. 112, pp. 475–483 (1952).

- [23] L. MUCHMORE et R. WHEELON, "Line of sight Propagation phenomena I – Ray treatment", Proc. IRE, Vol 43, pp. 1437–49 (Oct 1955).
- [24] CHERNOV, "Wave Propagation in a Random Medium", New-York McGraw-Hill (1960).
- [25] TATARSKY, "Wave Propagation in turbulent Medium", New-York, McGraw-Hill (1961).
- [26] RYTOV, "Diffraction of light by ultrasonic waves", IZV Akad. Navk SSSR, Ser FIZ, N° 2, p. 223 (1937).
- [27] RONALD L. FANTE, "Intensity of a focused Beam in turbulent Medium", Proc. of IEEE, Oct 1974, pp. 1400–1401.
- [28] H. E. G. JESKE (Ed.), "Atmospheric effects on radar target identification and imaging", Vol. C-27, NATO ASI Series, D. Reidel Publ. Co, Dordrecht – Boston, 1976.