

Zeitschrift:	Helvetica Physica Acta
Band:	50 (1977)
Heft:	1
Artikel:	Bestimmung spektroskopischer Faktoren für Energieniveaux der Isotope $^{41, 43, 45, 49}\text{Ca}$ mit (d,p)-Reaktionen bei 2,5 MeV Deuteronenenergie
Autor:	Schär, H. / Trautmann, D. / Baumgartner, E.
DOI:	https://doi.org/10.5169/seals-114846

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 21.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Bestimmung spektroskopischer Faktoren für Energieniveaux der Isotope $^{41,43,45,49}\text{Ca}$ mit (d, p) -Reaktionen bei 2,5 MeV Deuteronenenergie

von H. Schär, D. Trautmann und E. Baumgartner

(Institut für Physik der Universität Basel)

(2.VI.1976)

Abstract. Differential (d, p) -cross sections on ^{40}Ca , ^{42}Ca , ^{44}Ca , ^{48}Ca at 2.5 MeV incident deuteron energy are measured in 5 degree intervals between 40 and 160 degrees. The angular distributions are compared with distorted-wave Born approximation calculations, and the spectroscopic factors are extracted for a number of transitions.

1. Einleitung

Wir haben differentielle Wirkungsquerschnitte für die Deuteronen-Abstreureaktionen $^{40}\text{Ca}(d, p)^{41}\text{Ca}$, $^{42}\text{Ca}(d, p)^{43}\text{Ca}$, $^{44}\text{Ca}(d, p)^{45}\text{Ca}$ und $^{48}\text{Ca}(d, p)^{49}\text{Ca}$ gemessen. Diese Reaktionen sind bei einer Deuteronen-Energie von 2,5 MeV unter Winkeln von 40 Grad bis 160 Grad in Schritten von 5 Grad beobachtet worden. Ferner wurde bei ^{48}Ca die Deuteronen-Energie von 2,0 MeV bis 2,8 MeV in Stufen von 0,1 MeV verändert (bei Streuwinkeln von 130 Grad und 160 Grad).

Ziel dieser Arbeit ist die genaue Bestimmung spektroskopischer Faktoren für verschiedene Energie-Niveaux der Isotope $^{41,43,45,49}\text{Ca}$. Die Anregungsenergien erstrecken sich von 0 MeV bis etwa 5,5 MeV.

Theoretische Winkelverteilungen werden in der Bornschen Näherung berechnet, wobei jedoch die ebenen Wellen durch Wellenfunktionen des optischen Modells ersetzt werden (DWBA). Die Anpassung dieser Winkelverteilungen (hier mit dem Rechenprogramm DWUCK [1] berechnet) an die experimentellen Wirkungsquerschnitte liefert uns die spektroskopischen Faktoren. Anhand einiger Beispiele werden die Resultate mit dem genaueren Rechenprogramm LOLA [2] überprüft.

Da dieses Experiment eng mit einer früher durchgeführten Arbeit [3] zusammenhängt, werden Sachverhalte, die dort ausführlich dargelegt sind, hier nur kurz erwähnt. Im theoretischen Teil (Absatz 2) werden nur Beziehungen im Zusammenhang mit dem spektroskopischen Faktor und der reduzierten Normierung aufgeführt; ausführliche Darstellungen der DWBA-Theorie können der Literatur [4–6] entnommen werden.

2. Theorie

2.1. Kurze Uebersicht

Zur Analyse von Abstreureaktionen ist die DWBA ein geeignetes Hilfsmittel. Der Wirkungsquerschnitt lässt sich in zwei Faktoren aufspalten. Der eine Faktor hat kinematische Eigenschaften und legt die Form der Winkelverteilung fest.

Der andere Faktor enthält die spektroskopischen Amplituden. Letztere können aus dem Vergleich zwischen experimentellen und theoretischen Wirkungsquerschnitten ermittelt werden.

Wenn die Abstreureaktionen sowohl im Eingangs- als auch Ausgangskanal unterhalb der Coulombschwelle durchgeführt werden, sind die daraus gewonnenen spektroskopischen Faktoren weitgehend von den optischen Streupotentialen unabhängig. Leider können im Experiment "Subcoulomb"-Bedingungen nur teilweise verwirklicht werden (vgl. Anhang 6.1.).

2.2. Bestimmung des spektroskopischen Faktors

Bei der Auswertung einer (d, p)-Reaktion mit Hilfe der DWBA wird zumeist angenommen, dass das abgestreifte Neutron durch einen einzigen Wert des Bahndrehimpulses l bzw. des totalen Spins j gekennzeichnet werden kann. Die Wellenfunktion des gebundenen Neutrons wird daher durch eine Schalenmodell-Wellenfunktion $\phi_{nljm}(\mathbf{r})$ – multipliziert mit einer spektroskopischen Amplitude $S_{lj}^{1/2}$ – dargestellt. n ist hierbei die radiale und m die magnetische Quantenzahl. Der radiale Anteil von $\phi_{nljm}(\mathbf{r})$ werde mit $u_{nlj}(r)$ bezeichnet; er verhält sich asymptotisch außerhalb des Bereichs der Kernkräfte wie eine sphärische Hankelfunktion $h_l^{(1)}(ikr)$:

$$u_{nlj}(r) = N_{nlj} \cdot |h_l^{(1)}(ikr)|, \quad r > R_N. \quad (1)$$

Die Normierungskonstante N_{nlj} ist durch die Bedingung

$$\int_0^\infty dr \cdot r^2 \cdot u_{nlj}^2(r) = 1 \quad (2)$$

festgelegt, und die Wellenzahl κ ist mit der Separationsenergie B_n des Neutrons im Ausgangskanal durch

$$\frac{\hbar^2 \cdot \kappa^2}{2\mu_n} = B_n \quad (3)$$

verknüpft, wobei μ_n die reduzierte Masse des Neutrons bezeichnet.

Benutzt man die "zero-range"-Approximation für die Neutron-Proton-Wechselwirkung, so ist im Rahmen der DWBA der differentielle Wirkungsquerschnitt durch

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\mu_d \mu_p}{(2\pi\hbar^2)^2} \cdot \frac{q_p}{q_d} \cdot \frac{2J_B + 1}{2J_A + 1} \cdot S_{lj} \cdot D_0^2 \cdot \sigma_{lj}(\theta) \quad (4)$$

gegeben, wobei

$$\sigma_{lj}(\theta) = \sum_m \left| \int d\mathbf{r} \chi_{\mathbf{q}_p}^{(-)*}(\mathbf{r}) \phi_{nljm}(\mathbf{r}) \chi_{\mathbf{q}_d}^{(+)}(\mathbf{r}) \right|^2 \quad (5)$$

ist. Dabei sind $\chi_{\mathbf{q}_p}^{(-)}$ und $\chi_{\mathbf{q}_d}^{(+)}$ gestörte Wellenfunktionen, die die elastische Streuung von Protonen bzw. Deuteronen im Coulombpotential und einem mittleren "optischen" Potential beschreiben. Weiterhin bezeichnet J_A den Spin des Anfangskerns und J_B denjenigen des Endkerns. Schliesslich berücksichtigt der Faktor D_0 approximativ die endliche Reichweite der Neutron-Proton-Wechselwirkung; er ist durch die asymptotische Normierung N_D der Deuteronen-Wellenfunktion bestimmt:

$$D_0 = \sqrt{4\pi} \cdot \frac{\hbar^2}{M} \cdot N_D. \quad (6)$$

2.3. Bedeutung der Coulomb-Schwelle

Für Reaktionen oberhalb der Coulomb-Barriere ist die Ermittlung spektroskopischer Faktoren oft mit grossen Unsicherheiten behaftet, weil die Kern-Wechselwirkung sich sehr stark in den elastischen Kanälen bemerkbar macht [6]. Falls jedoch die gesamte Reaktion, d.h. sowohl im Eingangs- wie auch im Ausgangskanal, unterhalb des Coulomb-Walls stattfindet, sind die Streuwellenfunktionen $\chi_{\mathbf{q}_p}^{(-)}$ und $\chi_{\mathbf{q}_d}^{(+)}$ allein durch die Coulomb-Wechselwirkung bestimmt. Als Folge davon wird im Matrix-Element das Kerninnere fast vollständig unterdrückt und es geht nur der asymptotische Teil der Neutronwellenfunktion ein. Für den Wirkungsquerschnitt können wir hiermit schreiben:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{2J_B + 1}{2J_A + 1} \cdot \Lambda_{nlj} \cdot \sigma_i^c(\theta) \quad (7)$$

mit

$$\sigma_i^c(\theta) = \frac{1}{2} \cdot \frac{\mu_d \mu_p}{(2\pi\hbar^2)^2} \cdot \frac{q_p}{q_d} \cdot D_0^2 \cdot \kappa^3 \cdot \sum_m \left| \int d\mathbf{r} \chi_{\mathbf{q}_p}^{(-)*}(\mathbf{r}) h_l^{(1)}(ikr) Y_{lm}^*(\mathbf{r}) \chi_{\mathbf{q}_d}^{(+)}(\mathbf{r}) \right|^2. \quad (8)$$

Hierbei haben wir die sog. reduzierte Normierung eingeführt:

$$\Lambda_{nlj} = N_{nlj}^2 \cdot S_{lj} / \kappa^3, \quad (9)$$

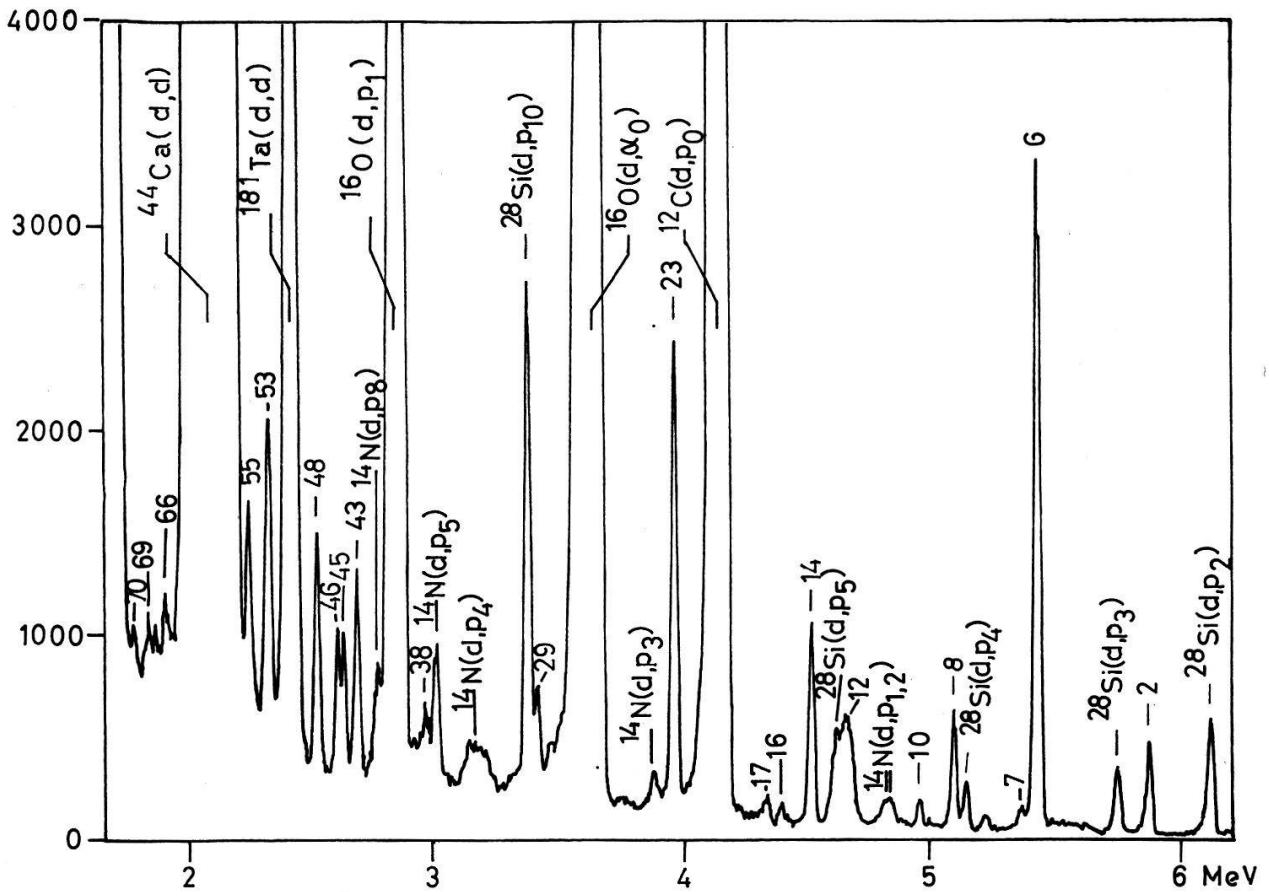
die sich nun sehr genau durch Vergleich mit den experimentellen Werten bestimmen lässt, da die Grösse $\sigma_i^c(\theta)$ vollständig modellunabhängig berechnet werden kann.

Die Zerlegung (7) ist jedoch auch für Energien leicht oberhalb der Coulomb-Barriere noch sinnvoll, da auch in diesen Fällen $\sigma_i^c(\theta)$ nicht sehr stark von den Kern-Wechselwirkungen abhängig ist.

3. Experimentelles

Zur Messung der Protonen-Energien werden Oberflächen-Sperrsicht-Zähler mit hohem Auflösungsvermögen eingesetzt. Die Detektoren weisen eine Dicke von 1 mm und eine vordere Fläche von 100 mm^2 auf. Die Calcium-Isotope wurden auf eine dünne Folie aus Kohlenstoff (Dicke ca. $10 \mu\text{g}/\text{cm}^2$) aufgedampft. Figur 1 zeigt einen Ausschnitt eines gemessenen Energiespektrums.

Alle Spektren umfassen den Energie-Bereich von 0 MeV bis etwa 9 MeV. Die Halbwertsbreite einer Spalte beträgt 20 keV bis 25 keV. Neben den (d, d)- und (d, p)-sind noch vereinzelt (d, α)-Reaktionen zu erkennen. Zu jedem Ca(d, p)-Spektrum ist das zugehörige Untergrund-Spektrum (^{12}C als Target) gemessen. Für



Figur 1

Teil des Energiespektrums der Reaktionen $^{44}\text{Ca}(d, p) ^{45}\text{Ca}$ bei $E_d = 2,5 \text{ MeV}$ und $\vartheta = 120$ Grad. Die Nummern 2 bis 70 kennzeichnen Niveaus von ^{45}Ca .

eine grobe Festlegung der Energie-Skala können die elastischen Streuungen an ^{12}C (nicht sichtbar in Fig. 1) und an Calcium ausgenutzt werden. Ausser an Calcium finden die (d, p) -Reaktionen vor allem an den leichten Verunreinigungen (^{12}C , ^{14}N , ^{16}O , ^{28}Si) statt.

4. Auswertung und Ergebnisse

4.1. Optische Modell-Parameter

Die Berechnung des spektroskopischen Faktors S_{lj} beruht auf den in Absatz 2.2. angegebenen Voraussetzungen. Tiefe, Radius und Randunschärfe der optischen Potentiale müssen so gewählt werden, dass die gemessene Winkelverteilung reproduziert und der elastische Kanal innerhalb weniger Prozente richtig wiedergegeben wird. Ausserdem darf der spektroskopische Faktor nicht von der Einschuss-Energie abhängen.

Wir benötigen 14 Parameter: je 6 für das Deuteron und das Proton (3 für Volumen- und 3 für Oberflächen-Anteil), 2 für das gebundene Neutron (vgl. Anhang 6.2.). DWBA-Analysen an Calcium-Kernen sind schon in stattlicher Anzahl veröffentlicht worden [7–18]. Eine übersichtliche Zusammenfassung von Potentialwerten findet man bei Perey [19].

Wir beginnen die Auswertung mit Literatur-Parametern. Sie stammen jedoch zum grossen Teil von Arbeiten, deren Messungen oberhalb der Coulomb-Schwelle

durchgeführt worden sind (Energien zwischen 7 MeV und 12 MeV). Durch schrittweises Verändern einiger Potentiale wird möglichst gute Übereinstimmung zwischen experimenteller und gerechneter Winkelverteilung erzielt. Die Rechenschritte sind gleichzeitig an Niveaux mit verschiedenem Bahndrehimpuls ausgeführt worden. Die verwendeten optischen Potentiale und weitere Einzelheiten zu DWUCK sind im Anhang 6.2. zu finden.

Um die Anzahl der vorerst freien Parameter zu vermindern, analysiert man die elastische Streuung von Deuteronen am Targetkern und von Protonen am Endkern.

Die an Calcium elastisch gestreuten 2,5-MeV-Deuteronen sind durch ein Rutherford-Verhalten gekennzeichnet, so dass wir daraus keinen Aufschluss über das Kernpotential des Deuterons gewinnen können. Bei höheren Energien können die differentiellen Streuquerschnitte durch verschiedene Sätze von Parametern des optischen Potentials dargestellt werden [14]. Im folgenden wird diesem Spielraum durch Auswertung mit zwei Parameter-Sätzen Rechnung getragen.

Der Energiebereich der Protonen erstreckt sich von ca. 3 MeV bis 9 MeV. Die Potentialtiefe V_R hängt von der Anregungsenergie des Endkerns ab [14]:

$$V_R = \text{konst} - 0,55 \cdot E (\text{MeV}). \quad (10)$$

Die Werte der Konstanten sind noch schwach von der Isotopenmasse abhängig und sind im Anhang 6.2. angegeben.

Die Neutronenwerte, die die Form der Winkelverteilung kaum beeinflussen, werden so gewählt, dass der spektroskopische Faktor für die (d, p_0) -Reaktion den Zahlenwerten, die in Tabelle 1 zusammengestellt sind, nahe kommt.

Tabelle 1
Theoretische Werte des spektroskopischen Faktors
für (d, p_0) -Reaktionen.

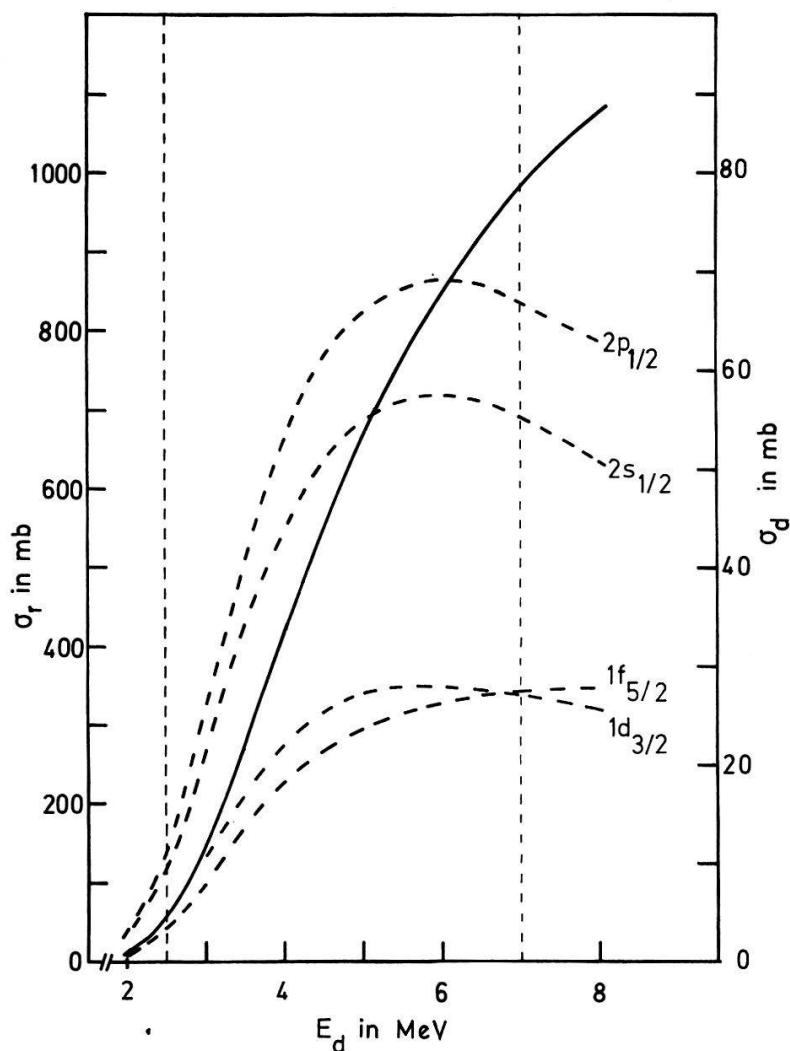
Reaktion	J_B	$(2j + 1)S_{lj}$
$^{40}\text{Ca}(d, p_0)$	7/2	8,0
$^{42}\text{Ca}(d, p_0)$	7/2	6,0
$^{44}\text{Ca}(d, p_0)$	7/2	4,0
$^{48}\text{Ca}(d, p_0)$	3/2	4,0

4.2. Abschätzung von Compound-Beiträgen

Das berechnete Energieverhalten des totalen inelastischen Deuteronen-Querschnitts und einiger direkter Querschnitte ist in Figur 2 graphisch dargestellt (DWUCK-Rechenergebnisse). Die Abtrennung des direkten Anteils vom Compoundkern-Anteil ist schwierig. (Dies gibt selbstverständlich Anlass zu systematischen Fehlern in den spektroskopischen Faktoren.) Bei 7 MeV ist der Compound-Wirkungsquerschnitt σ_c bei $^{40,42}\text{Ca}(d, p)$ -Reaktionen höchstens ca. 1,5 mb bis 2,5 mb [20]. Mit Hilfe von Figur 2 wollen wir eine obere Schranke für σ_c bei 2,5 MeV angeben. Unter der Annahme, dass

$$\frac{\sigma_c(2,5)}{\sigma_c(7)} \leq \frac{\sigma_r(2,5)}{\sigma_r(7)} \quad (11)$$

ist, erhalten wir $\sigma_c(2,5) \lesssim 0,1$ mb. Die Zahlen in Klammern bedeuten die Energien in MeV.



Figur 2

Totaler inelastischer Reaktionsquerschnitt σ_r (ausgezogene Linie) und einige direkte Querschnitte σ_d (gestrichelte Linien) für $S = 1$ und $Q = 4,5$ MeV.

Der experimentell bestimmte Querschnitt σ_{exp} sei in einen direkten (σ_d) und einen Compound-Anteil (σ_c) zerlegt:

$$\sigma_{\text{exp}} = \sigma_d + \sigma_c = S \cdot \sigma_{\text{DWBA}} + \sigma_c, \quad (12)$$

wobei $\sigma_{\text{DWBA}} = 1,53 \cdot \sigma_{\text{DWUCK}}$ (siehe G1. (15) im Anhang 6.2.) ist. Damit der Beitrag durch σ_c 20% nicht übersteigen kann, muss für S gelten:

$$S \geq S_m \equiv \frac{5 \cdot \sigma_c}{\sigma_{\text{DWBA}}}. \quad (13)$$

Bei 2,5 MeV ist $S_m \approx 0,5 \text{ mb}/\sigma_{\text{DWBA}}$.

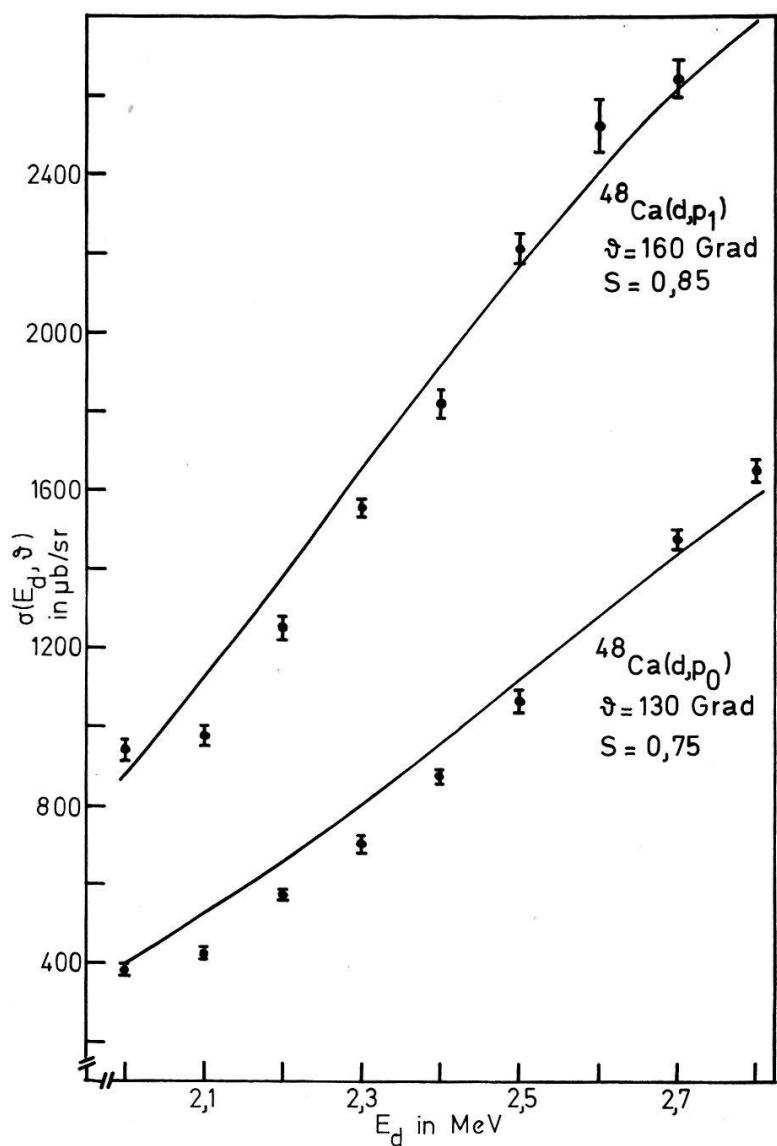
Aus Figur 2 kann man weiter entnehmen, dass σ_r mit wachsender Energie schneller als σ_d anwächst. Das hat zur Folge, dass der "Schwellwert" S_m bei 7 MeV um einen Faktor 2 bis 4 grösser als derjenige bei 2,5 MeV ist. Wir bringen einige Abschätzungen für S_m in den Tabellen 2 und 3 (Absatz 4.3.).

Zwischenkern-Zustände spielen bei $^{44,48}\text{Ca}(d, p)$ -Reaktionen sogar bei 7 MeV keine wesentliche Rolle [20]. Deshalb brauchen wir sie auch bei 2,5 MeV nicht zu berücksichtigen. Zudem wird anhand von Figur 3 gezeigt, dass das experimentell

gemessene Energieverhalten des Wirkungsquerschnitts der Reaktion $^{48}\text{Ca}(d, p)$ durch die DWBA befriedigend wiedergegeben werden kann.

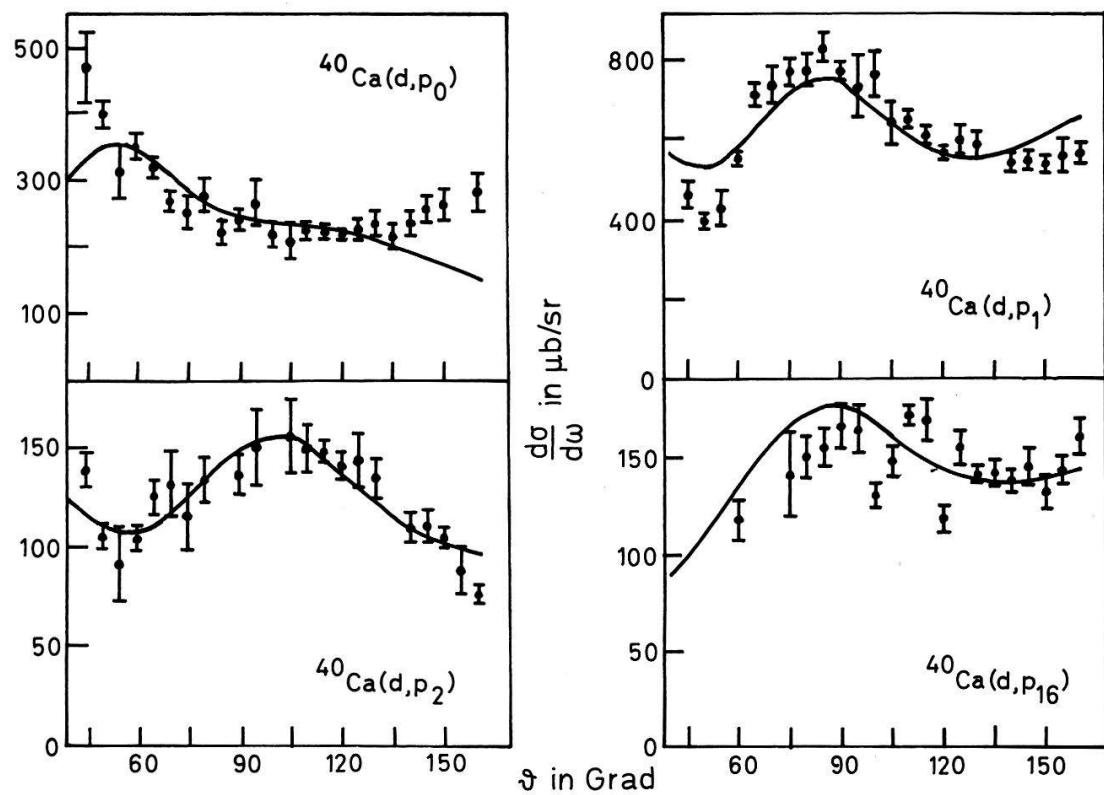
4.3. Ergebnisse

Figur 3 zeigt Anregungsfunktionen für $^{48}\text{Ca}(d, p)$ -Reaktionen. Die Deuteronen-Energie E_d wird von 2,0 MeV bis 2,8 MeV verändert. Gleichzeitig sind in dieser Figur die gerechneten Querschnitte (DWUCK) für $S = 0,75$ bzw. $0,85$ dargestellt (durchgezogene Kurven).

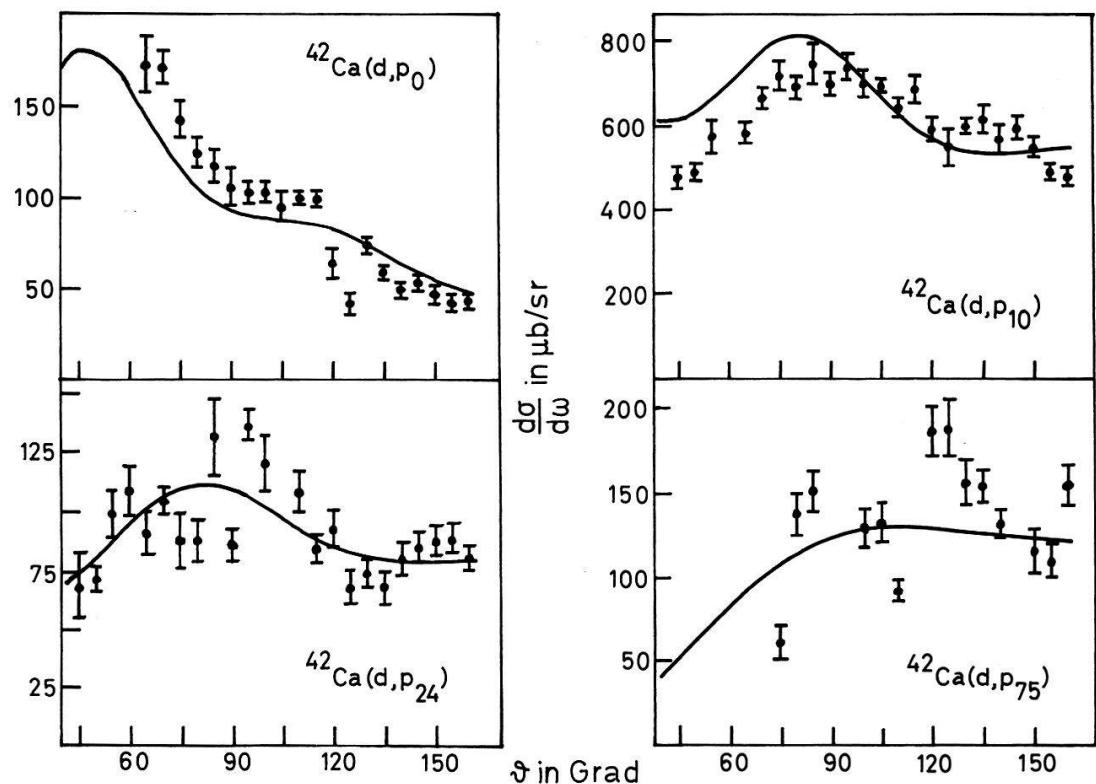


Figur 3
Differenzierter Wirkungsquerschnitt für (d, p) -Reaktionen an ^{48}Ca für Energien zwischen 2,0 MeV und 2,8 MeV.

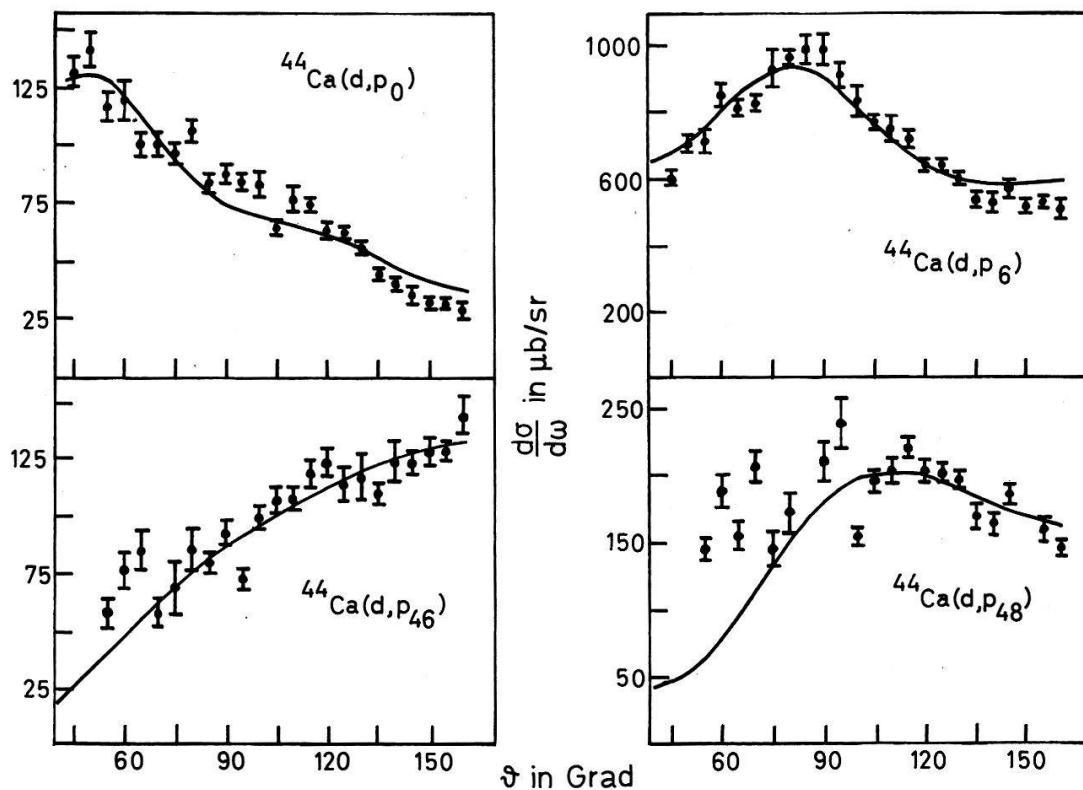
Die Figuren 4 bis 7 zeigen eine Auswahl experimenteller und gerechneter Winkelverteilungen (Parameter-Satz II, siehe Anhang 6.2.). Je eine Figur ist für ein Calcium-Isotop vorbehalten. Die Punkte sind experimentelle Daten, die Linien sind DWUCK-Rechenergebnisse.



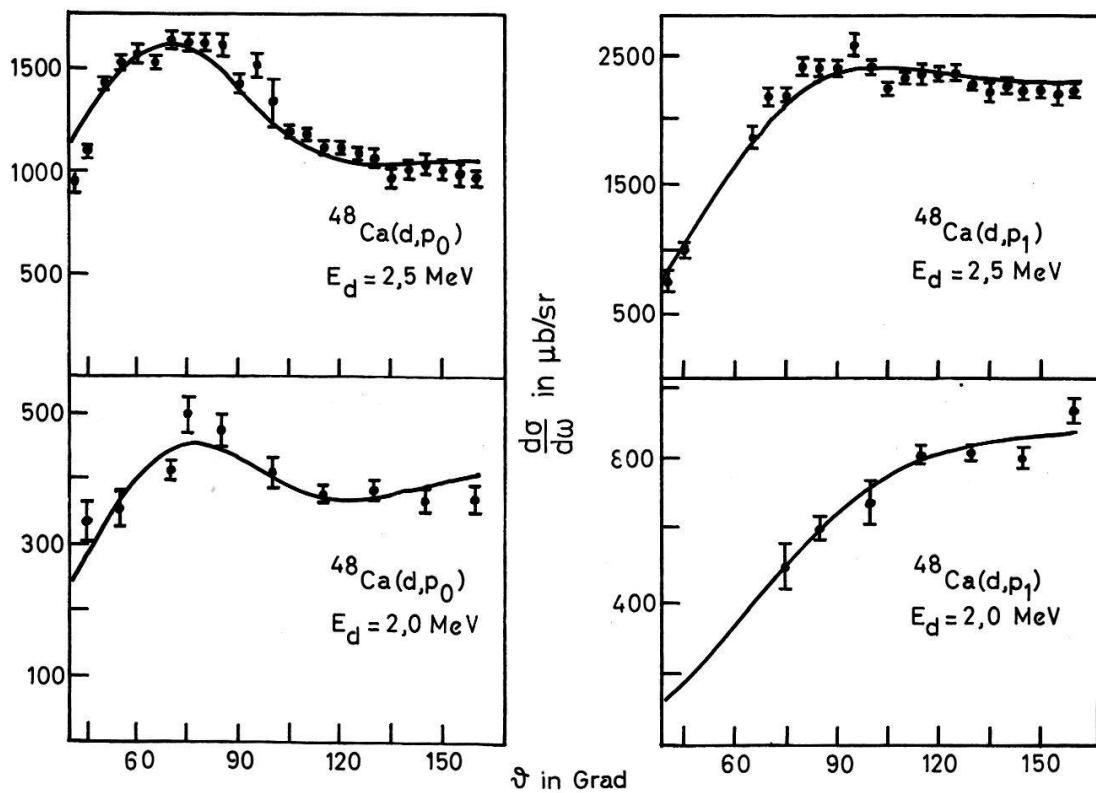
Figur 4
Winkelverteilungen für (d, p) -Reaktionen an ^{40}Ca .



Figur 5
Winkelverteilungen für (d, p) -Reaktionen an ^{42}Ca .



Figur 6
Winkelverteilungen für (d, p) -Reaktionen an ^{44}Ca .



Figur 7
Winkelverteilungen für (d, p) -Reaktionen an ^{48}Ca bei 2,0 MeV und 2,5 MeV Deuteronen-Energie.

Die Tabellen 2 bis 5 geben die mit DWUCK ermittelten Faktoren $(2j + 1)S_{lj}$ und $(2j + 1)\Lambda_{nlj}$ sowie einige Literaturwerte wieder. Die römischen Zahlen (I) und (II) beziehen sich auf die im Anhang 6.2. aufgeführten Parameter. Die Niveaux sind nach Konfiguration und wachsender Anregungsenergie getrennt geordnet. Der in (13) definierte Minimalwert S_m , multipliziert mit $(2j + 1)$, ist in den Tabellen 2 und 3 beigelegt. Die Zahlen in Klammern bei S_m bedeuten die Deuteronen-Energie in MeV. Unsichere Werte von S_{lj} bzw. Λ_{nlj} sind bei $S_{lj} < S_m$ wegen möglicher Compound-Beiträge eingeklammert.

4.4. Einfluss der Nullreichweite-Näherung

Im Rechenprogramm LOLA wird auf die Nullreichweite-Näherung verzichtet. Die Wechselwirkung zwischen Neutron und Proton im Deuteron wird durch ein Woods-Saxon-Potential beschrieben. Radius und Randunschärfe dieses Potentials werden so gewählt (1,20 bzw. 0,50 fm), dass die Woods-Saxon-Wellenfunktion des

Tabelle 2
Spektroskopische Faktoren und reduzierte Normierungen für $^{40}\text{Ca}(d, p)^{41}\text{Ca}$ -Reaktionen

$n\ell j$	E (MeV)	$(2j + 1)S$ [14]	$(2j + 1)S$ [20]	$(2j + 1)S$ [10]	$(2j + 1)S$ (I)	$(2j + 1)S$ (II)	$(2j + 1)S$ (II)	$(2j + 1)\Lambda$ (2,5 MeV)
$2s_{1/2}$								
6	2,680	0,035	0,04		(0,02	0,15	21)	0,10
13	3,408	0,031	0,03		(0,04	0,08	4,8)	0,06
20	3,859	0,009	(c)		(0,03	0,04	4,0)	0,06
$2p_{1/2}$								
14	3,504		c		0,11	0,07	4,7	0,06
16	3,623	0,22		0,17	0,31	0,20	13	0,06
22	3,954	1,45		1,01	1,06	0,68	38	0,06
23	3,986		c		0,19	0,12	6,6	0,05
26	4,198	0,017	c	0,01	0,14	0,07	3,4	0,05
36	4,765	0,41	0,41	0,36	0,35	0,22	8,0	0,04
68	5,714		0,13	0,09	0,11	0,07	1,4	0,03
$2p_{3/2}$								
1	1,949	3,8	3,8	2,48	2,5	1,7	251	0,12
3	2,471	1,11	1,1	0,83	0,99	0,60	71	0,08
34	4,618	0,22	0,22	0,14	0,14	0,08	3,5	0,04
65	5,656				0,10	0,06	1,3	0,04
$1d_{3/2}$								
2	2,017	0,78	0,47 + c		(0,60)	1,6	28	0,52
18	3,740	0,28			0,59	0,82	6,5	0,28
$1f_{5/2}$								
4	2,587		c		(0,2 + c	1,2 + c	3,5)	0,9
5	2,615		c		(2,4 + c	1,2 + c	3,2)	0,9
7	2,893		0,18	0,18	(1,0	0,48	1,1)	0,8
$1f_{7/2}$								
0	0,000	8,0	8,0	6,84	7,4	7,6	115	1,3
8	2,970		c		(0,6 + c	0,3 + c	1,0)	0,5
15	3,536		c		(0,8 + c	0,4 + c	0,9)	0,5

Compound-Beiträge sind durch den Buchstaben 'c' gekennzeichnet. Die Anregungsenergien und die Numerierung der Niveaux der Calcium-Isotope sind aus [21, 22] entnommen.

Tabelle 3
Spektroskopische Faktoren und reduzierte Normierungen für $^{42}\text{Ca}(d, p)^{43}\text{Ca}$ -Reaktionen

<i>n</i> <i>lj</i> Nr.	<i>E</i> (MeV)	$(2j + 1)S$ [8]	$(2j + 1)S$ [20]	$(2j + 1)S$ (I)	$(2j + 1)S$ (II)	$(2j + 1)\Lambda$ (II)	$(2j + 1)S_m$ (2,5 MeV)
$2p_{1/2}$							
24	2,880	0,20	0,18	0,20	0,23	10	0,08
26	3,027		c	(0,04	0,05	2,1)	0,08
27	3,047		c	(0,03	0,03	1,5)	0,08
38	3,566		0,19	0,14	0,18	6,0	0,08
57	4,196	0,88	0,86	0,46	0,59	15	0,06
75	4,796			0,09	0,12	2,2	0,04
79	4,897	0,22	0,14	0,09	0,13	2,2	0,04
$2p_{3/2}$							
2	0,593	0,21	0,16	0,52	0,30	35	0,16
10	2,048	3,0	2,9	2,3	2,1	144	0,12
19	2,607	0,29	0,28	0,25	0,25	14	0,1
25	2,947	0,24	0,19	0,17	0,18	8,7	0,1
31	3,279		0,12	0,14	0,16	6,7	0,08
84	5,028	0,21	0,16	0,12	0,15	2,6	0,04
$1d_{3/2}$							
3	0,991	0,52		(0,3 + c	1,5 + c	18)	1,3
16	2,273		0,01	(0,1 + c	0,5 + c	3,7)	0,75
$1d_{5/2}$							
4	1,394	(0,12)	0,03 + c	(0,1 + c	0,6 + c	8,4)	0,85
$1f_{5/2}$							
1	0,373			2,9	3,9	12	2,7
29	3,094			(0,58	0,79	0,6)	1,4
37	3,419	0,24	0,19	(0,52	0,73	0,4)	1,4
$1f_{7/2}$							
0	0,000	5,5	4,5	3,8	4,0	23	1,8

Neutrons (für Radien grösser als 1 fm) um weniger als 1% von einer modifizierten Hamada-Johnston-Wellenfunktion [23] abweicht. Die Tiefe des Potentials wird durch die Bindungsenergie des Deutons festgelegt.

Für einen direkten Vergleich zwischen den Programmen DWUCK und LOLA sind im DWUCK die Spin-Bahn-Kopplung $V_{so}(r)$ und der "non-local-range"-Parameter "PNLOC" gleich null zu setzen. $V_{so}(r)$ kann im LOLA nicht berücksichtigt werden.

Die mit LOLA gerechneten spektroskopischen Faktoren S_{lj} (wie auch die Winkelverteilungen) stimmen innerhalb weniger Prozente mit den DWUCK-Resultaten überein (vgl. Tabelle 6). Somit ist der Einfluss der "zero-range"-Näherung des DWUCK-Rechenprogramms auf den spektroskopischen Faktor vernachlässigbar klein.

4.5. Empfindlichkeit der spektroskopischen Faktoren

Um den Einfluss einiger Parameter auf die spektroskopischen Faktoren abzuschätzen, haben wir die Tiefen des Real- und Imaginärteils für das Deuteron und das Proton, sowie Radius und Randunschärfe des Neutronenpotentials verändert.

Tabelle 4
Spektroskopische Faktoren und reduzierte Normierungen für $^{44}\text{Ca}(d, p)^{45}\text{Ca}$ -Reaktionen

<i>n</i> <i>l</i>	<i>E</i> (MeV)	$(2j + 1)S$ [9]	$(2j + 1)S$ [20]	$(2j + 1)S$ (I)	$(2j + 1)S$ (II)	$(2j + 1)S$ (II)	$(2j + 1)\Lambda$
$2s_{1/2}$							
10	2,396	0,11	0,10	0,09	0,10		6,7
48	4,919	0,05	0,03	0,14	0,10		2,4
55	5,201		0,01	0,08	0,06		1,2
$2p_{1/2}$							
8	2,251	0,36	0,30	0,39	0,41		18
9	2,358			0,02	0,02		0,9
19	3,247	0,12	0,14	0,14	0,13		3,7
23	3,422	0,79	0,49	0,77	0,70		18
27	3,786	0,16	0,08	0,10	0,08		1,8
50	5,005	0,50	0,36	0,54	0,42		4,7
$2p_{3/2}$							
2	1,433	0,47	0,40	0,41	0,48		29
6	1,904	2,56	2,2	2,3	2,5		138
28	3,845	0,26	0,19	0,26	0,22		5,1
41	4,622	0,45	0,34	0,42	0,33		5,0
45	4,810	0,11	0,08	0,11	0,08		1,1
$1d_{3/2}$							
14	2,847			2,5	2,6		9,9
$1d_{5/2}$							
1	0,176			0,65	0,61		9,6
44	4,750	0,17		0,19	0,27		0,4
46	4,837	0,20	0,12	0,71	0,51		0,7
$1f_{7/2}$							
0	0,000	3,36	2,9	2,2	3,6		14

Tabelle 5
Spektroskopische Faktoren und reduzierte Normierungen für $^{48}\text{Ca}(d, p)^{49}\text{Ca}$ -Reaktionen

<i>n</i> <i>l</i>	<i>E</i> (MeV)	<i>E_d</i> (MeV)	$(2j + 1)S$ [16]	$(2j + 1)S$ [18]	$(2j + 1)S$ (I)	$(2j + 1)S$ (II)	$(2j + 1)S$ (II)	$(2j + 1)\Lambda$
$2p_{1/2}$								
1	2,028	2,0		2,1	1,6	1,8		43
1	2,028	2,5	2,2	2,2	1,7	1,7		42
$2p_{3/2}$								
0	0,000	2,0		3,1	2,9	2,8		210
0	0,000	2,5	4,0	3,1	2,9	2,7		200

Aus den Figuren 8 bis 10 kann man ersehen, welchen Spielraum man einzelnen Werten geben darf, und wie stark die Toleranzen der Parameter sich in den spektroskopischen Faktoren bemerkbar machen.

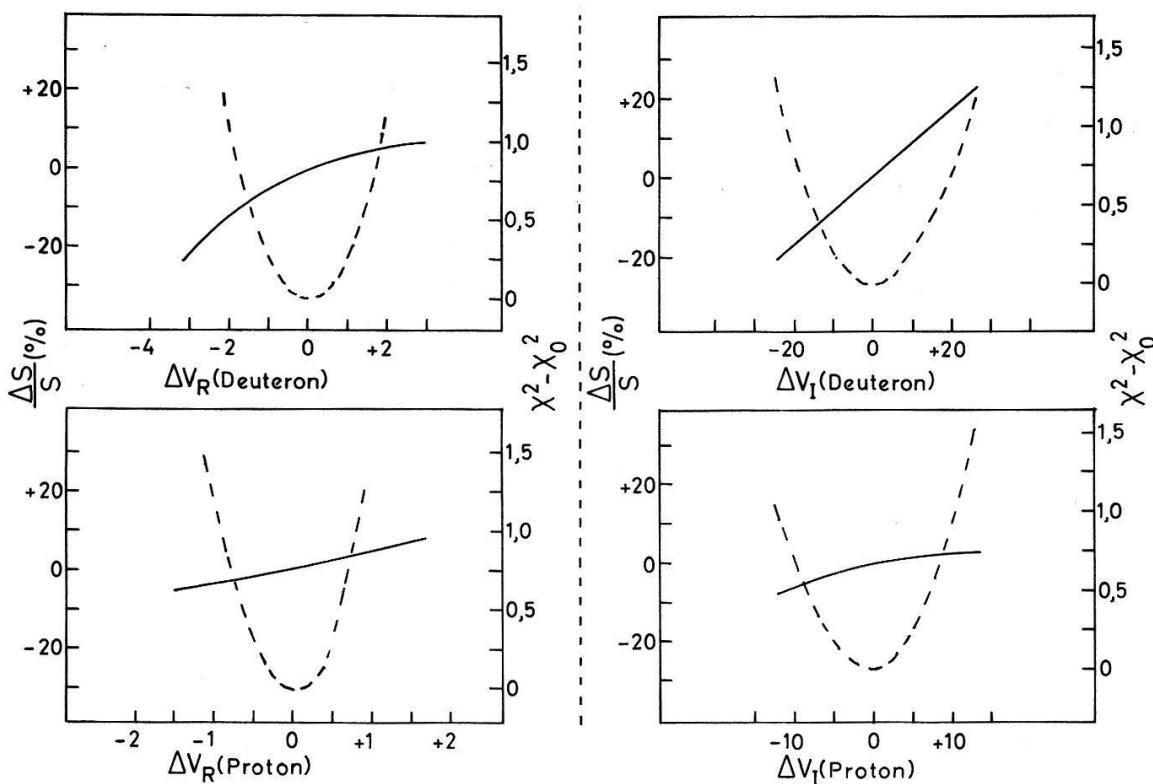
In Figuren 8 und 9 bedeutet die ausgezogene Kurve die prozentuale Änderung $\Delta S/S$ des spektroskopischen Faktors (linke Skala), die zugehörigen χ^2 -Werte sind gestrichelt eingezeichnet (rechte Skala). Die Abweichungen ΔV vom Optimum gelten

Tabelle 6
Mit DWUCK und LOLA berechnete spektroskopische Faktoren

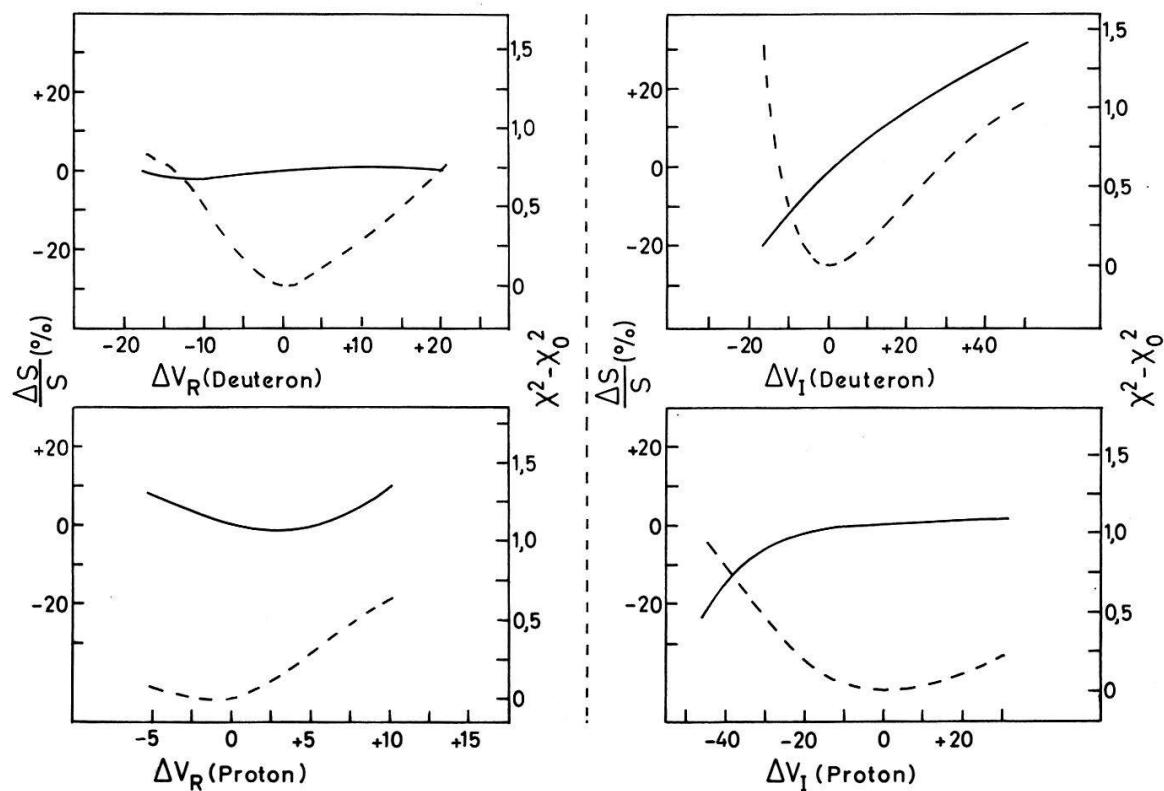
Reaktion	$(2j + 1)S$ DWUCK	$(2j + 1)S$ LOLA
$^{40}\text{Ca}(d, p_0)$	8,19	8,52
$^{40}\text{Ca}(d, p_2)$	1,55	1,50
$^{40}\text{Ca}(d, p_{65})$	0,064	0,068
$^{42}\text{Ca}(d, p_0)$	5,18	5,46
$^{44}\text{Ca}(d, p_0)$	4,02	3,97
$^{48}\text{Ca}(d, p_0)$	3,06	2,97

in Einheiten von MeV. Ein Vergleich der Figuren 8 und 9 macht deutlich, dass mit kleiner werdender Energietönung der Einfluss der Potentialtiefen V_R der elastisch gestreuten Teilchen abnimmt. Radius $R_{0,R}$ und Randunschärfe a_R des Neutronen-Potentials (Fig. 10) beeinflussen vor allem die Normierungskonstante N_{nlj} (siehe Gl. (9)) und damit den spektroskopischen Faktor. Im Gegensatz dazu ist die reduzierte Normierung von $R_{0,R}$ und a_R beinahe unabhängig.

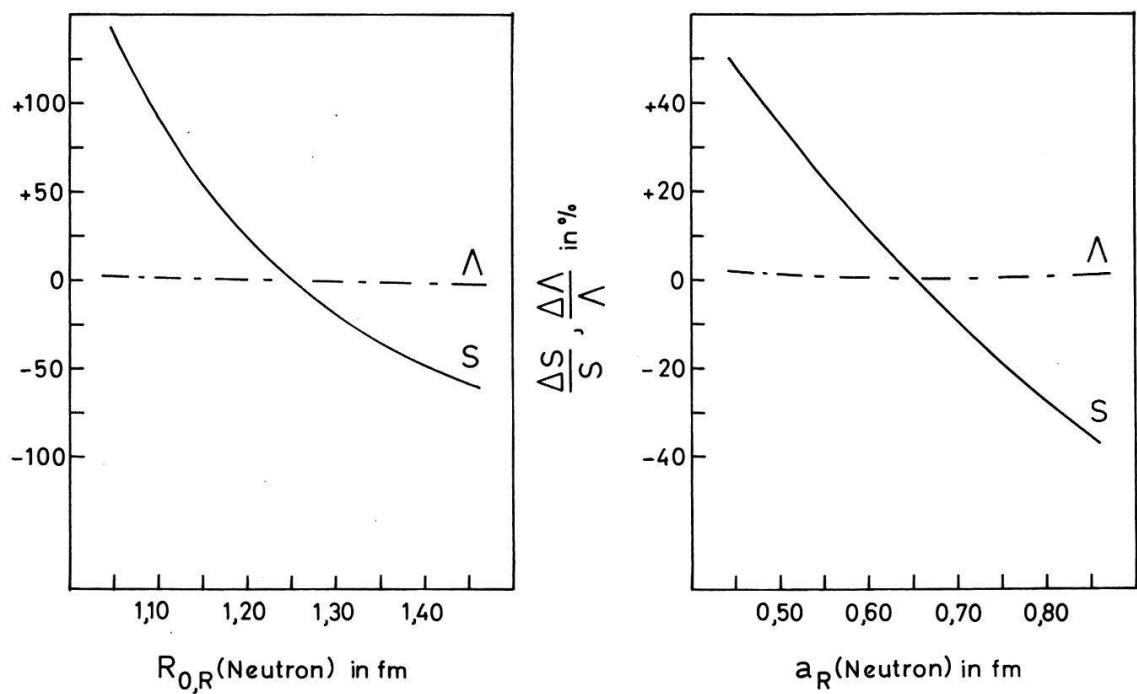
Die hohe Empfindlichkeit des spektroskopischen Faktors auf die Parameter des gebundenen Neutrons wird mit abnehmender Energietönung der (d, p) -Reaktion, d.h. mit wachsender Anregungsenergie des Endkerns, nicht wesentlich vermindert. Daher ist eine exakte Bestimmung des spektroskopischen Faktors auch bei reinem "Subcoulomb-Stripping" nur bedingt möglich. Unsere Festlegung der Neutronen-Werte wurde am Ende des Absatzes 4.1. besprochen.



Figur 8
Abhängigkeit des spektroskopischen Faktors von einigen Potentialtiefen bei einer Energietönung $Q = 5,2$ MeV.



Figur 9
Abhängigkeit des spektroskopischen Faktors von einigen Potentialtiefen bei $Q = 2,5$ MeV.



Figur 10
Spektroskopischer Faktor und reduzierte Normierung in Abhängigkeit der Neutronen-Parameter $R_{0,R}$ und a_R bei $Q = 6,1$ MeV.

5. Schlussbemerkungen

Wir haben die mit der DWBA ermittelten spektroskopischen Faktoren S_{lj} in den Tabellen 2 bis 5 aufgeführt. Die zur Bestimmung von S_{lj} notwendigen radialen Quantenzahlen sind aufgrund des Schalenmodells festgelegt worden. Die in der Literatur [7–10, 21–22] für die verschiedenen Energie-Niveaux angegebenen Drehimpulse l und j stammen meist aus (d, p)-, seltener aus (τ, α)-Reaktionen, und konnten bis auf wenige Ausnahmen unverändert für die DWBA-Auswertungen übernommen werden. Die Ausnahmen sind Niveau Nr. 65 von ^{41}Ca und Nr. 14 von ^{45}Ca (vgl. Tabellen 2 und 4). Für die Niveaux Nr. 14 und 23 von ^{41}Ca , Nr. 26, 27 und 75 von ^{43}Ca und Nr. 9 von ^{45}Ca haben wir keine Literaturwerte für l und j finden können (störende Compound-Beiträge in den Winkelverteilungen). Die differentiellen Wirkungsquerschnitte der eben genannten Niveaux lassen sich unter der Annahme $l = 1$ und $j = \frac{1}{2}$ befriedigend wiedergeben. Andere Werte für l und j sind jedoch möglich, da insbesondere bei hoch angeregten Zuständen ($Q < 2,5$ MeV) die Winkelverteilung von l nur schwach beeinflusst wird. Zudem können wir experimentell zwischen den beiden Möglichkeiten $j = l + \frac{1}{2}$ und $j = l - \frac{1}{2}$ nicht unterscheiden. Diese Zweideutigkeit wirkt sich aber im Ausdruck $(2j + 1)S_{lj}$ nicht aus.

Im Anhang 6.3. sind berechnete spektroskopische Faktoren für einige Kern-Zustände von $^{41, 43, 45}\text{Ca}$ zusammengefasst. Die Rechnungen fussen auf dem Schalenmodell und sind aus der Literatur entnommen [25–28]. Die Uebereinstimmung zwischen Experiment und Rechnung ist in qualitativer Hinsicht gut; Niveaux ‘mit grossem spektroskopischem Faktor’ werden durch das Schalenmodell richtig ausgelesen. Die berechneten Zahlenwerte für $(2j + 1)S_{lj}$ fallen jedoch oft höher aus als die gemessenen. Dies liegt wohl daran, dass in der Rechnung die Summe $\sum(2j + 1)S_{lj} = 2$ für $p_{1/2}$ -, 4 für $p_{3/2}$ - und 8 für $f_{7/2}$ -Zustände gesetzt wurde (Summenregel).

Wir haben in Absatz 4.2. gesehen, dass man Zwischenkern-Zustände bei $^{41, 43}\text{Ca}$ auch bei 2,5 MeV Deuteronen-Energie in Betracht ziehen muss. Falls in den Tabellen 2 und 3 $(2j + 1)S_{lj}$ kleiner als $(2j + 1)S_m$ (siehe Gl. (13)) ist, kann der Compound-kern-Beitrag 20% des direkten Anteils übertreffen. Das ist bei ^{41}Ca für die $2s$ - und die meisten $1f$ -Zustände, bei ^{43}Ca für alle $1d$ -, $1f_{5/2}$ - und einige $2p_{1/2}$ -Niveaux der Fall. Die Unsicherheit des spektroskopischen Faktors S_{lj} ist dabei umso grösser, je mehr der Schwellwert S_m den aus dem Experiment ermittelten Wert von S_{lj} übertrifft.

Ungenaue Kenntnis der Quantenzahlen n und l , Mehrdeutigkeiten bei der Auswahl der optischen Potentiale, sowie eventuelle Compound-Beiträge machen also eine genaue Bestimmung von spektroskopischen Faktoren schwierig. Je tiefer die Energie des ausfallenden Protons ist, desto mehr verlieren die optischen Streupotentiale ihren Einfluss auf den spektroskopischen Faktor; er hängt bei reiner Subcoulomb-(d, p)-Reaktion nur noch von den Potentialparametern des gebundenen Neutrons ab, während die reduzierte Normierung Λ_{nlj} exakt bestimmt werden kann.

Ich danke den Mitarbeitern der mechanischen und elektronischen Werkstätten unseres Instituts, sowie den Herren P. Brogle für die zuverlässige Wartung der Beschleuniger-Anlage, Dr. H. Christen für tatkräftige Unterstützung bei der Datenübertragung auf eine Gross-Rechenanlage, sowie Dr. P. Staub für viele Diskussionen und praktische Hinweise. Schliesslich möchte ich dem Schweizerischen Nationalfonds für die finanzielle Unterstützung dieses Projekts danken.

6. Anhang

6.1. Subcoulomb-Stripping

Bei einer Deuteronen-Energie von 2,5 MeV wird die Coulomb-Schwelle von etwa 5 MeV zwischen Calcium-Endkern und auslaufendem Proton nur bei Q -Werten von höchstens 2,5 MeV nicht überschritten. Tabelle 7 zeigt, dass diese Bedingung bei allen vier verwendeten Calcium-Isotopen erst bei angeregtem Endkern erfüllbar ist.

Tabelle 7
Energietönung Q_0 für Ca(d, p_0)-Reaktionen. E_{\min} bezeichnet diejenige Anregungsenergie des Endkerns, bei der die Energie des ausfallenden Protons gerade gleich dem Coulomb-Wall ist.

Endkern	Q_0 (MeV) [24]	E_{\min} (MeV)
^{41}Ca	6,138	3,6
^{43}Ca	5,708	3,2
^{45}Ca	5,190	2,7
^{49}Ca	2,917	0,4

6.2. Optische Potentiale und spektroskopischer Faktor im Rechenprogramm DWUCK

Zur DWBA-Analyse verwenden wir lokale optische Potentiale $U(r)$ in der folgenden Form:

$$\begin{aligned} U(r) &= V(r) + V_{SO}(r) + iW(r) \\ &= V_R \cdot f(x_R) - V_{LS} \cdot \frac{1}{r} \frac{df(x_{LS})}{dr} \cdot \mathbf{l}\mathbf{s} + i \cdot V_I \cdot a_I \cdot \frac{df(x_I)}{dr} \end{aligned} \quad (14)$$

für gestreute Teilchen, bzw.

$$= V_R \cdot f(x_R) - V_R \cdot \frac{\lambda}{45,2} \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{df(x_R)}{dr} \cdot \mathbf{l}\mathbf{s} + i \cdot V_I \cdot a_I \cdot \frac{df(x_I)}{dr}$$

für gebundene Teilchen. Wir haben dabei zur Abkürzung $(r - R_{0,R} \cdot A^{1/3})/a_R = x_R$ und $(1 + e^{x_R})^{-1} = f(x_R)$ gesetzt. Die Indizes R , LS bzw. SO und I kennzeichnen die Real-, Spin-Bahn- und Imaginäranteile. V_R , V_I und V_{LS} sind die Potentialtiefen. R_0 ist der Radius, a die Randunschärfe des Potentials; A ist die relative Atommasse, λ der Spin-Bahn-Kopplungsfaktor. In Gl. (14) sind die Potentialtiefen in MeV, Radien und Randunschärfen in fm einzusetzen.

Die im Rechenprogramm DWUCK verwendeten Potentiale setzen sich aus $U(r)$ und einem Coulomb-Anteil zusammen. Die ‘Nicht-Lokalität’ wird in der Näherung von Perey [29], ‘finite-range’-Korrekturen in der Approximation von Goldfarb [30] berücksichtigt.

Im Rechenprogramm DWUCK wird die Grösse $(2j + 1)\sigma_{lj}(\theta) \cdot N_{nlj}^2 / \kappa^3$ in fm^2 ausgedrückt; sie sei mit $\sigma_{\text{DWUCK}}(\theta)$ bezeichnet. Wird der experimentelle Querschnitt $(d\sigma/d\Omega)_{\text{exp}}$ ebenfalls in fm^2 angegeben, erhält man die folgende Beziehung [1]:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{exp}} = 1,53 \cdot S_{lj} \cdot \sigma_{\text{DWUCK}}(\theta). \quad (15)$$

Dabei ist der Faktor 1,53 der verwendete Wert der ‘zero-range’-Konstanten D_0^2 .

Tabelle 8
Für Rechenprogramm DWUCK verwendete Parametersätze (I) und (II).

		V_R	$R_{0,R}$	a_R	V_I	$R_{0,I}$	a_I	V_{LS}	$R_{0,LS}$	a_{LS}
^{40}Ca	(I)	n:	1,10	0,60						
		d: 120	1,10	0,75	10	1,56	0,50			
		p: 52,5	1,25	0,65	20	1,30	0,30	10	1,25	0,65
	(II)	n:	1,30	0,70						
		d: 75	1,20	0,80	60	1,50	0,55			
		p: 52,5	1,25	0,65	30	1,25	0,50			
^{42}Ca	(I)	n:	1,30	0,65						
		d: 115	1,10	0,55	14	1,55	0,45			
		p: 51	1,20	0,65	25	1,40	0,30	9	1,25	0,65
	(II)	n:	1,15	0,60						
		d: 85	1,20	0,80	40	1,50	0,55			
		p: 50	1,20	0,65	30	1,25	0,50			
^{44}Ca	(I)	n:	1,10	0,50						
		d: 115	1,00	0,70	17,5	1,65	0,65			
		p: 51	1,20	0,65	25	1,30	0,30	10	1,25	0,65
	(II)	n:	1,10	0,60						
		d: 85	1,20	0,80	40	1,50	0,55			
		p: 50	1,15	0,75	30	1,25	0,50			
^{48}Ca	(I)	n:	1,30	0,65						
		d: 97	1,10	0,75	25	1,56	0,64			
		p: 51	1,25	0,65	30	1,25	0,75	24	1,25	0,65
	(II)	n:	1,20	0,65						
		d: 95	1,10	0,80	40	1,50	0,55			
		p: 52,5	1,25	0,65	30	1,25	0,50			

Folgende Parameter sind allen Calcium-Isotopen gemeinsam:

- Spin-Bahn-Kopplungsparameter $\lambda = 25$
- Coulomb-Radius $R_{0,c} = 1,30$
- ‘finite-range’-Parameter ‘FNRNG’ = 0,621
- ‘non-local-range’-Parameter ‘PNLOC’ = 0,85 für n & p,
= 0,54 für d.

6.3. Mit Schalenmodell berechnete spektroskopische Faktoren

Tabelle 9

End-kern	nlj Nr.	E (MeV)	$(2j + 1)S$ (II)	$(2j + 1)S$ [25]	$(2j + 1)S$ [26]	$(2j + 1)S$ [27]	$(2j + 1)S$ [28]
^{41}Ca	$2p_{1/2}$						
	16	3,623	0,20		0,16		
	22	3,954	0,68		1,80		
	$2p_{3/2}$						
	1	1,949	1,7		3,16		
	3	2,471	0,60		0,84		
	$1f_{7/2}$						
	0	0,000	7,6		7,90		
^{43}Ca	$2p_{1/2}$						
	24	2,880	0,23		1,00		
	57	4,196	0,59		0,88		
	$2p_{3/2}$						
	2	0,593	0,30	0,04		0,16	
	10	2,048	2,1	3,65		3,72	3,50
	25	2,947	0,18			0,08	
	31	3,279	0,16				0,28
	$1f_{7/2}$						
	0	0,000	4,0	5,89		6,00	5,80
^{45}Ca	$2p_{3/2}$						
	2	1,433	0,48			0,15	
	6	1,904	2,5		3,38		3,08
	$1f_{7/2}$						
	0	0,000	3,6		4,00		3,94

LITERATURVERZEICHNIS

- [1] P. D. KUNZ, University of Colorado, Internal Report COO-535-613.
- [2] R. M. DEVRIES, Phys. Rev. C8, 951 (1973).
- [3] P. STAUB *et al.*, Helv. phys. Acta 50, 9 (1977).
- [4] G. R. SATCHLER, Nucl. Phys. 55, 1 (1964).
- [5] N. AUSTERN, *Direct Nuclear Reaction Theories* (Wiley-Interscience, New York 1970).
- [6] J. RAPAPORT und A. K. KERMAN, Nucl. Phys. A119, 641 (1968).
- [7] T. A. BELOTE, A. SPERDUTO und W. W. BUECHNER, Phys. Rev. 139, B80 (1965).
- [8] W. E. DORENBUSCH, T. A. BELOTE und O. HANSEN, Phys. Rev. 146, 734 (1966).
- [9] J. RAPAPORT, W. E. DORENBUSCH und T. A. BELOTE, Phys. Rev. 156, 1255 (1967).
- [10] G. BROWN, A. DENNING und A. E. MACGREGOR, Nucl. Phys. A153, 145 (1970).
- [11] F. G. PEREY, Phys. Rev. 131, 745 (1963).
- [12] C. M. PEREY und F. G. PEREY, Phys. Rev. 132, 755 (1963).
- [13] L. L. LEE, Jr. und J. P. SCHIFFER, Phys. Rev. 134, B765 (1964).
- [14] A. MARINOV, L. L. LEE, Jr. und J. P. SCHIFFER, Phys. Rev. 145, 852 (1965).
- [15] T. A. BELOTE, W. E. DORENBUSCH und J. RAPAPORT, Nucl. Phys. A120, 401 (1968).
- [16] G. ROY und J. J. W. BOGAARDS, Nucl. Phys. A160, 289 (1971).
- [17] D. C. KOCHER und W. HABERLI, Nucl. Phys. A196, 225 (1972).
- [18] J. RAPAPORT, A. SPERDUTO und M. SALOMAA, Nucl. Phys. A197, 337 (1972).
- [19] C. M. PEREY und F. G. PEREY, Atomic Data and Nuclear Data Tables 13A, 293 (1974).

- [20] G. BROWN, A. DENNING und J. G. B. HAIGH, Nucl. Phys. *A225*, 267 (1974).
- [21] P. M. ENDT und C. VAN DER LEUN, Nucl. Phys. *A105*, 1 (1967).
- [22] P. M. ENDT und C. VAN DER LEUN, Nucl. Phys. *A214*, 1 (1973).
- [23] J. W. HUMBERSTON und J. B. G. WALLACE, Nucl. Phys. *A141*, 362 (1970).
- [24] F. K. McGOWAN und W. T. MILNER, Nucl. Data Tables *11*, 1 (1972).
- [25] D. M. CLEMENT, Nucl. Phys. *A132*, 49 (1969).
- [26] P. FEDERMAN, G. GREEK und E. OSNES, Nucl. Phys. *A135*, 545 (1969).
- [27] J. B. MCGRORY, B. H. WILDENTHAL und E. C. HALBERT, Phys. Rev. *C2*, 186 (1970).
- [28] P. FEDERMAN und S. PITTEL, Nucl. Phys. *A155*, 161 (1970).
- [29] F. G. PEREY, *Proc. Conf. Direct Interaction Nuclear Reaction Mech.* (Gordon & Breach, Science Publ. Inc., New York 1962).
- [30] L. J. B. GOLDFARB, Nucl. Phys. *72*, 537 (1965) und K. K. WONG, Nucl. Phys. *A90*, 758 (1967).

