

**Zeitschrift:** Helvetica Physica Acta  
**Band:** 50 (1977)  
**Heft:** 6

**Artikel:** Schwingungen eines Plasmazylinders endlicher Länge in einem äusseren Magnetfeld  
**Autor:** Elmiger, H.P. / Vaucher, B.G. / Schneider, H.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-114896>

#### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 17.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# Schwingungen eines Plasmazylinders endlicher Länge in einem äusseren Magnetfeld<sup>1)</sup>

von **H. P. Elmiger, B. G. Vaucher, H. Schneider**

Physikinstitut der Universität Freiburg, Schweiz

und **J. Vaclavik**

Centre de Recherches en Physique des Plasmas, EPF Lausanne, Suisse

(25. VIII. 1977)

*Abstract.* We have investigated the oscillations in a magnetized plasma cylinder of finite length excited by a concentric coil. These investigations were carried out with frequencies between 1 MHz (below first magneto-acoustic resonance) and 100 MHz (above lower hybrid resonance). The plasma parameters were  $n_e = 2.4 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ ,  $T_e = 1.3 \text{ eV}$  and  $B_0 = 9 \text{ kG}$ . Axial and radial profiles of the  $B_z$ -component were measured and compared with a theory derived for a cylinder of finite length. All maxima and minima found are well described by these calculations. The absolute value fails in some cases. This discrepancy is explained partly by the simplifications in our calculation and partly by impurities in the discharge generated plasma.

## I. Einleitung

In einem zylindrischen Plasma können stehende Wellen angeregt werden, deren Amplituden bei den Resonanzfrequenzen eine starke Ueberhöhung zeigen. Diese Frequenzen sind durch die Abmessungen des Plasmavolumens und die Plasma-parameter bestimmt (Frank-Kamenezki [1]).

Die erste magnetoakustische Resonanz ist in einem zylindrischen Plasma mit äusserem axialem Magnetfeld als hervorstechendste geometrische Resonanz bekannt. Sie wurde zum Beispiel von Cantieni [2], Hoegger [3] und Vaucher [4] eingehend untersucht. Die Anregung des Plasmas erfolgte dabei durch einen azimutalen Flächenstrom in einer einwindigen Sendespule um den Plasmazylinder. Die experimentellen Ergebnisse wurden jeweils mit theoretischen Berechnungen verglichen, denen die Annahme eines unendlich langen Plasmazylinders mit einer unendlich langen Sendespule zugrunde lag (Körper [5]).

In dieser Arbeit soll auf einer ähnlichen Anlage, wie sie von Vaucher [4] benutzt wurde, mit einer langen Sendespule ein Argonplasma mittlerer Elektronendichte ( $n_e \approx 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ ) angeregt, die axiale Komponente  $B_z$  des dabei induzierten magnetischen Wellenfeldes in Abhängigkeit vom Orte innerhalb des Plasmazylinders

<sup>1)</sup> Diese Arbeit wurde durch die finanzielle Unterstützung des Schweizerischen Nationalfonds ermöglicht.

ausgemessen, sowie die zweite magnetoakustische Resonanz und die Dispersion des Plasmas untersucht werden.

Ferner ist zu prüfen, ob bei diesem Plasma die Theorie von Körper [5] weiterhin gültig ist, oder ob die experimentellen Resultate mit Hilfe unseres Modelles, welches auf der Theorie von Skipping [6] beruht und für Plasma und Sendespule eine endliche Länge annimmt, interpretiert werden müssen. In diesem Modell wird wiederum azimutale Symmetrie vorausgesetzt; die endliche Länge der Sendespule aber bewirkt eine axiale Abhängigkeit der Felder, welche durch eine Entwicklung nach axialen Wellenzahlen berücksichtigt wird. Diese Wellenzahlen haben durch die Annahme von unendlich gut leitenden Flächen an den Stirnseiten des Plasmas diskrete Werte, welche durch die Plasmalänge festgelegt sind und in die Dispersionsrelation eingehen.

Durch die Verwendung kleinerer Elektronendichten gegenüber früheren Arbeiten werden die Wellen weniger gedämpft, so dass die zweite magnetoakustische Resonanz sichtbar wird.

Die grosse Masse des Argonatoms lässt zusammen mit der geringeren Dämpfung einen verstärkten Einfluss der endlichen Plasmalänge erwarten (Hasti [7]) und sollte daher die Ueberprüfung des Modells ermöglichen.

Es sollen grundsätzlich die Anfangswerte der Plasmaentladung festgehalten, dafür aber die Frequenzen des RF-Senders variiert werden.

Die Senderleistung ist so klein gewählt, dass die Störung des Plasmas gering und damit die Anwendung einer linearen Theorie möglich ist.

## II. Experiment

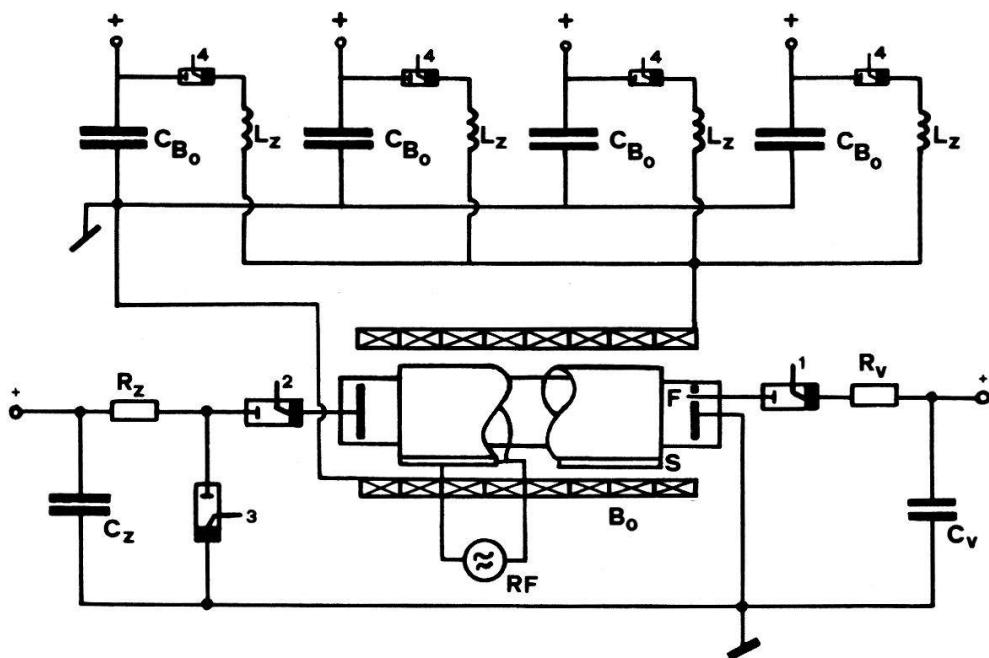
### 1. Apparatur

Der Plasmaentladungsraum besteht aus einem Pyrexrohr mit einem Innendurchmesser von 9.3 cm, welches an den Stirnseiten durch Elektroden aus rostfreien Stahlscheiben von 9 cm Durchmesser im Abstand von 100 cm begrenzt ist. Ein zentrisches Loch von 4 cm Durchmesser in diesen Elektroden erlaubt die Einführung von Sonden und den Durchgang des Laserlichtes zur Dichtemessung.

Das Vakuumgefäß kann an den Enden wahlweise durch Fenster aus Mylar bei der Dichtemessung oder durch Flansche mit den Halterungen für das Glaskröpfchen (Aussendurchmesser 0.5 cm) der Miniatursonden abgedichtet werden. Eine Oeldiffusionspumpe evakuiert das Vakuumgefäß über eine mit flüssigem Stickstoff gefüllte Kühlfalle auf  $10^{-5}$  Torr. Während dem Experiment strömt das Argon über eine weitere Kühlfalle kontinuierlich mit einer Durchflussrate von  $1.3 \cdot 10^{-2}$  Torr/l/s durch das Plasmagefäß und wird über ein Drosselventil von der Oeldiffusionspumpe abgesaugt.

Die Vorionisierung (Elmiger [8]) durch eine in die Kathode eingebaute Hilfsfunkenstrecke F (Fig. 1) erlaubt ein sicheres Zünden des Plasmas auch für Neutralgasdrucke unter 10 mTorr ohne nennenswerten Zündverzug. Dazu wird der Kondensator  $C_v$  (0.5  $\mu$ F) durch Triggern des Ignitrons 1 über den Dämpfungswiderstand  $R_v$  und die Hilfsfunkenstrecke entladen.

Die Plasmaentladung selbst wird eingeleitet durch das Schalten von Ignitron 2 (gleichzeitig mit Ignitron 1) wodurch die Spannung der Kondensatorbank  $C_z$  (185  $\mu$ F) an die Elektroden gelegt wird und dann ein durch den Entladewiderstand  $R_z$  (2

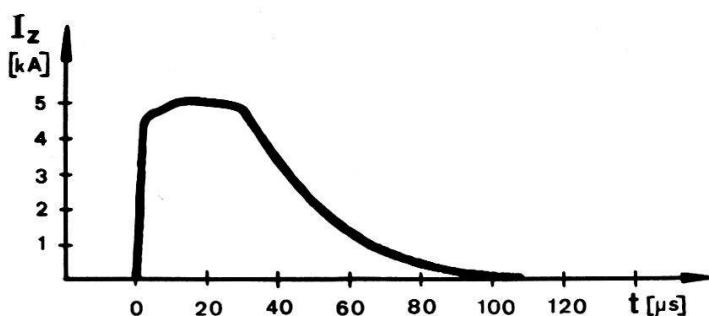


Figur 1  
Elektrische Schaltung.

parallele *Morganitewiderstände* zu je 2.5 Ohm) überkritisch gedämpfter Strom fliesst. Das Triggern von Ignitron 3 nach einer gewählten Verzögerungszeit schliesst die Kondensatoren an Erde, und es kommt die in Figur 2 dargestellte Form des Entladungsstromes zustande.

Eine zylindrische, 100 cm lange Magnetfeldspule (Vaucher [9]) von 21.5 cm Durchmesser wird aus 4 Kondensatorbänken  $C_{B_0}$  zu jeweils 12 Kondensatoren à 7.73  $\mu$ F gespeist, welche gleichzeitig über je ein Ignitron in die Spule entladen werden; Laufzeitglieder mit  $L_z = 45 \mu$ H erlauben trotz dem Jitter der Ignitrons ein sicheres Entladen. Das Magnetfeld ist innerhalb einer Länge von 60 cm radial und axial auf  $\pm 4\%$  homogen. Die totale Kapazität  $C_{B_0} = 370 \mu$ F ergibt zusammen mit der Induktivität  $L = 1.68 \text{ mH}$  der Magnetfeldspule ein leicht gedämpftes sinusförmiges Magnetfeld mit einer Periode von 4.9 ms, wobei ein  $B_{0 \text{ max}}$  von 11.5 kG erreicht werden kann.

Das Zünden des Plasmas erfolgt 1020  $\mu$ s nach Beginn der Magnetfeldentladung, so dass für das Experiment 200  $\mu$ s zur Verfügung stehen, in denen das Magnetfeld innerhalb von 1% konstant bleibt.



Figur 2  
Entladungsstrom.

Das Wellenfeld im Plasma wird erzeugt durch den azimuthalen Strom in einer einwindigen, 64 cm langen Kupferspule (Fig. 1) mit einem Durchmesser von 12 cm und einer Blechdicke von 0.2 mm, welche konzentrisch in der Mitte über dem Entladungsgefäß montiert ist. Ein RF-Sender variabler Frequenz, welcher kontinuierlich betrieben wird, liefert den azimuthalen Strom. Zwei identische, elektrostatisch abgeschirmte Miniatursonden messen die axiale Komponente  $B_z$  des induzierten magnetischen Wellenfeldes, wobei die eine, die Diagnostiksonde, entlang der Zylinderachse verschoben, oder über den Radius geschwenkt werden kann, während die andere dicht unter der Sendespule ausserhalb des Plasmas eingebaut ist und als Referenzsonde dient. Doppeladrig, abgeschirmte Kabel übertragen die Sonden signale an je eine Resonanzanpassung, welche einerseits den Übergang vom symmetrischen Sondenkabel zum koaxialen Eingang des Kathodenstrahlloszillographen herstellt, anderseits kapazitive Störungen unterdrückt, das Signal der  $B_0$ -Entladung aussiebt und das Sondensignal etwa 5 mal verstärkt.

Das Experiment wird durch selbstgebaute Verzögerungs- und Triggereinheiten gesteuert; dabei messen geeichte Rogowskispulen den Magnetfeld-, Vorionisierungs- und Entladungsstrom.

## 2. Dichte- und Temperaturbestimmung

2a. *HCN-Laserinterferometer.* Zur Dichtebestimmung wurde ein Mach-Zehnder Interferometer (Parkinson [10], Elmiger [11]) mit einem kontinuierlich arbeitenden HCN-Laser als Strahlungsquelle und einem durch flüssiges Helium gekühlten InSb-Kristall als Detektor aufgebaut.

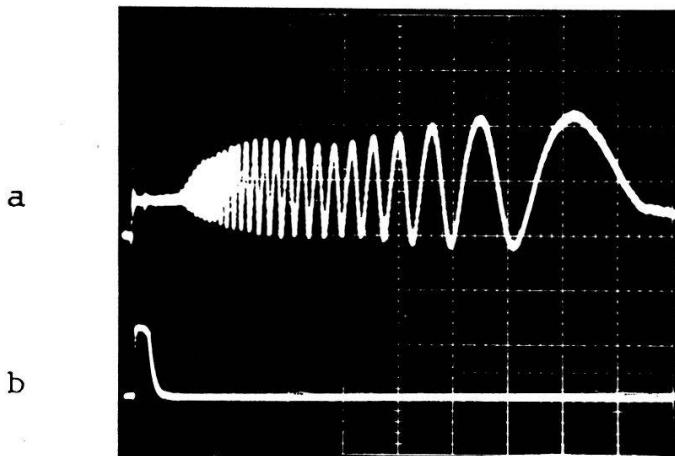
Die Strahlteilung und -Vereinigung wurde durch Mylarfolien, die Strahlablenkung durch aluminiumbedampfte Glasplatten und die Fokussierung des Strahles durch TPX-Linsen (Chantry [12]) erreicht.

Die durchzustrahlenden Fenster an den Vakuumgefäßsen (Laser, Plasma, Detektor) sind ebendalls aus Mylar gefertigt, welches dank seiner geringen Dicke gut für Strahlung im fernen Infrarot durchlässig ist und trotzdem eine genügend grosse mechanische Festigkeit aufweist.

Die Resonatorlänge des HCN-Lasers beträgt 165 cm und der Durchmesser der planen, aluminiumbedampften Laserspiegel 7.3 cm. Ein Teil der Laserleistung wird durch ein Loch von 5 mm Durchmesser im Zentrum des einen Spiegels ausgekoppelt und ins Interferometer eingespeist; dabei wird der Laser jeweils auf die intensitätsstärkste axiale Mode mit einer Wellenlänge von 337  $\mu\text{m}$  abgestimmt. Durch die Absorption von Infrarotstrahlung vergrössert sich die Beweglichkeit der Elektronen (Robinson [13]) und damit die Leitfähigkeit eines auf 4.2°K gekühlten InSb-Kristalles. Die Grösse der Spannungsänderungen über diesem Halbleiter ist ein Mass für die einfallenden Strahlungsintensitäten. Dank der kurzen Anstiegszeit ( $< 1 \mu\text{s}$ , Turner [14]) des Detektors können die schnellen Intensitätsänderungen des Interferometersignales zeitlich aufgelöst werden.

Die Figur 3 zeigt oben ein mit der beschriebenen Anlage aufgenommenes Mach-Zehnder Interferogramm, unten das integrierte Signal der Rogowskispule des zugehörigen Entladungsstromes.

Aus solchen Interferogrammen kann der zeitliche Verlauf der Elektronendichte gewonnen werden; dabei wird  $\Delta n_e = 6.62 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-3}$  benutzt, die Dichteänderung



Figur 3

(a) Mach-Zehnder Interferogramm, (b) Entladungsstrom; 200 µs/E, 20 mV/E.

welche bei der HCN-Wellenlänge eine Phasenverschiebung von  $2\pi$  (1 Fringe) bewirkt, falls ein Plasma der Länge  $L = 100$  cm durchstrahlt wird.

Der in Figur 4a dargestellte Elektronendichteverlauf bezieht sich auf ein Argonplasma von  $p_0 = 7.5$  mTorr Neutralgasdruck in einem äusseren Magnetfeld von 9 kG, erzeugt mit dem in Figur 2 dargestellten Entladungsstrom; dieser Strom stört den Beginn des Interferogrammes erheblich, so dass für  $t < 80$  µs die Elektronendichte nur durch Extrapolation festgelegt werden kann.

Die Messung erfolgte entlang der Achse des Plasmazylinders mit einem mittleren Strahldurchmesser des Lasers von 1.5 cm.

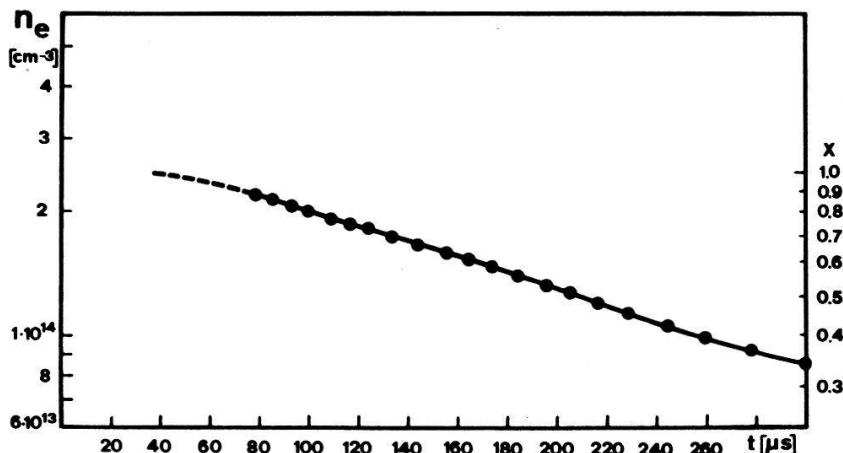
Obwohl die Unsicherheit in der Dichtebestimmung etwa ein Fringe beträgt, kann dieser Fehler nicht mehr in der Figur eingezeichnet werden, da er kaum die Grösse der eingetragenen Messpunkte ausmacht.

*2b. Bestimmung der Elektronentemperatur.* Die Elektronentemperatur kann bei lokalem thermodynamischem Gleichgewicht des Plasmas aus der Messung der relativen Intensitäten zweier Linien gleicher Ionisationsstufe eines Ions oder Atoms gewonnen werden. Wir wählen dazu die beiden günstigen Linien ArII 4609 Å und ArII 4806 Å. Der Zusammenhang zwischen den Lichtintensitäten dieser beiden Linien und der Temperatur der Elektronen ist gegeben durch Griem [15]:

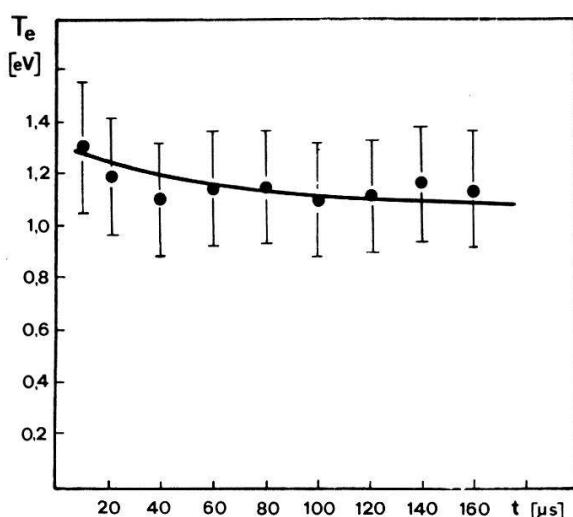
$$\frac{I'}{I} = \frac{A'_{nm} g'_m \lambda'_{nm}}{A_{nm} g_m \lambda'_{nm}} e^{(U_m - U'_m)/T_e}.$$

Es bedeuten:  $A_{nm}$  die Wahrscheinlichkeit der Strahlungsemision der Wellenlänge  $\lambda_{nm}$ ,  $g_m$  das statistische Gewicht und  $U_m$  die Anregungsenergie des oberen Niveaus. Die beiden Linienintensitäten werden mit einem Monochromator und einem Photomultiplier gemessen und die Temperatur mit Hilfe der Uebergangswahrscheinlichkeiten  $A_{nm}$  nach Tidwell [16] berechnet. Die spektrale Empfindlichkeit des Photomultipliers wird bei der Auswertung der Intensitäten  $I$  und  $I'$  berücksichtigt.

In Figur 4b ist ein mit dieser spektroskopischen Methode gemessener Temperaturverlauf dargestellt. Die Unsicherheiten der Uebergangswahrscheinlichkeiten bestimmen wesentlich den eingezeichneten Fehler von  $\pm 20\%$ .



Figur 4a  
Zeitlicher Verlauf der Elektronendichte. x Ionisationsgrad.



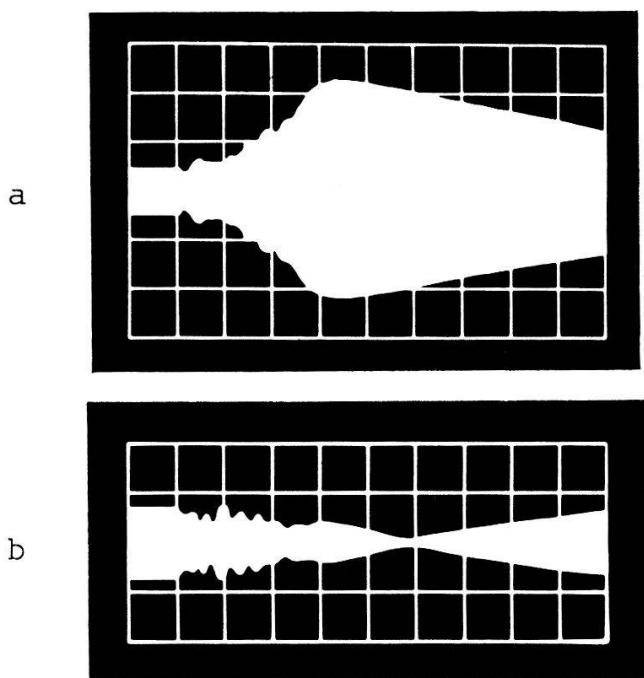
Figur 4b  
Zeitlicher Verlauf der Elektronentemperatur.

### 3. Wellenfeldmessungen

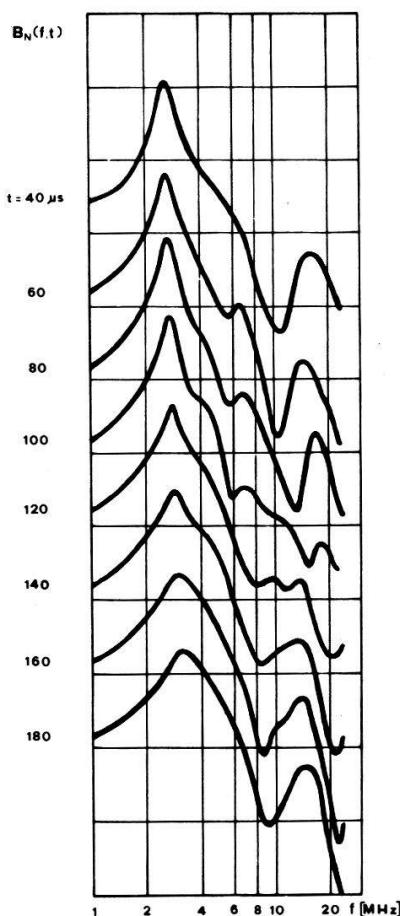
Obwohl Argonplasmen verschiedener Parameter untersucht worden sind, sollen hauptsächlich die Messresultate des einen Plasmas mit den folgenden Parametern dargestellt werden:

Anfangsdruck:	$p_0 = 7.5 \text{ mTorr}$
Entladungsstrom:	$I_{z \text{ max}} = 5 \text{ kA}$ (Fig. 2)
Magnetfeld:	$B_0 \text{ max} = 9 \text{ kG}$
Elektronendichte:	$2.4 \cdot 10^{14} > n_e > 1.45 \cdot 10^{14} [\text{cm}^{-3}]$ für $40 < t < 180 \text{ } \mu\text{s}$
Elektronentemperatur:	$1.3 > T_e > 1.1 \text{ [eV]}$ für $40 < t < 180 \text{ } \mu\text{s}$ .

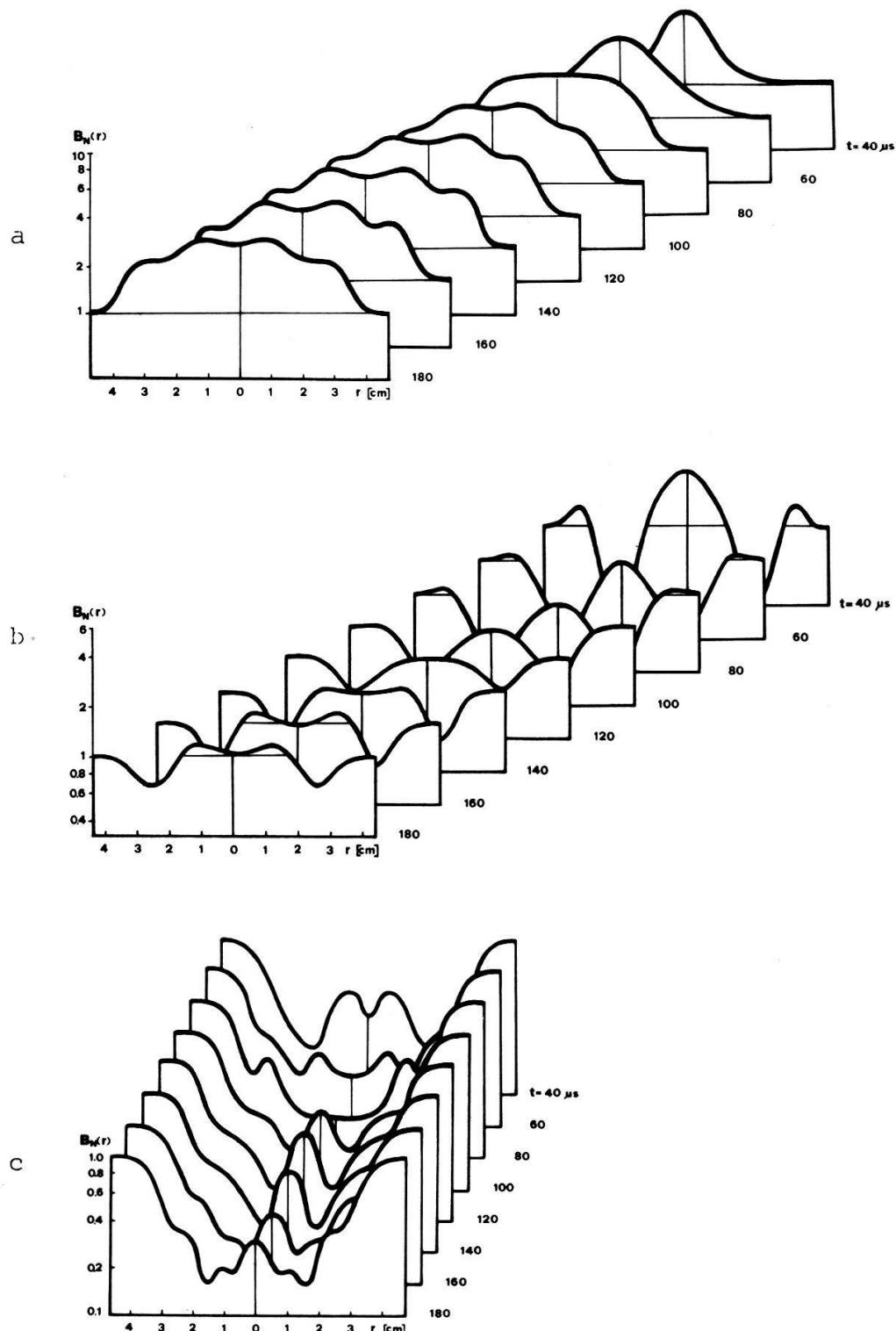
Die Figur 5 zeigt zwei charakteristische Signale des  $B_z$ -Wellenfeldes, aufgefangen durch die Diagnostiksonde, zuerst bei einer Senderfrequenz von 3 MHz (Fig. 5a), dann bei einer solchen von 13 MHz (Fig. 5b).



Figur 5  
Charakteristische Signale des  $B_z$ -Wellenfeldes; (a)  $f = 3$  MHz, (b)  $f = 13$  MHz; 20  $\mu$ s/E, 100 mV/E.



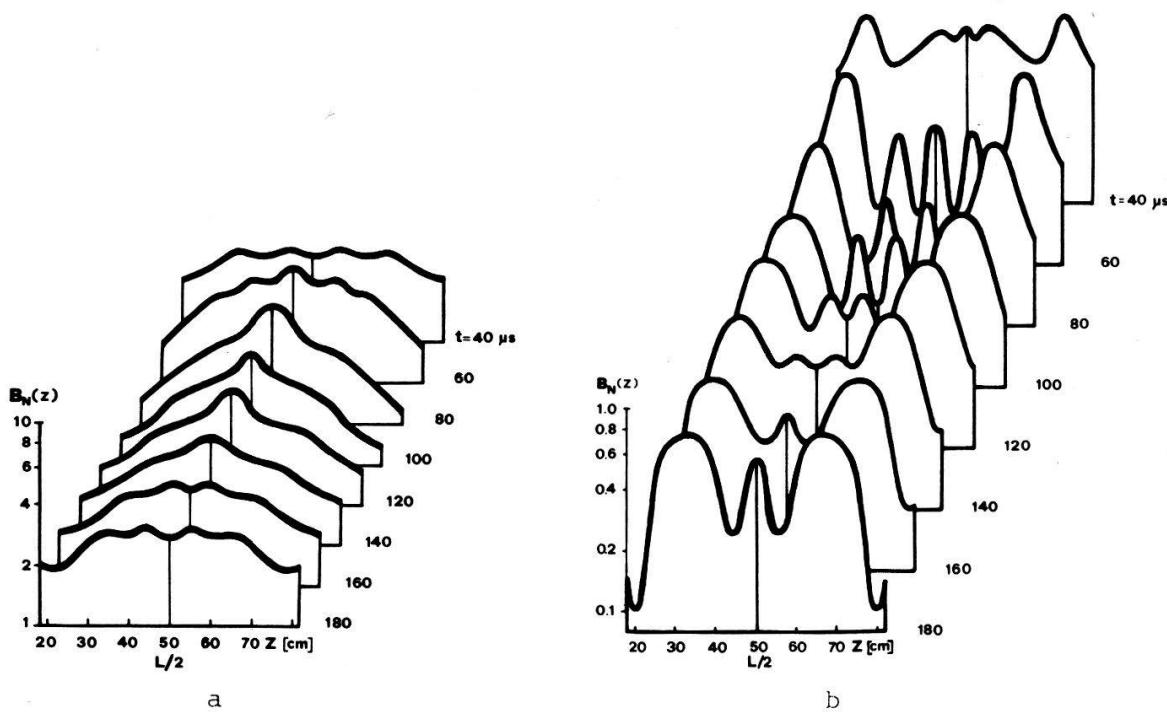
Figur 6  
Gemessenes Wellenfeld in Abhängigkeit von der Frequenz  $f$  und der Zeit  $t$ .



Figur 7

Gemessener radialer Amplitudenverlauf in Abhängigkeit von der Zeit  $t$ ; (a)  $f = 3$  MHz, (b)  $f = 6.2$  MHz, (c)  $f = 13.5$  MHz. (Von den Kurven der Figuren 7 und 8 wurde nur eine Seite ausgemessen, und es sind keine Fehler eingezeichnet.)

Der Strahl des Oszillographen startet  $20 \mu s$  vor der Plasmaentladung, wodurch während dieser Zeit die ungestörte Amplitude des axialen Wellenfeldes  $B_z$  aufgezeichnet wird und als Vergleichswert für den nachfolgenden, durch das Plasma beeinflussten, Amplitudenverlauf dient; damit kann eine normierte Wellenfeld-



Figur 8  
Gemessener axialer Amplitudenverlauf in Abhängigkeit von der Zeit  $t$ ; (a)  $f = 3$  MHz, (b)  $f = 13.5$  MHz.

amplitude wie folgt bestimmt werden:

$$B_N(t) = \frac{\hat{B}_z(t)}{\hat{B}_z(t_0)} \quad \text{mit } 0 < t_0 < 20 \mu\text{s}$$

Zusätzlich überprüft die Referenzsonde die Stabilität der Amplitude des RF-Senders während der Entladung; eine eventuell auftretende Abweichung von der ungestörten Amplitude wird berücksichtigt.

Die fotografierten Messsignale wurden für 8 aufeinanderfolgende Zeiten, welche jeweils  $20 \mu\text{s}$  auseinanderliegen, ausgewertet, um auch die Änderungen des Amplitudenverlaufes bei rekombinierendem Plasma verfolgen zu können.

Es sind drei Messreihen ausgeführt worden:

- Bei fester Position der Diagnostiksonde in der Plasmamitte ( $z = L/2, r = 0$ ) wurde das  $B_z$ -Wellenfeld für verschiedene Senderfrequenzen  $f$  ausgemessen, was die in Figur 6 dargestellten Kurven  $B_N(f, t)$  des Amplitudenverlaufes ergab.
- Für die Frequenzen  $f = 3$  MHz,  $f = 6.2$  MHz und  $f = 13.5$  MHz wurde sodann das Wellenfeld  $B_z$  in der Mitte des Plasmas ( $z = L/2$ ) über den Radius bestimmt, um so den Amplitudenverlauf  $B_N(r)$  zu bekommen (Fig. 7).
- Durch das Verschieben der Diagnostiksonde entlang der Zylinderachse ( $r = 0$ ) über die Länge der Sendespule bei den Frequenzen  $f = 3$  MHz und  $f = 13.5$  MHz ergab sich der in Figur 8 gezeigte Amplitudenverlauf  $B_N(z)$ .

Im Kapitel IV werden diese experimentellen Resultate mit der im nachfolgenden Kapitel dargestellten Theorie verglichen.

### III. Theorie

Zur Beschreibung der Plasmaschwingungen benutzen wir das Modell von Skipping [6], welches die endliche Länge des Plasmas berücksichtigt.

Betrachtet wird ein homogenes, kaltes, isothermes Dreiflüssigkeitsplasma mit einfach geladenen Ionen, Elektronen und Neutralteilchen unter Vernachlässigung von Drucktermen und der Viskosität.

Es werden die magnetohydrodynamischen Grundgleichungen angewendet, wobei zeitabhängige Größen wie  $e^{-i\omega t}$  variieren sollen.

Die Störungen des Plasmas durch das angeregte Wellenfeld sollen überdies so klein sein, dass die Störgrößen nur in erster Ordnung berücksichtigt werden müssen und somit eine lineare Näherung verwendet werden kann. Die Massenbewegungsgleichung lautet damit im Gauss-System:

$$\rho \mathbf{V}_M = \frac{i}{\omega c} [\mathbf{j} \times \mathbf{B}_0] \quad (1)$$

mit der Dichte

$$\rho = m_i n_i + m_e n_e + m_n n_n \approx mn(1 + n_n/n)$$

und der Massengeschwindigkeit

$$\mathbf{V}_M = \frac{m n \mathbf{V}_i + m_e n \mathbf{V}_e + m n_n \mathbf{V}_n}{m_e n + m n + m n_n}$$

Es bezeichnen  $m_e$ ,  $m_i$ ,  $m_n$  die Masse der Elektronen, Ionen und der Neutralteilchen,  $n_e$ ,  $n_i$ ,  $n_n$  die Teilchendichte der Elektronen, Ionen und Neutralteilchen. Ferner wurde benutzt:  $m_i = m_n = m$ ;  $n_e = n_i = n$ .

Das verallgemeinerte Ohm'sche Gesetz für ein Dreiflüssigkeitsplasma ist gegeben durch:

$$\begin{aligned} \mathbf{j} = & \frac{i}{4\pi} \frac{\omega_p^2}{\omega} \left\{ \mathbf{E} + \frac{1}{c} \left( 1 + \frac{n_n}{n} \right) \left( 1 - i \frac{v_{in}}{\omega} \right) [\mathbf{V}_M \times \mathbf{B}_0] \right\} \\ & - i \frac{\omega_{ce}}{\omega} [\mathbf{j} \times \mathbf{h}] - i \frac{v_{ei} + v_{en}}{\omega} \mathbf{j} \end{aligned} \quad (2)$$

In dieser Formel bezeichnen

$$\omega_p = \sqrt{\frac{4\pi n_e e^2}{m_e}} \text{ die Elektronenplasmafrequenz}$$

$$\omega_{ce} = \frac{e \mathbf{B}_0}{m_e c} \text{ die Elektronenzyklotronfrequenz}$$

$v_{ei}$ ,  $v_{en}$ ,  $v_{in}$  die Kollisionsfrequenzen für Stöße zwischen Elektronen und Ionen, Elektronen und Neutralteilchen, Ionen und Neutralteilchen,

und  $\mathbf{h}$  ist der Einheitsvektor in Richtung des äusseren Magnetfeldes  $\mathbf{B}_0$ .

Eliminieren wir die Massengeschwindigkeit in (2) mit Hilfe von (1), dann ergibt sich der Zusammenhang zwischen der Stromdichte und dem elektrischen Felde

durch:  $\mathbf{j} = \boldsymbol{\sigma} \mathbf{E}$ . Es können damit die Komponenten des Leitfähigkeitstensors  $\boldsymbol{\sigma}$  und über die Beziehung  $\boldsymbol{\epsilon} = \boldsymbol{\delta} + i(4\pi/\omega)\boldsymbol{\sigma}$  ( $\boldsymbol{\delta}$  bezeichnet den Einheitstensor) diejenigen des Dielektrizitätstensors  $\boldsymbol{\epsilon}$  berechnet werden. Der Dielektrizitätstensor hat die Form (Stix [17])

$$\boldsymbol{\epsilon} = \begin{pmatrix} \epsilon & ig & 0 \\ -ig & \epsilon & 0 \\ 0 & 0 & \eta \end{pmatrix}$$

falls die  $z$ -Achse eines kartesischen Koordinatensystems parallel zum äusseren Magnetfeld gewählt wird. Die Tensorkomponenten lauten:

$$\epsilon = 1 + \frac{\omega_p^2(\omega_0^2 - \omega(\omega + iv))}{(\omega_0^2 - \omega(\omega + iv))^2 - \omega_{ce}^2\omega^2} \quad \omega_0^2 = \omega_{ci}\omega_{ce}, \\ \omega_{ci} \text{ Ionenzyklotronfrequenz} \quad (3a)$$

$$g = \frac{\omega_p^2\omega_{ce}\omega}{(\omega_0^2 - \omega(\omega + iv))^2 - \omega_{ce}^2\omega^2} \quad (3b)$$

$$\eta = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i(v_{ei} + v_{en}))} \quad (3c)$$

Die effektive Stossfrequenz  $v$  ist nach Skipping [6] gegeben durch:

$$v = v_{ei} + v_{en} + v_{in} \frac{\omega_0^2}{\omega^2}$$

Mit dem Ansatz einer ebenen Welle lautet die Wellengleichung unter Benützung des obigen Dielektrizitätstensors:

$$k^2 \mathbf{E} - \mathbf{k}(\mathbf{k}\mathbf{E}) - k_0^2 \boldsymbol{\epsilon} \mathbf{E} = 0 \quad \text{mit } k_0 = \omega/c. \quad (4)$$

Aus (4) kann man die Dispersionsrelation für den Brechungsindex senkrecht zum äusseren homogenen Magnetfeld  $\mathbf{B}_0$  gewinnen; wird wiederum die  $z$ -Achse des Koordinatensystems parallel zum äusseren Magnetfeld gewählt, dann ergibt sich:

$$AN_\perp^4 + BN_\perp^2 + C = 0 \quad (5)$$

mit  $A = \epsilon$

$$B = g^2 - \epsilon^2 - \epsilon\eta + N_z^2(\epsilon + \eta)$$

$$C = \eta\{(\epsilon - N_z^2)^2 - g^2\}$$

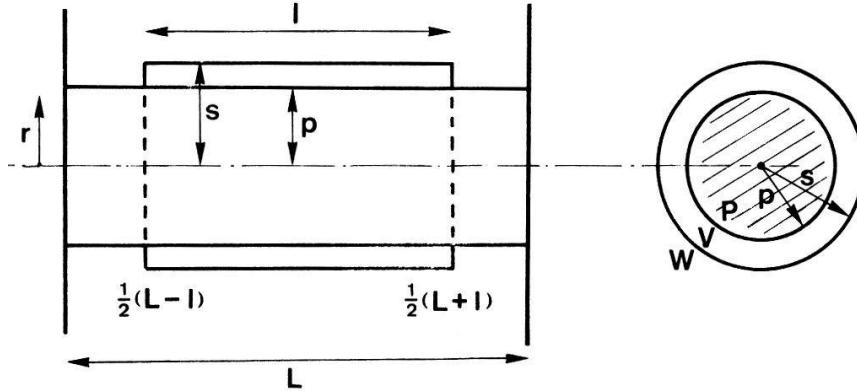
Wobei  $N_z = k_z/k_0$ .

Während die Gleichung (4) ein unendlich ausgedehntes Plasma betrifft, gilt es jetzt die Einflüsse der endlichen Geometrie unseres Plasmas zu berücksichtigen. Dabei werden die folgenden Voraussetzungen gemacht:

- Das Plasma ist zylindrisch, hat die Länge  $L$  und den Radius  $p$  und ist in der Plasmamitte konzentrisch umgeben von einer Sendespule der Länge  $l$  und dem Radius  $s$ .
- Die Sendespule besitzt nur eine Windung, sie ist unendlich dünn und hat die Flächenstromdichte  $j_\phi^*$ , wobei gilt:

$$j_\phi^*(t) = \begin{cases} I(t) & \text{für } \frac{1}{2}(L - l) \leq z \leq \frac{1}{2}(L + l) \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

- (c) Das Plasma ist homogen in radialer und axialer Richtung.
- (d) Die Plasmaenden sind abgeschlossen durch zwei unendlich ausgedehnte unendlich gut leitende Platten.
- (e) Es besteht keine azimutale Abhängigkeit.



Figur 9

Wegen der endlichen Länge der Sendespule treten an ihren Enden Inhomogenitäten des Wellenfeldes auf, so dass die axiale Abhängigkeit der Felder nicht vernachlässigt werden darf.

Die Annahme (d) bewirkt, dass die Feldkomponenten  $E_\varphi$  und  $E_r$  an den Plasmaenden verschwinden; die Feldgrößen können daher durch Fourierreihen mit einem diskreten  $k_z$ -Spektrum dargestellt werden.

Unter Berücksichtigung der azimutalen Symmetrie sind die Komponenten der Wellengleichung (4) in der Zylindergometrie wie folgt verknüpft:

$$\frac{\partial^2 E_r}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 E_z}{\partial r \partial z} = -k_0^2(\epsilon E_r + igE_\varphi) \quad (6a)$$

$$\frac{\partial^2 E_\varphi}{\partial z^2} + \frac{\partial}{\partial r} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r E_\varphi) = -k_0^2(-igE_r + \epsilon E_\varphi) \quad (6b)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial E_r}{\partial z} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial E_z}{\partial r} = k_0^2 \eta E_z. \quad (6c)$$

Auf die Komponenten des elektrischen Feldes soll die folgende Fouriertransformation angewendet werden:

$$e_j(r, k_z) = \int_0^L E_j(r, z) e^{ik_z z} dz = e_j^c(r, k_z) + i e_j^s(r, k_z) \quad (7)$$

$j$  steht für  $r$ ,  $\varphi$  und  $z$ ;  $c$  für die Kosinuskomponente oder den Realteil,  $s$  für die Sinuskomponente oder den Imaginärteil der Transformation.

Es erweist sich als günstig, auf  $E_r$  und  $E_\varphi$  die Fouriersinus- und auf  $E_z$  die Fourierkosinustransformation anzuwenden.

Wegen (d) folgt damit:  $k_z = m\pi/L$ ,  $m = 0, 1, 2, 3, \dots$

Im Plasmabereich  $P$  (Fig. 9) gilt somit:

$$k_z \frac{d}{dr} e_z + (k_0^2 \epsilon - k_z^2) e_r + k_0^2 i g e_\varphi = 0 \quad (8a)$$

$$\frac{d}{dr} \frac{1}{r} \frac{d}{dr} (re_\phi) + (k_0^2 \epsilon - k_z^2) e_\phi + k_0^2 (-ig) e_r = 0 \quad (8b)$$

$$\frac{d}{dr} \left\{ r \left( k_z e_r - \frac{de_z}{dr} \right) \right\} - rk_0^2 \eta e_z = 0 \quad (8c)$$

In den Bereichen  $V$  und  $W$  (Fig. 9) ist kein Plasma vorhanden, es folgt daher  $\epsilon = \delta$  und damit wird (8) zu:

$$k_z \frac{d}{dr} e_z + (k_0^2 - k_z^2) e_r = 0 \quad (9a)$$

$$\frac{d}{dr} \frac{1}{r} \frac{d}{dr} (re_\phi) + (k_0^2 - k_z^2) e_\phi = 0 \quad (9b)$$

$$\frac{d}{dr} \left\{ r \left( k_z e_r - \frac{de_z}{dr} \right) \right\} - rk_0^2 e_z = 0. \quad (9c)$$

Während (8) Besselsche Differentialgleichungen darstellt, handelt es sich bei (9) um modifizierte Besselsche Differentialgleichungen.

Die Lösungen von (8) und (9) lauten unter der Berücksichtigung der zwei Lösungen für  $N_\perp$  aus der Dispersionsrelation (5):

$$e_r^P(r) = A_1 J_1(N_{\perp 1} k_0 r) + A_2 J_1(N_{\perp 2} k_0 r) \quad (10a)$$

$$e_r^V(r) = (N_z/\alpha) [BI_1(\alpha k_0 r) - CK_1(\alpha k_0 r)] \quad \alpha = \sqrt{N_z^2 - 1} \quad (10b)$$

$$e_r^W(r) = -(N_z/\alpha) DK_1(\alpha k_0 r) \quad (10c)$$

$$e_\phi^P(r) = B_1 J_1(N_{\perp 1} k_0 r) + B_2 J_1(N_{\perp 2} k_0 r) \quad (11a)$$

$$e_\phi^V(r) = FI_1(\alpha k_0 r) + GK_1(\alpha k_0 r) \quad (11b)$$

$$e_\phi^W(r) = MK_1(\alpha k_0 r) \quad (11c)$$

$$e_z^P(r) = C_1 J_0(N_{\perp 1} k_0 r) + C_2 J_0(N_{\perp 2} k_0 r) \quad (12a)$$

$$e_z^V(r) = BI_0(\alpha k_0 r) + CK_0(\alpha k_0 r) \quad (12b)$$

$$e_z^W(r) = DK_0(\alpha k_0 r). \quad (12c)$$

Der durch die Maxwellgleichungen gegebene Zusammenhang zwischen dem elektrischen und dem magnetischen Felde ergibt:

$$b_z^P(r) = -i \{ N_{\perp 1} B_1 J_0(N_{\perp 1} k_0 r) + N_{\perp 2} B_2 J_0(N_{\perp 2} k_0 r) \} \quad (13a)$$

$$b_z^V(r) = -i\alpha \{ FI_0(\alpha k_0 r) - GK_0(\alpha k_0 r) \} \quad (13b)$$

$$b_z^W(r) = i\alpha MK_0(\alpha k_0 r) \quad (13c)$$

$$b_\phi^P(r) = - \{ (iC_1 N_{\perp 1} + N_z A_1) J_1(N_{\perp 1} k_0 r) + (iC_2 N_{\perp 2} + N_z A_2) J_1(N_{\perp 2} k_0 r) \} \quad (14a)$$

$$b_\phi^V(r) = B(i\alpha - N_z^2/\alpha) I_1(\alpha k_0 r) + C(N_z^2/\alpha - i\alpha) K_1(\alpha k_0 r) \quad (14b)$$

$$b_\phi^W(r) = D(N_z^2/\alpha - i\alpha) K_1(\alpha k_0 r). \quad (14c)$$

$B_1$  und  $C_1$  können durch  $A_1$ ,  $B_2$  und  $C_2$  durch  $A_2$  ausgedrückt werden.

Die folgenden Randbedingungen erlauben die Berechnung der 8 Integrationskonstanten:

$$\begin{aligned} e_\varphi^P(p) &= e_\varphi^V(p) & e_\varphi^V(s) &= e_\varphi^W(s) \\ e_z^P(p) &= e_z^V(p) & e_z^V(s) &= e_z^W(s) \\ b_\varphi^P(p) &= b_\varphi^V(p) & b_\varphi^V(s) &= b_\varphi^W(s) \\ b_z^P(p) &= b_z^V(p) & b_z^V(s) - b_z^W(s) &= \frac{4\pi}{c} j_\varphi^* \end{aligned} \quad (15)$$

Die Fouriertransformation für die Stromdichte lautet:

$$j_\varphi^*(k_z) = \int_{1/2(L-l)}^{1/2(L+l)} I(\omega) \sin(k_z z) dz = I(\omega) \frac{2}{k_z} \sin \frac{m\pi}{2} \sin \left( k_z \frac{l}{2} \right) \quad (16)$$

$$\text{Wegen dem Faktor } \sin \frac{m\pi}{2} \text{ folgt. } j_\varphi^*(k_z) = 0 \text{ für alle geraden } m. \quad (17)$$

Uns interessiert die  $z$ -Komponente des magnetischen Wellenfeldes im Plasma. Die Rücktransformation von (13) geschieht durch die folgende Fourierreihe [18]:

$$\begin{aligned} B_z(\omega, r, z) &= \sum_{m=1}^{\infty} b_z(\omega, r, m) \sin(k_z z) \\ b_z(\omega, r, m) &= \frac{16s}{c} \frac{k_0}{m} I \sin \left( \frac{m\pi}{2} \right) \sin \left( k_z \frac{l}{2} \right) K_1(\alpha k_0 s) I_1(\alpha k_0 p) \frac{1}{d} \frac{Q_2 - Q_1}{U_2 - U_1} \\ &\quad \times \left\{ \frac{Z_1 U_1 N_{\perp 2}}{J_1(N_{\perp 2} k_0 p)} J_0(N_{\perp 2} k_0 r) - \frac{Z_2 U_2 N_{\perp 1}}{J_1(N_{\perp 1} k_0 p)} J_0(N_{\perp 1} k_0 r) \right\} \quad (19) \\ d &= N_{\perp 2} \frac{J_0(N_{\perp 2} k_0 p)}{J_1(N_{\perp 2} k_0 p)} - N_{\perp 1} \frac{J_0(N_{\perp 1} k_0 p)}{J_1(N_{\perp 1} k_0 p)}; \quad Q_i = \frac{Y_i}{Z_i} \\ U_i &= \frac{T_i X_i}{Z_i}; \quad T_i = \frac{\varepsilon - N_i^2}{\eta - N_{\perp i}^2} \\ X_i &= N_{\perp i} \frac{J_0(N_{\perp i} k_0 p)}{J_1(N_{\perp i} k_0 p)} + \eta \alpha \frac{K_0(\alpha k_0 p)}{K_1(\alpha k_0 p)} \quad N_i^2 = N_{\perp i}^2 + N_z^2; \quad i = 1, 2 \\ Y_i &= \alpha \frac{I_0(\alpha k_0 p)}{I_1(\alpha k_0 p)} - \frac{J_0(N_{\perp i} k_0 p)}{J_1(N_{\perp i} k_0 p)} N_{\perp i} \\ Z_i &= \alpha \frac{K_0(\alpha k_0 p)}{K_1(\alpha k_0 p)} + \frac{J_0(N_{\perp i} k_0 p)}{J_1(N_{\perp i} k_0 p)} N_{\perp i}. \end{aligned}$$

Fliessst ein Strom  $I(t) = I \cos \omega t$  durch die Sendespule, dann lautet die zeitabhängige  $B_z$ -Komponente:

$$B_z(\omega, r, z, t) = |B_z(\omega, r, z)| \cos(\omega t + \Phi(\omega, r, z)) \quad (20)$$

$$\Phi(\omega, r, z) = \text{Arg} \{B_z(\omega, r, z)\}. \quad (21)$$

Ein Computerprogramm gestattet,  $N_{\perp 1, 2}$  aus der Dispersionsrelation (5), sowie  $B_z$  aus (18) und  $\Phi$  aus (21) in Abhängigkeit von der Frequenz  $f$ , dem Abstand  $r$  von der Zylinderachse und der  $z$ -Koordinate zu berechnen. Die Plasmaeigenschaften

werden durch die Eingabe der Elektronentemperatur  $T_e$ , der Neutralgasdichte  $n_0$ , des Ionisationsgrades  $x$  und des Magnetfeldes berücksichtigt. Die Geometrie wird durch die Plasmalänge  $L$ , den Plasmaradius  $p$  sowie durch die Länge  $l$  und den Radius  $s$  der Sendespule bestimmt.

Die in den Tensorkomponenten  $\varepsilon$ ,  $g$  und  $\eta$  auftretenden Elektron-Ionen, Elektron-Neutrale und Ionen-Neutrale Stöße werden im Programm verwertet.

Zur Berechnung der Elektron-Ionen Stöße wird die bei Braginskii [19] gegebene Formel verwendet:

$$v_{ei} = \frac{\Lambda n_e}{3.44 \cdot 10^5 T_e^{3/2}} \quad (22)$$

Der Coulomblogarithmus lautet für  $T_e < 50$  eV:

$$\Lambda = 23.5 - 1.15 \log_{10} n_e + 3.45 \log_{10} T_e.$$

Ein von Appert [20] gemittelter Transportquerschnitt aus mehreren Arbeiten dient als Grundlage für die Stosszahl der Ionen mit den neutralen Argonatomen:

$$v_{in} = 2.03 \cdot 10^{-9} \sqrt{T_e} (1 - 0.126 \log_{10} T_e)^2 n_n; \quad 10^{-1} < T_e < 10^2 \text{ [eV]} \quad (23)$$

Eine Approximation der Kurve von Appert [20] für Stöße der Elektronen mit den neutralen Argonatomen ergibt:

$$v_{en} = 3 \cdot 10^{-8} T_e^{3/2} n_n; \quad 0.5 < T_e < 2 \text{ [eV]} \quad (24)$$

Die axiale Komponente des magnetischen Wellenfeldes kann somit berechnet und eine normierte Wellenfeldamplitude durch

$$B_N(\omega, r, z) = \frac{|B_z(\omega, r, z)|}{|B_z(\omega, r = p, z = L/2)|}$$

definiert werden.

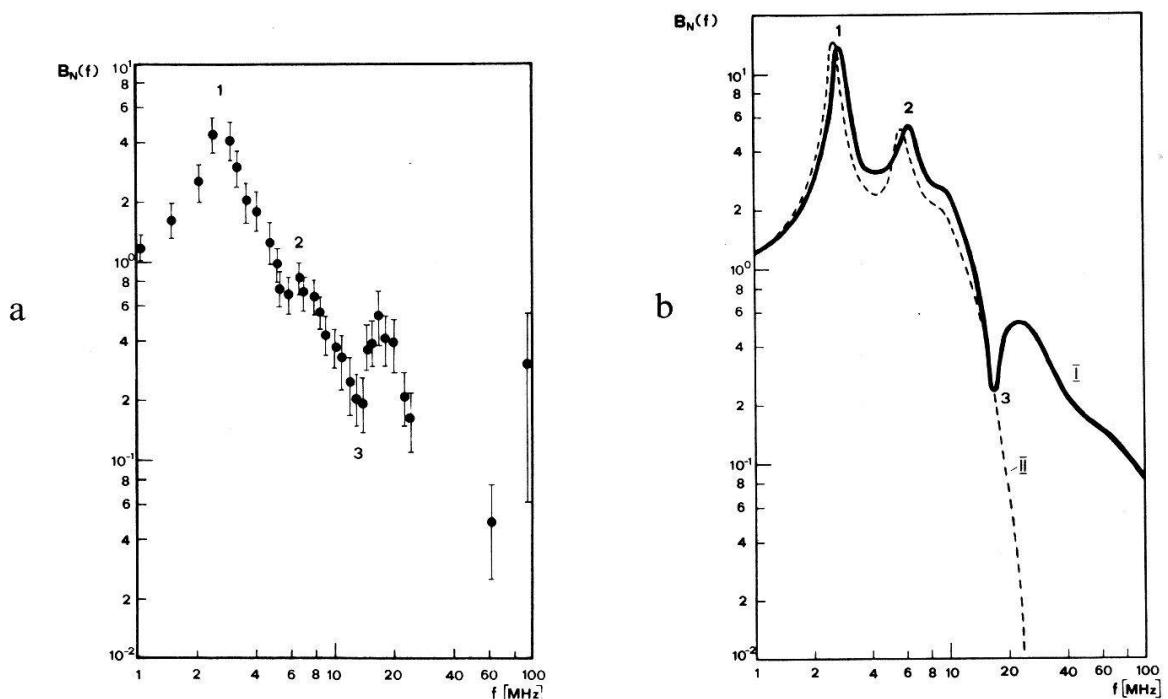
#### IV. Vergleich der Experimente mit der Theorie

Aus den Figuren 6, 7 und 8 soll jeweils der für die Zeit  $t = 80 \mu\text{s}$  ausgewertete Amplitudenverlauf gewählt und mit theoretisch berechneten Kurven verglichen werden.

Die in der Figur 10a eingezeichneten Punkte, welche den gemessenen Verlauf des Wellenfeldes in Abhängigkeit von der Frequenz  $f$  zeigen, stellen den Mittelwert der Amplituden von jeweils mindestens vier Entladungen dar; die entsprechenden Fehlergrenzen sind gegeben durch die Standardabweichung dieser Werte. Die Fehler sind bedingt durch die nicht vollständige Reproduzierbarkeit des Plasmas; Aufzeichnungsfehler des Kathodenstrahlzosillographen und Fehler von der Auswertung der fotografierten Signale können vernachlässigt werden.

Die ausgezogene Kurve der Figur 10b zeigt den mit Hilfe der Formel (18) berechneten Verlauf der normierten Wellenfeldamplitude, wobei in das Computerprogramm die nachstehenden Parameter eingegeben wurden:  $\bar{n}_e = 1.36 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ ,  $T_e = 1.5 \text{ eV}$ ,  $B_0 = 9 \text{ kG}$  und ein effektiver Plasmaradius von  $P_{\text{eff}} = 4.0 \text{ cm}$ . Die Wahl dieser Parameter, welche teilweise etwas von den bei  $t = 80 \mu\text{s}$  gemessenen Werten abweicht, bewirkt, dass die erste und zweite magnetoakustische Resonanz im

berechneten Kurvenverlauf bei den gleichen Frequenzen auftreten, die auch im Experiment gefunden wurden. Die gestrichelte Kurve in Figur 10b stellt den entsprechenden Amplitudenverlauf für ein unendlich langes Plasma mit unendlich langer Sendespule (Körper [5]) dar.



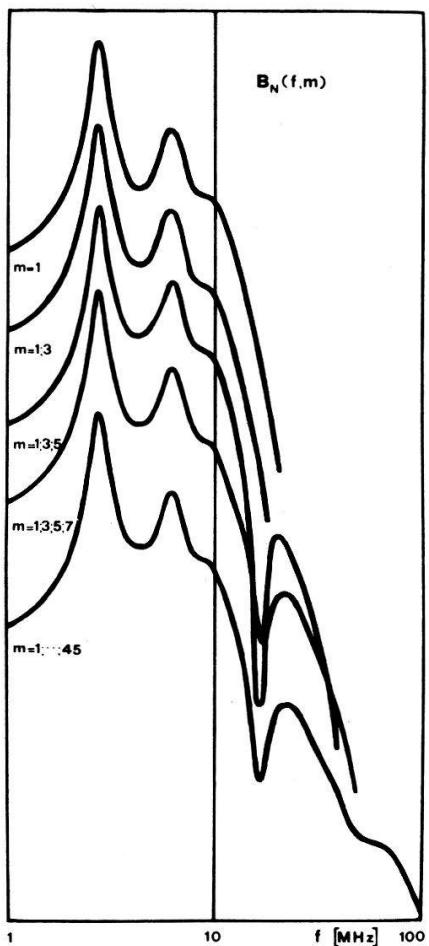
Figur 10

Wellenfeld in Abhängigkeit von der Frequenz  $f$ ; (a) Messung bei  $t = 80 \mu\text{s}$ , (b) Berechnung. I Plasma endlicher Länge, II Unendlich langes Plasma, 1 erste magnetoakustische Resonanz, 2 zweite magnetoakustische Resonanz, 3 Minimum.

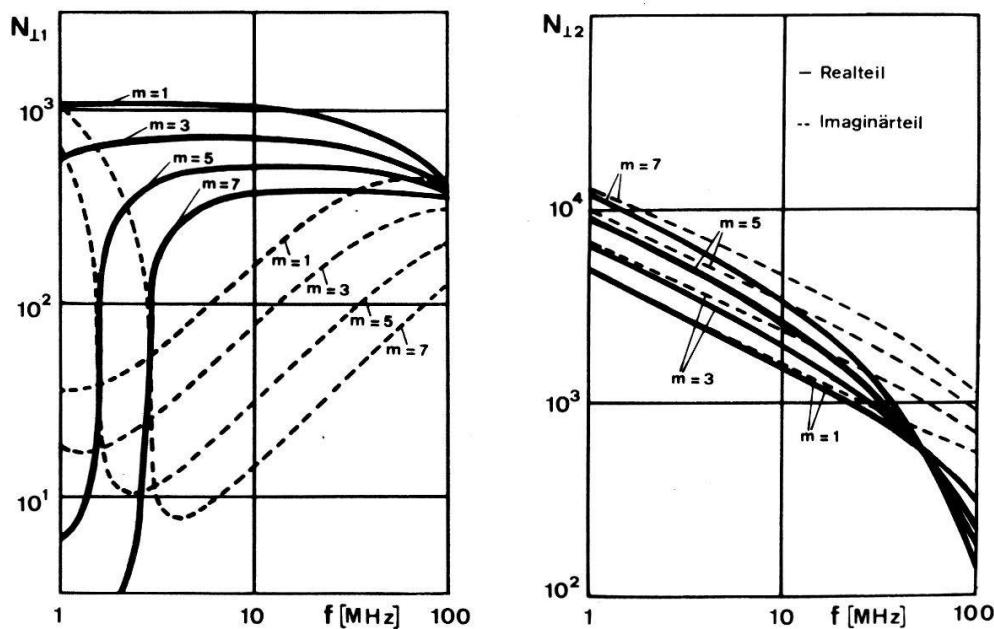
Oberhalb der genannten Resonanzen ist sowohl auf der experimentellen wie auch auf der mit Formel (18) berechneten Kurve ein ausgeprägtes, schmales Minimum beobachtbar, dessen Auftreten und Grösse sehr stark von den Plasmaparametern abhängt. Dieses Minimum fehlt auf der Kurve für das unendlich lange Plasma vollständig. Hier kann daher besonders gut die Leistungsfähigkeit des Modells nach der Theorie von Skipping [6], und zwar am Besten mit Hilfe der Figur 11 erkannt werden. In dieser Figur sind fünf Kurven des Amplitudenverlaufes in Abhängigkeit von der Senderfrequenz für je eine verschiedene Anzahl von Fourierkomponenten -gemäss Formel (18) aufsummiert- dargestellt. Wird nur die eine Komponente mit  $m = 1$  berücksichtigt, kann zwar die erste magnetoakustische Resonanz vollständig, die zweite annähernd beschrieben werden, während für noch höhere Frequenzen die Amplitude stetig abfällt. Auch die Berücksichtigung der zweiten Fourierkomponente in der Summation beschreibt das Minimum noch nicht. Erst die Summe aus den drei ersten Fourierkomponenten bringt dieses Minimum zum Erscheinen, und für eine korrekte Darstellung sind nur die Fourierkomponenten mit  $m > 17$  vernachlässigbar.

Der Beitrag der einzelnen Fourierkomponenten zur Summe (18) kann mit Hilfe der Werte für die komplexen Brechungsindizes aus der Dispersionsrelation (5) verstanden werden, wenn man beachtet, dass der Realteil ein Mass für die Wellenlänge, der Imaginärteil ein Mass für die Dämpfungslänge der Wellen ist.

Die Figuren 12 zeigen einerseits den Verlauf von Real- und Imaginärteil dieser



Figur 11  
Berechneter Amplitudenverlauf in Abhängigkeit von der Frequenz  $f$  und der Anzahl der Fourierkomponenten.



Figur 12  
Brechungsindex senkrecht zum äusseren Magnetfeld in Abhängigkeit von der Frequenz  $f$  und der axialen Wellenzahl.

Brechungsindizes in Abhängigkeit von der Frequenz  $f$  in dem uns interessierenden Frequenzintervall, anderseits die Tendenz der Verschiebung dieser Kurven mit wachsendem  $k_z = m\pi/L$ .

Im ganzen Intervall ist der Imaginärteil von  $N_{\perp 2}$  sehr gross und damit die Dämpfungslänge so klein, dass Effekte, herrührend von diesem Wellentypus, nur in einer ganz dünnen Randschicht des Plasmas zu erwarten sind.

Im Gegensatz dazu ist für einen beschränkten Frequenzbereich, wenn wir vorerst die Kurve mit  $m = 1$  betrachten, der Realteil von  $N_{\perp 1}$  so gross, dass die Wellenlänge im Plasma vergleichbar mit dem Plasmadurchmesser wird, gleichzeitig aber der zugehörige Imaginärteil und damit die Dämpfung hinreichend klein, so dass die Bedingungen für geometrische Resonanz  $\text{Re}\{N_{\perp}\} \gg \text{Im}\{N_{\perp}\}$  und  $\text{Re}\{N_{\perp} k_0\} p \gtrsim \pi$  erfüllt sind. In diesem Falle zeigt die Amplitude der  $B_z$ -Komponente der stehenden Welle im zylindrischen Plasma eine starke Ueberhöhung und man spricht von magnetoakustischer Resonanz. Mit steigender Senderfrequenz wird diese Welle immer mehr ausgedämpft- ersichtlich an der Zunahme des Imaginärteiles von  $N_{\perp 1}$ - so dass die Ueberhöhung bei der zweiten magnetoakustischen Resonanz bereits bedeutend kleiner ausfällt, die dritte magnetoakustische Resonanz nur noch leicht angedeutet ist und danach die Amplitude stetig abfällt.

Es ist verständlich, dass die erste Fourierkomponente bei der ersten magnetoakustischen Resonanz die dominierende Rolle spielt, weil hier der zugehörige Brechungsindex als einziger die Resonanzbedingungen erfüllt, während dies im anschliessenden Frequenzbereich auch für die Wellen mit  $m > 1$  möglich wird.

Man erhält durch die Summation aller wichtigen Fourierkomponenten einen Amplitudenverlauf, welcher sich -vor allem bei hohen Frequenzen- wesentlich vom Verlaufe der ersten Komponente unterscheidet. Dabei sind im niederfrequenten Teil unseres Intervalles die Fourierkomponenten mit kleinem  $m$ , im hochfrequenten Bereich aber nur diejenigen mit grossem  $m$  wichtig.

Weil sich das Ergebnis aus der Theorie des unendlich langen Plasmas nur sehr wenig von demjenigen der ersten Fourierkomponente unterscheidet, gibt diese Theorie in unserem Plasma den Amplitudenverlauf der  $B_z$ -Komponente nicht exakt wieder.

Dieser Summation von Fourierkomponenten in der Theorie entspricht im Experimente die Ueberlagerung aller stehenden Wellen, welche von der Sendespule im Plasma angeregt werden.

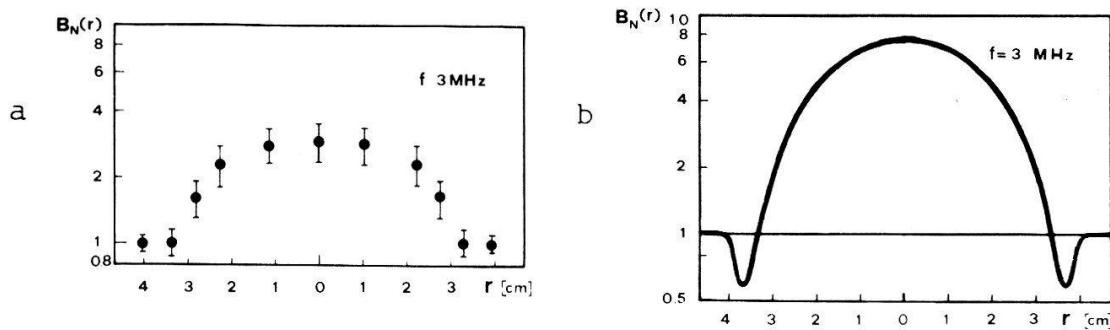
Wenn nun bei einer bestimmten Frequenz (Fig. 10; 3) die stehenden Wellen teilweise in Gegenphase schwingen, ergibt sich eine minimale resultierende Wellenfeldamplitude.

In der Rechnung kann dies bestätigt werden, sind doch an der entsprechenden Stelle die Fourierkomponenten, welche einen wesentlichen Beitrag zur Amplitude liefern, zueinander in Gegenphase.

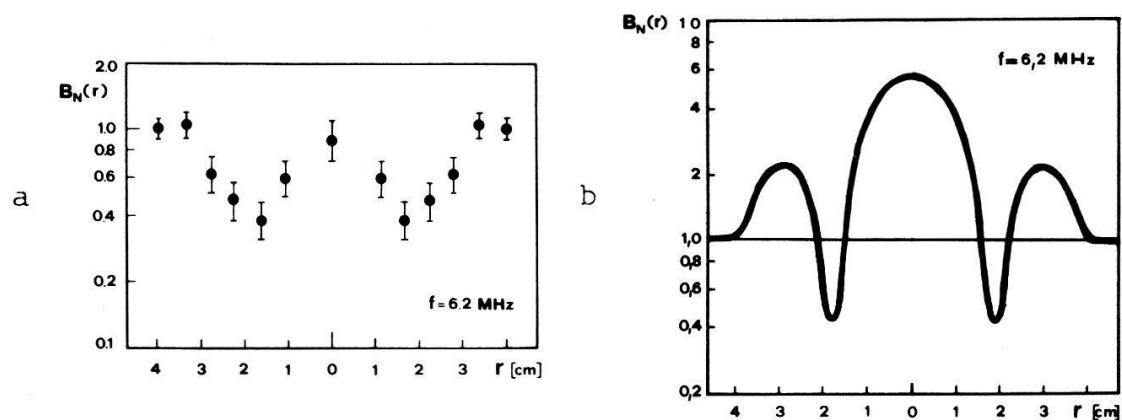
Vergleicht man den über den Radius und über die  $z$ -Achse gemessenen Amplitudenverlauf mit der Theorie, dann zeigt sich fast überall eine qualitative, meistens sogar quantitative Uebereinstimmung.

Aus den Messungen über den Radius (Fig. 13-15) kann bei allen drei untersuchten Frequenzen geschlossen werden, dass für  $r = 4.0$  cm der Einfluss des Plasmas verschwindet, da hier jeweils  $B_N(r) = 1$  bereits erreicht ist; dies gestattet uns die Wahl von  $P_{\text{eff}} = 4.0$  cm für die theoretischen Berechnungen.

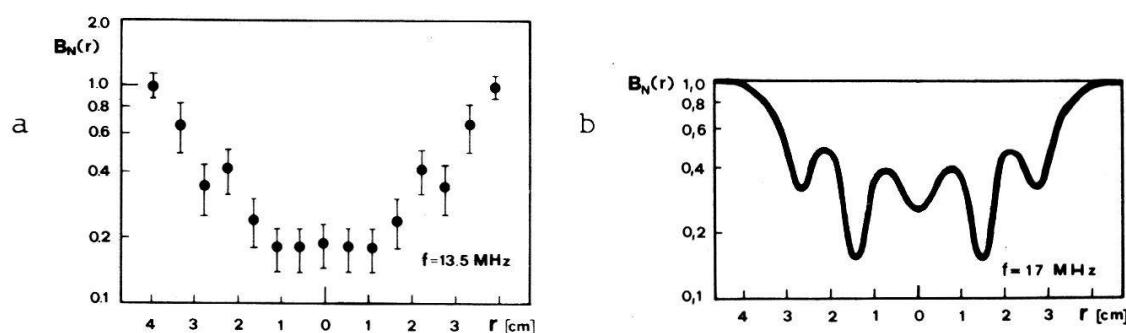
Die Kurven der beiden tiefsten Resonanzfrequenzen (Fig. 13 und Fig. 14) entsprechen, wie nach Formel (18) zu erwarten ist, annähernd dem Verlaufe von



Figur 13  
Radialer Amplitudenverlauf bei  $f = 3$  MHz; (a) Gemessen bei  $t = 80 \mu\text{s}$ , (b) Berechnet.



Figur 14  
Radialer Amplitudenverlauf bei  $f = 6.2$  MHz; (a) Gemessen bei  $t = 80 \mu\text{s}$ , (b) Berechnet.

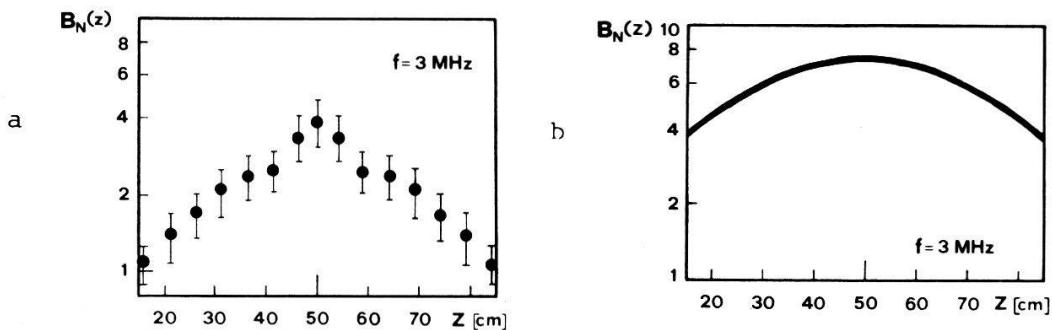


Figur 15  
Radialer Amplitudenverlauf; (a) Gemessen bei  $t = 80 \mu\text{s}$  und  $f = 13.5$  MHz, (b) Berechnet bei  $f = 17$  MHz.

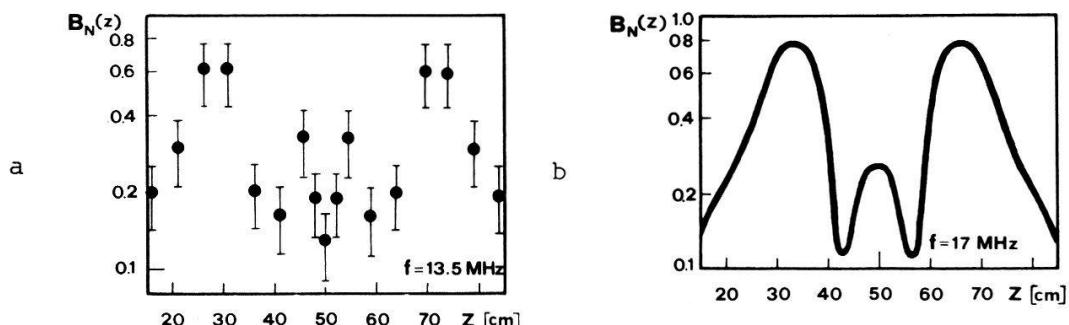
$|J_0|$ , dem Betrag der Besselfunktion nullter Ordnung. Die kleinen Minima für  $r = 3.6$  cm in der Figur 13b entstehen deshalb, weil Rechnung (und Messung) knapp oberhalb der ersten magnetoakustischen Resonanz durchgeführt worden sind, und sie entsprechen den Minima im radialen Amplitudenverlauf bei der zweiten magnetoakustischen Resonanz (Fig. 14b), welche allerdings wegen der höheren Frequenz im Argument der Besselfunktion jetzt in die Mitte zwischen Achse und Plasmarand zu liegen kommen.

Weil im Experiment das schmale Minimum bei 13.5 MHz (Fig. 10a), in der Theorie aber bei 17 MHz (Fig. 10b) auftritt, wurde das radiale (und später auch axiale) Profil zwar bei einer Senderfrequenz von 13.5 MHz ausgemessen, jedoch mit dem bei 17 MHz berechneten verglichen. Der Einschnitt in Figur 15 für  $r = 3$  cm

zum Beispiel kommt erst durch die Berücksichtigung von mindestens vier Fourierkomponenten zum Vorschein und er wird auch im Experiment gefunden. Noch deutlicher wird der Einfluss der höheren Harmonischen auf den Amplitudenverlauf entlang der Zylinderachse, stellt doch die erste Fourierkomponente sowohl bei 3 MHz, wie auch bei 17 MHz einen sinusförmigen Verlauf dar; die deutliche Absenkung der Amplitude in der Plasmamitte (Fig. 17b), der 10 cm von der Mitte entfernte Einschnitt und der starke Abfall der Amplitude gegen die Enden der Sendespule hin kommt erst durch die Mitnahme mehrerer Fourierkomponenten zustande. Die Uebereinstimmung der experimentellen Werte mit der Theorie weist wiederum darauf



Figur 16  
Axialer Amplitudenverlauf bei  $f = 3$  MHz; (a) Gemessen bei  $t = 80$   $\mu$ s, (b) Berechnet.



Figur 17  
Axialer Amplitudenverlauf; (a) Gemessen bei  $t = 80$   $\mu$ s und  $f = 13.5$  MHz, (b) Berechnet bei  $f = 17$  MHz.

hin, dass die resultierende Amplitude im Plasma aus einer Ueberlagerung von stehenden Wellen entstanden ist.

Wegen der grossen Empfindlichkeit der Amplitude auf die Aenderungen der Plasmaparameter im Gebiete des schmalen Minimums (Fig. 10; 3) wird die starke zeitliche Abhängigkeit der Kurven in den Figuren 7c und 8b verständlich. Demgegenüber verändern sich die Kurven bei der ersten und zweiten magnetoakustischen Resonanz (Fig. 7a, b; 8a) im rekombinierenden Plasma (mit wachsendem  $t$ ) nur wenig. Bemerkenswert ist weiter, dass auch in der Stromphase, also für  $t = 40$   $\mu$ s und  $t = 60$   $\mu$ s, der erwartete Amplitudenverlauf jeweils mindestens qualitativ gefunden wird.

Die Unterschiede zwischen den Messungen und den theoretischen Resultaten müssen in den folgenden Gründen gesucht werden:

Das Plasma, hergestellt durch eine Kondensatorentladung, ist ob des kleinen Arbeitsdruckes trotz dem grossen stabilisierenden Magnetfeld nicht vollständig reproduzierbar. Diese Schwierigkeit ist bei Vaucher [4], welcher mit grösseren Arbeits-

drucken und Elektronendichten, aber mit vergleichbaren Magnetfeldern gearbeitet hat, nicht aufgetreten.

Eine Verschiebung der Resonanzen zu höheren Frequenzen – oder kleineren Dichten – wurde schon von Cantieni [2] gefunden; hier konnte sie mit einem radialen Dichteprofil begründet werden, dessen Einfluss von Vaclavik [22] theoretisch an einem stromführenden Plasma gezeigt wurde. Ein radiales Dichteprofil kann näherungsweise in den Berechnungen durch die Eingabe einer mittleren Elektronendichte berücksichtigt werden, was auch in der vorliegenden Arbeit getan wurde.

Bei kleinen Gasdichten fallen aber auch Verunreinigungen stark ins Gewicht; dabei scheint der Sauerstoff, welcher offenbar in beträchtlichen Mengen bei der Entladung aus den Elektroden gelöst wird, wie dies von Schneider [21] anhand von spektroskopischen Messungen nachgewiesen wurde, eine wesentliche Rolle zu spielen. Falls atomarer Sauerstoff in grösseren Mengen an der Entladung beteiligt ist, ergibt sich wegen seiner gegenüber dem Argonatom geringeren Masse ebenfalls eine Verschiebung der Resonanzen zu höheren Frequenzen.

Das zu schnelle Absinken des gemessenen, frequenzabhängigen Amplitudenverlaufes, vor allem in der Umgebung der zweiten magnetoakustischen Resonanz, deutet auf eine grössere Dämpfung hin, als dies nach den Temperaturmessungen zu erwarten wäre.

## V. Schlussfolgerung

Die experimentellen Kurven zeigen eine gute Uebereinstimmung mit der Theorie eines Plasmas endlicher Länge, wenn man bedenkt, dass die Messwerte durch die nicht vollständige Reproduzierbarkeit, die Inhomogenität, sowie die Verunreinigung des Plasmas beeinflusst sind.

Von Lammers [23] und andern ist die Brauchbarkeit dieser Theorie aus der Uebereinstimmung des gemessenen und berechneten Plasmaladewiderstandes in der Umgebung der untern Hybridfrequenz gezeigt worden. Unser Experiment zeigt die Gültigkeit dieser Theorie noch zwingender; wurde sie doch durch die Messungen des frequenzabhängigen Amplitudenverlaufes, wie auch durch solche der radialen und axialen Feldverteilung im Plasma bestätigt. Die Schwingung eines Plasmas mittlerer Dichte in einem Zylinder endlicher Länge kann daher durch die Theorie von Skipping [6], im Gegensatz zu derjenigen von Körper [5], genau berechnet werden. Unter anderem haben Berechnungen der  $B_z$ -Komponente für eine kurze Sendespule einen noch viel stärkeren Einfluss der Plasmageometrie gezeigt, treten doch hier gleich mehrere schmale Minima auf.

Mit Hilfe der Theorie eines Plasmas endlicher Länge können nun die beobachteten Phänomene erklärt werden: Das Wellenfeld mit seinen Minima und Maxima resultiert aus der Ueberlagerung von stehenden Wellen im Plasmazyliner.

Prof. Dr. O. Huber danken wir für sein stetes Interesse und die tatkräftige Unterstützung. Dr. B. Hoegger verdanken wir viele nützliche Diskussionen und Herrn dipl. ing. J. Szubert den Bau des Oszillators. Prof. Dr. F. Kneubühl (ETH – Zürich) sei an dieser Stelle gedankt für die Ueberlassung des HCN-Lasers und die Zusammenarbeit mit seiner Gruppe insbesondere mit Dr. B. Adam.

## LITERATURVERZEICHNIS

- [1] D. A. FRANK-KAMENEZKI, *Vorlesungen über Plasmaphysik* (Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1967).
- [2] E. CANTIENI *et al.*, *Magnetoakustische Resonanz und Zerfall eines Plasmas*, Helv. Phys. Acta 36, 993 (1963).
- [3] B. HOEGGER *et al.*, *Resonanzabsorption magnetoakustischer Wellen in einem dichten Argonplasma*, Helv. Phys. Acta 44, 321 (1971).
- [4] B. G. VAUCHER *et al.*, *Elektrische Leitfähigkeit eines vollionisierten Plasmas in einem äusseren Magnetfeld*, Helv. Phys. Acta 48, 699 (1975).
- [5] K. KÖRPER, *Schwingung eines Plasmazyliners in einem äusseren Magnetfeld*, Z. Naturforsch. 12a, 815 (1957).
- [6] C. SKIPPING *et al.*, *Resistive Loading by a Finite Plasma Cylinder Near the Lower Hybrid Resonance*, Phys. Fluids 12, 1886 (1969).
- [7] D. HASTI *et al.*, *Resistive Loading by a Finite Plasma Cylinder*, J. Pl. Physics 4, 787 (1970).
- [8] H. P. ELMIGER, *Erzeugung von Plasmen bei kleinem Drucke des Füllgases*, Interner Bericht, Physikinstitut, Universität Freiburg/Schweiz, Pl FR 110 (1975).
- [9] B. G. VAUCHER, *Eine Anlage zur Erzeugung eines gepulsten homogenen Magnetfeldes*, Int. Bericht, Physikinstitut, Universität Freiburg/Schweiz, Pl FR 111 (1975).
- [10] G. J. PARKINSON *et al.*, *Time Resolved Measurements of Electron Number Density and Electron Temperature Using Laser Interferometry at 337- $\mu$ m Wavelength*, Appl. Phys. Lett 13, 233 (1968).
- [11] H. P. ELMIGER, *Plasmadiagnostik mit einem 337  $\mu$  HCN-Laserinterferometer*, Z. angew Math. Phys. 27, 128 (1976).
- [12] G. CHANTRY *et al.*, *TPX, a New Material for Optical Components in the Far Infra-Red Spectral Region*, Infrared Physics 9, 31 (1969).
- [13] L. C. ROBINSON, *Physical Principles of FIR Radiation, Methods of Experimental Physics* 10 (Acad. Press, New York 1973).
- [14] R. TURNER *et al.*, *Far Infrared Laser Interferometry for Electron Density Measurements*, J. Appl. Phys. 39, 5726 (1968).
- [15] H. R. GRIEM, *Plasma Spectroscopy* (McGraw Hill Book Company, New York 1964).
- [16] E. D. TIDWELL, *J. Quant. Spectr. Radiat. Transfer* 12, 431 (1971).
- [17] TH. STIX, *The Theory of Plasma Waves* (McGraw Hill Book Company 1962).
- [18] H. P. ELMIGER and B. G. VAUCHER, *Wellen in einem kalten magnetisierten Plasma*, Int. Bericht, Physikinstitut, Universität Freiburg/Schweiz, Pl FR 116 (1975).
- [19] S. I. BRAGINSKII, *Transport Processes in a Plasma*, Review of Plasma Physics 1 (Ed. Acad., New York 1965).
- [20] K. APPERT, *Stossfrequenzen der Neutralteilchen in Wasserstoff- und Argonplasmen*, Phys. Letters 32A, 477 (1970).
- [21] H. SCHNEIDER, Private Mitteilung.
- [22] J. VACLAVIK, *Magneto-acoustic Resonance in a Non-uniform Current Carrying Plasma Column*, J. Plasma Physics 6, 607 (1971).
- [23] B. LAMMERS *et al.*, *Untersuchungen der Wellenabsorption im Bereich der unteren Hybridresonanz an einem Plasma hoher Ionenmasse*, Z. Naturforsch. 31a, 924-933 (1976).