

Zeitschrift: Helvetica Physica Acta
Band: 48 (1975)
Heft: 5-6

Artikel: Elektrische Leitfähigkeit eines vollionisierten Plasmas in einem äusseren Magnetfeld
Autor: Vaucher, B.G. / Vaclavik, J. / Schneider, H.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-114694>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 16.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Elektrische Leitfähigkeit eines vollionisierten Plasmas in einem äusseren Magnetfeld¹⁾

von B. G. Vaucher, J. Vaclavik und H. Schneider

Physikinstitut der Universität Freiburg, Schweiz

(29. VII. 75)

Abstract. The electrical conductivity of a homogeneous fully ionized argon plasma in a homogeneous magnetic field was investigated by means of magnetoacoustic resonance. In particular, the conductivity perpendicular to the magnetic field σ_{\perp} was determined for different values of the parameter ω_c/ν_{ei} , where ω_c is the electron cyclotron frequency and ν_{ei} is the collision frequency between electrons and ions. The results appear to be in good agreement with the transport theory of Braginskii. In plasmas with small ω_c/ν_{ei} , the ratio of σ_{\perp} to the conductivity along the magnetic field approximately equals 1 while with increasing ω_c/ν_{ei} it drops to $\frac{1}{2}$.

I. Einleitung

Unter den Transportkoeffizienten eines Plasmas ist die elektrische Leitfähigkeit von besonderer Bedeutung. Einerseits beschreibt sie die elektrischen Eigenschaften des ionisierten Gases, anderseits lässt sich aus der Kenntnis dieses Transportkoeffizienten mit Hilfe einer geeigneten, verifizierten Theorie eine andere charakteristische Grösse des Plasmas, die Elektronentemperatur, bestimmen. Ist ein äusseres Magnetfeld vorhanden, werden die Transportgrössen richtungsabhängig. Das Magnetfeld beeinflusst die Bewegung der Teilchen im Plasma und damit die elektrische Leitfähigkeit senkrecht zum Feld. Ein geeigneter Parameter zur Beschreibung dieser Abhängigkeit ist $\omega_c \tau_{ei}$, wobei ω_c die Elektron-Zyklotronfrequenz und τ_{ei} die für einen Stoss zwischen Elektronen und Ionen charakteristische Zeit bedeuten. Diese Abhängigkeit ist Gegenstand eingehender theoretischer Untersuchungen [1, 2]; experimentell wurde sie aber unseres Wissens bisher nicht systematisch verifiziert.

Das Ziel dieser Arbeit ist die Messung der elektrischen Leitfähigkeit eines homogenen, vollionisierten Plasmas in einem homogenen Magnetfeld für verschiedene Werte von $\omega_c \tau_{ei}$. Ein Vergleich der Messungen mit den nach [1] berechneten Transportkoeffizienten soll die Gültigkeit dieser Theorie für unser Gasentladungsplasma überprüfen. Erweist sie sich als richtig, soll mit ihrer Hilfe aus der gemessenen Leitfähigkeit die Elektronentemperatur bestimmt werden.

Für diese Messungen entwickelten wir ein Verfahren, das sich wesentlich von den in [3, 4] verwendeten oder zusammengestellten Methoden unterscheidet. Im zylindrischen Plasma, das sich im äusseren Magnetfeld befindet, werden mit einem RF-Oszillator kleiner Leistung magnetoakustische Wellen angeregt. Der azimutale Strom

¹⁾ Diese Arbeit wurde durch die finanzielle Unterstützung des Schweizerischen Nationalfonds ermöglicht.

j_ϕ in der leitenden Berandung des Plasmas, einer langen einwindigen Spule, erzeugt radiale, stehende Wellen. Da die geometriebedingten Resonanzen stark von der elektrischen Leitfähigkeit abhängen, lässt sich aus der Messung des Wellenfeldes die elektrische Leitfähigkeit des Plasmas senkrecht zum Magnetfeld sehr genau bestimmen. Die Messungen werden im Nachleuchten homogener Gasentladungsplasmen mit bekannten Parametern durchgeführt.

II. Theorie

1. Problemstellung und Grundgleichungen

Um die elektrische Leitfähigkeit zu bestimmen, werden erzwungene Schwingungen des Plasmazyliners untersucht. Dabei beschränken wir uns auf niedere Anregungsfrequenzen $\omega \ll \nu_{ei}$, ω_{LH} (ν_{ei} ist die Stossfrequenz Elektronen-Ionen, ω_{LH} die untere hybride Frequenz), d.h. auf magnetohydrodynamische Wellen. Damit sind folgende Voraussetzungen erfüllt: Die mittlere freie Weglänge zwischen zwei Stößen ist klein gegenüber der charakteristischen Länge, über der sich die Verteilungsfunktion wesentlich ändert. Deshalb darf das mikroskopische Verhalten der Einzelteilchen vernachlässigt und das Plasma als kontinuierliches Medium betrachtet werden. Mit Hilfe der Momentenmethode können aus der kinetischen Theorie die Transportgleichungen und daraus die magnetohydrodynamischen Grundgleichungen abgeleitet werden [5]. Für langsame Schwingungen eines vollionisierten Plasmas gilt die Bewegungsgleichung einer leitenden, einkomponentigen Flüssigkeit. Daher braucht nur der Impuls austausch zwischen Elektronen und Ionen berücksichtigt zu werden. Bei diesen niederen Frequenzen kann der Verschiebungsstrom vernachlässigt werden, das Plasma ist quasi-neutral. Außerdem wird die Trägheit der Elektronen und ihre Masse gegenüber der Ionenmasse vernachlässigt. Zusätzlich werden folgende Annahmen gemacht: Der kinetische Druck sei sehr viel kleiner als der magnetische Druck. Folglich können die Druckterme in den Bewegungsgleichungen vernachlässigt werden. Ferner sei das Plasma homogen. Dann treten keine thermoelektrischen Kräfte auf. Unter diesen Voraussetzungen erhält man die folgenden Grundgleichungen im Gauss-System [1]:

(a) die Maxwellschen Gleichungen:

$$\text{rot } \vec{B} = \frac{4\pi}{c} \vec{j}, \quad (1)$$

$$\text{rot } \vec{E} = - \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad (2)$$

(b) die Bewegungsgleichung einer leitenden einkomponentigen Flüssigkeit:

$$\rho \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{1}{c} [\vec{j}, \vec{B}], \quad (3)$$

(c) das verallgemeinerte Ohmsche Gesetz:

$$\vec{E} + \frac{1}{c} [\vec{v}, \vec{B}] = \frac{\vec{j}_\parallel}{\sigma_\parallel} + \frac{\vec{j}_\perp}{\sigma_\perp} \left(\frac{1}{\sigma_\perp B} + \frac{1}{n_e c} \right) [\vec{j}, \vec{B}] \quad (4)$$

mit den Transportkoeffizienten der elektrischen Leitfähigkeit:

$$\sigma_{\parallel} = 1,95 \frac{n_e e^2}{m_e} \tau_{ei}, \quad (5)$$

$$\sigma_{\perp} = 0,51 \sigma_{\parallel} \{1 - (6,42x^2 + 1,84)/\Delta\}^{-1}, \quad (6)$$

$$\sigma_{\wedge} = 0,51 \sigma_{\parallel} \{\Delta/x(1,70x^2 + 0,78)\}, \quad (7)$$

wobei

$$x = \omega_c \tau_{ei} \quad (8)$$

und

$$\Delta = x^4 + 14,79x^2 + 3,77. \quad (9)$$

Hierin bedeuten: ρ die Massendichte des Plasmas, \vec{v} die hydrodynamische Geschwindigkeit des Plasmas, \vec{j} die makroskopische Stromdichte, \vec{B} das Magnetfeld, \vec{E} das elektrische Feld, n_e die Elektronendichte, m_e die Elektronenmasse.

Die charakteristische Stosszeit ist gegeben durch:

$$\tau_{ei} = \frac{3,44 \cdot 10^4}{\lambda/10} \frac{T_e^{3/2}}{n_e}. \quad (10)$$

T_e ist die Elektronentemperatur (in eV) und λ der Coulomb-Logarithmus. Für $T_e < 50$ eV gilt

$$\lambda = 23,5 - 1,15 \log n_e + 3,45 \log T_e. \quad (11)$$

Die Elektron-Zyklotronfrequenz ist gegeben durch

$$\omega_c = \frac{eB}{m_e c}. \quad (12)$$

Für die weitere Behandlung des Problems führen wir ein zylindrisches Koordinatensystem r, φ, z ein, dessen z -Achse mit der Achse des zylindrischen Plasmas übereinstimmt. Dieses Plasma sei ruhend ($\vec{v}_0 = 0$) und stromlos ($\vec{j}_0 = 0$), seine Massendichte ρ_0 und das äussere, axiale Magnetfeld \vec{B}_0 seien konstant.

Für das äussere Magnetfeld gilt:

$$\vec{B}_0 = (0, 0, B_0). \quad (13)$$

Ferner wird Axialsymmetrie ($\partial/\partial\varphi = 0$) vorausgesetzt, und da die Anregung mit Hilfe einer langen, einwindigen Spule ($R \ll L$, d.h. $\partial/\partial z \approx 0$) erfolgt, treten rein radiale Plasmaschwingungen auf. Das mit dieser experimentellen Anordnung vom azimutalen Strom j_φ erzeugte Magnetfeld hat demnach ebenfalls nur eine z -Komponente

$$\vec{B}_{ex} = (0, 0, B_{ex}(t)) \quad (14)$$

und ist von der Form:

$$B_{ex}(t) = B_{ex} \cos \omega t, \quad (15)$$

wobei

$$B_{ex} = \text{konst.} \quad (16)$$

Das totale Magnetfeld am Rande des Plazmazylinders ($r = R$) ist demnach gegeben durch:

$$\vec{B}_{\text{tot}}(r = R, t) = \vec{B}_0 + \vec{B}_{ex}. \quad (17)$$

Da die Feldstärke des Wellenfeldes im Verhältnis zum statischen Magnetfeld klein ist ($|B_{ex}| \ll |B_0|$), kann das Problem in linearer Näherung behandelt werden.

Für den Zusammenhang zwischen σ_{\perp} und dem Wellenfeld \tilde{B}_z genügen die Bestimmungsgleichungen der Größen \tilde{B}_z , \tilde{E}_{ϕ} , \tilde{v}_r und \tilde{j}_{ϕ} :

$$\frac{\partial \tilde{B}_z}{\partial r} = - \frac{4\pi}{c} \tilde{j}_{\phi}, \quad (18)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \tilde{E}_{\phi}) = - \frac{1}{c} \frac{\partial \tilde{B}_z}{\partial t}, \quad (19)$$

$$\frac{\partial \tilde{v}_r}{\partial t} = \frac{1}{\rho_0 c} \tilde{j}_{\phi} B_0, \quad (20)$$

$$\tilde{E}_{\phi} - \frac{1}{c} \tilde{v}_r B_0 = \frac{\tilde{j}_{\phi}}{\sigma_{\perp}}. \quad (21)$$

2. Lösung des Gleichungssystems

Mit dem Ansatz

$$A(r, t) = \text{Re}\{A(r)e^{-i\omega t}\} \quad (22)$$

und durch Eliminierung von \tilde{j}_{ϕ} , \tilde{v}_r und \tilde{E}_{ϕ} erhält man eine Gleichung für das Magnetfeld \tilde{B}_z :

$$\frac{\partial^2 \tilde{B}_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tilde{B}_z}{\partial r} + K^2 \tilde{B}_z = 0, \quad (23)$$

wobei

$$K^2 = \left(\frac{\omega}{c_A}\right)^2 \frac{1}{1 - (i\omega c^2 / 4\pi c_A^2 \sigma_{\perp})}. \quad (24)$$

Hierin bedeutet c_A die Alfvén-Geschwindigkeit:

$$c_A = \frac{B_0}{\sqrt{4\pi\rho_0}}. \quad (25)$$

Die Lösung der Differentialgleichung (23) ist die Besselfunktion nullter Ordnung:

$$\tilde{B}_z(r) = CJ_0(Kr). \quad (26)$$

Die Konstante C ist durch die Randbedingung (17) bestimmt

$$C = \frac{B_{ex}}{J_0(KR)}. \quad (27)$$

Somit ist die Lösung der Gleichung (23) gegeben durch [6, 7]:

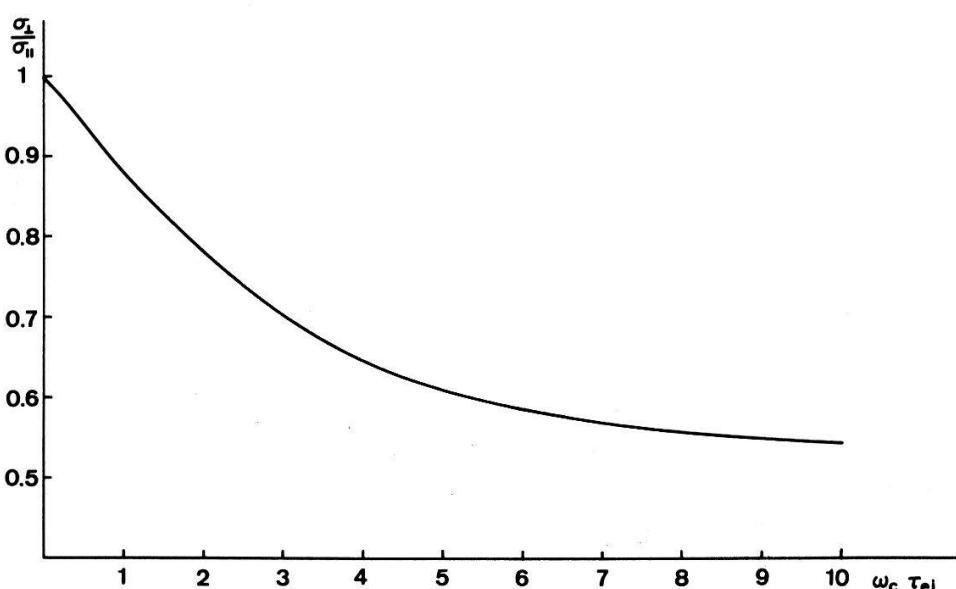
$$\tilde{B}_z(r, t) = B_{ex} \operatorname{Re} \left\{ \frac{J_0(Kr)}{J_0(KR)} e^{-i\omega t} \right\}. \quad (28)$$

Damit wird das Verhältnis der Wellenamplituden auf der Achse und am Rande des Plasmazyliners

$$B_N = \frac{\tilde{B}_z(r=0)}{\tilde{B}_z(r=R)} = \frac{1}{|J_0(KR)|}. \quad (29)$$

3. Diskussion der theoretischen Ergebnisse

Aus Gleichung (29) ist ersichtlich, dass bei Erfüllung der Resonanzbedingung die Amplitude des Wellenfeldes sehr stark anwachsen kann. Dieses Phänomen der magnetoakustischen Resonanz wurde in [8–10] eingehend untersucht. Mit den Gleichungen (6), (24) und (29) ist der Zusammenhang zwischen dem normierten Wellenfeld B_N , der elektrischen Leitfähigkeit senkrecht zum Magnetfeld σ_{\perp} und dem charakteristischen Parameter $\omega_c \tau_{ei}$ gegeben. Aus der Messung des Wellenfeldes kann demnach bei bekanntem Magnetfeld B_0 , bekannter Massendichte ρ_0 und der Anregungsfrequenz ω die elektrische Leitfähigkeit bestimmt werden. Die Abhängigkeit dieses Transportkoeffizienten vom Magnetfeld und von der Stossfrequenz liefert die Gleichung (6). Daraus ist ersichtlich, dass für kleine Parameter ($\omega_c \tau_{ei} \ll 1$) die transversale und die longitudinale Leitfähigkeit gleich gross sind ($\sigma_{\perp} \approx \sigma_{\parallel}$), während für grosse Parameter ($\omega_c \tau_{ei} \gg 1$) die transversale Leitfähigkeit auf den halben Wert der longitudinalen absinkt. In Figur 1 ist diese Abhängigkeit für den Bereich $0 < \omega_c \tau_{ei} < 10$ dargestellt. Sie zeigt, dass die transversale Leitfähigkeit nur in diesem Bereich wesentlich variiert. Aus Gleichung (5) ist ersichtlich, dass die longitudinale Leitfähigkeit σ_{\parallel} vom Magnetfeld nicht beeinflusst wird, wohl aber von T_e abhängig ist. Diese Abhängigkeit wurde



Figur 1

Die elektrische Leitfähigkeit senkrecht zum Magnetfeld (in Einheiten σ_{\parallel}) nach der Transporttheorie von Braginskii.

für unsere Gasentladungsplasmen wiederholt verifiziert [11]. Bei bekannter Elektronendichte und Temperatur kann dieser Transportkoeffizient daher mit Hilfe von (5) und (10) bestimmt werden.

Den Zusammenhang zwischen der transversalen Leitfähigkeit σ_{\perp} unter der Elektronentemperatur T_e liefern die Gleichungen (6) und (10). Falls sich auch diese Gleichungen für unser Plasma als gültig erweisen sollten, wird man mit ihrer Hilfe bei bekanntem Magnetfeld und bekannter Dichte aus der gemessenen Leitfähigkeit die Elektronentemperatur bestimmen können.

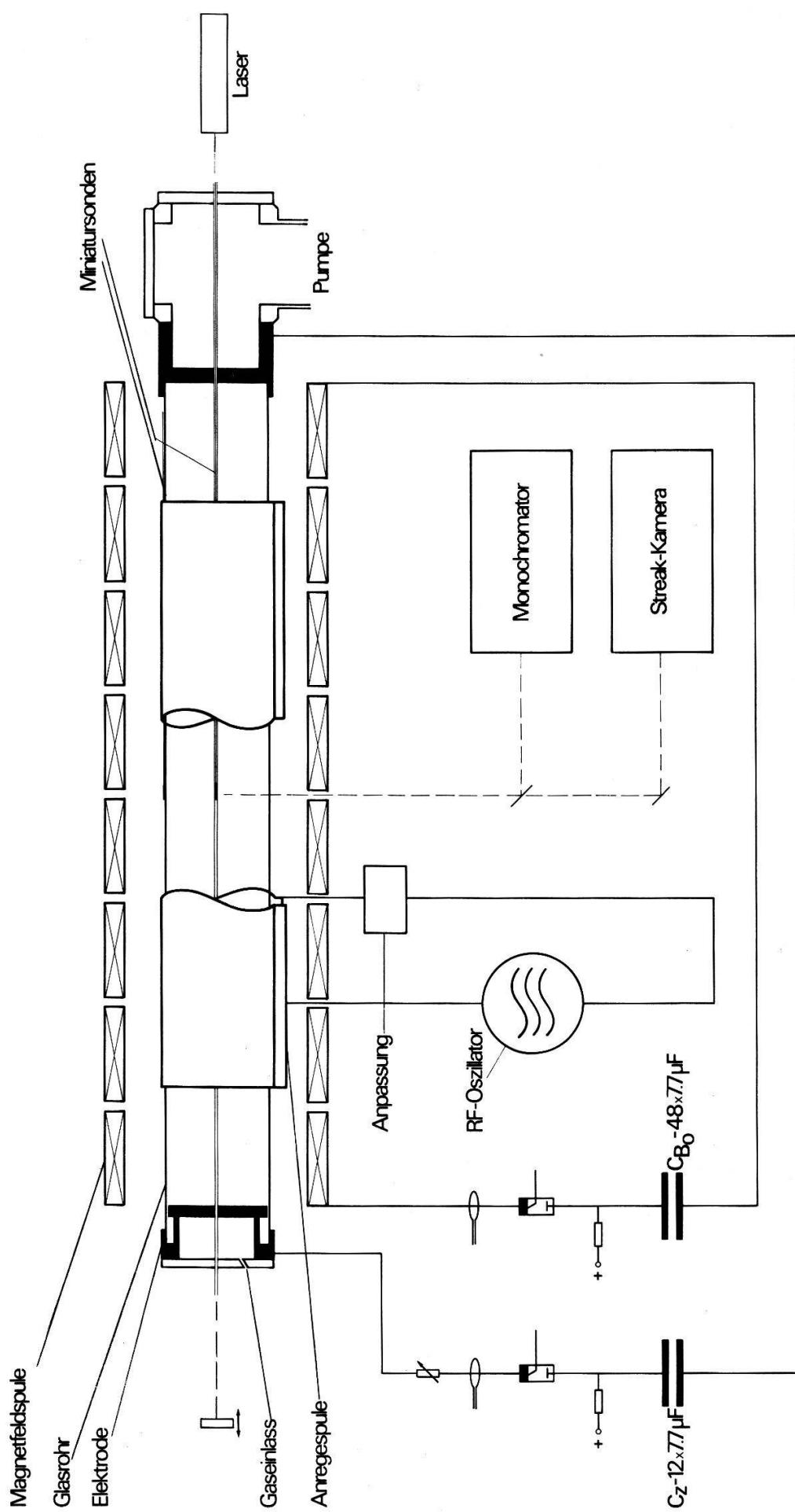
III. Experiment

1. Apparatur

Den experimentellen Aufbau zeigt schematisch Figur 2. Das Entladungsgefäß besteht aus einem 100 cm langen Pyrexrohr (Innendurchmesser 9,3 cm; Wandstärke 0,35 cm). An den Gefäßenden begrenzen zwei flache Elektroden aus rostfreiem Stahl den Entladungsraum. Ein 1 cm breiter Schlitz in den Elektroden gestattet optische Messungen über den Radius und die Einführung der magnetischen Miniatursonde. Die Sondenhalterung besteht aus einem durchgehenden Glasröhrchen in der Zylinderachse (Aussendurchmesser 0,5 cm). Eine zweite Miniatursonde befindet sich am Rande des Plasmas, zwischen Glasrohr und Anregespule. Vor dem Experiment wird der Entladungsraum über eine Kühlzelle mit einer Oeldiffusionspumpe auf 10^{-5} Torr ausgepumpt. Während den Messungen strömt das Füllgas durch eine zweite Kühlzelle kontinuierlich durch das Entladungsgefäß. Die Messung des Arbeitsdruckes erfolgt mit einem Datametrics Electronic Manometer Type 1018 B. Das Plasma wird mit einer kritisch gedämpften Kondensatorenentladung erzeugt. Die Kondensatorbatterie ($12 \times 7,7 \mu\text{F}$) ist über ein Schaltignitron mit einem Kollektor verbunden. Von diesem führen sechs Koaxialkabel zum Kollektor an der Maschine. Als Stromrückleiter dienen massive Messingstäbe. Es werden Stromimpulse von maximal 60 kA und $45\mu\text{s}$ Dauer mit einer Anstiegszeit von $9\mu\text{s}$ erreicht.

Die für dieses Experiment gebaute Spule zur Erzeugung des axialen Magnetfeldes besteht aus acht in Serie geschalteten, einlagigen Segmenten mit je 22 Windungen, einem Wicklungsdurchmesser von 21,5 cm und einer Länge von je 11,4 cm. Der Abstand zwischen den einzelnen Segmenten beträgt 1 cm und dient für optische Messungen 'side on', sowie die Kabelzuführungen für die Sendeantenne. Je 9 Korrekturwindungen kompensieren den Abfall des Magnetfeldes an den Spulenenden. Mit dieser Konstruktion wird das Magnetfeld über die Länge der Anregespule und über den Querschnitt des Entladungsgefäßes auf $\pm 4\%$ homogen. Die Entladung einer Kondensatorbatterie von 18,5 kJ erzeugt ein sinusförmiges Magnetfeld mit einer maximalen Amplitude von 10,5 kGauss und einer Periode von 4,9 ms. Die Berechnung, Konstruktion und die Messungen der charakteristischen Größen einer solchen Spule, sowie die Entladungsanordnung werden in einer separaten Arbeit beschrieben [16].

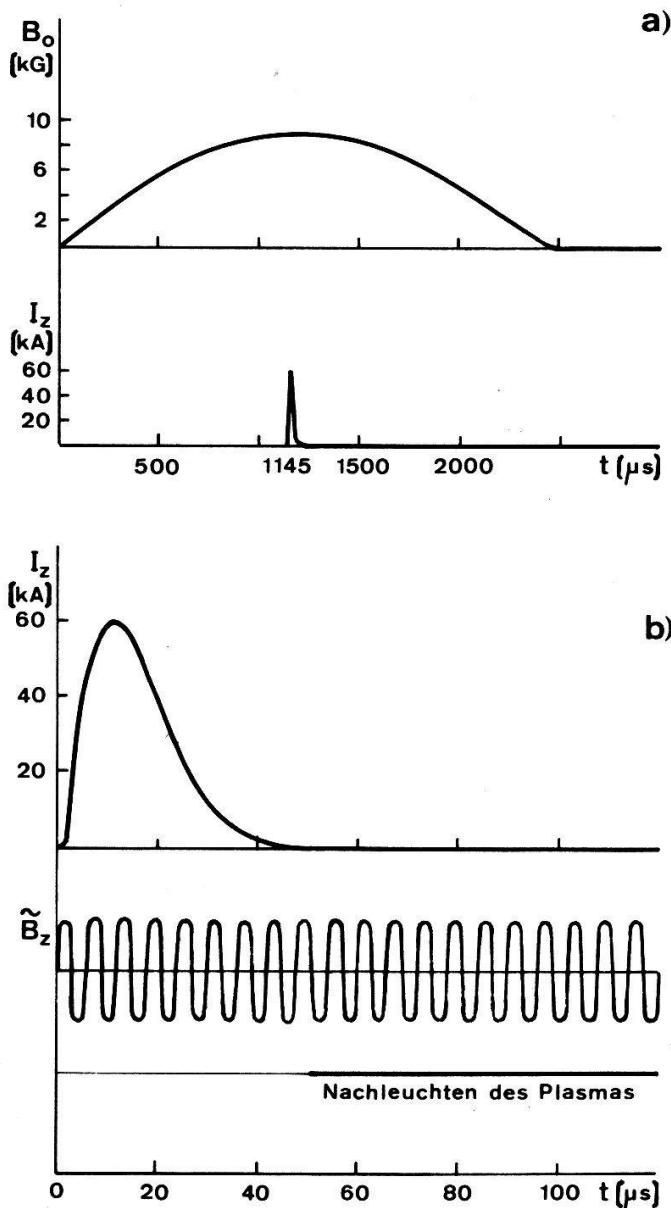
Im Gegensatz zu früheren Arbeiten [8, 9] werden die magnetoakustischen Wellen nicht durch Entladungen eines Schwingkreises, sondern mit einem kontinuierlichen RF-Oszillator kleiner Leistung erzeugt. Für die Messung einer Resonanzkurve wird nicht der Plasmadruck und dadurch auch das Plasma, sondern nur die Anregungsfrequenz variiert. Der RF-Generator wird über ein π -Glied an die leitende Berandung des Plasmas, eine 64 cm lange, einwindige Kupferspule mit einem Durchmesser von 12 cm und einer Blechdicke von 0,2 mm angepasst. Der Einbau dieser Kupferman-



Figur 2
Experimenteller Aufbau (schematisch).

schette verursacht praktisch keine Abschwächung des äusseren Magnetfeldes und keine Kopplung der Magnetfelder von Sender- und B_0 -Spule. Um eine möglichst homogene Stromverteilung in der Kupfermanschette zu erreichen, wird der Sendestrom über einen Kollektor auf acht äquidistante Anschlüsse verteilt. Bei vorhandenem äusseren Magnetfeld B_0 erregt der azimutale Strom j_ϕ radiale, stehende Wellen. Da die Amplitude des Wellenfeldes viel kleiner ist als diejenige des äusseren, axialen Magnetfeldes, ist die lineare Approximation gerechtfertigt.

Das Experiment wird mit kommerziellen Verzögerungseinheiten gesteuert: 1145 μ s nach der Zündung des äusseren Magnetfeldes – dieses hat inzwischen seinen maximalen Wert erreicht und bleibt während den folgenden 80 μ s konstant ($\Delta B/B < 1\%$) – wird die Plasmaentladung gezündet. Der RF-Oszillator bleibt kontinuierlich eingeschaltet. Die Messungen erfolgen im Nachleuchten des Plasmas, wenn dieses homogen, stationär und vollionisiert ist. Den zeitlichen Ablauf des Experimentes zeigt Figur 3.



Figur 3
Zeitlicher Ablauf des Experimentes: (a) Zeitliche Folge der Kondensatorentladungen zur Erzeugung des Magnetfeldes und des Plasmas; (b) Zeitlicher Verlauf des Entladungsstromes $I_z(t)$ eines Argonplasmas, Wellenfeld $\tilde{B}_z(0, t)$ und Nachleuchten des Plasmas.

2. Messmethoden und Resultate

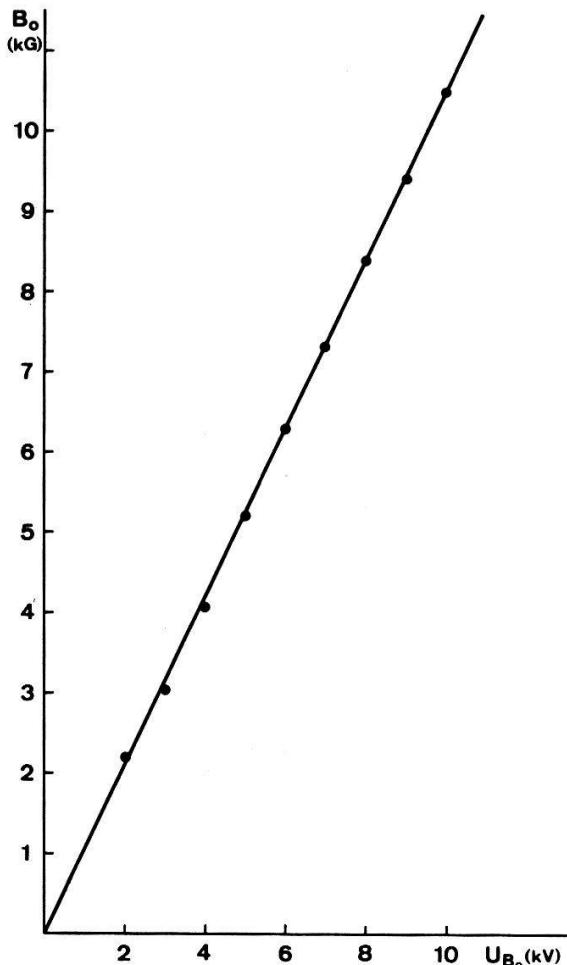
Die elektrische Leitfähigkeit wird in vollionisierten Argonplasmen verschiedener Elektronendichten, Temperaturen und äusseren Magnetfeldern untersucht. Aufgrund der theoretischen Ergebnisse (vergleiche Figur 1) werden diese Plasmagrössen so kombiniert, dass der charakteristische Parameter $\omega_c \tau_{ei}$ von 0,8 bis 6 variiert. Mit den nachfolgend beschriebenen Diagnostikmethoden werden Plasmen mit verschiedenen Füllgasdrucken p , Entladungsströmen I_z und Magnetfeldern B_0 untersucht und ihre Ausgangsgrössen n_e , T_e und ω_c ermittelt.

(a) *Magnetfeld- und Strommessungen.* Zur Messung des äusseren, axialen Magnetfeldes diente die Eichsonde E85. Diese magnetische Induktionssonde wurde an einem mit Hilfe der magnetischen Kernresonanz ausgemessenen, gepulsten Magnetfeld kalibriert, was eine effektive Wicklungsfläche von $WF = 100 \pm 0,4 \text{ cm}^2$ ergab [12]. Wird das Signal integriert, ist die magnetische Induktion gegeben durch die Beziehung

$$B_{\max} = 10^8 \frac{\tau}{WF} \cdot U_{KO} [\text{Gauss}] \quad (30)$$

wobei U_{KO} die am Ausgang des Integrators gemessene Spannung (in Volt) und τ die Integrationskonstante (in s) bedeuten.

Figur 4 zeigt das äussere Magnetfeld in Abhängigkeit von der Ladespannung der Kondensatorbatterie. Damit ist die Elektron-Zyklotronfrequenz bestimmt.



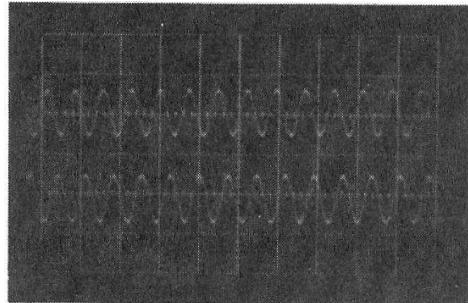
Figur 4
Das äussere, axiale Magnetfeld in Abhängigkeit von der Ladespannung der Kondensatorbatterie.

Zur Kontrolle der Entladungsströme dienten geeichte, in die Stromkreise geschaltete Rogowski-Spulen. Ueber die Beziehung

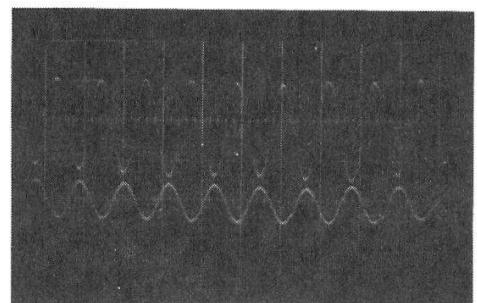
$$I = \frac{\tau}{m} U_{KO} [A], \quad (31)$$

wobei m die Spulenkonstante (in Henry) bedeutet, liefern die aktiv integrierten Signale direkt den Entladungsstrom. In Figur 3 ist als Beispiel der zeitliche Verlauf des Entladungsstromes eines Argonplasmas gezeigt.

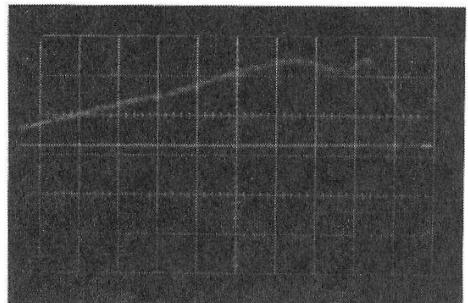
(b) Dichtemessungen. Zur Messung der Elektronendichte diente das in [10] ausführlich beschriebene He-Ne-Laserinterferometer. Es wurden sowohl die Ashby – als



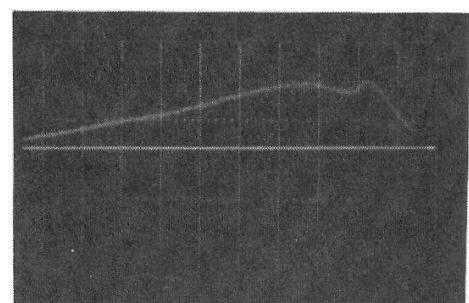
(a) ohne Plasma, 270 kHz
oben: $\tilde{B}_z(0, t)$
unten: $\tilde{B}_z(R, t)$
5 μ s/E; 0,5 V/E



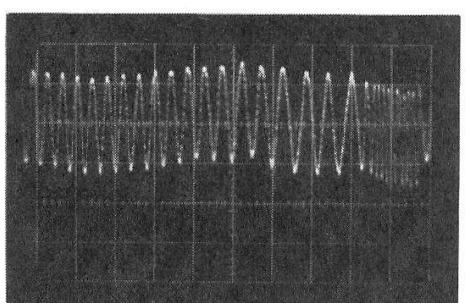
mit Plasma 1, 170 kHz



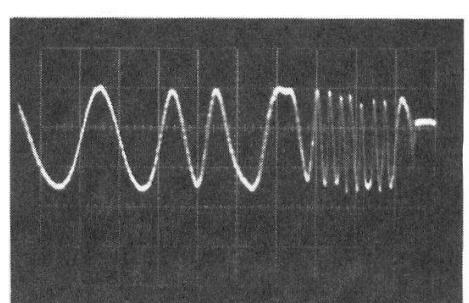
(b) ArII 4806 Å
10 μ s/E; 0,5 V/E
Plasma 3



ArII 4609 Å



(c) bewegter Spiegel
10 μ s/E; 0,1 V/E
Plasma 4

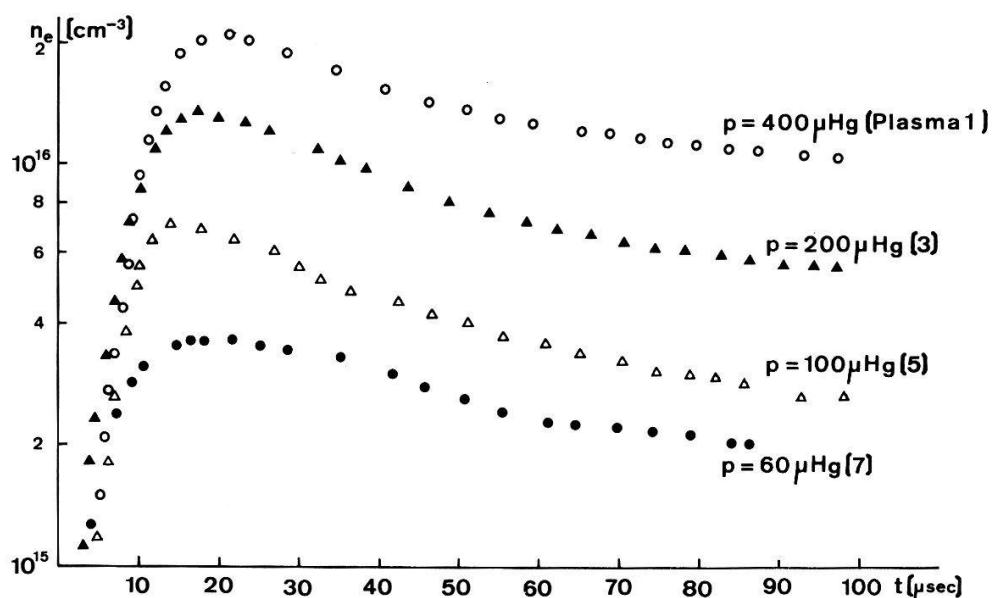


ruhender Spiegel
5 μ s/E; 0,2 V/E
Plasma 2

Figur 5

Typische Kathodenstrahl-Oszillogramme (Zeitskala von rechts nach links): (a) Wellenfeld, (b) Linienintensitäten, (c) Laserintensitäten.

auch die 'Moving Mirror' – Methode angewandt. Wird die Photodiode mit einem Metallgehäuse zusätzlich abgeschirmt, und dieses galvanisch nur mit der Messkabine verbunden, sind die Dichtemessungen auch während der Plasmaentladung störungsfrei durchführbar. Figur 5c zeigt die Laserintensitätsmodulation durch ein Argonplasma bei ruhigem und bewegtem Spiegel. Gemessen wurde der zeitliche Verlauf der Elektronendichte und daraus der Zeitpunkt t_0 im Nachleuchten bestimmt, bei welchem das Plasma vollionisiert ist. Als Beispiel für die Dichtemessungen zeigt Figur 6 den zeitlichen Verlauf der Elektronendichte von vier Plasmen mit verschiedenen



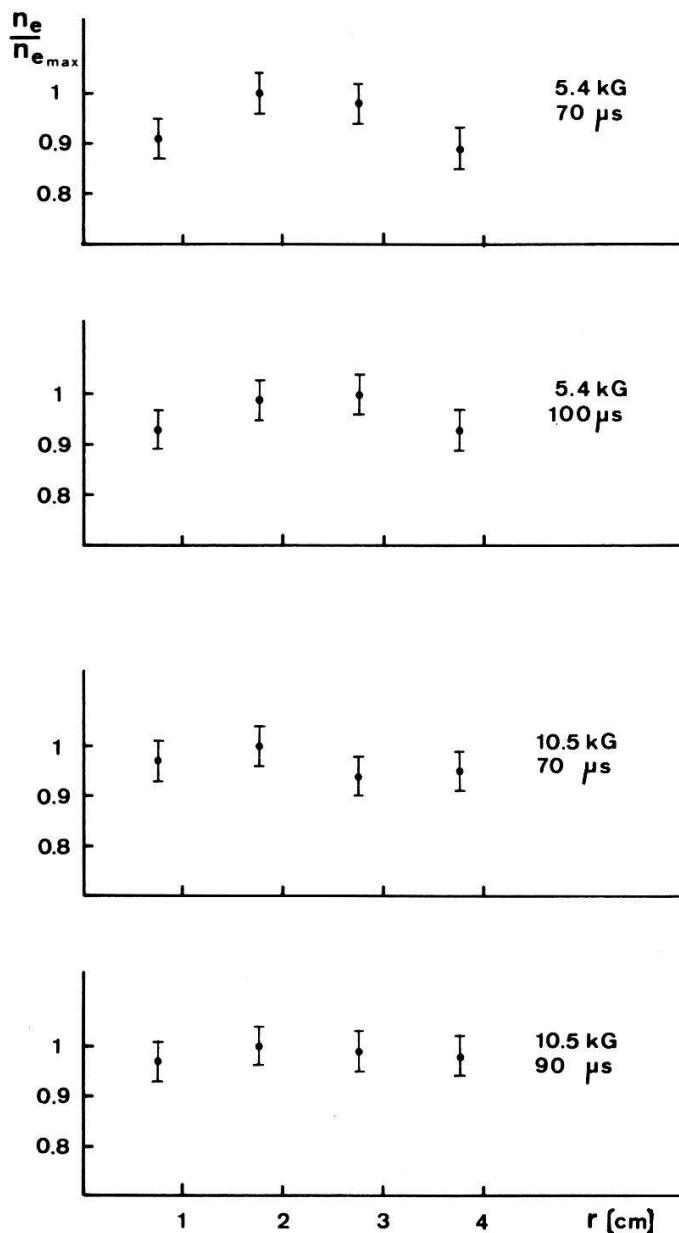
Figur 6
Zeitlicher Verlauf der Elektronendichte mit dem Füllgasdruck als Parameter. Die Messung erfolgte auf halbem Radius des Entladungsgefäßes.

Füllgasdrucken. Daraus wird die Elektronendichte zur Zeit des Experimentes $n_e(t_0)$ bestimmt. Messungen des Dichteprofils geben Aufschluss über die Homogenität des Entladungsplasmas. Schon beim Plasma mit dem kleinsten stabilisierenden Magnetfeld beträgt die Inhomogenität weniger als 10%; Plasmen mit starken Magnetfeldern sind äußerst homogen. Figur 7 zeigt die radiale Dichteverteilung für die beiden Extremfälle $B_0 = 5,4$ kG und $B_0 = 10,4$ kG bei einem Füllgasdruck von 200 mTorr.

(c) Spektroskopie. Aus der Messung der relativen Intensitäten zweier Linien der gleichen Ionisationsstufe eines Atoms oder Ions kann die Elektronentemperatur unabhängig bestimmt werden. Dass für unsere Gasentladungsplasmen die Voraussetzungen für dieses Verfahren erfüllt sind, wurde bereits in früheren Arbeiten nachgewiesen [10, 11]. Dabei haben sich die beiden Linien AII 4609 Å und AII 4806 Å als besonders zweckmäßig erwiesen. Bei dieser Methode ist der Zusammenhang zwischen Linienintensitäten und Temperatur gegeben durch [13]:

$$\frac{I'}{I} = \frac{A'_{nm} g'_m \lambda_{nm}}{A_{nm} g_m \lambda'_m} e^{(U_m - U'_m)/T}. \quad (32)$$

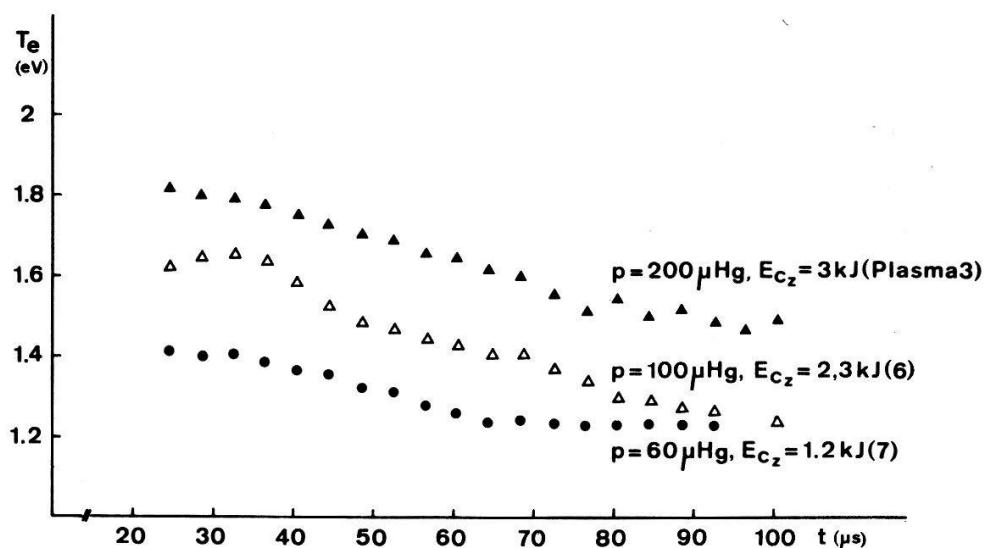
Hierin bedeuten: A_{nm} die Wahrscheinlichkeit für Strahlungsemision der Wellenlänge λ_{nm} , g_m das statistische Gewicht des oberen Niveaus, und U_m die Anregungsenergie des oberen Niveaus.



Figur 7
Dichteprofile zu verschiedenen Zeiten bei schwachem und starkem Magnetfeld und 200 mTorr Füllgasdruck.

Als Übergangswahrscheinlichkeiten benutzten wir die Werte von Tidwell [14]; in dieser neueren Arbeit wurden beide Linien gleichzeitig gemessen. Die Anordnung zur Messung der Elektronentemperatur ist in [10] beschrieben. Figur 5b zeigt die Linienintensitäten der beiden gewählten Argon II-Linien, gemessen mit dem Jarrel-Ash-0,5-m-Typ-Ebert-Monochromator und einem RCA 1P28 Photomultiplier. Der totale Fehler dieser Methode beträgt $\approx 20\%$ und ist im wesentlichen durch die Unsicherheiten der Übergangswahrscheinlichkeiten gegeben. In Figur 8 ist der zeitliche Verlauf der Elektronentemperatur dreier Plasmen mit verschiedenen Füllgasdrucken und Entladungsströmen dargestellt. Wie erwartet hängt die Temperatur wesentlich von der Energie der Kondensatorbank ab.

(d) *Photographische Aufnahmen.* Zeitlich aufgelöste Aufnahmen der Plasmaentladung liefert die in [8] beschriebene Drehspiegelkamera. Aus den Aufnahmen senkrecht



Figur 8
Zeitlicher Verlauf der Elektronentemperatur mit Füllgasdruck und Energie der Kondensatorbank als Parameter.

zur Zylinderachse, die mit einer Schreibgeschwindigkeit von $0,5 \text{ cm}/\mu\text{s}$ erfolgten, lässt sich die Stabilität der Plasmaentladung qualitativ bestimmen. Bei den gewählten Argon-Plasmen konnten mit der Drehspiegelkamera im Nachleuchten keine makroskopischen Instabilitäten beobachtet werden.

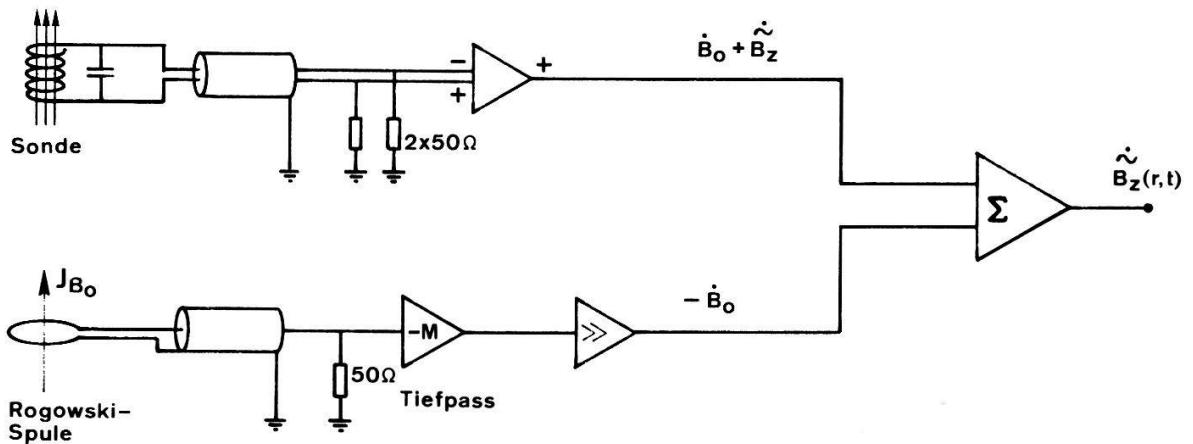
(e) *Resultate der Plasmadiagnostik.* Aus den unabhängig gemessenen Plasmagrößen B_0 , n_e und T_e können mit den Gleichungen (10) und (12) die Elektronenzyklotronfrequenzen $\omega_c(t_0)$ und die Stoßfrequenzen zwischen Elektronen und Ionen $\nu_{ei}(t_0) = 1/\tau_{ei}(t_0)$ bestimmt werden. In Tabelle I sind die gemessenen Werte der sieben im Experiment verwendeten Plasmen zusammengestellt. Bei $t = 0$ wird die Plasmaentladung gezündet.

(f) *Die Messung der elektrischen Leitfähigkeit.* Die elektrische Leitfähigkeit σ_\perp wird mit Hilfe der magnetoakustischen Wellen bestimmt. Das Wellenfeld $\tilde{B}_z(r, t)$ wird gleichzeitig auf der Achse und am Rande des Plasmas mit zwei elektrostatisch abgeschirmten Miniatursonden gemessen. Es sind dies Zwillingssonden mit identischen elektrischen und mechanischen Eigenschaften: Zwei-Lagen-Wicklung mit doppeladrigem, gegen Erde symmetrischem Anschluss und einer effektiven Wicklungsfläche von $WF = 8,2 \text{ cm}^2$. Die Eichung erfolgte sowohl mit der Methode der Referenzsonden

Tabelle I
Ergebnisse der Plasmadiagnostik

Plasma	$t_0 [\mu\text{s}]$	$B_0(t_0) [\text{kG}]$	$n_e(t_0) \times 10^{-15} [\text{cm}^{-3}]$	$T_e(t_0) [\text{eV}]$	$\omega_c \tau_{ei}$
1	61	$5,2 \pm 0,2$	$12,7 \pm 0,8$	$1,43 \pm 0,29$	$0,87 \pm 0,23$
2	69	$5,2 \pm 0,2$	$6,6 \pm 0,4$	$1,54 \pm 0,31$	$1,68 \pm 0,44$
3	79	$8,3 \pm 0,25$	$6,6 \pm 0,4$	$1,54 \pm 0,31$	$2,61 \pm 0,68$
4	71	$10,4 \pm 0,3$	$6,6 \pm 0,4$	$1,58 \pm 0,32$	$3,13 \pm 0,82$
5	69	$8,3 \pm 0,25$	$3,3 \pm 0,2$	$1,51 \pm 0,30$	$4,50 \pm 1,16$
6	84	$10,4 \pm 0,3$	$3,3 \pm 0,2$	$1,30 \pm 0,26$	$4,64 \pm 1,19$
7	85	$8,3 \pm 0,25$	$2,0 \pm 0,2$	$1,23 \pm 0,25$	$6,07 \pm 1,61$

als auch mit einem bekannten Feld [15]. Als Referenzsonde diente die Eichsonde E85. Der Frequenzgang liess sich verbessern, indem parallel zur Sonde ein Kondensator von 840 pF geschaltet wurde (-3 dB bei 1,14 MHz). Die beiden Sondesignale werden über je einen Differenzverstärker und eine Kompensationsschaltung auf den Zwei-strahl-Oszillographen Tektronix Typ 555 gegeben, photographiert und auf dem Koordinatographen ausgewertet. Figur 5a zeigt die beiden Signale des Wellenfeldes mit und ohne Plasma. In dieser Schaltung wird das durch das äussere Magnetfeld in den Miniatursonden induzierte \dot{B}_0 -Signal kompensiert, indem das Signal einer im Stromkreis zur Erzeugung des Magnetfeldes geschalteten Rogowski-Spule über einen aktiven Tiefpass und einen Verstärker zum Mess-Signal addiert wird. Figur 9 zeigt



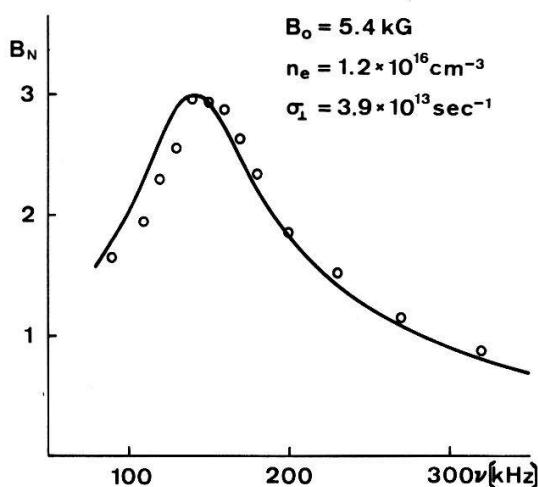
Figur 9
Anordnung zur Messung des Wellenfeldes.

schematisch die experimentelle Messanordnung. Bei bekannten Werten von Magnetfeld und Elektronendichte wird das Verhältnis der Wellenamplituden auf der Achse $|\tilde{B}_z(r = 0)|$ und am Rande des Plasmas $|\tilde{B}_z(r = R)|$ für verschiedene Frequenzen nahe der ersten magnetoakustischen Resonanz gemessen. Bei schwacher Dämpfung ergibt sich die Resonanzfrequenz aus der Beziehung

$$\nu_{\text{res}} = \frac{B_0}{2\pi(4\pi m n_e)^{1/2}} \left(\frac{2,4}{4,65} \right), \quad (33)$$

wobei m die Masse des Ions bedeutet. Mit Hilfe der Gleichungen (24), (25) und (29) wird das Verhältnis B_N für die gleichen Werte von Magnetfeld, Elektronendichte und Anregungsfrequenz wie im Experiment, aber mit der elektrischen Leitfähigkeit σ_\perp als Parameter berechnet. Die gemessene Resonanzkurve $B_N(\omega)$ wird mit den berechneten Kurven $B_N(\omega; \sigma_\perp)$ verglichen. Die berechnete Kurve, die am besten mit der gemessenen übereinstimmt, liefert den Wert der elektrischen Leitfähigkeit σ_\perp des betreffenden Plasmas. Diese Methode erwies sich als äusserst empfindlich, hatten doch schon kleinste Änderungen der Plasmaparameter eine Verschiebung der Resonanzfrequenz und eine Änderung der Wellenverstärkung zur Folge.

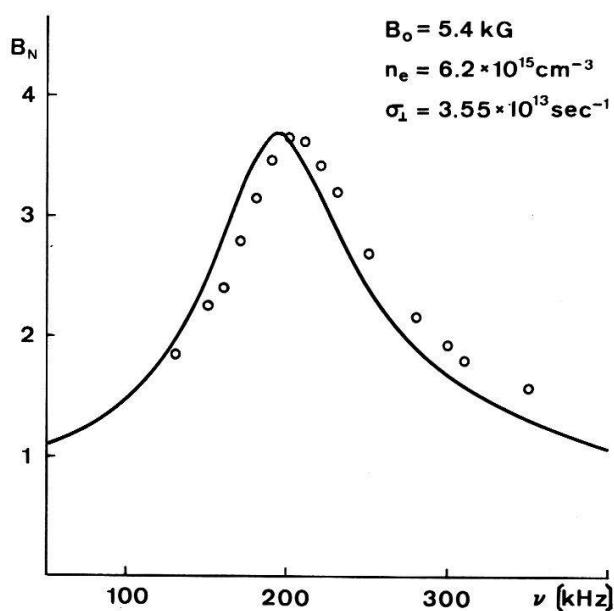
Für die Resonanzmessungen musste die Aregungsfrequenz zwischen 80 kHz und 800 kHz variiert werden; die Amplitudenüberhöhungen nahmen Werte bis zu sieben an. Die Messpunkte, die mit einem maximalen Fehler von $\pm 5\%$ behaftet sind, sind Mittelwerte aus mehreren Einzelmessungen. Jeder Punkt wurde mehrmals gemessen,



Figur 10

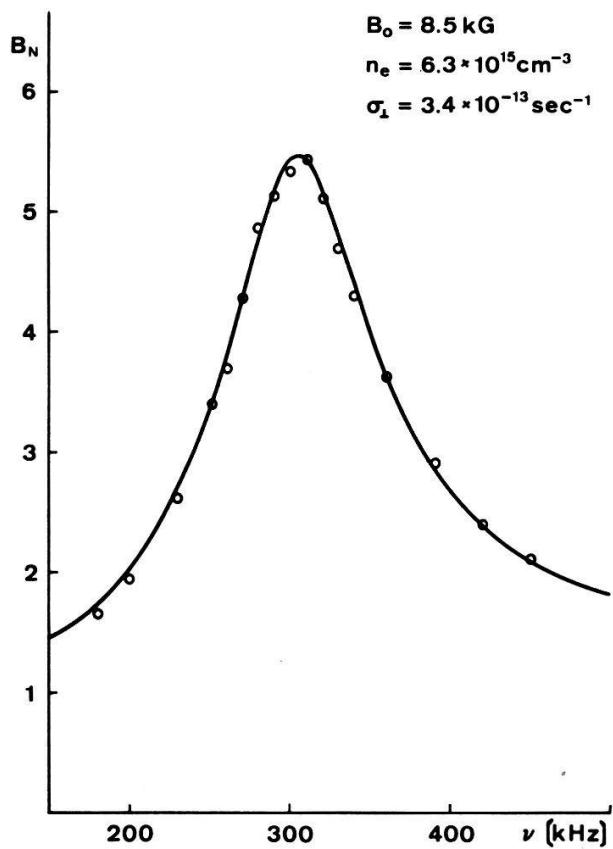
Die magnetoakustische Resonanz in Plasma 1. Die Abbildung zeigt den durchgeföhrten Fit: die gemessene (Punkte) und die für die gleichen Parameter berechnete (ausgezogene Linie) Resonanzkurve.

obwohl die Streuung relativ gering und die Plasmen sehr gut reproduzierbar waren. Zu allen gemessenen Resonanzkurven der einzelnen Plasmen liess sich eine mit den gleichen Werten von B_0 und n_e berechnete Kurve finden, die sehr gut mit der experimentellen übereinstimmt. Diese Fits sind in den Figuren 10–16 dargestellt, wobei die Punkte die gemessenen Amplitudenüberhöhungen und die ausgezogene Linie die gerechnete, am besten übereinstimmende Kurve bedeuten. Aus diesen Bildern ist ersichtlich, dass die Amplitudenüberhöhung, sowie die relative Halbwertsbreite ($\Delta\nu/\nu_{\text{res}}$) sehr stark von Magnetfeld und von der Plasmadichte abhängen. In den Plasmen mit den stärksten Magnetfeldern (Plasma 4 und 6) wird das Wellenfeld am besten verstärkt (Figur 13 und 15), während bei Plasmen mit gleichen Magnetfeldern, aber verschiedenen Dichten (Plasma 1 und 2 oder 3,5 und 7) die Resonanzüberhöhung

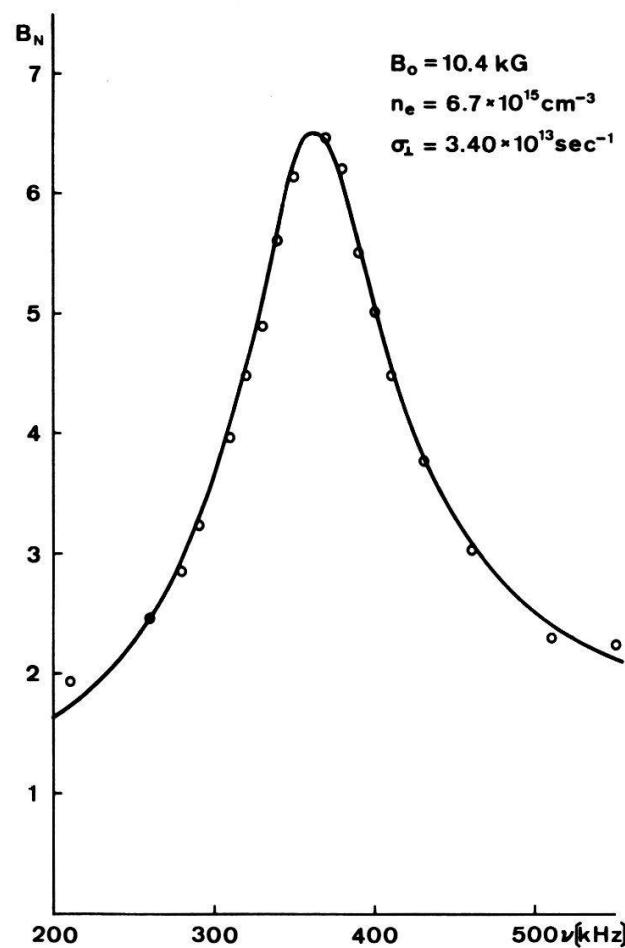


Figur 11

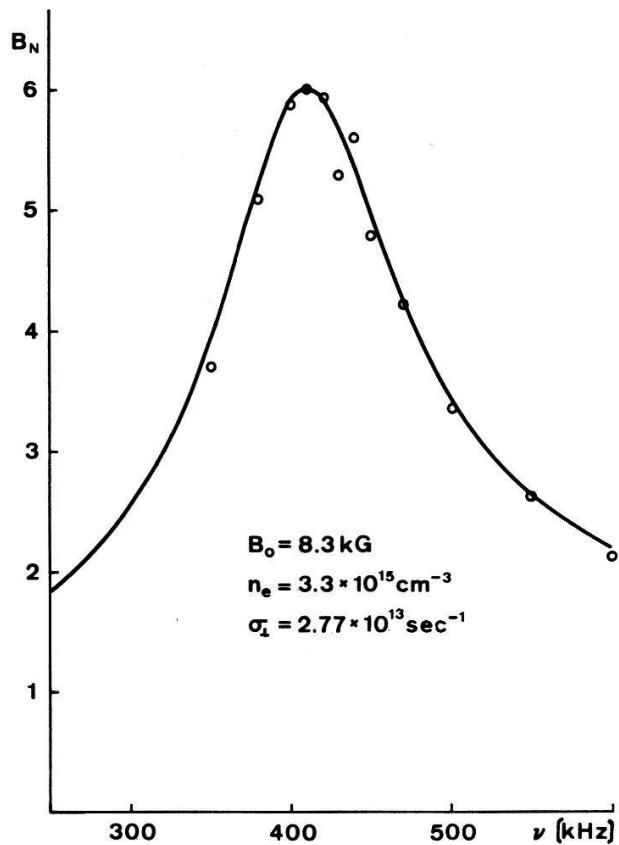
Die magnetoakustische Resonanz in Plasma 2.



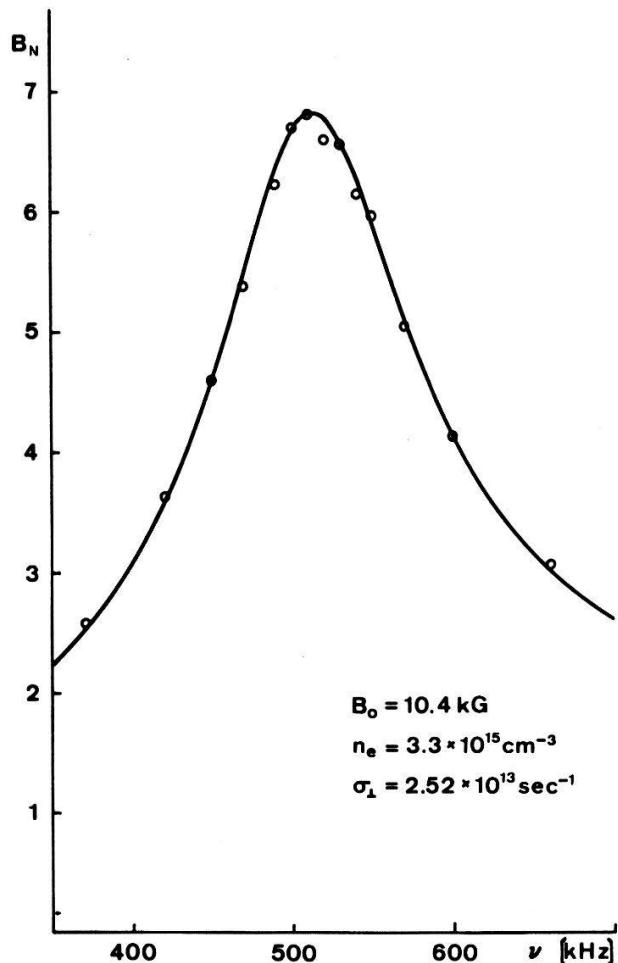
Figur 12
Die magnetoakustische Resonanz in Plasma 3.



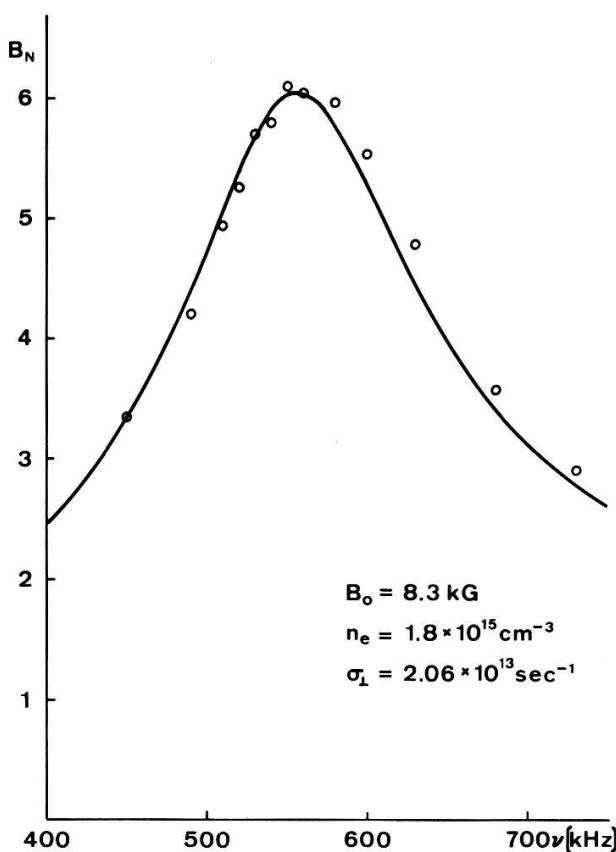
Figur 13
Die magnetoakustische Resonanz in Plasma 4.



Figur 14
Die magnetoakustische Resonanz in Plasma 5.

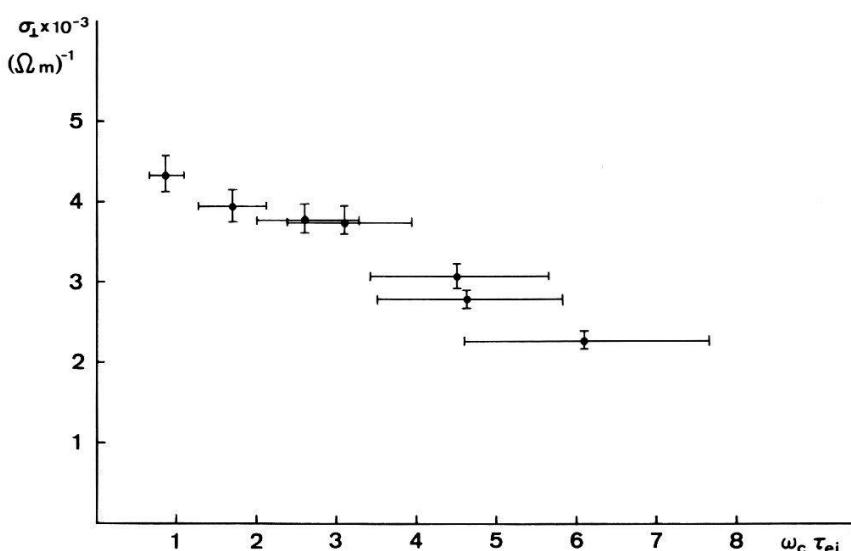


Figur 15
Die magnetoakustische Resonanz in Plasma 6.



Figur 16
Die magnetoakustische Resonanz in Plasma 7.

mit abnehmender Dichte zunimmt (Figur 10 und 11 oder 12, 14 und 16), d.h. je stärker das Magnetfeld und je dünner das Plasma; desto ausgeprägter ist die Resonanzerscheinung. Die Resultate der Leitfähigkeitsmessungen sind in Tabelle II zusammengestellt. Figur 17 zeigt die elektrische Leitfähigkeit σ_{\perp} für die verschiedenen Werte von $\omega_c \tau_{ei}$. Die grossen Fehler von $\omega_c \tau_{ei}$ sind im wesentlichen durch die Unsicherheit der spektroskopischen Temperaturbestimmung bedingt. Daraus ist ersichtlich, dass, wie



Figur 17
Die im Bereich $0 < \omega_c \tau_{ei} < 7$ gemessenen Werte der elektrischen Leitfähigkeit senkrecht zum Magnetfeld.

Tabelle II
Ergebnisse der Leitfähigkeitsmessungen

Plasma	$\omega_c \tau_{ei}$	ν_{res} [kHz]	$\Delta\nu/\nu_{res}$	B_N	$\sigma_{\perp} \times 10^{-13}$ [s $^{-1}$]	$\sigma_{\perp} \times 10^{-13}$ [$\Omega^{-1}m^{-1}$]
1	0,9	140	0,64	2,99	$3,90 \pm 0,20$	$4,34 \pm 0,22$
2	1,7	190	0,58	3,66	$3,55 \pm 0,18$	$3,95 \pm 0,20$
3	2,6	310	0,43	5,44	$3,40 \pm 0,16$	$3,78 \pm 0,18$
4	3,1	360	0,37	6,49	$3,40 \pm 0,16$	$3,78 \pm 0,18$
5	4,5	410	0,39	6,01	$2,77 \pm 0,14$	$3,08 \pm 0,15$
6	4,6	510	0,35	6,81	$2,52 \pm 0,11$	$2,80 \pm 0,12$
7	6,1	560	0,38	6,04	$2,06 \pm 0,10$	$2,29 \pm 0,11$

aufgrund der theoretischen Ergebnisse erwartet wurde, die transversale Leitfähigkeit σ_{\perp} für grosses $\omega_c \tau_{ei}$ bis auf die Hälfte ihres Wertes bei kleinem $\omega_c \tau_{ei}$ sinkt.

IV. Vergleich der experimentellen Werte mit der Theorie

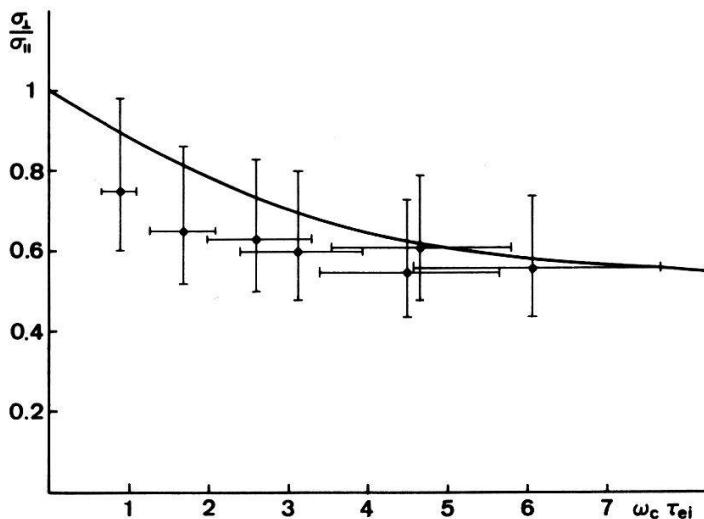
Schon die Messung der transversalen Leitfähigkeit σ_{\perp} allein hat ergeben, dass diese in Plasmen mit grossem $\omega_c \tau_{ei}$ halb so gross ist wie in Plasmen mit kleinem $\omega_c \tau_{ei}$ (vergleiche Figur 17). Um die gemessenen Werte von σ_{\perp} mit den theoretischen Voraussagen (Gleichung 6) vergleichen zu können, muss noch σ_{\parallel} nach einer unabhängigen Methode bestimmt werden. Dies geschieht mit Hilfe der spektroskopischen Temperaturmessungen unter Benutzung von (5) und (10). In Tabelle III sind die Werte von

Tabelle III
Experimentelle und berechnete Werte der elektrischen Leitfähigkeit

Plasma	$\omega_c \tau_{ei}$	T_e [eV]	$\sigma_{\parallel} \times 10^{-13}$ [s $^{-1}$]	$(\sigma_{\perp}/\sigma_{\parallel})^{exp.}$	$(\sigma_{\perp}/\sigma_{\parallel})^{th.}$
1	0,9	1,43	$3,96 < 5,21 < 6,55$	$0,60 < 0,75 < 0,98$	0,89
2	1,7	1,54	$4,10 < 5,44 < 6,84$	$0,52 < 0,65 < 0,86$	0,81
3	2,6	1,54	$4,10 < 5,44 < 6,84$	$0,50 < 0,63 < 0,83$	0,73
4	3,1	1,58	$4,25 < 5,64 < 7,12$	$0,48 < 0,60 < 0,80$	0,69
5	4,5	1,51	$3,80 < 5,01 < 6,32$	$0,44 < 0,55 < 0,73$	0,62
6	4,6	1,30	$3,18 < 4,15 < 5,27$	$0,48 < 0,61 < 0,79$	0,62
7	6,1	1,23	$2,77 < 3,71 < 4,66$	$0,44 < 0,56 < 0,74$	0,58

σ_{\parallel} und die Verhältnisse $(\sigma_{\perp}/\sigma_{\parallel})^{exp.}$ innerhalb der durch die Messfehler bestimmten Bereiche, sowie die nach Gleichung (6) berechneten Verhältnisse $(\sigma_{\perp}/\sigma_{\parallel})^{theor.}$ zusammengestellt. Ein Vergleich der Verhältnisse zeigt, dass die theoretischen Werte innerhalb der Fehlergrenzen der experimentellen Werte liegen.

Der Vergleich der experimentellen Werte mit der Theorie ist in Figur 18 dargestellt. Im Gegensatz zu Figur 17 wirkt sich der grosse Fehler aus den spektroskopischen Temperaturmessungen wegen σ_{\parallel} nun auch in der Ordinate aus. Die Abbildung zeigt, dass die experimentellen Werte innerhalb der Fehlergrenzen gerade in diesem Bereich, in dem σ_{\perp} als Funktion von $\omega_c \tau_{ei}$ wesentlich variiert, mit der Theorie sehr gut übereinstimmen. Damit hat sich die Transporttheorie von Braginskii [1] für unsere Gasentladungsplasmen als gültig erwiesen.



Figur 18

Vergleich des Experimentes mit der Theorie. Die ausgezogene Linie ist nach Gleichung (6) berechnet.

V. Temperaturbestimmung nach der magnetoakustischen Resonanzmethode

Aufgrund der Ergebnisse des vorhergehenden Kapitels können unsere Gasentladungsplasmen durch die Gleichungen der Transporttheorie [1] beschrieben werden. Demnach ist es möglich, aus den gemessenen Werten der elektrischen Leitfähigkeit σ_1 mit Hilfe der Gleichungen (6), (10) und (12) die Elektronentemperatur zu ermitteln. Die nach dieser Methode bestimmten Temperaturen $T_e^\sigma(t_0)$ werden in Tabelle IV zusammengestellt und mit den Resultaten aus den unabhängigen spektroskopischen Messungen $T_e^{\text{sp}}(t_0)$ verglichen.

Tabelle IV
Temperaturbestimmung nach der magnetoakustischen Resonanz- und
nach der optischen Methode

Plasma	$\sigma_1 \times 10^{-13} [\text{s}^{-1}]$	$T_e^\sigma [\text{eV}]$	$T_e^{\text{sp}} [\text{eV}]$
1	3,90	$1,21 \pm 0,06$	$1,43 \pm 0,29$
2	3,55	$1,24 \pm 0,06$	$1,54 \pm 0,31$
3	3,40	$1,30 \pm 0,07$	$1,54 \pm 0,31$
4	3,40	$1,34 \pm 0,07$	$1,58 \pm 0,32$
5	2,77	$1,30 \pm 0,07$	$1,51 \pm 0,30$
6	2,52	$1,25 \pm 0,06$	$1,30 \pm 0,26$
7	2,06	$1,17 \pm 0,06$	$1,23 \pm 0,25$

Dieser Vergleich zeigt, dass innerhalb der Fehlergrenzen die Werte der nach den beiden Methoden unabhängig bestimmten Elektronentemperaturen gut übereinstimmen, und dass die Fehler der magnetoakustischen Resonanzmethode wesentlich kleiner sind als jene der optischen Methoden. Dies röhrt daher, dass bei dieser Methode keine Übergangswahrscheinlichkeiten, die mit einer grossen Unsicherheit behaftet sind, eingehen.

Mit der magnetoakustischen Resonanzmethode steht demnach eine neue Diagnosikmethode zur Verfügung, mit der sich die Elektronentemperatur eines

vollionisierten, homogenen Plasmas in einem homogenen Magnetfeld unabhängig von den strengen Voraussetzungen bei den Temperaturbestimmungen nach optischen Methoden, allerdings aber auch ohne jede räumliche Auflösung, bestimmen lässt.

VI. Schlussfolgerung

In dieser Arbeit untersuchten wir die elektrische Leitfähigkeit homogener, vollionisierter Plasmen in homogenen Magnetfeldern für verschiedene Werte des Parameters $\omega_c \tau_{ei}$. Die dazu erforderlichen Plasmen liessen sich experimentell sehr gut reproduzierbar herstellen.

Die für diese Messungen entwickelte magnetoakustische Resonanzmethode erwies sich als äusserst empfindlich und geeignet zur Messung der elektrischen Leitfähigkeit senkrecht zum Magnetfeld σ_{\perp} in vollionisierten Plasmen. Zusätzlich hat sich gezeigt, dass mit Hilfe dieser Methode die Elektronentemperatur solcher Plasmen sehr genau bestimmt werden kann.

Die Abhängigkeit der transversalen Leitfähigkeit σ_{\perp} vom Parameter $\omega_c \tau_{ei}$ wurde ermittelt: mit zunehmendem $\omega_c \tau_{ei}$ sinkt der Wert dieses Transportkoeffizienten bis auf die Hälfte seines Wertes bei kleinem $\omega_c \tau_{ei}$. Die im Intervall $0,8 < \omega_c \tau_{ei} < 7$, in dem die elektrische Leitfähigkeit wesentlich variiert, gemessenen Werte stimmen innerhalb der Fehlergrenzen sehr gut mit der Transporttheorie von Braginskii [1] überein. Damit hat sich diese Theorie für ein homogenes, vollionisiertes Plasma in einem homogenen Magnetfeld als gültig erwiesen.

LITERATURVERZEICHNIS

- [1] S. I. BRAGINSKII, Rev. Plasma Phys. 1, Ed. Acad., M. A. Leontovich (New York 1965).
- [2] W. MARSHALL, UKAEA-Report, AESE T/R 2419 (1960).
- [3] H. SCHNEIDER u. E. HUGENTOBLER, Helv. Phys. Acta 45, 611 (1972).
- [4] H. W. DRAWIN, in *Plasma Diagnostics*, Edited by W. LOCHTE-HOLTGREVEN (Amsterdam 1968).
- [5] F. CAP, Einführung in die Plasmaphysik, Vieweg Braunschweig (1970).
- [6] K. KÖRPER, Z. Naturforsch. 12a, 815 (1957).
- [7] D. A. FRANK-KAMENETSKII, Soviet Phys. JETP 12, 469 (1961).
- [8] E. CANTIENI et al., Helv. Phys. Acta 36, 993 (1963).
- [9] K. FÄSSLER et al., Helv. Phys. Acta 42, 23 (1969).
- [10] B. HÖGGER et al., Helv. Phys. Acta 44, 321 (1971).
- [11] E. HUGENTOBLER u. H. SCHNEIDER, Z. Naturforsch. 29a, 678 (1974).
- [12] K. ACKERMANN, Diplomarbeit Freiburg/Schweiz (1968).
- [13] H. R. GRIEM, *Plasma Spectroscopy* (McGraw-Hill Book Company, New York 1974).
- [14] E. D. TIDWELL, J. Quant. Spectr. Radiat. Transfer 12, 431 (1972).]
- [15] H. P. ELMIGER, Diplomarbeit Freiburg/Schweiz (1972).
- [16] B. G. VAUCHER, Interne Bericht, Universität Freiburg i. Ue., Plasma FR 111 (1975).

