

**Zeitschrift:** Helvetica Physica Acta

**Band:** 48 (1975)

**Heft:** 2

**Artikel:** Die Rekombination eines Helium Plasmas

**Autor:** Hollenstein, C. / Sayasov, Y. / Schneider, H.

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-114674>

#### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 17.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# Die Rekombination eines Helium Plasmas

von C. Hollenstein, Y. Sayasov und H. Schneider

Physikalisches Institut der Universität Freiburg, Schweiz

(26. II. 75)

*Abstract.* A helium plasma ( $T_e < 1$  eV,  $n_e \simeq 5 \cdot 10^{15}$  cm $^{-3}$ ) in the afterglow without magnetic field was investigated. The measurements of the electron density and temperature are presented. Laser interferometry and radiowave diagnostics were used. The measured exponential decay of the electron density and temperature was explained with the collisional-radiative recombination and the thermal conduction of the electrons towards the wall of the discharge vessel. The measured recombination coefficients were compared with measurements and calculations of other authors. The best agreement of our measurements was found with the calculations by Drawin.

## 1. Einleitung

Die Rekombination eines Plasmas im Nachleuchten ist vollständig beschrieben durch Angabe der Elektronendichte und Temperatur in Funktion der Zeit. Die Frage, welche Rekombinationsprozesse diese Funktionen zu erklären vermögen, ist dann ein Problem der Interpretation und im Allgemeinen gibt es verschiedene Mechanismen, die zur Erklärung herangezogen werden können. In vielen Arbeiten, die sich mit der Rekombination des Heliumplasmas befassen, wird die Elektronendichte mit Hilfe der Laserinterferometrie und die Elektronentemperatur mit der spektroskopischen Methode [1–5] gemessen.

Die spektroskopische Methode ist wesentlich an die Voraussetzung eines lokalen thermodynamischen Gleichgewichtes (LTE) gebunden. Es wurde verschiedentlich gezeigt, dass Abweichungen vom LTE existieren können [4, 6] und dass diese die Temperaturmessung verfälschen können [4].

Wir haben deshalb in der vorliegenden Arbeit auf die spektroskopische Temperaturbestimmung verzichtet und werden die Spektroskopie nur zur Bestimmung des Temperaturprofiles heranziehen, da hierfür nur relative Werte von Interesse sind. Zur Temperaturbestimmung wird die Methode der Radiowellendiagnostik angewandt. Diese ist im Gegensatz zu Spektroskopie völlig unabhängig von der Existenz eines LTE zwischen angeregten Zuständen des Atoms oder Ions und den freien Elektronen und erlaubt deshalb eine genaue Bestimmung der Elektronentemperatur. Diese Methode ist bereits andernorts beschrieben [6–9]. Durch die Messung der elektrischen Leitfähigkeit des Plasmas mit Hilfe des Skin-Effektes kann aus der Spitzer-Formel [10] die Elektronentemperatur bestimmt werden. Die Elektronendichte wurde interferometrisch ermittelt.

<sup>1)</sup> Diese Arbeit wurde durch die finanzielle Unterstützung des Schweizerischen Nationalfonds ermöglicht.

Was nun die Interpretation der Messungen betrifft, so ist es auffällig, dass die Elektronendichte zwischen  $5 \cdot 10^{15}$ – $10^{14}$  cm $^{-3}$  und die Elektronentemperatur im Bereich zwischen 0,3 und 1 eV nahezu exponentiell abfallen. Andererseits kann man durch eine Abschätzung zeigen, dass gerade in diesem Dichte- und Temperaturbereich die Dreierstossrekombination dominierend sein sollte. Die Frage ist aber, ob und unter welchen Umständen die Dreierstoss-Rekombination einen derartigen Abfall von Dichte und Temperatur hervorrufen kann. Diese Frage werden wir im Abschnitt 3 beantworten.

Ganz unabhängig von dieser Frage kann aus der Dichte- und Temperaturmessung stets ein Rekombinationskoeffizient  $\alpha$  als Funktion der Zeit und auch als Funktion der Elektronentemperatur bestimmt werden.

Allgemein hat sich gezeigt, dass der von Bates et al. [11] eingeführte Stoss-Strahlungs-Rekombinationskoeffizient für Wasserstoff und Wasserstoff-ähnliche Elemente die Situation in allen bisherigen Experimenten quantitativ gut beschreibt. Dieser Koeffizient wurde in neuerer Zeit von Johnson et al. [12], Drawin [13–15] und Biberman et al. [16] neu berechnet. Direkt mit unseren Messungen zu vergleichen sind die Rechnungen von Drawin et al. [17] und Biberman et al. [16].

Bei hohen Elektronendichten und kleinen Elektronentemperaturen überwiegt die Dreierstoss-Rekombination. Der Dreierstoss-Rekombinationskoeffizient wurde von Gurevich und Pitaevskii [18], Hinnov und Hirschberg [3] und anderen Autoren [19, 20] berechnet. Alle diese Berechnungen ergaben, dass der Dreierstoss-Rekombinations-Koeffizient proportional zu  $T_e^{-4,5}$  ist. Die Arbeiten von Donovan und Sexton [2], Funahashi und Takeda [21, 22], aber auch von Hinnov und Hirschberg [3] bestätigen dieses Ergebnis für nicht zu hohe Elektronentemperaturen. Für höhere Elektronentemperaturen kann die Strahlungsabsorption im Plasma den Rekombinationskoeffizienten wesentlich beeinflussen, so dass  $\alpha$  eine komplizierte Funktion der Dichte und der Elektronentemperatur wird. Wie Drawin et al. [17] für Helium und Biberman et al. [16] auch für andere Gase gezeigt haben, wird die Temperaturabhängigkeit des Rekombinationskoeffizienten für höhere Elektronentemperaturen grösser und die Struktur des Atoms muss in der Berechnung des Koeffizienten wesentlich berücksichtigt werden.

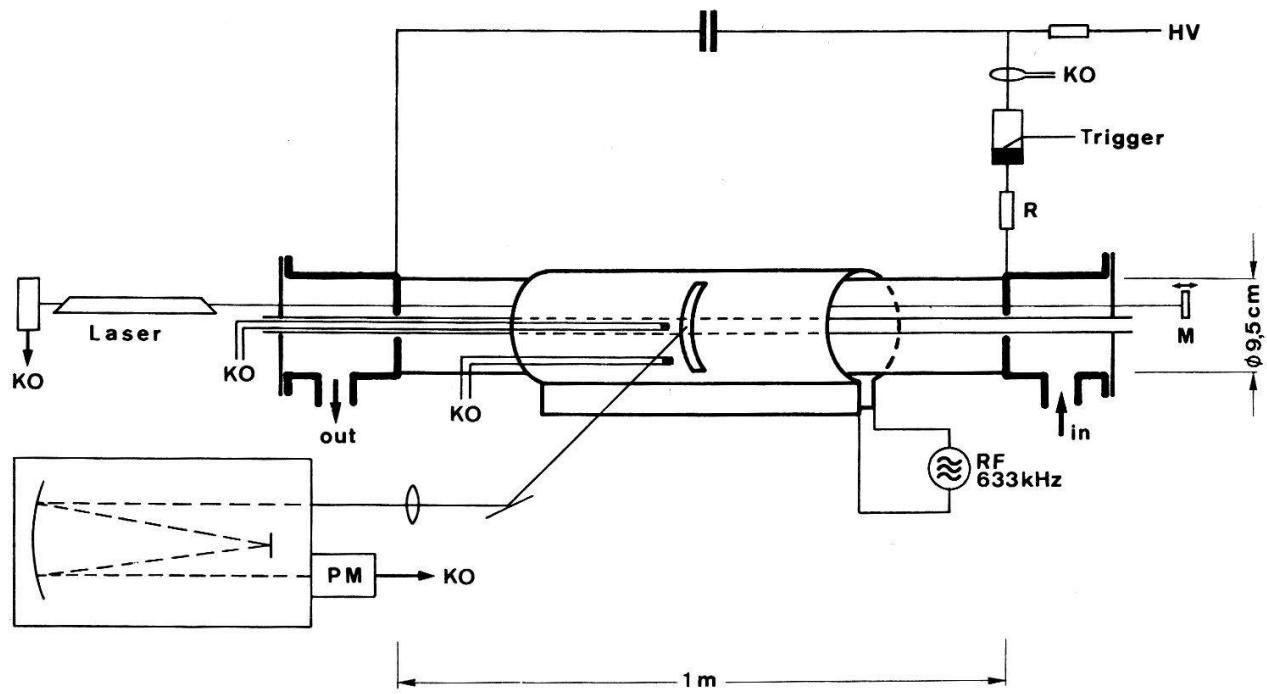
## 2. Experimente

### 2.1. Beschreibung der Apparatur

Die Figur 1 zeigt die verwendete Versuchsanordnung. Das Entladungsgefäß besitzt einen Innenradius von  $R = 4,75$  cm und der Abstand der Inox-Plattenelektroden beträgt 1 m [6, 8, 9].

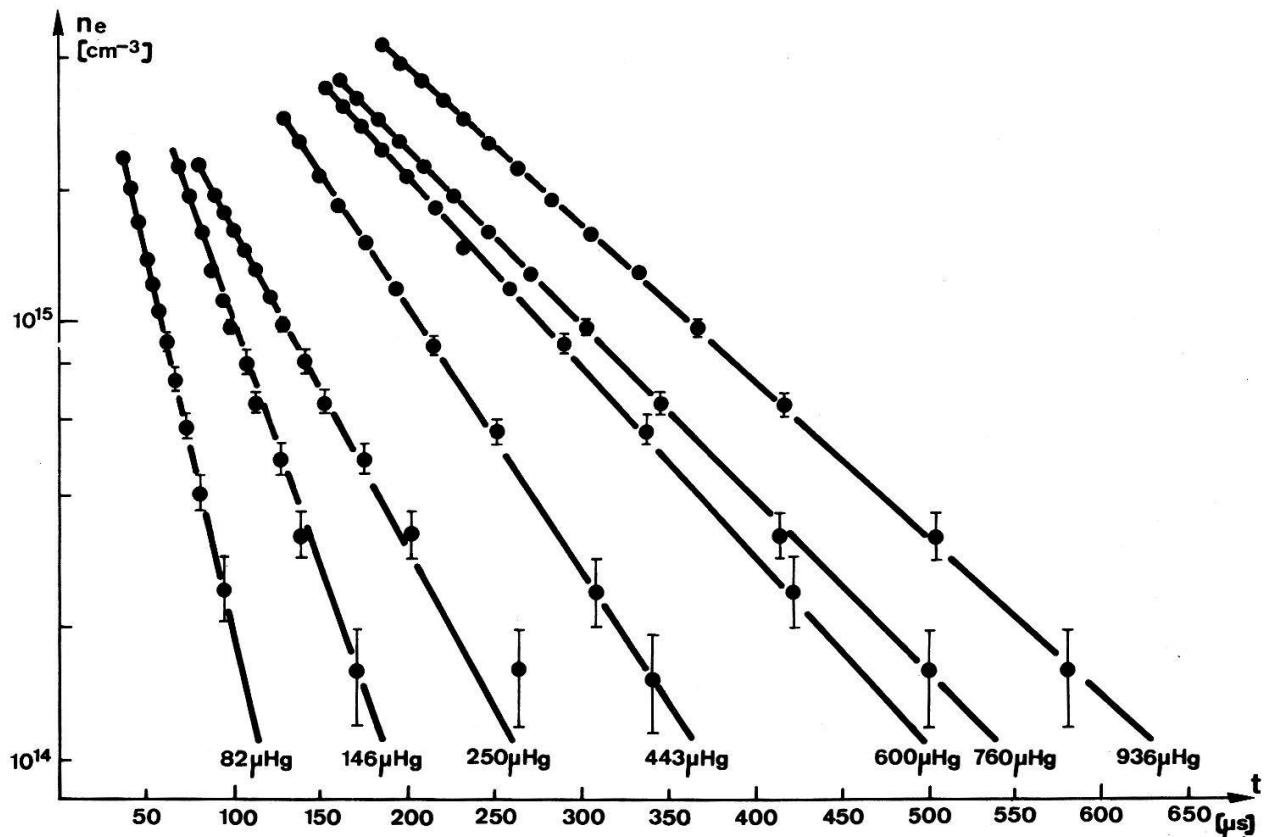
Das Plasma wurde durch eine kritisch gedämpfte Entladung einer Kondensatorenbank (77,5  $\mu$ F, 10 kV) erzeugt. Der mit einer geeichten Rogowski-Spule gemessene maximale Strom betrug 35 kA. 80  $\mu$ s nach der Zündung des z-Pinches fliesst kein messbarer Strom mehr und das zu untersuchende Nachleuchten des Helium-Plasmas beginnt.

Zur Untersuchung des Nachleuchtens benutzen wir drei verschiedene Diagnostikmethoden, die Radiowellendiagnostik, die optische Spektroskopie und zur Bestimmung der Elektronendichte ein Laserinterferometer. Eine Spule um das Entladungsrohr, die schwach an einen Sender gekoppelt ist und zwei Magnetfeldsonden, die erste auf der Achse des Gefäßes, die andere ausserhalb des Plasmas, bilden die Radiowellendiagnostik. In Figur 1 sind zudem noch schematisch das Laserinterferometer und die

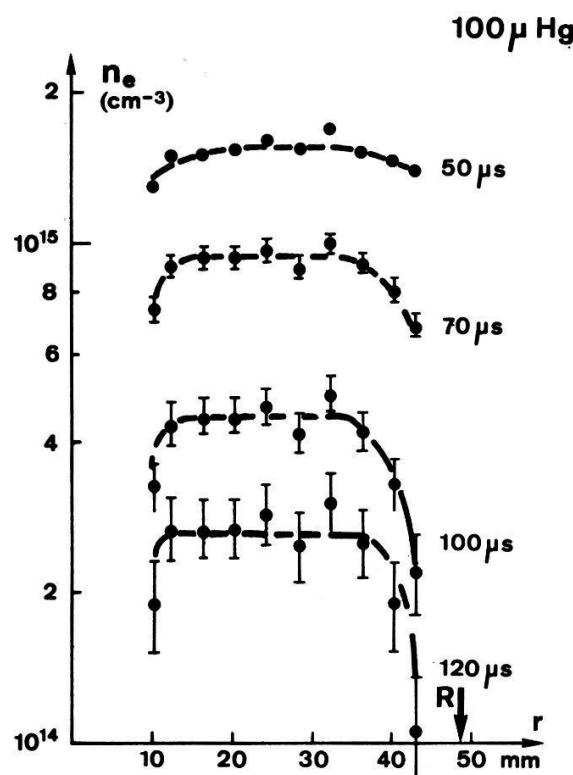


Figur 1  
Schema der Apparatur.

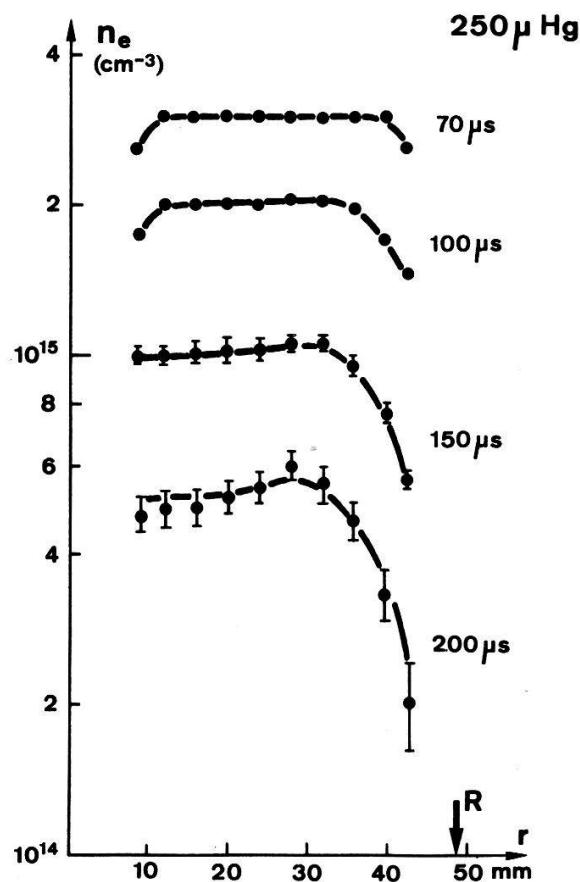
Optik für die Spektroskopie eingezeichnet. Für die spektroskopischen Messungen verwendeten wir einen 0,5 m Jarrel-Ash Monochromator und einen RCA Quantacon Photomultiplier.



Figur 2  
Die Elektronendichte in Funktion der Zeit mit dem Fülldruck als Parameter.



Figur 3  
Das Dichteprofil zu verschiedenen Zeiten. Druck  $100 \mu \text{Hg}$ .

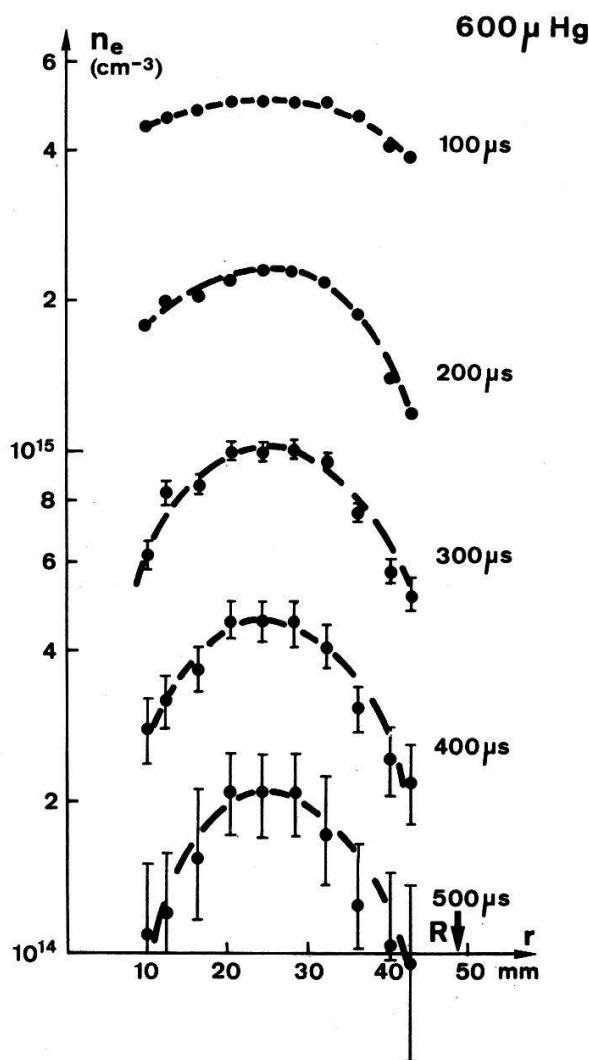


Figur 4  
Das Dichteprofil zu verschiedenen Zeiten. Druck  $250 \mu \text{Hg}$ .

Das Entladungsgefäß wurde vor dem Experiment auf einen Druck  $< 10^{-5}$  mm Hg ausgepumpt. Die im folgenden beschriebenen Experimente wurden mit Helium (99,995 %) als Füllgas durchgeführt. Um die Verunreinigungen so klein wie möglich zu halten, verwendeten wir noch zwei mit flüssigem Stickstoff gefüllte Kühlfallen. Der Füllgasdruck konnte im Bereich von 0,1 bis etwa 1 mm Hg variiert werden.

## 2.2. Die Bestimmung der Elektronendichte

Zur Bestimmung der Elektronendichte verwendeten wir ein Laserinterferometer mit einem kommerziellen He-Ne-Laser. Als Wellenlänge standen wahlweise  $0,6328 \mu$  und  $3,39 \mu$  zur Verfügung. Messungen mit beiden Wellenlängen ergaben innerhalb der Messfehler die gleichen Resultate. Dabei wurde sowohl die 'Ashby'- [23] sowie die 'Moving-Mirror'-Methode [24] zur Anwendung gebracht.

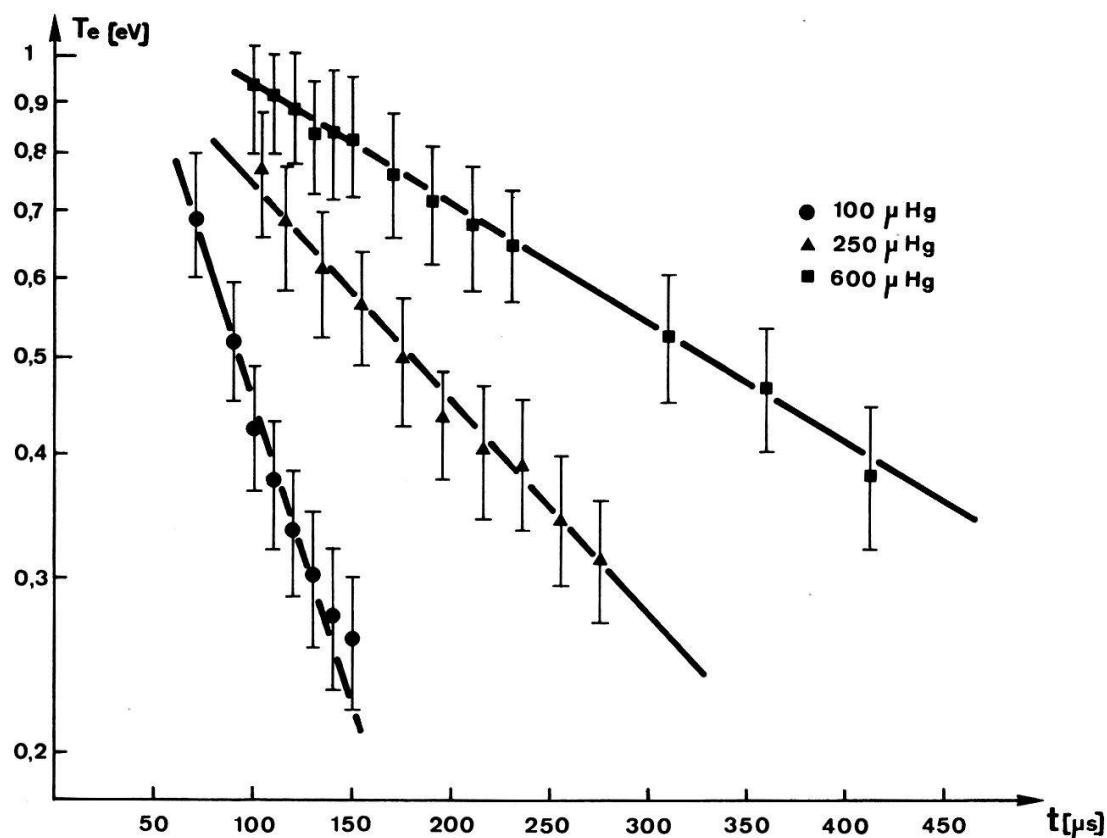


Figur 5  
Das Dichteprofile zu verschiedenen Zeiten. Druck  $600 \mu\text{Hg}$ .

Die Figur 2 zeigt den gemessenen Zerfall der Elektronendichte in Funktion der Zeit für Füllgasdrücke zwischen  $82$  und  $936 \mu\text{Hg}$ . Als Zeitnullpunkt dient dabei die Zündung des z-Pinches. Alle Messungen wurden an der Stelle  $r = R/2$  des Entladungsrohres durchgeführt. Die für  $100$ ,  $250$  und  $600 \mu\text{Hg}$  Druck erhaltenen Elektronendichte-Profile zeigen die Figuren 3, 4 und 5.

### 2.3. Die Radiowellendiagnostik

Diese Methode wurde schon andernorts beschrieben [7-9]. Eine Spule (siehe Fig. 1), die um das Entladungsgefäß gewickelt ist, führt einen hochfrequenten Strom (633 kHz). Mit zwei identischen Magnetfeldsonden wird gleichzeitig das  $B_z$ -Feld auf der Achse und zwischen der Sendespule und der Glaswandung des Entladungsgefäßes gemessen.



Figur 6  
Die Elektronentemperatur in Funktion der Zeit mit dem Fülldruck als Parameter.

Aus dem Amplitudenverhältnis der beiden Sondensignale und der Phasenverschiebung kann die elektrische Leitfähigkeit des Plasmas berechnet werden [8, 9]. Nach Spitzer et al. [10] kann daraus bei bekannter Elektronendichte die Elektronentemperatur berechnet werden [7-9].

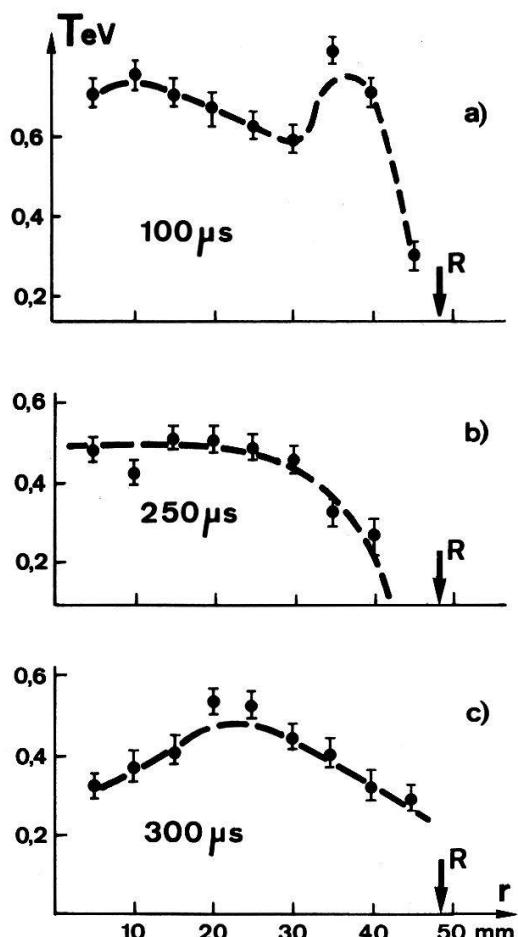
Es ist aber zu beachten, dass diese Methode der Temperaturmessung keine räumliche Auflösung erlaubt. Sie ergibt stets einen Messwert, der der mittleren elektrischen Leitfähigkeit resp. Elektronentemperatur sehr nahe kommt [9].

Es kann ferner gezeigt werden [8], dass Temperaturprofile, wie sie in unserem Plasma auftreten, Fehler von höchstens einigen Prozenten verursachen.

Figur 6 zeigt die gemessene Elektronentemperatur für drei verschiedene Fülldrücke. Die eingezeichneten Fehler sind im wesentlichen durch die Unsicherheit der Theorie von Spitzer et al. gegeben. Diese Unsicherheit liegt für unseren Dichte- und Temperaturbereich bei etwa 15-20% [6]. Der reine experimentelle Fehler kann zu ungefähr 5% abgeschätzt werden.

## 2.4. Spektroskopie

Die spektroskopische Methode wenden wir in diesem Zusammenhang ausschliesslich an, um eine Kontrolle über das hier auftretende Temperatur-Profil zu erhalten.



Figur 7  
Das Temperaturprofil aus spektroskopischen Messungen.

Figur 7 zeigt ein typisches, mit spektroskopischen Methoden gemessenes Temperatur-Profil. Dabei wurde aus dem Linienverhältnis von zwei Helium I Linien (4713 Å und 4120 Å) unter der Voraussetzung von LTE [25] die Elektronentemperatur berechnet.

## 3. Zur Kinetik des Zerfalls

### 3.1. Das Gleichungssystem

Wir gehen von den folgenden Voraussetzungen aus:

- 1) Der einzige kinetische Prozess ist die Dreierstossrekombination ( $\text{He} + e + e \rightarrow \text{He} + e$ ), bzw. die Stoss-Strahlungs-Rekombination.
- 2) Die Wärmeleitung der Elektronen zur kalten Gefässwand ist der einzige Mechanismus für Energieverlust.

Die kinetischen Gleichungen für ein hochionisiertes, quasi-neutrales Plasma lassen sich unter diesen Voraussetzungen wie folgt schreiben.

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} = -\alpha(T_e) n_e^3 \quad (1a)$$

$$\frac{\partial E_e}{\partial t} = Q_1 - Q_2 - Q_3 \quad (1b)$$

$$\frac{\partial E_i}{\partial t} = Q_2 \quad (1c)$$

Dabei ist  $E_e = \frac{3}{2}kT_e n_e$ ,  $E_i = \frac{3}{2}kT_i n_i$  und  $n_e$ ,  $n_i$  und  $T_e$ ,  $T_i$  sind die Dichten und Temperaturen der Elektronen bzw. Ionen,  $k$  ist die Boltzmann-Konstante. Der Rekombinationskoeffizient  $\alpha$  ( $\text{cm}^6 \text{s}^{-1}$ ) ist für nicht zu hohe Elektronentemperaturen gegeben durch [18]:

$$\alpha = 0,63 \cdot 10^{-8} \cdot T_e^{-9/2} \quad (T_e \text{ in } ^\circ\text{K}) \quad (2)$$

Für Elektronentemperaturen  $T_e \gtrsim 0,6 \text{ eV}$  kann es zu grösseren Abweichungen von Gleichung (2) kommen [17]. Im Temperaturbereich zwischen 0,6 und etwa 1 eV kann der Rekombinationskoeffizient durch

$$\alpha = a \cdot T^{-v} \quad v > 4,5 \quad (3)$$

beschrieben werden [17].

Die Grössen  $Q_1$ ,  $Q_2$ ,  $Q_3$  im Gleichungssystem (1) sind wie folgt spezifiziert:

$$Q_1 = -E^* \frac{\partial n_e}{\partial t} \quad (4)$$

$E^*$  ist der Energiegewinn des Elektronengases pro rekombinierendes Ion. Hierfür liefert die Fokker-Planck-Theorie den folgenden Ausdruck [26]:

$$E^* = 3,1 \cdot 10^{-4} \cdot I \cdot n_e^{1/6} T_e^{1/12} [\text{eV}] \quad (5)$$

Dabei ist  $I$  das Ionisationspotential des Atoms.

Die Grösse  $Q_2$  ist die durch elastische Stöße übertragene Energie der Elektronen auf die Ionen.

$$Q_2 = \nu_{ei} (E_e - E_i) \quad (6)$$

Dabei ist  $\nu_{ei}$  die Elektron-Ion-Stossfrequenz.

Die Grösse  $Q_3$  schliesslich beschreibt den durch die thermische Leitfähigkeit des Elektronengases bedingten Energieverlust.

$$Q_3 = \text{div}(\kappa(T_e) \text{grad } T_e) \quad (7)$$

Die thermische Leitfähigkeit ist gegeben durch [27]

$$\kappa = 4,67 \cdot 10^{-12} \frac{T_e^{5/2}}{L} [\text{cal}/(\text{s} \cdot \text{cm} \cdot {}^\circ\text{K})] \quad (8)$$

$L$  ist dabei der Coulomb'sche Logarithmus.

Es erscheint ziemlich aussichtslos, dieses System von partiellen Differentialgleichungen zu lösen und auch eine numerische Behandlung verspricht nicht viel, da in allen Fällen von praktischer Bedeutung die Anfangsverteilung der Größen  $n_e$ ,  $n_i$ ,  $E_e$ ,  $E_i$  unbekannt sind. Mit Hilfe von einigen Vereinfachungen können wir aber trotzdem zu gewissen Aussagen über das zeitliche Verhalten der Elektronendichte und Elektronentemperatur kommen. Wir führen zu diesem Zweck die Mittelwerte über das Reaktionsvolumen ein.

$$\bar{n}_e = \frac{1}{V} \int n_e dV; \quad \bar{E}_e = \frac{1}{V} \int E_e dV; \quad \bar{E}_i = \frac{1}{V} \int E_i dV \quad (9)$$

Dann erhalten wir an Stelle des Gleichungssystems (1) ein System von gewöhnlichen Differentialgleichungen, in denen nur noch die Mittelwerte (9) vorkommen.  $Q_3$  ist dann zu ersetzen durch:

$$\bar{Q}_3 = \frac{S}{V} \kappa(T_e) \operatorname{grad} T_e \Big|_S \quad (10)$$

Dabei ist  $S$  die Oberfläche der Wand.

### 3.2. Die Lösung der gemittelten Gleichungen

Wir lassen im folgenden den Mittelwerts-Strich weg und führen als Abkürzung  $\varepsilon = E_e - E_i$  ein. Damit erhalten wird das neue Gleichungssystem:

$$\frac{dn_e}{dt} = -\alpha(T_e) n_e^3 \quad (11a)$$

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = Q_1 - 2Q_2 - Q_3 \quad (11b)$$

$$\frac{dE_e}{dt} = Q_1 - Q_2 - Q_3 \quad (11c)$$

Die Größen  $Q_1$ ,  $Q_2$  sind weiterhin durch die Gleichungen (4) und (6) gegeben. Die Mittelwerte  $n_e$ ,  $E_e$ ,  $\varepsilon$  hängen nur noch von der Zeit ab.  $Q_3$  kann für ein zylindrisches Volumen wie folgt geschrieben werden

$$Q_3 = \frac{2}{R^2} \cdot \kappa(T_e) \cdot T_e \cdot \gamma \quad (12)$$

Dabei ist  $R$  der Radius des Entladungsgefäßes. Die eingeführte Größe  $\gamma$  ist zwar schlecht definiert, kann aber für unser Experiment praktisch als Konstante von der Größe 1 angesehen werden. Nun kann das Gleichungssystem (11) noch weiter vereinfacht werden, denn für unser Plasma gelten die folgenden Ungleichungen:

$$v_{ei} \gg \alpha n_e^2, \quad v_{ei} \gg \frac{\kappa}{k \cdot n_e R^2} \quad (13)$$

Das heisst, dass Energietransport der Elektronen zu den Ionen schneller vor sich geht, als der Energietransport über die Rekombinationsprozesse zum Elektronengas und

damit zur Wand. Das bedeutet, dass die Ionenenergie jeder Änderung der Elektronenenergie folgt und somit ist  $\varepsilon = E_e - E_i \ll E_e$  bzw.  $E_i$  und  $d\varepsilon/dt \ll Q_1, Q_2, Q_3$ . Wir können also somit in Gleichung (11b)  $d\varepsilon/dt$  vernachlässigen und es gilt  $Q_1 - 2Q_2 - Q_3 = 0$ . Ausserdem bedeutet dies, dass  $T_e \approx T_i$  ist. Ueberdies kann man zeigen, dass auch das Folgende gilt:  $T_e \approx T_i \approx T_a$ . Dabei bedeutet  $T_a$  die Neutralgas-Temperatur. Damit reduziert sich unser Gleichungssystem (11) auf die folgenden zwei Gleichungen:

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} = -\alpha(T_e) n_e^3 \quad (14a)$$

$$\frac{\partial E_e}{\partial t} = \frac{1}{2}(Q_1 - Q_3) \quad (14b)$$

Führen wir nun die Definitionen (3), (4) und (12) in Gleichung (14) ein, so folgt:

$$\frac{dn_e}{dt} = -a T_e^{-v} n_e^3 \quad (15a)$$

$$\frac{dT_e}{dt} = a\beta T_e^{-(v-1)} n_e^2 - b n_e^{-1} T_e^{7/2} \quad (15b)$$

$$\beta = 1 + \frac{E^*}{3T_e}; \quad b = \frac{2\gamma}{3e^4 m_e^{1/2} L R^2}$$

Die Grössen  $\beta, L, \gamma$  verändern sich nur langsam mit der Elektronentemperatur und Elektronendichte, so dass wir sie als konstant annehmen können. Unter dieser Voraussetzung erhalten wir aus (15) die folgende Differentialgleichung.

$$\frac{dT_e}{dn_e} = -\beta \frac{T_e}{n_e} + \frac{b}{a} \frac{T_e^s}{n_e^4}; \quad s = v + \frac{7}{2} \quad (16)$$

Diese Gleichung (16) ist vom Bernoulli-Typus und besitzt die exakte Lösung:

$$T_e = \left[ g n_e^{\beta(s-1)} + \frac{b n_e^{-3}}{a \left( \beta + \frac{3}{s-1} \right)} \right]^{-1/(s-1)} \quad (17)$$

Die Konstante  $g$  hängt dabei von den Anfangsbedingungen ab. Da  $g \cdot n_e^{\beta(s-1)}$  bezüglich des zweiten Termes in Gleichung (17) in der Zeit schnell unwesentlich wird, können wir für den weiteren Verlauf der Rechnung diesen Term vernachlässigen. Damit erhält man die folgende Lösung:

$$T_e = \left[ \frac{a}{b} \left( \beta + \frac{3}{s-1} \right) \right]^{1/(s-1)} \cdot n_e^{3/(s-1)} \quad (18)$$

die nun nicht mehr von den Anfangsbedingungen abhängt. Setzen wir noch Gleichung (18) in Gleichung (15a) so ein, erhalten wir:

$$\frac{dn_e}{dt} = - \frac{a^{5/(2v+5)} b^{2v/(2v+5)}}{\left(\beta + \frac{3}{s-1}\right)^{2v/(2v+5)}} n_e^{[(2(5-v))/(2v+5)]+1} \quad (19)$$

Integration der Gleichung (19) führt zum folgenden Ausdruck:

$$n_e = n_{e0} \left(1 + \lambda \frac{t}{\tau}\right)^{-1/\lambda} \approx n_{e0} \cdot e^{-t/\tau} \left(1 + \frac{1}{2}\lambda \left(\frac{t}{\tau}\right)^2 + \dots\right); \quad \lambda = 2(5-v)/(2v+5) \quad (20)$$

$n_{e0}$  ist dabei der Anfangswert der Elektronendichte. Für  $\tau$ , die effektive Zerfallszeit, erhält man:

$$\tau = a^{-5(2v+5)} b^{-2v/(2v+5)} \left(\beta + \frac{3}{s-1}\right)^{2v/(2v+5)} \cdot n_{e0}^{[(2(v-5))/(2v+5)]} \quad (21)$$

Aus Gleichung (20) ist ersichtlich, dass die Elektronendichte nach einem Exponentialgesetz zerfällt. Dies ist nach Gleichung (18) ebenfalls für die Elektronentemperatur der Fall, unter der Voraussetzung, dass die Potenz  $v$  in der Temperaturabhängigkeit des Rekombinationskoeffizienten in der Nähe von 5 liegt.

Für den Fall, dass die Elektronentemperatur  $T_e < 0,6$  eV ist, kann die Gleichung (2) benutzt werden. Es ergibt sich für  $R = 4,75$  cm,  $\gamma \approx 1$ ,  $\beta \approx 3$  und  $n_{e0} \approx 10^{15}$  cm<sup>-3</sup> das folgende Resultat:

$$n_e = 1,3 \cdot 10^{15} T_e^{7/3} [\text{cm}^{-3}]; \quad (T_e \text{ in eV}) \quad (22)$$

$$\tau = 3,7 \cdot 10^{-4} [\text{s}] \quad (23)$$

Ist die Elektronentemperatur aber grosser als etwa 0,6 eV so kann Gleichung (2) nicht mehr angewandt werden.

Unter der Benützung von Gleichung (3) ergibt sich für  $v = 6$  das Folgende:

$$n_e = 2,1 \cdot 10^{15} T_e^{17/6} [\text{cm}^{-3}] \quad (24)$$

und für die Zerfallszeit  $\tau$  [s] erhält man unter der Voraussetzung, dass der Anfangsdruck  $p$  proportional zur Anfangsteilchendichte  $n_{e0}$  ist:

$$\tau \approx 1,1 \cdot 10^{-4} p^{2/17} [\text{s}] \quad (25)$$

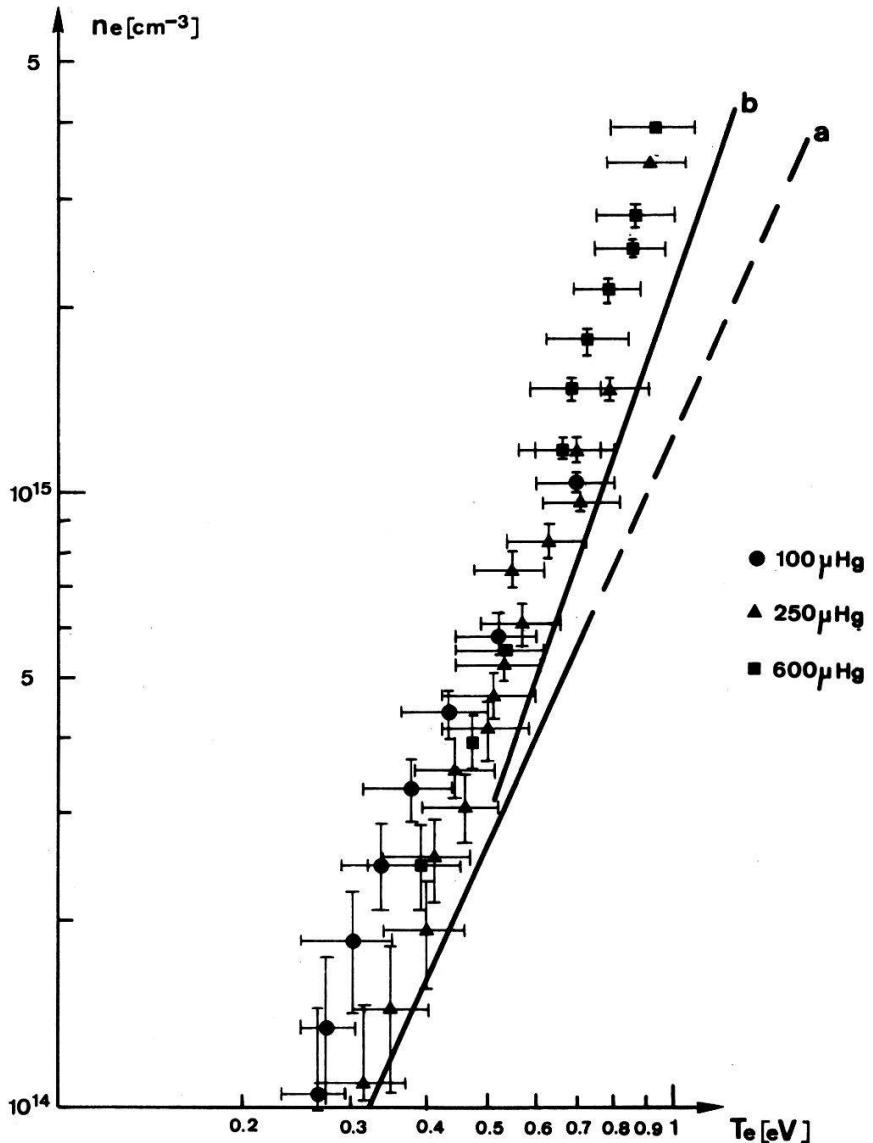
In Formel (25) ist der Anfangsdruck  $p$  in 0,1 Torr einzusetzen.

#### 4. Vergleich zwischen Experiment und Theorie

##### 4.1. Die Elektronendichte und die Elektronentemperatur

Wir sehen als erstes, dass die im Abschnitt 3 ausgeführte Theorie in der Lage ist, den beobachteten, exponentiellen zeitlichen Abfall von Dichte und Temperatur zu

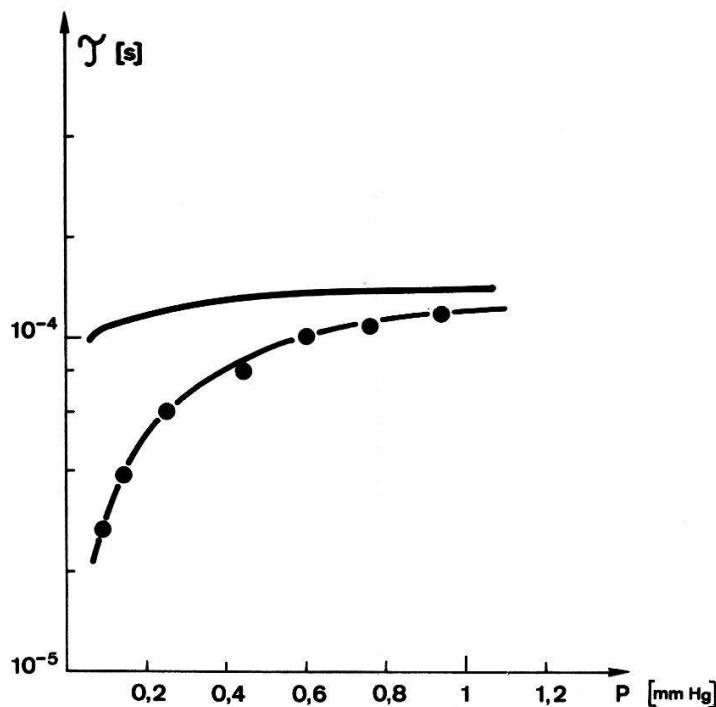
erklären. Dies trifft natürlich auch für den Vergleich mit ähnlichen Experimenten zu [21, 22, 28, 29]. Unsere Theorie verlangt im weiteren einen Zusammenhang zwischen Dichte und Temperatur. Für Elektronentemperaturen bis ungefähr 0,6 eV ist der Zusammenhang von der Form  $n_e \sim T_e^{7/3}$  (Gleichung (22)) und für höheren Temperaturen  $n_e \sim T_e^{17/6}$  (Gleichung (24)). Es liegt deshalb nahe, für den quantitativen Vergleich



Figur 8  
Die Elektronendichte in Funktion der Elektronentemperatur. Vergleich mit der Theorie (siehe Text).

ein  $n$ - $T$  Diagramm zu benutzen. Figur 8 zeigt die experimentellen Resultate der Figuren 2 und 6 zusammen mit den von der Gleichung (22) (Kurve a) und von der Gleichung (24) (Kurve b) geforderten Zusammenhang. Die Uebereinstimmung zwischen Experiment und Theorie darf als sehr gut bezeichnet werden.

Figur 9 zeigt die nach Gleichung (25) berechneten Zerfallszeiten  $\tau$  zusammen mit den aus dem Experiment erhaltenen Werten. In Anbetracht der Tatsache, dass hier kein Parameter zur erforderlichen Anpassung zu Verfügung steht, ist die Uebereinstimmung wenigstens bei grösseren Drucken erstaunlich gut. Bei kleineren Drucken ergibt das Experiment zu kleine Zerfallszeit im Vergleich zur Theorie. Gewiss stehen in der Theorie Grössen wie zum Beispiel  $E^*/T_{e0}$  und  $\gamma$ , die bis zu einem gewissen Grade



Figur 9  
Die gemessene Druckabhängigkeit der Zerfallszeit  $\tau$ .

druckabhängig sein können. Jedoch erscheint eine solche Interpretation angesichts der Unsicherheiten die bei kleinen Drucken schon durch Verunreinigungen bedingt sein können, nicht gerechtfertigt.

#### 4.2. Der Rekombinationskoeffizient

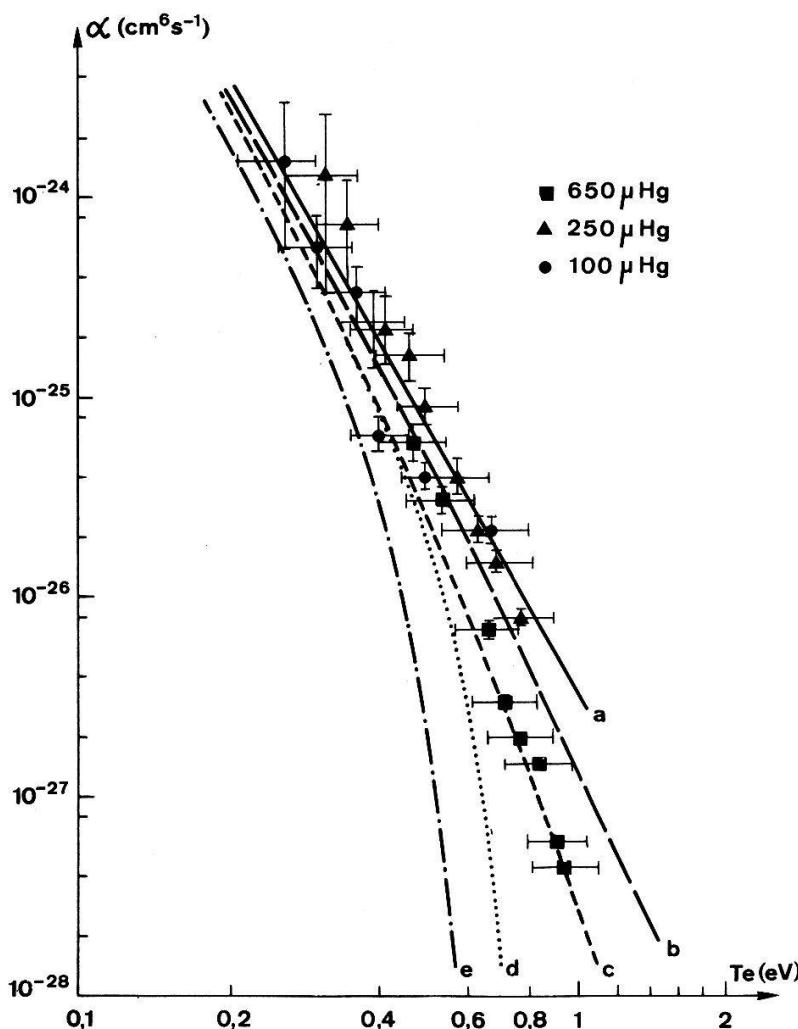
Mit Hilfe der Gleichung (1a) und  $n_e = n_{e0} \exp(-t/\tau)$  erhält man den Rekombinationskoeffizient  $\alpha$  ( $\text{cm}^6 \text{ s}^{-1}$ ) zu:

$$\alpha = \frac{1}{\tau n_e^2} \quad (26)$$

Dabei wurde aber wesentlich von der Annahme Gebrauch gemacht, dass nur Stoss-Strahlungs-Rekombination vorliegt. Andere Prozesse wie die dissoziative Rekombination und die ambipolare Diffusion sind in unserer Arbeit zu vernachlässigen.

Figur 10 zeigt den Rekombinationskoeffizienten  $\alpha$  in Funktion der Elektronentemperatur für drei verschiedene Fülldrücke. Zur Berechnung dieser Koeffizienten benutzten wir die Messergebnisse aus der Figur 6 und ihren entsprechenden Elektronendichten.

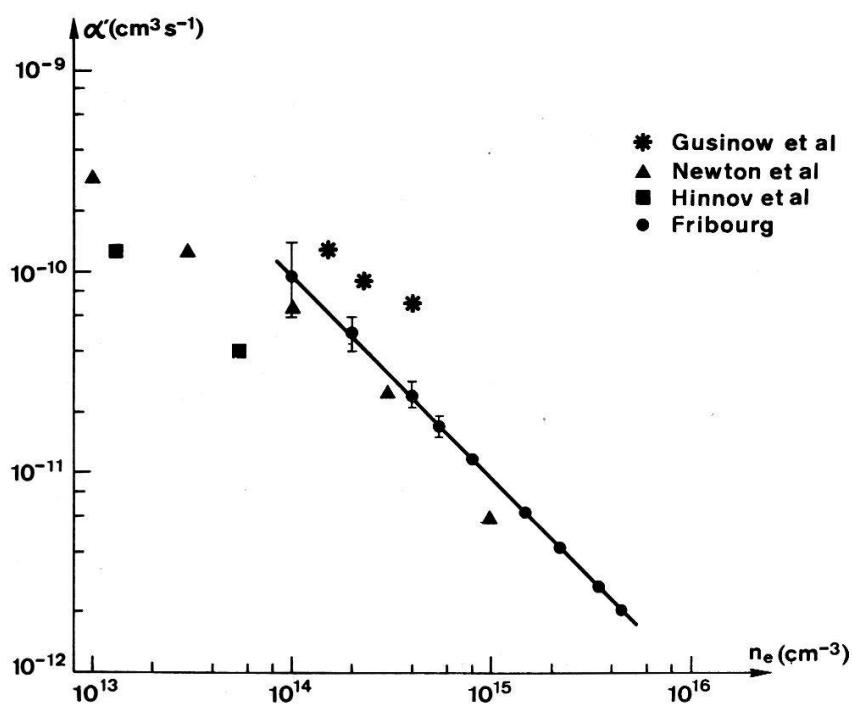
In Figure 10 sind ebenfalls verschiedene theoretische Werte des Stoss-Strahlungs-Rekombinationskoeffizienten für ein Helium-Plasma eingezeichnet. Daraus ist ersichtlich, dass für nicht zu grosse Elektronentemperaturen ( $T_e < 0,6 \text{ eV}$ ) die Rekombinationskoeffizienten innerhalb der Messfehler dem  $T_e^{-4,5}$ -Gesetz (a) folgen. In diesem Gebiet wird also die Rekombination durch den Dreierstoss-Rekombinations-Koeffizienten beschrieben. Dieses Ergebnis deckt sich mit den Experimenten anderer Autoren sowohl für Helium [2, 3], als auch für andere Gase [21, 30]. Der Dreierstoss-Rekombinations-Koeffizient wurde schon auf recht unterschiedliche Art berechnet [3, 18, 19, 20]. Für die in Figur 10 eingezeichnete Kurve (a) wurde die folgende Formel benutzt:  $\alpha = 3,2 \cdot 10^{-27} \cdot T_e^{-4,5}$  [18]. Die Elektronentemperatur ist dabei in eV einzusetzen.



Figur 10  
Der Rekombinationskoeffizient in Funktion der Elektronentemperatur. Vergleich mit verschiedenen Theorien (siehe Text).

und  $\alpha$  ergibt sich dann in  $\text{cm}^6 \text{ s}^{-1}$ . Die Berechnung der anderen Autoren unterscheiden sich nur durch den Proportionalitätsfaktor. Ueber den genauen Wert dieser Konstanten kann mit den vorliegenden Messwerten keine Aussage gemacht werden, da alle theoretischen Werte innerhalb der Fehlergrenzen liegen.

Für Elektronentemperaturen grösser als etwa 0,6 eV kommt es zu wesentlichen Abweichungen des Rekombinationskoeffizienten vom  $T_e^{-4,5}$ -Gesetz der Dreierstoss-Rekombination. Die in Figur 10 eingezeichneten Kurven b, c, d sind die von Drawin [17] berechneten Stoss-Strahlungs-Rekombinationskoeffizienten für ein optisch dünnes (b) und ein optisch dichtes (d) Helium-Plasma. Die Kurve (c) gilt für ein in allen Resonanzlinien des Singulet-Systems optisch dichtes Plasma. Unsere Werte stimmen innerhalb der Messfehler mit der Kurve (c) überein. Zu bemerken ist, dass Robert [4] für seine am zerfallenden Helium-Bogen gemessenen Rekombinationskoeffizienten eine gute Uebereinstimmung mit der Theorie von Drawin, allerdings für den optisch dichten Fall, erhalten hat. Biberman et al. [16] berechnete den Stoss-Strahlungs-Rekombinationskoeffizienten aus der Fokker-Planck Differenzengleichung. Bibermans Werte sind in Figur 10 durch die Kurve (e) dargestellt. Sie weichen deutlich von unseren Messungen ab und geben im Vergleich dazu zu kleine Rekombinationskoeffizienten. Die Berechnungen von Chen [31] decken sich im allgemeinen gut mit



Figur 11

Der Rekombinationskoeffizient in Funktion der Elektronendichte. Vergleich des gemessenen Rekombinationskoeffizienten mit anderen Experimenten.

denjenigen von Drawin für den optisch dünnen Fall und wurden deshalb nicht in Figur 10 aufgeführt.

Ein Vergleich der gemessenen Rekombinationskoeffizienten in Funktion der Elektronentemperatur mit anderen Autoren ist nicht gut möglich, da in den meisten Fällen der Koeffizient nur für kleinere Temperaturen und Elektronendichten gemessen wurde [3, 32]. Figur 11 zeigt einen Vergleich des Rekombinationskoeffizienten  $\alpha'$  ( $\text{cm}^3 \text{s}^{-1}$ ) in Funktion der Elektronendichte mit anderen Experimenten. Die einzigen unseres Wissens nach mit unserem Experiment vergleichbaren Arbeiten über die Rekombination eines Helium-Plasmas stammen von Hinnov et al. [3], Gushinow et al. [32] und Newton et al. [5]. Die von diesen Autoren gemessenen Rekombinationskoeffizienten sind in Figur 11 eingezeichnet. Die Werte von Hinnov sind bei einem Fülldruck von etwa  $1 \mu\text{Hg}$ , diejenigen von Gushinow bei  $7 \text{ mm Hg}$  gemessen worden, während Newton in unserem Druckbereich, also zwischen  $0,1$  und  $1 \text{ mm Hg}$  liegt. Nur die gemessenen Rekombinationskoeffizienten von Newton und unsere Werte stimmen, wie man aus Figur 11 entnimmt, innerhalb der Fehlergrenzen überein.

## 5. Resultate

Die Resultate der vorliegenden Arbeit, lassen sich wie folgt zusammenfassen:

1. Die in der Einleitung aufgeworfene Frage, wie und unter welchen Umständen die Dreierstoss-Rekombination, den bei vielen Experimenten beobachteten exponentiellen Abfall der Elektronendichte und Temperatur in der Zeit erklären kann, können wir jetzt beantworten. Dieser ergibt sich aus dem Zusammenspiel zwischen der Rekombination des Plasmas und der Wärmeleitung der Elektronen zur kalten Gefäßwand. Das gleichzeitige Auftreten dieser beiden, stark temperaturabhängigen Mechanismen führt zur Gleichung (18), die die Elektronendichte mit der Elektronentemperatur verbindet

und weiter zur Gleichung (20), dem exponentiellen Abfall der Elektronendichte und damit nach Gleichung (18) auch der Elektronentemperatur.

Ausserdem führt unsere Theorie auf einen Ausdruck für die Zerfallskonstante (Gleichung (21)), die vom Radius und der Anfangsteilchendichte abhängt. Obwohl dieser Formel in Anbetracht der vielen Vereinfachungen nur beschränkte Bedeutung zugemessen werden kann, liefert sie doch in einigen Fällen erstaunlich gute Uebereinstimmung mit den Experimenten.

Es versteht sich, dass bei diesen Betrachtungen die ambipolare Diffusion nicht in Betracht gezogen wurde, da bei hohen Teilchendichten der Einfluss der Diffusion klein ist. Bei kleineren Teilchendichten und kleineren Radien des Entladungsgefäßes wäre diese Vernachlässigung sicher nicht gerechtfertigt.

2. Die von uns gefundenen Rekombinationskoeffizienten in Funktion der Dichte fallen praktisch mit den Werten von Newton und Sexton [5] zusammen, soweit sich die Messbereiche überlappen.

Der Rekombinationskoeffizient hängt wesentlich von der Elektronentemperatur ab und wir konnten zeigen, dass in dem vorliegenden Plasma der Rekombinationskoeffizient oberhalb ungefähr 0,6 eV den erwarteten Gang mit  $T_e^{-4,5}$  verlässt und am besten mit der Theorie von Drawin [17] für ein teilweise optisch dickes Plasma übereinstimmt. Die theoretischen Werte von Biberman et al. [16] liegen in diesen Temperaturbereich bis zu zwei Zehnerpotenzen zu tief.

## Verdankung

Herrn Prof. Dr. O. Huber danken wir für sein Interesse und seine Unterstützung, die die Ausführung dieser Arbeit ermöglichte. Herrn J. Szubert danken wir für die Hilfe beim Aufbau der Elektronik und Herrn J. Vaclavic für seine wertvollen Ratschläge.

## Literaturverzeichnis

- [1] J. STEVFELT und F. ROBBEN, Phys. Rev. *A5*, 1502 (1972).
- [2] B. V. DONOVAN und M. C. SEXTON, X. Int. Conf. on Phenomena in Ionized Gases, Contributed Papers, Oxford, 1971.
- [3] E. HINNOV und J. G. HIRSCHBERG, Phys. Rev. *125*, 795 (1962).
- [4] D. E. ROBERTS, J. Phys. *B6*, 929 (1973).
- [5] A. A. NEWTON und M. C. SEXTON, J. Phys. *B1*, 669 (1968).
- [6] E. HUGENTOBLER und H. SCHNEIDER, Z. Naturforsch. *29a*, 678 (1973).
- [7] H. SCHNEIDER und E. HUGENTOBLER, Helv. Phys. Acta *45*, 611 (1972).
- [8] E. HUGENTOBLER und H. SCHNEIDER, Interne Bericht der Universität Freiburg i. Ue., Plasma FR 103.
- [9] C. HOLLЕНSTEIN, Y. SAYASOV und H. SCHNEIDER, Interne Bericht der Universität Freiburg i. Ue., Plasma FR 106.
- [10] L. SPITZER JR. und R. HÄRM, Phys. Rev. *89*, 977 (1953).
- [11] D. R. BATES, A. E. KINGSTON und R. W. P. McWHIRTER, Proc. Roy. Soc. (London) *A267*, 297 (1962).
- [12] L. C. JOHNSON und E. HINNOV, J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer *13*, 333 (1973).
- [13] H. W. DRAWIN, Z. Physik *225*, 470 (1969).
- [14] H. W. DRAWIN, Z. Physik *225*, 483 (1969).
- [15] H. W. DRAWIN und F. EMARD, Z. Physik *270*, 59 (1974).
- [16] L. M. BIBERMAN, V. S. VOROBÈV und I. T. YAKUBOV, Soviet Phys. Usp. *15*, 375 (1973).
- [17] H. W. DRAWIN und F. EMARD, Z. Physik *243*, 326 (1971).
- [18] A. V. GUREVICH und L. P. PITAEVSKII, Soviet Phys. JETP *19*, 870 (1964).
- [19] P. MANSBACH und J. KECK, Phys. Rev. *181*, 275 (1969).
- [20] J. F. DELPECH, XI. Int. Conf. on Phenomena in Ionized Gases, Invited Papers, Prag, 1973.

- [21] A. FUNAHASHI und S. TAKEDA, J. Phys. Soc. Japan **25**, 298 (1968).
- [22] A. FUNAHASHI und S. TAKEDA, J. Phys. Soc. Japan **27**, 182 (1969).
- [23] D. E. ASHBY und D. F. JEPHCOTT, Appl. Phys. Lett. **3**, 13 (1963).
- [24] J. B. GERARDO, J. T. VERDEYEN und M. A. GUSINOW, J. Appl. Phys. **36**, 2146 (1965).
- [25] H. R. GRIEM, *Plasma Spectroscopy* (McGraw-Hill Book Co.), New York.
- [26] Y. ZELDOVICH und Y. REISER, *Physics of Shock Waves and High Temperature Hydrodynamic Phenomena* (Academic Press, New York, 1966).
- [27] L. SPITZER JR., *Physics of Fully Ionized Gases* (Interscience Publisher Ltd., London 1956).
- [28] A. A. NEWTON und M. C. SEXTON, J. Phys. B2, 1069 (1969).
- [29] G. J. PARKINSON, A. E. DANGOR und J. CHAMBERLAIN, Appl. Phys. Lett. **13**, 233 (1968).
- [30] Y. ARCHAMBAULT, J. C. JEANNET, S. RONSSIN und B. SAYER, X. Int. Conf. on Phenomena in Ionized Gases, Contributed Papers, Oxford, 1971.
- [31] C. J. CHEN, J. Chem. Phys. **50**, 1960 (1969).
- [32] M. A. GUSINOW, J. B. GERARDO und J. T. VERDEYEN, Phys. Rev. **149**, 91 (1966).