

**Zeitschrift:** Helvetica Physica Acta  
**Band:** 45 (1972)  
**Heft:** 4

**Artikel:** Skineffekt und elektrische Leitfähigkeit in einem Argonplasma  
**Autor:** Schneider, Helmut / Hugentobler, Edwin  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-114400>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 18.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# Skineffekt und elektrische Leitfähigkeit in einem Argonplasma<sup>1)</sup>

von **Helmut Schneider** und **Edwin Hugentobler**

Physikinstitut der Universität Freiburg, Schweiz

(2. XII. 71)

*Abstract.* Real and imaginary part of the electrical conductivity are measured in a decaying Argon plasma using skineffect of radiofrequency fields. The finite size of the probe is taken into account. The method is described and results are given.

## Einleitung

Unter allen Transportkoeffizienten ist die elektrische Leitfähigkeit der einzige, der einer direkten Messung zugänglich ist. Es hat daher nicht an Versuchen gefehlt, diese Grösse  $\sigma$  zu messen. Eine Zusammenstellung der verwendeten Methoden finden wir bei Drawin [1]. Die klassische und wohl beste Methode ist sicherlich die Messung am Kaskadenbogen. Diese verlangt ausser der Kenntnis von Strom und Spannung des Bogens die Messung des Temperaturprofils. Damit kann man, ausgehend von der Elenbaas-Hellerschen Differentialgleichung, zur Leitfähigkeit als Funktion der Temperatur kommen. Das Verfahren ist umständlich aber wohlbekannt und erprobt [2]. Natürlich beschränkt es sich auf reelles  $\sigma$ , denn nur dieses kommt in der Elenbaas-Heller Gleichung vor, und ausserdem ist die Methode nur anwendbar bei Drucken unter denen der Bogen brennt. Es ist daher wünschenswert, die Leitfähigkeit mit einem von dieser Methode völlig unabhängigen Verfahren zu bestimmen, und es liegt nahe, hier den Skineffekt zu benutzen.

Auch der Skineffekt wurde schon verschiedentlich zur Bestimmung der Leitfähigkeit herangezogen. Oft wird bei Plasmaexperimenten aus der Eindringtiefe mit Hilfe theoretischer Beziehungen die Temperatur des Plasmas ermittelt (siehe z.B. [3]). In diesem Fall ergibt sich die Leitfähigkeit als Nebenprodukt, sofern Temperatur und Dichte des Plasmas unabhängig bestimmt werden. Es versteht sich, dass hierbei die Bedingungen zur Leitfähigkeitsbestimmung meist äusserst ungünstig sind, da diese Experimente ja nicht speziell hierfür ausgelegt sind. Oft dient die Hochfrequenz selber zur Erzeugung des Plasmas (siehe z.B. [4]). Nichtlineare Effekte sind dann nicht auszuschliessen und die Plasmasäule ist bezüglich der Temperatur stark inhomogen.

Wir haben deshalb den Skineffekt in einem möglichst homogenen Plasma mit einem Hochfrequenzfeld gemessen, dessen Energiedichte klein (ca.  $10^{-6}$ ) ist gegenüber der thermischen Energiedichte des Plasmas. Das Plasma wird durch eine Kondensatorentladung hergestellt und die Messung selber wird nur während des Nachleuchtens

---

<sup>1)</sup> Diese Arbeit wurde durch die finanzielle Unterstützung des Schweizerischen Nationalfonds ermöglicht.

durchgeführt. Phase und Amplitude des eindringenden Feldes ergeben dann Real- und Imaginärteil der elektrischen Leitfähigkeit.

### Der Skineffekt am Plasmazyylinder

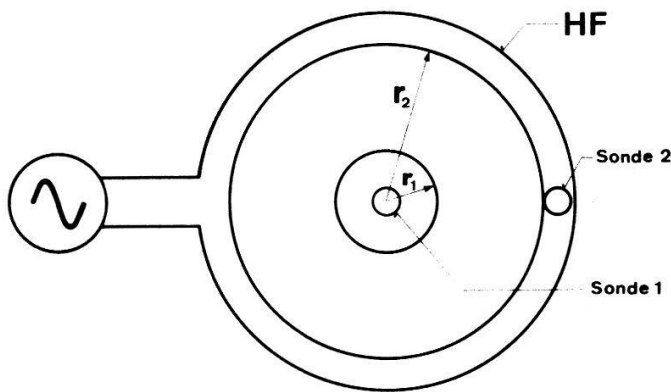
Wir setzen voraus, dass im Plasma die Stromdichte  $\mathbf{j}$  mit der elektrischen Feldstärke  $\mathbf{E}$  verknüpft ist durch das Ohmsche Gesetz

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}.$$

$\sigma$  ist dann die im allgemeinen komplexe und isotrope elektrische Leitfähigkeit. Diese Annahme ist sicher gerechtfertigt, solange die freie Weglänge der Elektronen klein ist gegen die Gefäßdimension und diese nicht sehr verschieden ist von der Eindringtiefe  $\delta$ , wobei

$$\delta^{-1} = \operatorname{Re} \sqrt{i\omega\mu_0\sigma}.$$

Einen anomalen Skineffekt [5] können wir damit ausschliessen. Um einfache Randbedingungen zu erhalten, wählen wir eine Geometrie, die aus zwei langen



Figur 1

Zur Geometrie der Anordnung.

Zylindern besteht (Fig. 1). Zwischen den zwei konzentrischen Zylindern mit den Radien  $r_1$  und  $r_2$  befindet sich das Plasma. Mit Hilfe der HF-Spule wird ein stationäres Wechselfeld der Kreisfrequenz  $\omega$  erzeugt, das nur eine  $E_\theta$ - und  $B_z$ -Komponente besitzt und dessen  $B_z$ -Komponente mit den zwei Sonden innen und aussen kontrolliert wird.

Suchen wir die Lösungen mit der Zeitabhängigkeit  $e^{i\omega t}$ , so kann man die Maxwell-Gleichungen schreiben (MKS)

$$\Delta \mathbf{B} + k^2 \mathbf{B} = 0, \quad \text{mit } k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - i\mu_0 \omega \sigma.$$

Da die Feldvektoren stetig auf den Rändern und endlich im Nullpunkt bleiben sollen, finden wir für das Verhältnis der beiden Sondensignale

$$Z = \frac{B_2}{B_1} = -\frac{i\pi}{2} k r_1 J_0(k r_2) [H_1^2(k r_1) - \frac{k r_1}{2} H_0^2(k r_1)].$$

Dabei wird noch angenommen, dass

$$\omega r_1 \ll c, \quad |H_0^2(k r_2)| \ll |H_1^1(k r_2)|.$$

$J_0$  und  $H_1^2$ ,  $H_0^2$  bedeuten die Bessel- bzw. Hankelfunktionen der entsprechenden Art und Ordnung. Für  $r_1 = 0$  bleibt allein der Ausdruck  $J_0(kr_2)$ . Das würde bedeuten, dass die endliche Ausdehnung der Sonde mit Radius  $r_1$  vernachlässigt wird. Unsere Experimente haben jedoch gezeigt, dass dies keineswegs zulässig ist für z.B.  $r_1/r_2 = 0,1$ . Das Experiment liefert durch Messung der Amplituden  $A_1$  und  $A_2$  und der Phasendifferenz in den zwei Sonden die komplexe Grösse  $Z$ , woraus  $\sigma$  bestimmbar ist.

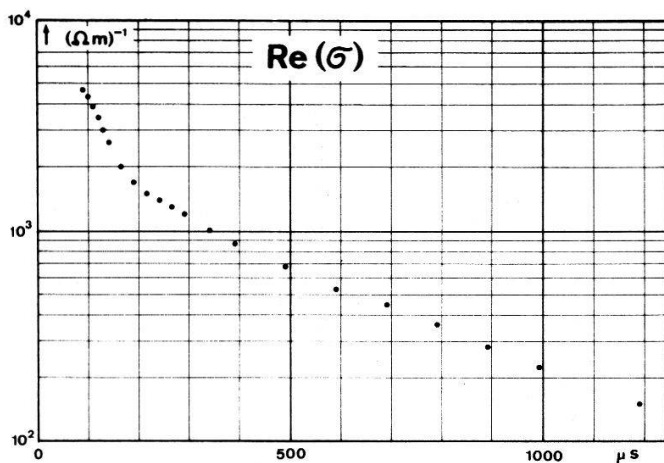
## Das Experiment

Die Versuche wurden so ausgelegt, dass kein Imaginärteil der Leitfähigkeit zu erwarten war, damit Vergleiche mit früheren Messungen möglich werden. Als HF-Generator dient ein Oszillator von 0,8 kW, der so schwach an das Entladungsrohr gekoppelt wird, dass keine messbare Rückwirkung des Plasmas auf die Frequenz und Amplitude auftritt. Der HF-Strom beträgt 3A und bleibt kontinuierlich eingeschaltet. Das Entladungsrohr ist 1 m lang, der Innendurchmesser beträgt 9,5 cm. Das Plasma wird durch eine kritisch gedämpfte Entladung erzeugt (77  $\mu\text{F}$ , 10 kV). Nach 70  $\mu\text{s}$  fliesst kein messbarer Strom mehr und nach 80  $\mu\text{s}$  können die ersten Messungen registriert werden. Die Aufnahmen mit verschiedenen Frequenzen (211 kHz und 633 kHz) ergaben das gleiche  $\sigma$  im zerfallenden Plasma bis 1200  $\mu\text{s}$ . Daraus ist zu schliessen, dass die HF schwach genug ist und das Plasma nicht merklich beeinflusst. Versuche mit verschiedenen Sondendurchmessern ( $r_1 = 4,05$  mm, 10 mm und 15 mm) ergaben das gleiche Resultat, wenn man berücksichtigt, dass das Plasma mit grösserer Berandung auch schneller zerfällt. Der zeitliche Zerfall des Plasmas wurde durch Strahlungsmessung ermittelt.

Die Temperatur wurde aus der relativen Intensität der ArII Linien 4806 Å und 4609 Å bestimmt. Diese sind allerdings nur während der ersten 110  $\mu\text{s}$  messbar, ergeben aber bei weitem die genaueste Temperaturbestimmung. Die Dichte wurde mit Hilfe eines Laserinterferometers bestimmt.

## Resultate

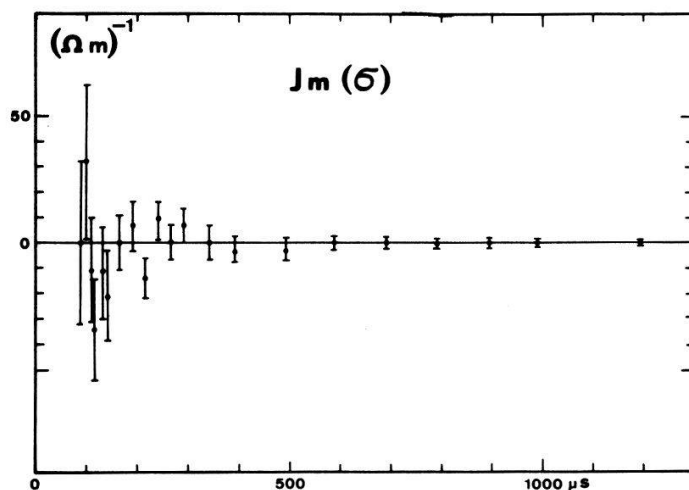
Real- und Imaginärteil von  $\sigma$ , gemessen am zerfallenden Argonplasma (Anfangsdruck 92  $\mu\text{Hg}$ ) sind in Figur 2 und Figur 3 dargestellt. Der Imaginärteil verschwindet



Figur 2

Realteil der elektrischen Leitfähigkeit eines Argonplasmas im Nachleuchten. Anfangsdruck 92  $\mu\text{Hg}$ , Frequenz 633 kHz.

bei dieser Teilchendichte innerhalb der Messfehler wie erwartet. Dem hier angegebenen Messfehler entspricht die Genauigkeit, mit der auf einem Oszillographenbild eine Phasendifferenz bestimmbar ist ( $\pm 1,5^\circ$ ). Das Plasma ist innerhalb dieses Fehlers noch durchaus reproduzierbar. Der Ablesefehler des Realteils wird auf  $\pm 1\%$  geschätzt. Da gleichzeitig Dichte und Temperaturmessungen für das Plasma vorliegen, können wir diesen Wert mit einer Theorie vergleichen. Zum Vergleich mit der Formel von Spitzer



Figur 3

Imaginärteil der elektrischen Leitfähigkeit eines Argonplasmas im Nachleuchten. Anfangsdruck  $92 \mu\text{Hg}$ , Frequenz  $633 \text{ kHz}$ .

und Härn [6] wählen wir die Werte, bei denen sicher keine zweifache Ionisation vorliegt und auch die Stösse mit Neutralteilchen noch keine Rolle spielen, also im Bereich  $0,5 < I < 1$ , wenn  $I$  der Ionisationsgrad ist. Gerade hier ist auch noch eine Messung der ArII Linien möglich. Eine vergleichende Darstellung gibt die Tabelle.

Experimente			Theorie [6]
$T \text{ eV}$	$n_e \cdot 10^{-21} \text{ m}^{-3}$	$\text{Re } \sigma \cdot 10^{-3} (\Omega\text{m})^{-1}$	$\text{Re } \sigma \cdot 10^{-3} (\Omega\text{m})^{-1}$
$1,31 \pm 0,03$	$2,54 \pm 0,15$	$4,69 \pm 0,05$	$4,67 \pm 0,15$
$1,21 \pm 0,03$	$2,30 \pm 0,14$	$4,35 \pm 0,05$	$4,18 \pm 0,15$
$1,12 \pm 0,05$	$2,10 \pm 0,13$	$3,90 \pm 0,04$	$3,79 \pm 0,2$
$1,04 \pm 0,1$	$1,93 \pm 0,12$	$3,44 \pm 0,04$	$3,42 \pm 0,4$

Die angegebenen Fehler sind aus der Streuung der Messwerte hergeleitet. Die grösste Fehlerquelle bei diesem Vergleich liegt natürlich in der Temperaturbestimmung, und diese verursacht die Unbestimmtheit des theoretischen Wertes. Bei der Temperaturbestimmung haben wir die Uebergangswahrscheinlichkeiten von Olsen [7] verwendet. Diese sind selber mit einer Unsicherheit behaftet, die sich auf die Temperatur mit etwa  $6\%$  auswirkt. Dieser Fehler ist in der Tabelle nicht enthalten. Dementsprechend ist die Übereinstimmung zwischen Experiment und Theorie als gut zu bezeichnen.

### Schlussfolgerung

Die Messung der elektrischen Leitfähigkeit mit Hilfe dieser Methode liefert Resultate von bemerkenswerter Genauigkeit. Dabei ist von entscheidender Bedeutung, dass der Einfluss der Sonde ( $r_1$ ) bei der Interpretation berücksichtigt wird. Ein systematischer Fehler, der darin besteht, dass ein Temperaturgradient am Rande das Resultat verfälscht, scheint klein zu sein. Man kann nämlich zeigen, dass ein solcher ebenfalls einen Imaginärteil der Leitfähigkeit vorzutäuschen vermag.

### LITERATUR

- [1] *Plasma Diagnostics*, W. Lochte-Holtgreven, Kap. 15 (North Holland Publishing Comp., Amsterdam 1968).
- [2] H. MAECKER, *Z. Phys.* **158**, 392 (1960).
- [3] F. TROYON et R. KELLER, Report LRP 17, 65 (1965), Lab. de Recherches sur la Physique des Plasmas, Lausanne.
- [4] M. J. KOFOID and H. V. CLEVA, *Phys. Fluids* **12**, 1279 (1969).
- [5] E. S. WEIBEL, *Phys. Fluids* **10**, 741 (1967).
- [6] L. SPITZER jr. and R. HÄRM, *Phys. Rev.* **89**, 977 (1953).
- [7] H. N. OLSEN, *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transf.* **3**, 59 (1963).