Zeitschrift: Helvetica Physica Acta
Band: 42 (1969)
Heft: 5

Artikel: Der zweifach verbotene Beta-Übergang von 137Cs
Autor: Schneuwly, H. / Schellenberg, L. / Huber, O.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-114091

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 07.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Der zweifach verbotene Beta-Übergang von ^{137}Cs

von **H. Schneuwly, L. Schellenberg, O. Huber** und **W. Lindt**
Physikalisches Institut der Universität Fribourg

(5. II. 69)

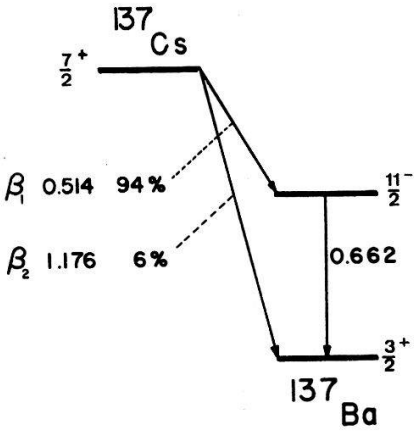
Abstract. The spectrum of the twice parity-forbidden β-transition of ^{137}Cs was measured with two spectrometers of different types. The experimental shape factor was fitted with the one-parametric formula $S \propto q^2 + \lambda^2 p^2$ and the two-parametric ξ-approximation of the theoretical shape factor. With the hypothesis of CVC theory the ratio of nuclear matrix elements $\int i\, T_{ij} / \int R_{ij}$ is deduced.

1. Einleitung

Die nun schon historischen Messungen am Betazerfall, die nach der Entdeckung der Paritätsverletzung durchgeführt wurden, führten zur Festlegung der Wechselwirkung zwischen Nukleonen und dem Elektron-Neutrino-Feld in der Form V–A. Damit kann man hoffen, dass jetzt Messungen von Beta-Spektren benutzt werden können, um Aussagen über die Kernstruktur zu erhalten.

Viele Experimente sind an erlaubten und einfach verbotenen Übergängen durchgeführt worden [1]. Dass auch zweifach verbotene Übergänge zur Ergründung der Kernstruktur herangezogen werden sollen, haben LIPNIK und SUNIER [2] betont. Der Formfaktor der zweifach paritätsverbotenen Übergänge hängt nur von drei Kernmatrixelementen ab (der Beitrag des Matrixelements des Tensors dritter Stufe wird als klein vernachlässigt) und somit sollte die Analyse der zweifach verbotenen Spektren über die Grösse dieser Matrixelemente Aufschluss geben können.

Im Fall des von uns untersuchten ^{137}Cs (Fig. 1) finden sich in der Literatur [3–6] zum Teil widersprechende Messungen. Deshalb wurde das zweifach verbotene ^{137}Cs-Spektrum noch einmal, und zwar gleich mit zwei verschiedenen Beta-Spektrometern gemessen.



Figur 1
Zerfallsschema von ^{137}Cs.

Die Angleichung der gemessenen Spektren wurde mit der einparametrigen Formel $S \propto q^2 + \lambda^2 p^2$ und der zweiparametrigen ξ-Approximation des theoretischen Formfaktors durchgeführt. Um den Vergleich mit der Arbeit von LIPNIK und SUNIER [2] zu erleichtern, verwenden wir auch deren zweiparametrige Darstellung des Formfaktors.

2. Theorie

Für einen β-Übergang ist die Übergangswahrscheinlichkeit für ein Elektron im Energieintervall $(W, W + dW)$ gegeben durch

$$N(W)\, dW = \frac{1}{2\pi^3}\, p\, W\, q^2\, F(Z, W)\, S\, dW \tag{1}$$

wo p der Impuls des Elektrons, $q = W_0 - W$ der Impuls des Neutrinos (W_0 die Endenergie des β-Spektrums), $F(Z, W)$ die Fermifunktion und S der Formfaktor des Übergangs ist (Einheiten: $h = c = m_e = 1$).

Für einen erlaubten Übergang ist $S = L_0$.

Für einen zweifach paritätsverbotenen β-Übergang schreibt sich der Formfaktor [7]

$$\begin{aligned} S = \text{const.} \sum_{\nu=0}^{2} A_{2\nu}\, q^{2(1-\nu)} \Big[& M_\nu \left(\frac{y\Lambda_1}{2} + 1\right)^2 \\ & + 2 N_\nu \left(\frac{y\Lambda_1}{2} + 1\right) \left\{\frac{\Lambda\xi}{2} + \frac{q}{5-2\nu}\left(\frac{y\Lambda_1}{2} - 1\right)\right\} \\ & + L_\nu \left\{\left(\frac{\Lambda\xi}{2}\right)^2 + \frac{q}{5-2\nu}\left(\frac{y\Lambda_1}{2} - 1\right)\right\}\Big] \\ & + B_{2\nu}\, q^{2(2-\nu)} \frac{L\nu}{2\nu+1} \left[\nu\left(\frac{y\Lambda_1}{2} - 1\right)^2 + \frac{2-2\nu}{3}\left(\frac{y\Lambda_1}{2}\right)^2 + 1\right] \\ & + (\text{Glieder mit dem Tensor dritter Stufe } S_{ijk}). \end{aligned} \tag{2}$$

Hier ist $y = g_A/g_V$, $\xi = \alpha Z/2R$

$$A_{n\nu} = \frac{(n-\nu)\, 2^{n-2\nu}\, (2\nu+1)!}{(2n-2\nu)!\, (\nu!)^2} \qquad B_{n\nu} = \frac{2^{n-2\nu}\, (2\nu+1)!}{(2n-2\nu+1)!\, (\nu!)^2}$$

$$L_\nu = \frac{\pi}{2pW\, F(Z, W)}\, R^{-2\nu} \left[g^2_{-(\nu+1)} + f^2_{\nu+1}\right]$$

$$M_\nu = \frac{\pi}{2pW\, F(Z, W)}\, R^{-2(\nu+1)} \left[g^2_{\nu+1} + f^2_{-(\nu+1)}\right]$$

$$N_\nu = \frac{\pi}{2pW\, F(Z, W)}\, R^{-2\nu-1} \left[g_{\nu+1} f_{-(\nu+1)} - g_{-(\nu+1)} f_{\nu+1}\right]$$

wo R der Kernradius und f_ν und g_ν die radialen Komponenten der Wellenfunktionen des Elektrons sind, welche von BHALLA und ROSE [8] tabelliert wurden.

Die Kernmatrixelemente sowie deren Verhältnisse sind wie in der Arbeit von LIPNIK und SUNIER [2] definiert, und zwar

$$\int i\, A_{ij} = -\Lambda\xi \int R_{ij} \tag{3}$$

$$\int i\, T_{ij} = \Lambda_1 \int R_{ij} \tag{4}$$

wobei

$$R_{ij} = \int \left[x_i\, x_j - \frac{1}{3}\, \delta_{ij}\, r^2 \right]$$

$$A_{ij} = \int \left[\alpha_i\, x_j + \alpha_j\, x_i - \frac{2}{3}\, \delta_{ij} (\boldsymbol{\sigma} \times \boldsymbol{r}) \right]$$

$$T_{ij} = \int \left[[\boldsymbol{\sigma} \times \boldsymbol{r}]_i\, x_j + [\boldsymbol{\sigma} \times \boldsymbol{r}]_j\, x_i \right].$$

Die Hypothese des erhaltenen Vektorstroms (CVC) [9] liefert uns eine Beziehung [10] zwischen $\int i\, A_{ij}$ und $\int R_{ij}$, welche unabhängig vom Kernpotential ist. Für einen β^--Zerfall ist

$$\Lambda = \Lambda_{CVC} = 2{,}4 + \frac{1}{\xi}\, (W_0 - 2{,}5)\,. \tag{5}$$

Wenn wir in (2) $N_\nu = -(L_\nu\, M_\nu)^{1/2}$ setzen (diese Approximation ist in unserem Fall besser als 1%) und nur die höchsten Glieder in ξ berücksichtigen, erhalten wir für den Formfaktor (2) den Ausdruck

$$S = \text{const.} \sum_{\nu=0}^{1} A_{2\nu}\, q^{2(1-\nu)} \left[M_\nu^{1/2} \left(\frac{y\, \Lambda_1}{2} + 1 \right) - L_\nu^{1/2}\, \frac{\Lambda\, \xi}{2} \right]^2 \tag{6}$$

Damit entfallen auch die Glieder mit dem Tensor dritter Stufe [11].

Wenn $\alpha\, Z \ll 1$, ist $M_\nu \cong [\xi/(\nu + 1)]^2\, L_\nu$. In (6) eingesetzt wird der Formfaktor

$$S \propto q^2\, L_0 + 9\, \lambda^2\, L_1 \tag{7}$$

wobei

$$\lambda^2 = \frac{1}{4} \left[\frac{2 + y\, \Lambda_1 - 2\, \Lambda}{2 + y\, \Lambda_1 - \Lambda} \right]^2. \tag{8}$$

In der gleichen Approximation ($\alpha\, Z \ll 1$) ist $L_\nu \cong [p^\nu/(2\, \nu + 1)!!]^2$. Dann schreibt sich (7)

$$S \propto q^2 + \lambda^2\, p^2\,. \tag{9}$$

3. Messmethode

Um allfällige, durch die Apparatur bedingte, systematische Fehler erfassen zu können, wurden die Messungen mit zwei verschiedenen Spektrometern durchgeführt: einem $\pi\sqrt{2}$-Spektrometer und einem Siegbahn-Slätis-Spektrometer. Beide Spektrometer wurden bezüglich Transmission mit dem erlaubten β-Übergang von ^{114}In geeicht.

3.1. $\pi\sqrt{2}$-*Spektrometer*

Dieses doppeltfokussierende $\pi\sqrt{2}$-Eisen-Beta-Spektrometer wurde an unserem Institut gebaut. Die Charakteristiken wurden in [12] beschrieben. Als Elektronendetektor wurden zwei Geiger-Müller-Zählrohre in Koinzidenzschaltung verwendet [13] mit einem Nulleffekt von 7 Impulsen pro Minute.

Die Form der β-Spektren wird im allgemeinen durch Streuungen in der Apparatur verzerrt. Die Energieverteilung der Elektronen in der Bildebene wurde mit einem Si(Li)-Halbleiterzähler in verschiedenen Testmessungen bestimmt. Die Registrierung auf einem 256-Kanal-Analysator zeigt, dass wenigstens in dem uns interessierenden

Energiebereich (700 keV bis 1200 keV) die Zahl der in den Zählrohrspalt gestreuten Elektronen bei geeigneter Blendeneinstellung keine Verzerrung des Spektrums nach sich zieht.

3.2. *Siegbahn-Slätis-Spektrometer*

Das Prinzip des Siegbahn-Slätis-Zwischenbildspektrometers wurde von SLÄTIS und SIEGBAHN [14] beschrieben. Die Charakteristiken dieses kommerziell erhältlichen Beta-Spektrometers wurden von WEGSTEDT [15] untersucht.

Das von der Firma LKB, Stockholm, mitgelieferte Zählrohr wurde durch ein geometrisch ähnliches, aber mit Schutzelektroden versehenes Zählrohr ersetzt. Das Eintrittsfenster (Durchmesser 8 mm) bestand aus einer 0,6 mg/cm^2 dicken, leicht aluminisierten Mylarfolie. Das Zählrohr wies einen Nulleffekt von 15 Impulsen pro Minute auf.

Die instrumentelle Verzerrung der β-Spektren und die Elektronenstreueffekte wurden von PAUL [16] und SEMRAD [17] untersucht. Mit Ausnahme der Korrektur für endliche Auflösung (siehe Anhang I) müssen die gemessenen Spektren nicht korrigiert werden.

3.3. *Quellen*

^{114}In

Proben metallischen Indiums (Reinheit 99.95%) wurden im Reaktor des Eidg. Instituts für Reaktorforschung in Würenlingen (Schweiz) bei einem mittleren Neutronenfluss von 10^{13} n/cm^{2}sec und im R2-Reaktor in Studsvik (Schweden) bei einem mittleren Neutronenfluss von 5×10^{13} n/cm^{2}sec während etwa 30 Tagen aktiviert. Die Quellen wurden im Vakuum auf 1 mg/cm^2 dicke, leicht aluminisierte Mylarfolien aufgedampft. Die so erhaltenen Quellen waren dünn und ihre maximale Intensität im Maximum des β-Spektrums übertraf nie 300 Impulse pro Sekunde, so dass eine gültige Totzeitkorrektur (Totzeit des Zählrohrs ca. 170 μsec) angebracht werden konnte.

Für das $\pi\sqrt{2}$-Spektrometer war die Dimension der Quellen 6×24 mm^2. Für das Siegbahn-Slätis-Spektrometer hatten die Quellen einen Durchmesser von 4 mm.

Damit das gemessene Spektrum durch das mitaktivierte, aber relativ kurzlebige (54 min) ^{116}In nicht verfälscht wird, wurde mit den Messungen erst einige Tage nach der Bestrahlung im Reaktor begonnen.

^{137}Cs

Trägerfreies ^{137}Cs wurde in Form von CsCl in HCl-Lösung 0.1 N vom Radiochemical Centre, Amersham (England) bezogen. Die Lösung wurde eingetrocknet und dann im Vakuum auf 1 mg/cm^2 dicke, leicht aluminisierte Mylarfolien aufgedampft.

Die Dimensionen dieser Quellen waren die gleichen wie die der ^{114}In-Quellen. Die Intensitäten der benutzten Quellen für das $\pi\sqrt{2}$-Spektrometer variierten zwischen 100 μCi und 400 μCi und für das Zwischenbildspektrometer zwischen 20 μCi und 100 μCi.

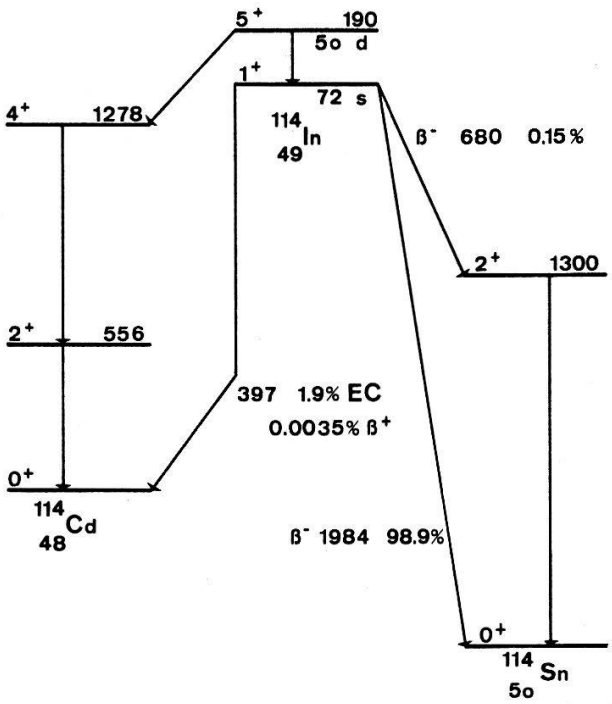
3.4. *Kalibrationsmessungen*

Die Messung des zweifach verbotenen β-Übergangs von ^{137}Cs erstreckt sich ungefähr von 600 keV bis 1200 keV. Um die Konstanz der Transmission beider Spektro-

meter in diesem Energiebereich zu prüfen, wurde der gut bekannte, erlaubte β-Übergang von ^{114}In gemessen [18, 19], dessen Spektrum sich über fast 2 MeV (Endenergie: 1984 keV [20]) erstreckt. Als 1^+-Übergang ist der Formfaktor gegeben durch $S = L_0$.

Dieses Spektrum wurde wiederholt mit beiden Spektrometern und verschiedenen Quellen gemessen. Die Auflösung betrug für das $\pi\sqrt{2}$-Spektrometer 0,6% (Transmission 0,4%) und für das Siegbahn-Slätis-Spektrometer 3% (Transmission 4%).

Die Übergänge nach ^{114}Cd geschehen fast ausschliesslich durch Elektroneneinfang (Fig. 2). Nur der β-Übergang von 680 keV auf das 1300-keV-Niveau von ^{114}Sn stört die Messung des Spektrums. Dieser Verzweigung können wir aber durch einen einfachen Ausdruck Rechnung tragen.



Figur 2

Zerfallsschema von ^{114m} In.

Wenn A_1 und A_2 die Intensitäten des 1984 keV bzw. des 680-keV-β-Übergangs sind, so ist

$$A_i = \int_0^{p_{0i}} N_i(p)\, dp = n_i \int_0^{p_{0i}} p^2 (W_{0i} - W)^2 F(Z, p)\, dp = n_i f_i \qquad i = 1, 2$$

wo n_i ein Normierungsfaktor und f_i die Werte der respektiven Integrale sind, die den Graphen von Feenberg und Trigg [21] entnommen werden.

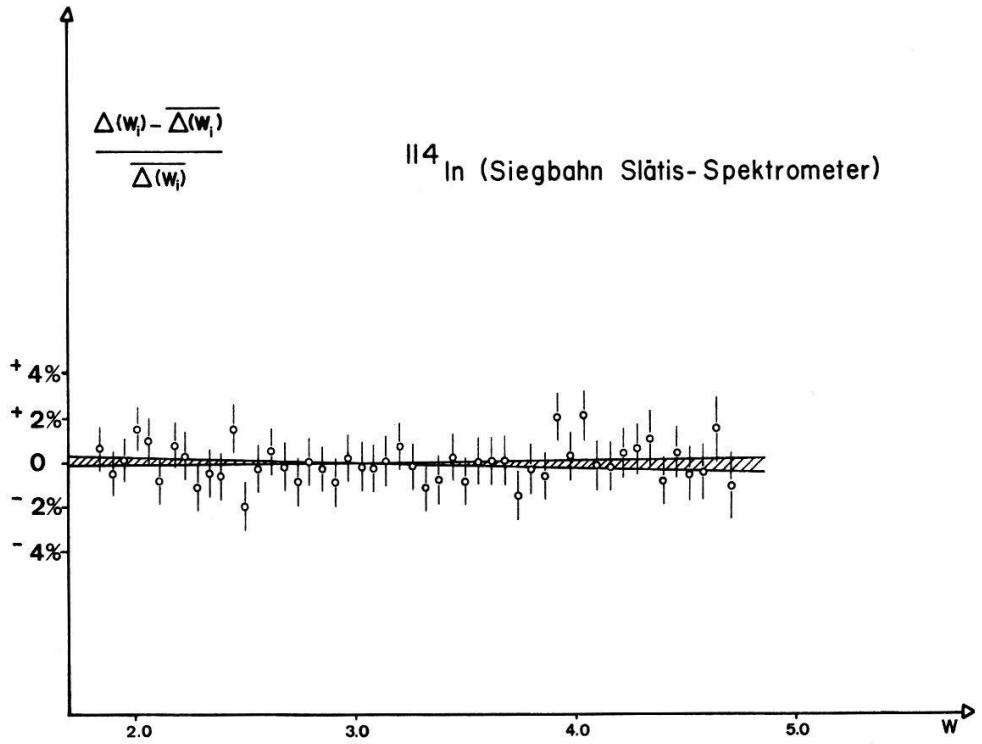
Wir erhalten dann

$$\frac{N_2(p)}{N_1(p)} = \frac{A_2}{A_1} \frac{f_1}{f_2} \left[\frac{W_{02} - W}{W_{01} - W}\right]^2.$$

In unserem Fall ist $A_2/A_1 = 0{,}15\%$ und $f_1/f_2 = 56{,}2$.

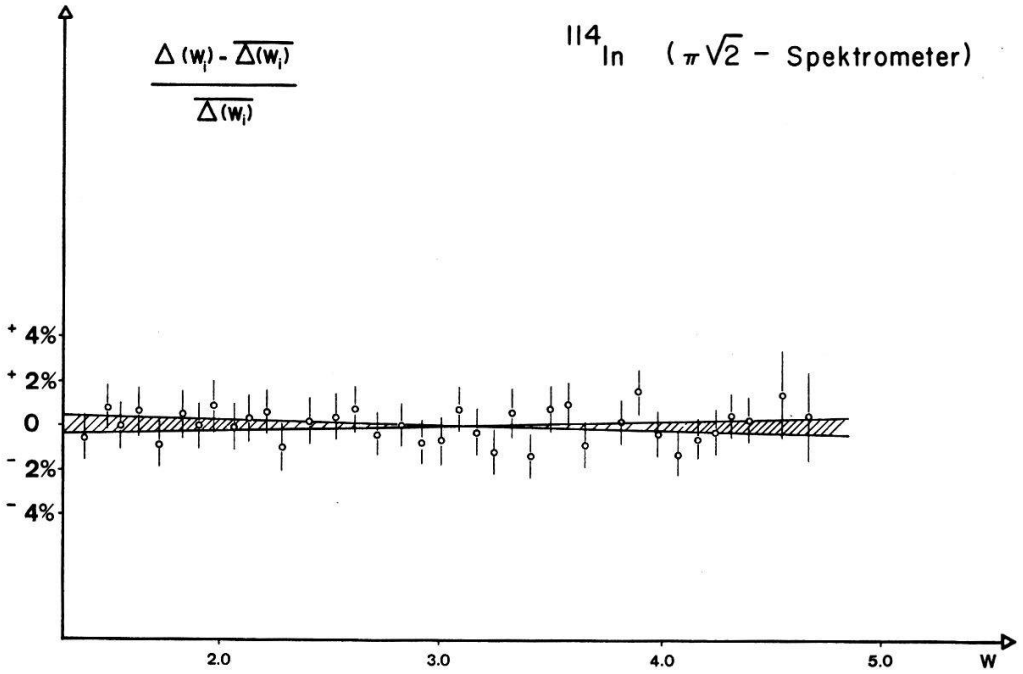
Die maximale Verzweigungskorrektur, die wir an den gemessenen Spektren angebracht haben, war 0,6% (bei 200 keV).

An allen gemessenen Spektren wurde die Auflösungskorrektur (siehe Anhang I) angebracht. Wenn sich die Messzeit für ein Spektrum über mehr als einige Stunden erstreckte, wurden die Messpunkte für die Halbwertszeit (49 d) korrigiert.



Figur 3

Abweichungen des gemessenen Formfaktors von seinem Mittelwert. Das eingezeichnete Geradenbüschel enthält die Gerade mit Steigungsmass $a = 0$. Die Einhüllende gibt den Fehler des berechneten Steigungsmasses an.

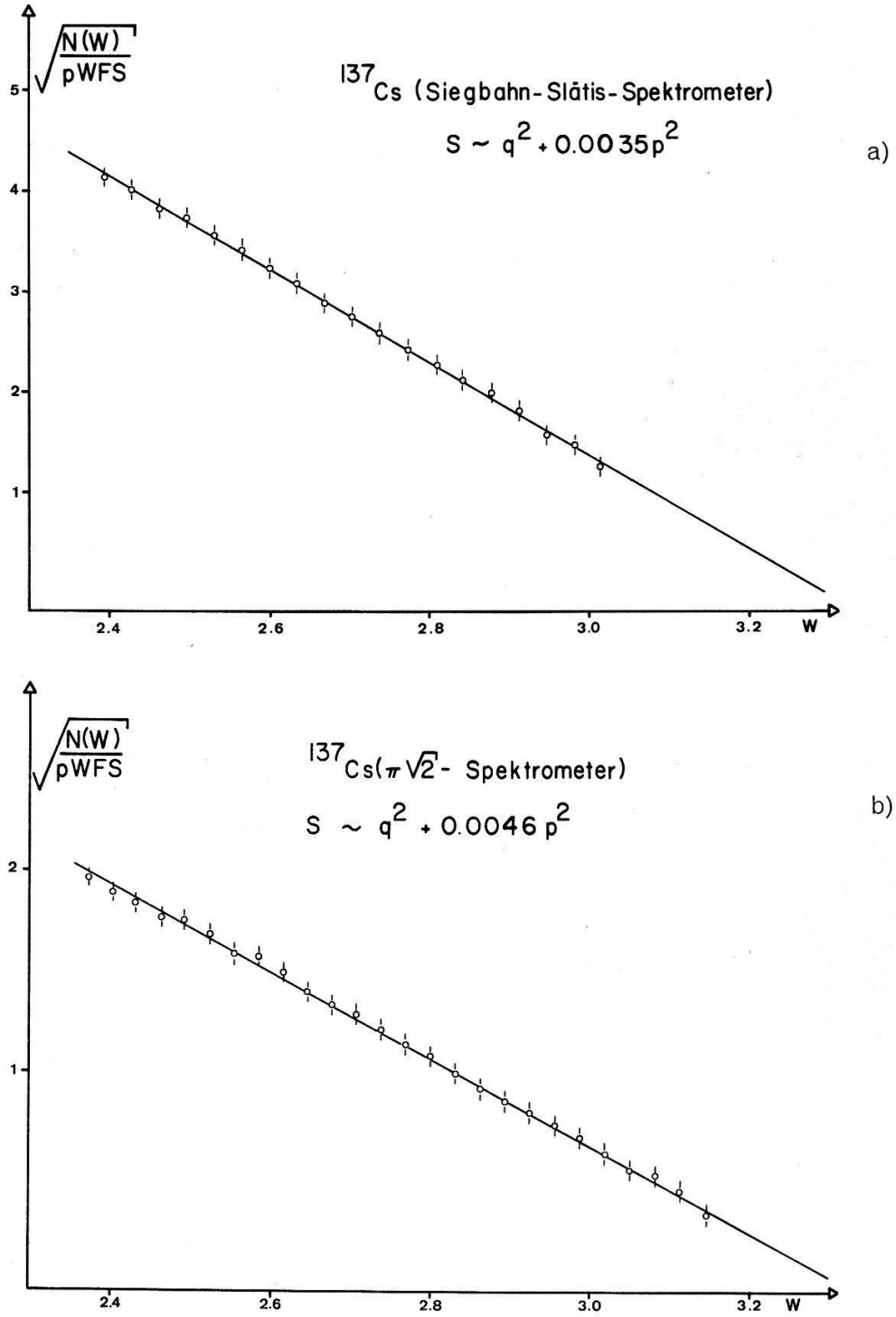


Figur 4

Mit dem Ausdruck $1 + 0.015$ W korrigierten Abweichungen des gemessenen Formfaktors von seinem Mittelwert. Das eingezeichnete Geradenbüschel enthält die Gerade mit Steigungsmass $a = 0$.

Für jeden Punkt der gemessenen Spektren $N(W)$ wurde der Ausdruck $\Delta(W) = N(W)/p\,W\,q^2\,F(Z, W)\,L_0$, der die Abweichung vom erwarteten Formfaktor gibt, berechnet und durch die Gerade $1 + a\,W$ mit der Methode der kleinsten Quadrate angepasst.

Bei den Messungen mit dem Siegbahn-Slätis-Spektrometer wurde bei geeigneter Blendeneinstellung, welche später auch für die Messungen des ^{137}Cs-Spektrums diente, keine systematischen Abweichungen vom erwarteten Spektrum festgestellt (Fig. 3).



Figur 5

Mit dem Formfaktor $S \propto q^2 + \lambda^2 p^2$ linearisierter Fermi-Kurie plot.
a) Messung: Siegbahn-Slätis-Spektrometer; b) Messung: $\pi\sqrt{2}$-Spektrometer.

Im $\pi\sqrt{2}$-Spektrometer ergaben die Messungen des ^{114}In-Spektrums eine leichte Abhängigkeit der Transmission von der Energie ($a = 0{,}015 \pm 0{,}008$). Die Energieabhängigkeit der Transmission findet ihren Grund in der Koinzidenzanordnung der Zählrohre. Energieärmere Elektronen werden am Eintrittsfenster stärker gestreut; somit wird bei kleineren Energien ein Defizit erwartet. Es ist auch zu bemerken, dass $\Delta(W)$ bei hoher Energie stark von W_0 abhängig ist. Anderseits hat die Transmissionskorrektur nur einen relativ kleinen Einfluss auf den uns interessierenden Parameter λ^2. Figur 4 zeigt die durch den Ausdruck $1 + 0{,}015$ W korrigierten Abweichungen vom erwarteten Formfaktor.

3.5. *Messung des ^{137}Cs-Spektrums*

Das zweifach paritätsverbotene ^{137}Cs-Spektrum wurde mit beiden Spektrometern und Quellen verschiedener Intensität gemessen.

Mit dem Siegbahn-Slätis-Spektrometer wurden fünf Messungen im Energiebereich zwischen 700 keV und 1040 keV durchgeführt. Für jede Energie wurden 3000–10000 Impulse registriert. Die Messdauer pro Punkt variierte zwischen einigen Minuten und ca. drei Stunden. In Figur 5a ist ein mit dem Formfaktor $S \propto q^2 + \lambda^2 p^2$ linearisierter «Fermi-Kurie plot» aufgezeichnet. Als Endenergie benutzten wir die von Daniel und Schmitt [5] und Hsue, Langer et al. [6] bestimmte Energie von 1176 keV.

Mit dem $\pi\sqrt{2}$-Spektrometer wurden sieben analoge Messungen im Energiebereich zwischen 690 keV und 1090 keV durchgeführt (Fig. 5b).

An den gemessenen Spektren beider Spektrometer wurde die Korrektur endlicher Auflösung (siehe Anhang I) angebracht.

4. Resultate und Diskussion

4.1. *Parameter λ^2*

Für jedes gemessene Spektrum $N(W)$ des zweifach paritätsverbotenen β-Übergangs von ^{137}Cs wurde der Ausdruck $N(W)/p\,W\,q^2\,F(Z, W)$, welcher den experimentellen Formfaktor wiedergibt, berechnet. Dieser gemessene Formfaktor wurde dann mit dem approximativen Formfaktor $S \propto q^2 + \lambda^2 p^2$ mit der Methode der kleinsten Quadrate angeglichen, wobei λ^2 als freier Parameter behandelt wurde (einparametrige Anpassung) (Fig. 7).

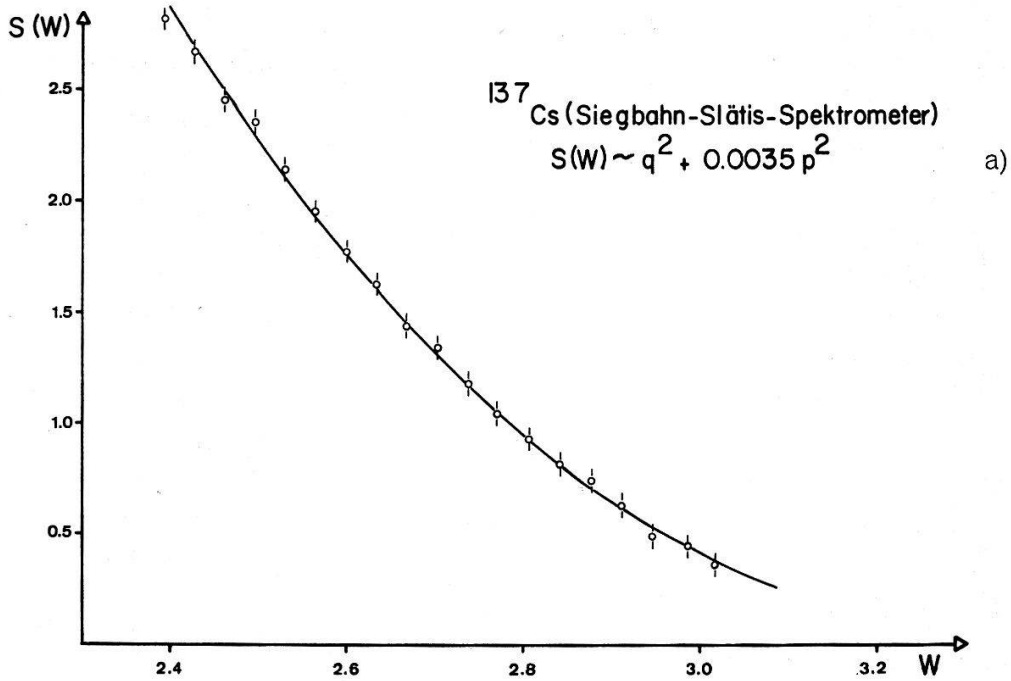
Wenn wir an den gemessenen Spektren die Auflösungskorrektur (siehe Anhang I), in welcher wir $\lambda^2 = 0{,}000$ setzen, anbringen, erhalten wir aus den Messungen für λ^2 die Mittelwerte:

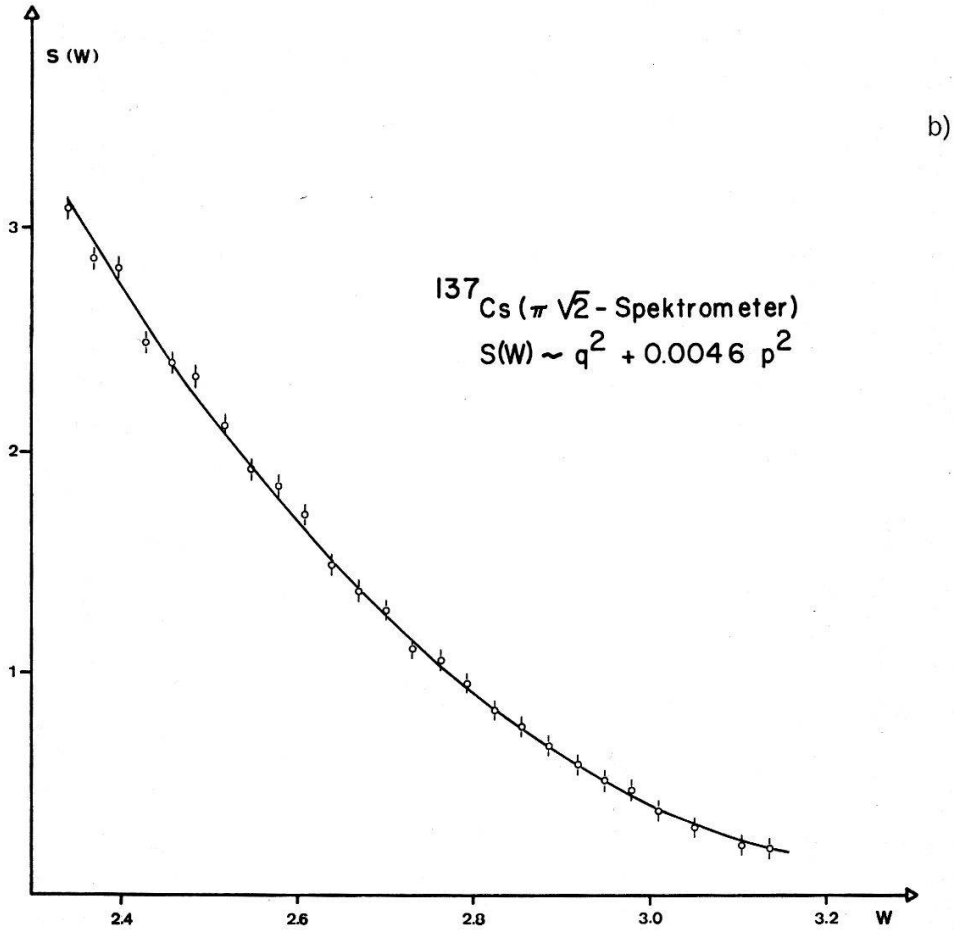
Siegbahn-Slätis-Spektrometer	$\lambda^2 = (33 \pm 6) \times 10^{-4}$
$\pi\sqrt{2}$-Spektrometer	$\lambda^2 = (44 \pm 6) \times 10^{-4}$

Der angegebene Fehler ergibt sich aus der Streuung des Mittelwertes der einzelnen Messungen.

Wenn wir an den gemessenen Spektren die Auflösungskorrektur mit $\lambda^2 = 0{,}004$ anbringen und die mit dem $\pi\sqrt{2}$-Spektrometer gemessenen Spektren für die energieabhängige Transmission korrigieren, erhalten wir:

Siegbahn-Slätis-Spektrometer	$\lambda^2 = (34 \pm 6) \times 10^{-4}$
$\pi\sqrt{2}$-Spektrometer	$\lambda^2 = (42 \pm 6) \times 10^{-4}$





Figur 7

Beispiele von Messungen des Formfaktors. Die ausgezogene Kurve entspricht dem Formfaktor $S \propto q^2 + \lambda^2 p^2$ und wurde mit der Methode der kleinsten Quadrate den experimentellen Daten angepasst.

a) Messung: Siegbahn-Slätis-Spektrometer; b) Messung: $\pi\sqrt{2}$-Spektrometer.

Die für den Parameter λ^2 erhaltenen Werte stimmen mit denen von YAMAZAKI et al. [4] und HSUE, LANGER et al. [6], nicht aber mit dem von DANIEL und SCHMITT [5] überein.

Tabelle I

Zusammenstellung der für λ^2 erhaltenen Werte

	LANGER und MOFFAT [3]	$\lambda^2 = (\ 85\ \ \ ) \times 10^{-4}$
	YAMAZAKI et al. [4]	$\lambda^2 = (\ 30\ \ \ ) \times 10^{-4}$
	DANIEL und SCHMITT [5]	$\lambda^2 = (150 \pm 40) \times 10^{-4}$
	HSUE, LANGER et al. [6]	$\lambda^2 = (\ 40 \pm 20) \times 10^{-4}$
unsere Messungen	Siegbahn-Slätis-Spektrometer	$\lambda^2 = (\ 34 \pm\ 6) \times 10^{-4}$
	$\pi\sqrt{2}$-Spektrometer	$\lambda^2 = (\ 42 \pm\ 6) \times 10^{-4}$

Wird im letzteren Fall der gemessene Formfaktor durch die Formel $S \propto q^2 L_0 + 9\,\lambda^2 L_1$ angepasst, erhalten wir:

Siegbahn-Slätis-Spektrometer	$\lambda^2 = (32 \pm 6) \times 10^{-4}$
$\pi\sqrt{2}$-Spektrometer	$\lambda^2 = (40 \pm 6) \times 10^{-4}$

Der Unterschied in λ^2 bei der Anpassung mit $S \propto q^2 L_0 + 9\,\lambda^2 L_1$ ist gegenüber der Anpassung mit $S \propto q^2 + \lambda^2 p^2$ nicht signifikant.

4.2. *Kernmatrixelemente*

Die Theorie des erhaltenen Vektorstroms (CVC) liefert uns den Wert des Verhältnisses der Kernmatrixelemente $\int i\,A_{ij}$ und $\int R_{ij}$ unabhängig vom Kernpotential ((3) und (5)). Für ^{137}Cs ist $\Lambda_{\mathrm{CVC}}\,\xi = 31.2$.

Mit Hilfe dieses Wertes und dem experimentell bestimmten Parameter λ^2 können wir den Wert des Ausdrucks $y\,\Lambda_1$ berechnen. Da wir nicht sicher sind, ob die Renormalisierung der Axialvektorwechselwirkung nicht doch etwas vom Kern abhängt, behalten wir bei der Diskussion das Produkt $y\,\Lambda_1$ bei.

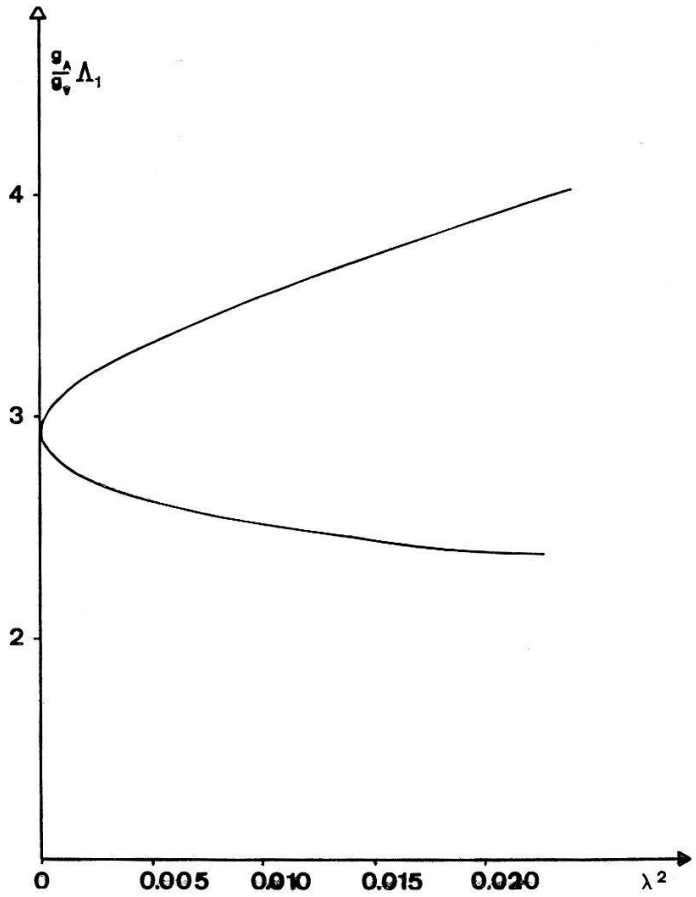
Wie aus (8) ersichtlich ist, nimmt der Ausdruck $y\,\Lambda_1$ für ein gegebenes λ^2 zwei verschiedene Werte an (Fig. 8).

Siegbahn-Slätis-Spektrometer	$\lambda^2 = (34 \pm 6) \times 10^{-4}$	$y\,\Lambda_1 = \begin{cases} 2.72 \pm 0.02 \\ 3.30 \pm 0.04 \end{cases}$
$\pi\sqrt{2}$-Spektrometer	$\lambda^2 = (42 \pm 6) \times 10^{-4}$	$y\,\Lambda_1 = \begin{cases} 2.69 \pm 0.02 \\ 3.36 \pm 0.04 \end{cases}$

Im Fehler von $y\,\Lambda_1$ ist nur der Fehler von λ^2 berücksichtigt.

Der theoretische Formfaktor (6) (sowie (2)) ist quadratisch in $y\,\Lambda_1$ und $\Lambda\,\xi$. Es ist daher zu erwarten, dass wir bei der Angleichung des gemessenen Formfaktors des β-Spektrums mit dem theoretischen Formfaktor (6) und unter Berücksichtigung der Hypothese des erhaltenen Vektorstroms zwei Werte für den Ausdruck $y\,\Lambda_1$ erhalten.

Mit Hilfe der χ^2-Analyse wurde in der $(y\,\Lambda_1, \Lambda\,\xi)$-Ebene das Gebiet mit 90-prozentiger Vertrauensgrenze bestimmt, in welchem wir den theoretischen Formfaktor (Formel (6)) und den gemessenen Formfaktor als kompatibel betrachten dürfen (Fig. 9).



Figur 8

Graphische Darstellung von $y\,\Lambda_1$ in Funktion von λ^2 (Gleichung (8)) mit $\Lambda_{\mathrm{CVC}}\,\xi = 31.2$.

Wenn wir in diesen Figuren die CVC-Theorie berücksichtigen, erhalten wir für den Ausdruck $y\,\Lambda_1$

$$2{,}6 < y\,\Lambda_1 < 2{,}8$$

$$2{,}9 < y\,\Lambda_1 < 3{,}3$$

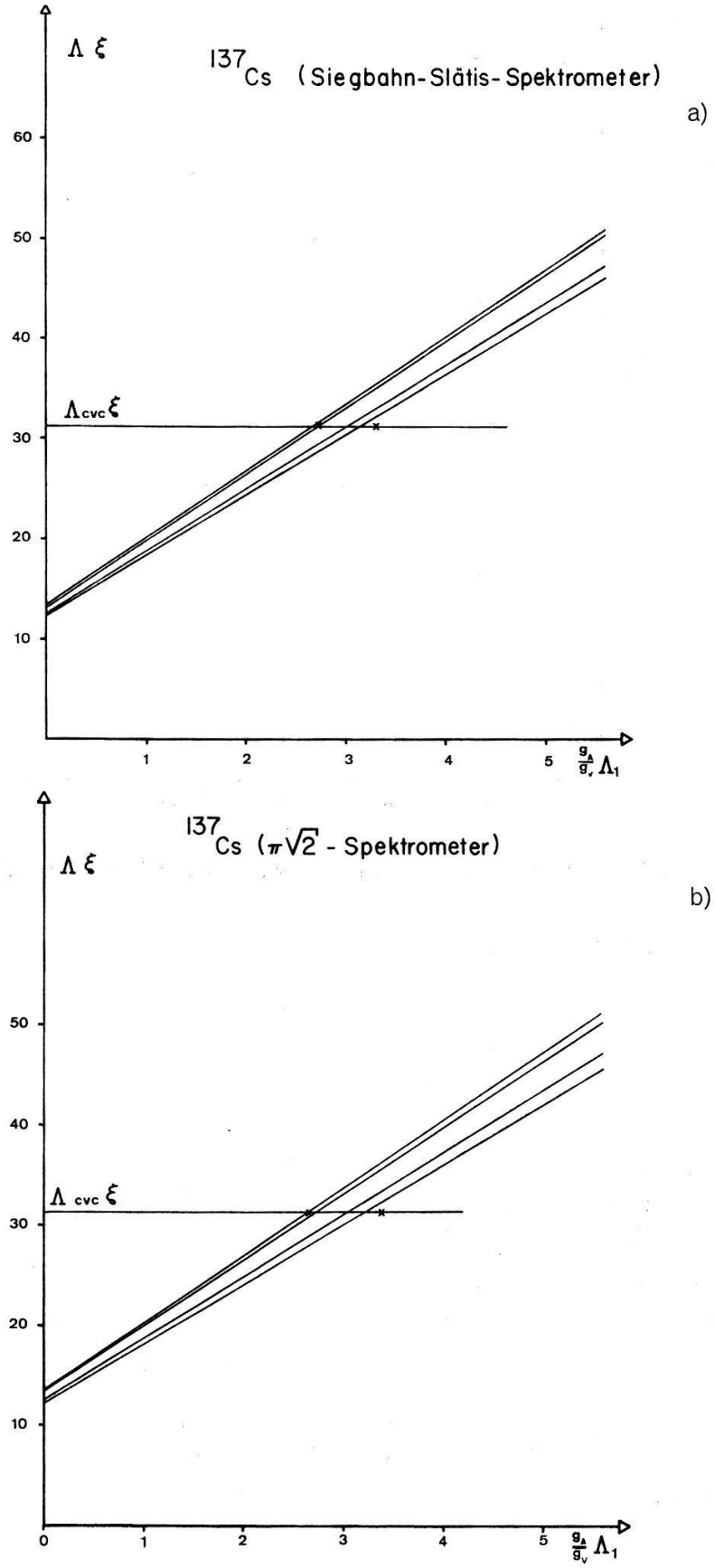
Rose und Osborn geben in ihrer Arbeit [22] unter Berücksichtigung des Schalenmodells explizite Formeln für die Berechnung der Kernmatrixelemente an. Für den zweifach paritätsverbotenen β-Übergang von ^{137}Cs berechnen wir das Verhältnis Λ_1 zu $\Lambda_1 = 2$. Wenn wir annehmen, dass das Verhältnis $y = g_A/g_V$ für ^{137}Cs den gleichen Wert annimmt wie beim Neutron ($y = 1{,}2$), so bekommen wir aus unseren Messungen:

$$2{,}15 < \Lambda_1 < 2{,}35\,, \qquad 2{,}40 < \Lambda_1 < 2{,}80\,.$$

Beide Werte für Λ_1 liegen nahe am Wert 2, der durch das Schalenmodell gegeben wird. Aus der Messung des β-Spektrums allein ist es uns nicht möglich, zwischen diesen beiden Werten zu wählen. Die Messung der Elektronenpolarisation dürfte eine Entscheidung bringen.

Die Rechnungen wurden auf der UNIVAC-III-Rechenanlage der Universität Freiburg ausgeführt.

Die vorliegende Arbeit wurde vom Schweiz. Nationalfonds zur Förderung der wissenschaftlichen Forschung finanziell unterstützt.



Figur 9

χ^2-Analyse eines gemessenen Formfaktors mit dem theoretischen Formfaktor (6). Die eingezeichneten Kurven entsprechen der 90%igen Vertrauensgrenze. Für $\Lambda_{CVC}\,\xi = 31.2$ sind die Wertepaare für $y\,\Lambda_1$ eingezeichnet: a) mit $\lambda^2 = 34 \times 10^{-4}$ (Siegbahn-Slätis-Spektrometer), b) mit $\lambda^2 = 42 \times 10^{-4}$ ($\pi\sqrt{2}$-Spektrometer).

Anhang I

Korrektur endlicher Auflösung

PAUL [23] hat diese Korrektur für ein ideales magnetisches Beta-Spektrometer berechnet. Unter der Annahme, dass die gemessenen Konversionslinien Gaußsche Kurven sind, wird die Funktion C, mit welcher das gemessene Spektrum korrigiert werden muss, gegeben durch die Beziehung

$$\frac{1}{C} - 1 = \frac{R^2}{4 \ln 2} \left[1 + \frac{3}{2} \frac{p\, N'}{N} + \frac{1}{4} \frac{p^2\, N''}{N}\right] + \ldots$$

wo R die Auflösung, p der Impuls des Elektrons, N die Form des gemessenen Spektrums und N' und N'' die erste, bzw. die zweite Ableitung sind.

Ein β-Spektrum wird gegeben durch

$$N(p) = p^2\, q^2\, F(Z, p)\, S$$

wo q der Impuls des Neutrinos, F die Fermi-Funktion und S der Formfaktor des Übergangs ist.

Für einen erlaubten Übergang können wir für die Berechnung der Auflösungskorrektur $S = 1$ setzen.

Dann ist

$$\frac{p\, N'}{N} = 2\left(1 - \frac{p^2}{q\, W}\right) + \frac{p\, F'}{F}$$

$$\frac{p^2\, N''}{N} = 2\left[1 + \left(\frac{p^2}{q\, W}\right)^2 - \frac{p^2}{q\, W}\left(4 + \frac{1}{W^2}\right) + \frac{2\, p\, F'}{F}\left(1 - \frac{p^2}{q\, W}\right)\right] + \frac{p^2\, F''}{F} \text{ [1]}$$

wo W die Energie des Elektrons, F' und F'' die erste, bzw. die zweite Ableitung der Fermifunktion sind.

Für einen zweifach paritätsverbotenen Übergang ist der Formfaktor S in der ξ-Approximation mit $\alpha Z \ll 1$ gegeben durch

$$S \propto q^2 + \lambda^2 p^2 .$$

Somit sind

$$\frac{p\, N'}{N} = \frac{2}{q^2 + \lambda^2 p^2}\left[q^2 + \lambda^2 p^2 - \frac{p^2}{q\, W}\left(2\, q^2 + \lambda^2 p^2\right)\right] + \frac{p\, F'}{F}$$

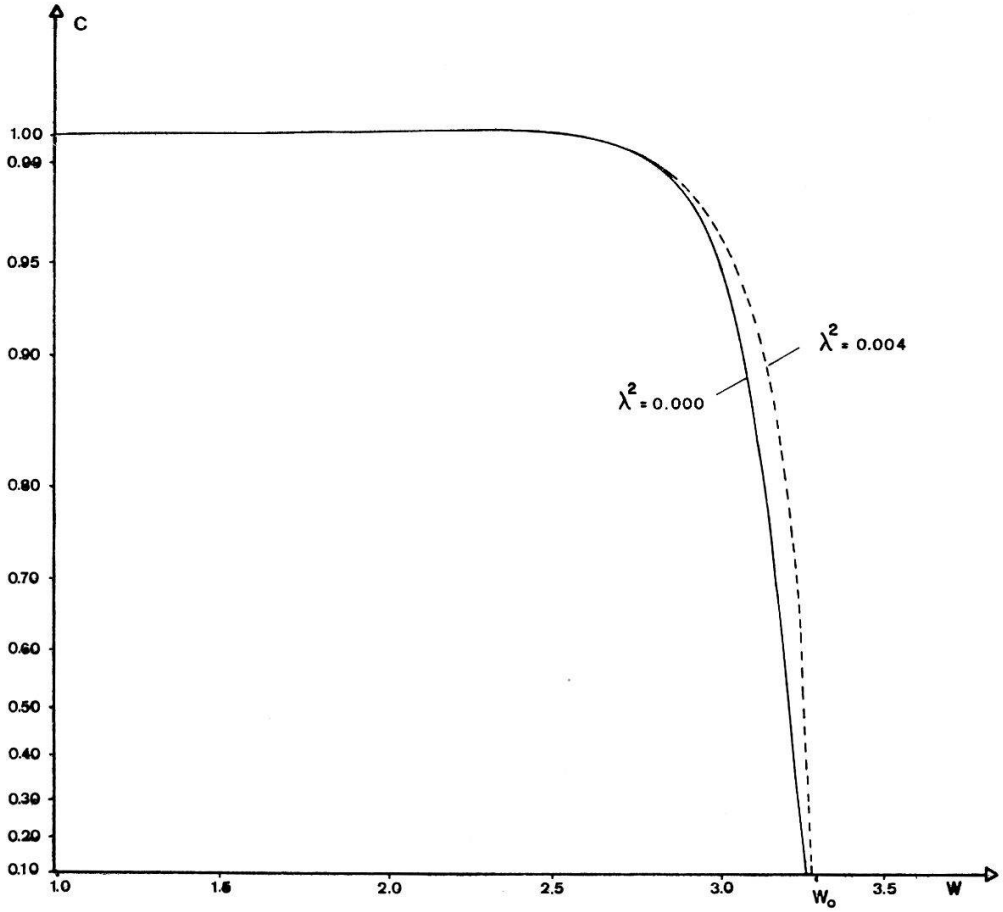
$$\begin{aligned}\frac{p^2\, N''}{N} = \frac{2}{q^2 + \lambda^2 p^2}\Bigg[&q^2 + 6\, \lambda^2 p^2 + \left(\frac{p^2}{q\, W}\right)^2 (6\, q^2 + \lambda^2 p^2) \\ &- \frac{p^2}{q\, W}(10\, q^2 + 9\, \lambda^2 p^2) + \frac{p^4}{q\, W^3}(2\, q^2 + \lambda^2 p^2) \\ &+ \frac{2\, p\, F'}{F}(q^2 + 2\, \lambda^2 p^2) - \frac{2\, p^3}{q\, W}\frac{F'}{F}(2\, q^2 + \lambda^2 p^2)\Bigg] + \frac{p^2\, F''}{F} .\end{aligned}$$

Für eine Auflösung von 0,6% und einer Energie von $W = 3{,}14$ (letzter Punkt des gemessenen Spektrums bei dieser Auflösung) ist der Korrekturfaktor $C = 0{,}991$ für $\lambda^2 = 0{,}000$ und $C = 0{,}996$ für $\lambda^2 = 0{,}004$.

---

[1]) In [23] ist in der Gleichung (36) ein Druckfehler, der hier korrigiert ist.

Für eine Auflösung von 3% und einer Energie von $W = 3{,}03$ (letzter Punkt des gemessenen Spektrums bei dieser Auflösung) ist der Korrekturfaktor $C = 0{,}927$ mit $\lambda^2 = 0{,}000$ und $C = 0{,}945$ mit $\lambda^2 = 0{,}004$ (Fig. 10).



Figur 10

Korrekturfaktor C in Funktion der Energie W für das zweifach paritätsverbotene Spektrum von ^{137}Cs für eine Auflösung von 3%.

Wir stellen fest, dass für eine Auflösung von 0,6% der Unterschied im gemessenen Parameter λ^2 kleiner ist als 0,1%, ob die Korrektur mit $\lambda^2 = 0{,}000$ oder mit $\lambda^2 = 0{,}004$ angebracht wird. Wenn an dem bei 3% Auflösung gemessenen Spektrum die Auflösungskorrektur mit $\lambda^2 = 0{,}004$ angebracht wird, ergibt sich für den aus dem Spektrum bestimmten Parameter λ^2 ein Wert, der etwa 3% höher liegt, als wenn für die Korrektur $\lambda^2 = 0{,}000$ eingesetzt wird.

Anhang II

Vergleich mit der Arbeit von LIPNIK *und* SUNIER [2]

LIPNIK und SUNIER haben die Verhältnisse der Kernmatrixelemente des Formfaktors (2) für ^{137}Cs aus experimentellen Daten mit der χ^2-Methode analysiert (Fig. 6 der Ref. [2]). Die Autoren bemerken, dass das mit dem experimentellen Formfaktor kompatible Gebiet ($\Lambda\ \xi$, Λ_1) nicht signifikant vom Matrixelement des Tensors dritter Stufe abhängt.

Wir haben dieses Gebiet ebenfalls mit dem Formfaktor (2) untersucht[2]), wobei wir das Matrixelement des Tensors dritter Stufe gleich null gesetzt haben (Fig. 11).

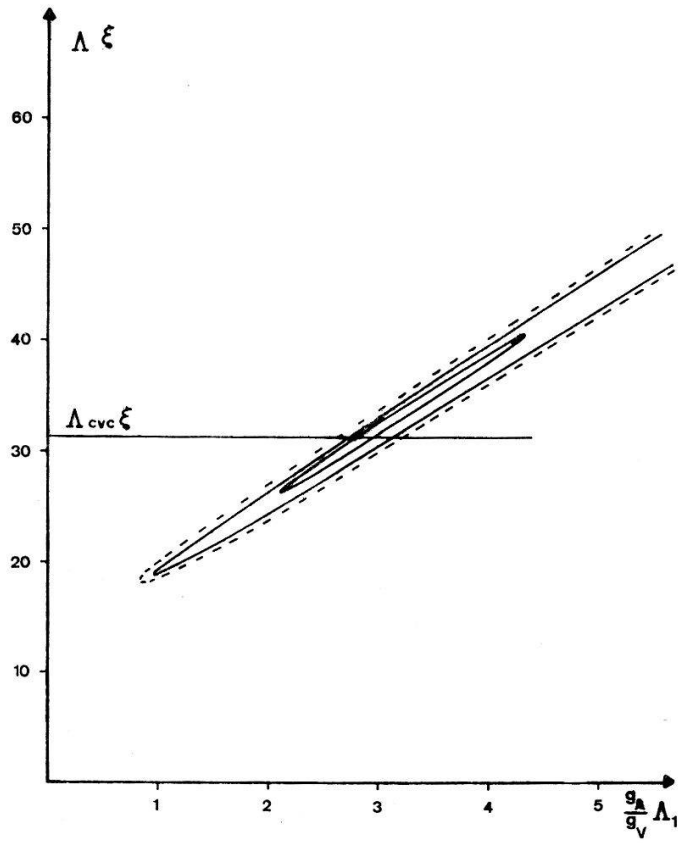
Wenn wir auch hier das CVC-Theorem berücksichtigen, erhalten wir für $y\,\Lambda_1$ das Intervall

$$2{,}6 < y\,\Lambda_1 < 3{,}2\,.$$

Das entsprechende Intervall für $y\,\Lambda_1$ in der Arbeit von Lipnik und Sunier ist

$$3{,}0 < y\,\Lambda_1 < 4{,}0$$

wo wir $y = 1{,}2$ gesetzt haben.



Figur 11

χ^2-Analyse eines gemessenen Formfaktors mit dem theoretischen Formfaktor (2). Die gestrichelte Kurve (– – –) entspricht der 90%igen Vertrauensgrenze, die ausgezogenen (——) der 70%igen Vertrauensgrenze.

Literaturverzeichnis

[1] H. Paul, Nuclear Data *A 2*, 281 (1967).
[2] P. Lipnik und J. W. Sunier, Phys. Rev. *145*, 746 (1966).
[3] L. M. Langer und R. D. Moffat, Phys. Rev. *82*, 635 (1951).
[4] T. Yamazaki, H. Ikegami und M. Sakai, J. Phys. Soc. Japan *13*, 1080 (1958).

[2]) P. Lipnik verdanken wir die Berechnung der radialen Wellenfunktionen f_3 und g_{-3}.

[5] H. Daniel und H. Schmitt, Z. Physik *168*, 292 (1964).
[6] S. T. Hsue, L. M. Langer und S. M. Tang, Nucl. Phys. *86*, 47 (1966).
[7] M. A. Preston, *Physics of the Nucleus* (Addison-Wesley Publ. Comp., Inc., Reading 1963).
[8] C. P. Bhalla und M. E. Rose, ORNL-Report 3207 (1962).
[9] R. P. Feynman und M. Gell-Mann, Phys. Rev. *109*, 193 (1958).
[10] J.-I. Fujita, Progr. Theor. Phys. *28*, 338 (1962).
[11] E. J. Konopinski, *The Theory of Beta Radioactivity* (Oxford Press, London 1966).
[12] T. Y. Chen, O. Huber, J. Kern, L. Schellenberg, B. Walthard und H. Wild, Nucl. Instr. Meth. *29*, 181 (1964).
[13] J. Kern, Nucl. Instr. Meth. *13*, 50 (1961).
[14] H. Slätis und K. Siegbahn, Arkiv Fys. *1*, 339 (1949).
[15] L. Wegstedt, Science tools *4*, 20 (1957).
[16] H. Paul, Nucl. Instr. Meth. *37*, 109 (1965).
[17] D. Semrad, Acta Phys. Austr. *XXIII*, 209 (1966).
[18] S. André und P. Depommier, J. Phys. *25*, 673 (1964).
[19] H. Daniel, G. Th. Kaschl, H. Schmitt und K. Springer, Phys. Rev. *136*, B1240 (1964).
[20] Nuclear Data Sheets, National Academy of Science – National Research Council, Wahington D.C.
[21] E. Feenberg und G. Trigg, Revs. Mod. Phys. *22*, 399 (1950).
[22] M. E. Rose und R. K. Osborn, Phys. Rev. *93*, 1326 (1954).
[23] H. Paul, Nucl. Instr. Meth. *31*, 307 (1964).