

**Zeitschrift:** Helvetica Physica Acta

**Band:** 41 (1968)

**Heft:** 6-7

**Artikel:** Über elektromagnetische Wellen in metallischen Elektronenplasmen

**Autor:** Sauter, F. / Forstmann, F. / Sturm, K.

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-113982>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 31.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## Über elektromagnetische Wellen in metallischen Elektronenplasmen

von F. Sauter, F. Forstmann und K. Sturm

Institut für Theoretische Physik der Universität Köln

(7. IV. 68)

*Inhalt.* Nach einer allgemeinen Darlegung des Verhaltens von Elektronenplasmen an Metalloberflächen werden speziell für den Fall einer ebenen Metallschicht das Reflexionsvermögen und die Durchlässigkeit von Lichtwellen sowie das Dispersionsverhalten von Oberflächenwellen angegeben.

In drei zusammenhängenden Arbeiten [1–3] hatten sich die Verfasser mit den elektromagnetischen Wellen in metallischen Elektronenplasmen beschäftigt und dabei im besonderen ihr Verhalten in einem eben begrenzten Halbraum untersucht. Im folgenden werden entsprechende Ergebnisse für den Fall einer ebenen Metallplatte mitgeteilt. Gleichzeitig sollen aber noch einmal diejenigen Punkte hervorgehoben werden, durch die sich diese Überlegungen und Rechnungen wesentlich von denen anderer Autoren über den gleichen Fragenkomplex unterscheiden.

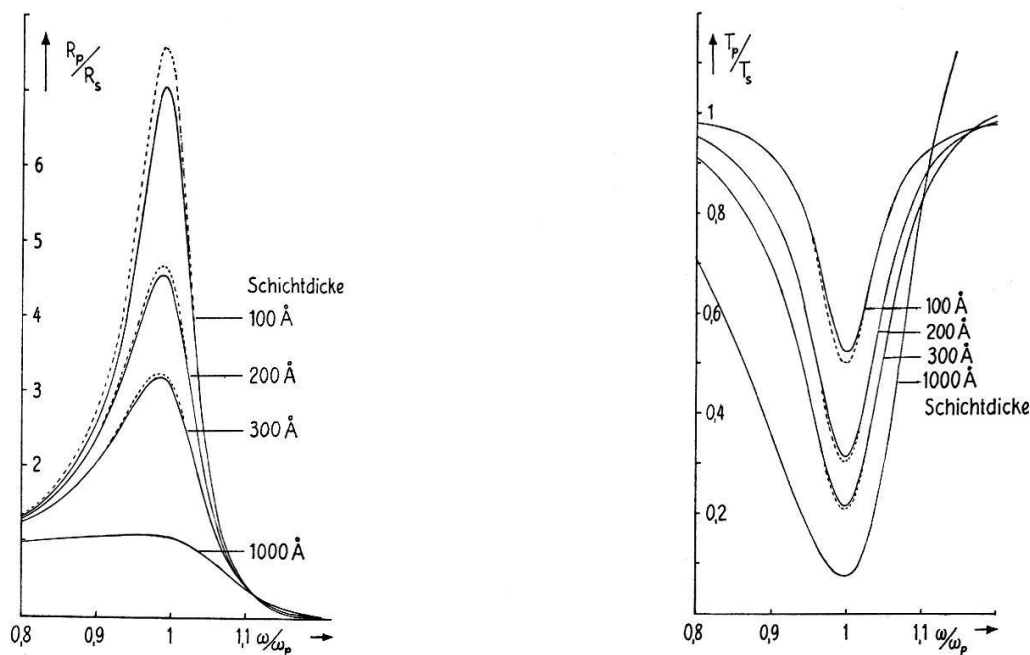
Der erste Hauptpunkt betrifft die Frage der zu verwendenden Randbedingungen [4]. Im Fall der Reflexion einer ebenen linear polarisierten Lichtwelle an der ebenen Grenzfläche eines *Isolators* kommt man mit den vier Stetigkeitsforderungen der Maxwellschen Theorie ( $E_{tang}$ ,  $H_{tang}$ ,  $D_{norm}$  und  $B_{norm}$  stetig) eindeutig zu den beiden Fresnelschen Reflexionsformeln für die beiden Polarisationszustände der Primärwelle. Anders im Fall der Lichtreflexion an einer ebenen *Metallfläche*, bei der man von vornherein mit der Möglichkeit des Auftretens von Oberflächenladungen und -strömen zu rechnen hat. Dann sind zunächst nur  $E_{tang}$  und  $B_{norm}$  als stetig anzusehen, während eine Oberflächenladung Sprünge von  $D_{norm}$  und  $g_{norm}$  (mit  $g$  = Raumstromdichte) und ein Oberflächenstrom einen Sprung von  $H_{tang}$  zur Folge hat. Und über die Grösse dieser Sprünge sowie über eine allenfalls noch mögliche Oberflächenleitfähigkeit kann man ohne konkrete modellmässige Vorstellungen nichts aussagen.

Am einfachsten erscheint die Annahme (Verfahren A), dass es keine wirklichen Oberflächenladungen und -ströme gibt, sondern nur räumliche Ladungs- und Stromdichten, ableitbar etwa aus einer Verteilungsfunktion für die Leitungselektronen, die man als Lösung der Boltzmann-Transportgleichung mit einer speziellen Randbedingung erhält [2, 5, 6]. Dann folgt aus der Kontinuitätsgleichung die Stetigkeit von  $g_{norm}$  am Rand, also ohne Elektronenaustritt speziell  $g_{norm} = 0$ , welche Bedingung zu den vier oben bereits angegebenen Randbedingungen hinzutritt. Damit ergeben sich nach I für den Fall einer schräg auf die Metalloberfläche auftreffenden ebenen Lichtwelle neben der reflektierten Welle (ausser einer in II beschriebenen Randstörung der Elektronenverteilung im Metall) eine oder zwei in das Material hineinlaufende Wellen, je nachdem die Primärwelle senkrecht zur Einfallsebene

polarisiert ist oder in dieser Ebene schwingt. In letzterem Fall ist die zweite hineinlaufende Welle rein longitudinal polarisiert und stellt eine magnetfeldfreie Plasma- welle dar.

In den Lehrbüchern der Metalloptik findet man ein anderes Vorgehen [7, 8] (Verfahren B). Hier werden im Oerstedschen Gesetz die Beiträge der wahren Strom- dichte  $\mathbf{g}$  und der Verschiebungsstromdichte  $\dot{\mathbf{D}}$  durch Einführung einer effektiven Dielektrizitätskonstante  $\epsilon_{eff} = \epsilon - 4\pi i\sigma/\omega$  (beim Zeitansatz  $e^{-i\omega t}$  für die Wellen- funktionen) anstelle der gewöhnlichen Dielektrizitätskonstante  $\epsilon$  zusammengefasst, mit  $\text{div}(\epsilon_{eff} \mathbf{E}) = 0$ , so dass für ein skalar  $\epsilon_{eff}$  im Metall keine Raumladungsdichten und damit auch keine Plasmawellen möglich sind<sup>1)</sup>. Ferner wird dann am Rand die Stetigkeit der vier Komponenten  $E_{tang}$ ,  $H_{tang}$ ,  $B_{norm}$  und  $\epsilon_{eff} E_{norm}$  gefordert, letzteres anstatt der von  $\epsilon E_{norm} = D_{norm}$ . Damit kommt man zwar zu den bekannten, auf die Metalloptik angewandten Fresnelschen Formeln. Doch bedeuten diese ver- änderten Randbedingungen wegen der dann möglichen Unstetigkeit von  $D_{norm}$  und von  $g_{norm}$  die Existenz von Oberflächenladungen, während wegen der geforderten Stetigkeit von  $H_{tang}$  keine Oberflächenströme vorkommen sollen. Und diese Ober- flächenladungen erscheinen dann gerade so festgelegt, dass durch sie keine Plasma- welle im Metall angeregt werden kann.

Zur Demonstrierung des Unterschiedes in den Ergebnissen beim Rechnen mit dem bisherigen Verfahren B und dem neuen Verfahren A sind in Figur 1 für eine



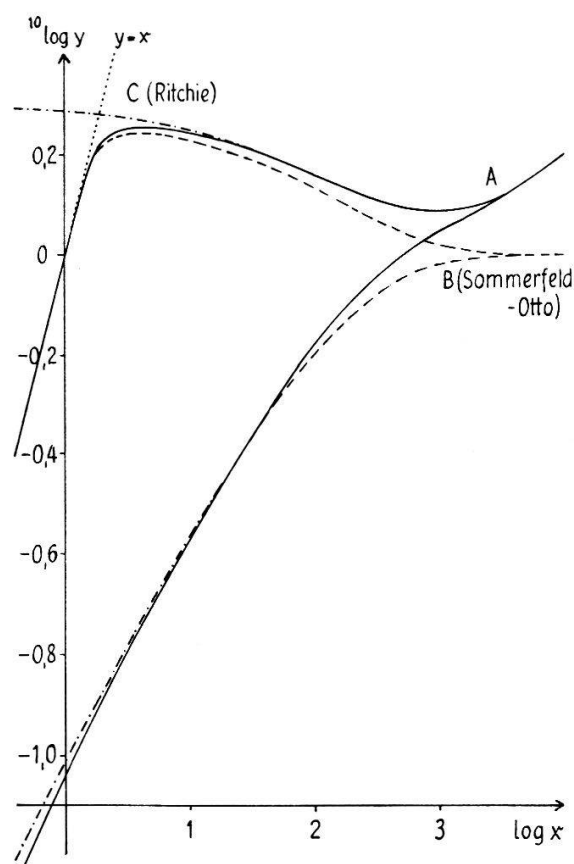
Figur 1

a) Das Verhältnis  $R_p/R_s$  des Reflexions- Koeffizienten für  $p$ - bzw.  $s$ -Polarisation in Abhängigkeit von Frequenz und Schicht- dicke. Einfallswinkel  $30^\circ$ , punktierte Kurven ohne Berücksichtigung von Plasmawellen.

b) Das Verhältnis  $T_p/T_s$  des Transmissions- Koeffizienten für  $p$ - bzw.  $s$ -Polarisation in Abhängigkeit von Frequenz und Schicht- dicke. Einfallswinkel  $30^\circ$ , punktierte Kurven ohne Berücksichtigung von Plasmawellen.

<sup>1)</sup> Man beachte aber, dass bei der Ausbreitung ebener elektromagnetischer Wellen auch in iso- tropen Metallen die Leitfähigkeit  $\sigma$  und damit auch  $\epsilon_{eff}$  Tensoren sind mit einem um die Aus- breitungsrichtung rotationssymmetrischen Tensorellipsoid [4].

ebene, linear polarisierte Lichtwelle die Frequenzabhängigkeit des Reflexionsvermögens und der Durchlässigkeit, genauer gesagt die Werte für die  $p$ -Polarisation, dividiert durch die nahezu konstanten Werte für die  $s$ -Polarisation, von Metallschichten verschiedener Dicke angegeben. Als Parameter wurden Werte für Kalium [9] verwendet. Ein Vergleich der Ergebnisse zeigt, dass die Berücksichtigung der Plasmawellen wenig gegenüber den Fresnelschen Formeln ändert. Dies liegt nicht daran, dass die Feldstärke in der Plasmawelle relativ gering ist, sondern daran, dass die Energiestromdichte in der Longitudinalwelle etwa um den Faktor  $\omega^2 v_F / \omega_p^2 c$  kleiner ist als in der Transversalwelle ( $v_F$  = Fermigrenzgeschwindigkeit). Nur bei sehr dünnen Schichten findet man in der Nähe der Plasmafrequenz  $\omega_p$  eine merkliche Verminderung der Reflexion und eine Zunahme der Transmission infolge des zusätzlichen Energietransportes durch die Plasmawelle.



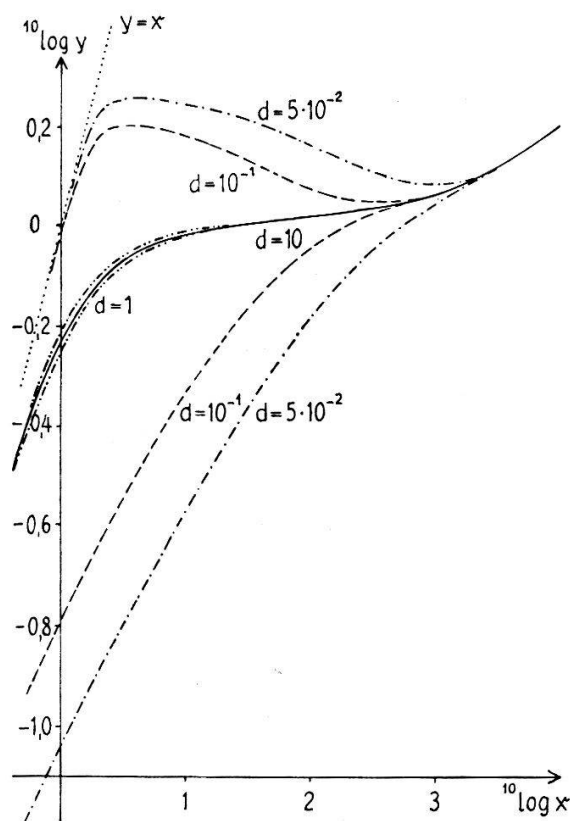
Figur 2

$\omega \equiv \omega(k_{||})$  für eine bestimmte Schichtdicke  $a$  in reduzierten Einheiten:  $d = a\omega_p/2\sqrt{2}c = 5 \cdot 10^{-2}$ ,  
 $x = 2k_{||}^2 c^2 / \omega_p^2$ ,  $y = 2\omega^2 / \omega_p^2$ .

Die Unterschiede der Verfahren A und B zeigen sich auch bei der Ableitung der Dispersionsformeln der elektromagnetischen Oberflächenwellen, genauer gesagt der Abhängigkeit ihrer Frequenz von ihrem Ausbreitungsvektor  $k_{||}$  längs der Oberfläche. Hier gibt es ausser den beiden genannten Verfahren noch eine Ableitung (Verfahren C) von RITCHIE [10] bzw. von WAGNER [11], die man als elektrostatische Näherung bezeichnen kann, indem  $c \rightarrow \infty$  gesetzt und somit kein Magnetfeld, also auch keine Retardierung berücksichtigt wird. Die für den Fall eines metallischen Halbraums nach C gefundenen Dispersionsformeln stimmen, wie in III gezeigt

wurde, für grosse  $k_{||}$ -Werte (d. h. für  $k_{||} c \gg \omega$ ) gut mit den aus A folgenden überein, während sie für kleine  $k_{||}$ -Werte versagen, wo sie zum Wert  $\omega = \omega_p/\sqrt{2}$  führen. Für solche kleinen  $k_{||}$ -Werte geben die Verfahren A und B, letzteres nach SOMMERFELD [7], praktisch das gleiche Resultat.

Ähnliches zeigt sich auch bei der Berechnung der Oberflächenwellen in einer Metallschicht. Figur 2 gibt (ausgezogen) den nach A berechneten Dispersionsgang der Oberflächenwellen im Vergleich mit den beiden anderen Verfahren. Dabei entspricht jeweils der untere Kurvenast der zur Mittelebene symmetrischen Schwingung des Elektronenplasmas und der obere Kurvenast der unsymmetrischen. Auch hier besteht für kleine  $k_{||}$ -Werte eine fast vollständige Übereinstimmung mit den diesbezüglichen, nach B berechneten Ergebnissen von OTTO [12], während sich der Kurvenverlauf für grosse  $k_{||}$ -Werte praktisch mit den von RITCHIE [10] nach C berechneten deckt. Schliesslich zeigt Figur 3 den Dispersionsgang nach A für verschiedene Schichtdicken.



Figur 3

$\omega \equiv \omega(k_{||})$  für verschiedene Schichtdicken in reduzierten Einheiten:  $d = a\omega_p/2\sqrt{2}c$ ,  $x = 2k_{||}^2 c^2/\omega_p^2$ ,  
 $y = 2\omega^2/\omega_p^2$ .

Alle drei genannten Verfahren gelten freilich nur für mittlere Frequenz- bzw.  $k_{||}$ -Werte. Für  $k_{||}$  existiert eine obere Gültigkeitsgrenze, gegeben durch den Fall, dass die Wellenlänge in den Bereich der Gitterkonstante bzw. in die Grössenordnung der Debyeschen Abschirmlänge kommt. Auf der anderen Seite verlieren die Verfahren ihre Gültigkeit für Frequenzen in der Grössenordnung der mittleren Stosszahl  $\gamma$ , da sie wesentlich  $\omega \gg \gamma$  voraussetzen.

### Literaturverzeichnis

- [1] F. SAUTER, Z. Phys. 203, 488 (1967), im folgenden mit I bezeichnet.
- [2] F. FORSTMANN, Z. Phys. 203, 495 (1967), im folgenden mit II bezeichnet.
- [3] K. STURM, Z. Phys. 209, 329 (1968), im folgenden mit III bezeichnet.
- [4] Siehe hierzu auch R. BECKER und F. SAUTER, *Theorie der Elektrizität*, Bd. III, Abschnitte B II und E I.
- [5] G. E. H. REUTER und E. H. SONDHEIMER, Proc. R. Soc. [17] 195, 336 (1938); hier wurden die Rechnungen nur in Hinblick auf den anomalen Skin-Effekt durchgeführt.
- [6] Vgl. auch V. P. SILIN und E. P. FETISOV, Sov. Phys. JETP 14, 115 (1961).
- [7] Siehe u. a. A. SOMMERFELD, *Vorlesungen über Theoret. Physik*, Band VI.
- [8] Vgl. auch R. A. FERREL und E. A. STERN, Ann. J. Phys. 31, 810 (1962); M. HATTORI, K. YAMADA und H. SUZUKI, J. Phys. Soc. Japan 18, 203 (1963).
- [9] J. BRAMBRING und H. RAETHER, Z. Naturf. 21a, 1527 (1966).
- [10] R. H. RITCHIE, Phys. Rev. 106, 874 (1957).
- [11] D. WAGNER, Z. Naturf. 21a, 634 (1966).
- [12] A. OTTO, Z. Phys. 185, 232 (1965).

## Trapping Phenomena in Iron-doped GaAs<sub>0.5</sub>P<sub>0.5</sub>

by H. Schade

RCA Laboratories, Princeton, New Jersey

(6. V. 68)

*Abstract.* Trapping parameters have been determined from measurements of thermally stimulated conductivity and space charge limited currents in a vapor-phase-grown sample of semi-insulating, iron-doped GaAs<sub>0.5</sub>P<sub>0.5</sub>. From an analysis of the data it follows that there is a distinct trapping level at 0.61 eV above the valence band. It is shown that the associated trap densities deduced from both kinds of measurement refer to centers of different charge. The thermally stimulated conductivity measurement yields the equilibrium concentration  $N_{no} \cong 2 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$  of the *ionized* acceptors. The space charge limited current measurements are consistently explained on the basis of a model by Ashley and Milnes, assuming double injection with trapping. According to this model the lifetime of the electrons is determined, which in turn yields the equilibrium concentration  $N_{po} \cong 2 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3}$  of the *neutral* acceptors. According to the same model the concentration of the neutral acceptors decreases with increasing voltage. The voltage for which the supply of neutral centers becomes exhausted is calculated and agrees with the voltage at which the onset of breakdown is observed. It is concluded, therefore, that the breakdown is due to the exhaustion of electron-capturing centers.

### I. Introduction

The electrical properties of photoconductors are essentially determined by the energy and concentration of the trapping centers. Studying these parameters is especially suitable in high-resistivity Ga(As-P) alloys which may be prepared in a well-controlled manner by a vapor growth technique [1, 2]. Two widely used methods to determine these trapping parameters are measurements of thermally stimulated