

Zeitschrift: Helvetica Physica Acta
Band: 41 (1968)
Heft: 3

Artikel: Rauschen von Transistoren bei sehr tiefen Frequenzen
Autor: Baldinger, E. / Nüesch, E.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-113893>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 17.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Rauschen von Transistoren bei sehr tiefen Frequenzen

von E. Baldinger und E. Nüesch

Institut für angewandte Physik der Universität Basel

(8. XII. 67)

Summary. Flicker noise measurements were made on two silicon planar transistor pairs in the very low frequency domain from .05 Hz to .0001 Hz. Even at these low frequencies the noise power density obeys a $f^{-\alpha}$ law with $\alpha = .65$ respectively .86. We found no systematic deviation from this law. Radiating the transistors with $\text{Co}^{60}\text{-}\gamma$ does not invalidate the $f^{-\alpha}$ law, but may change the exponent α .

1. Einleitung

Die Anwendung elektronischer Komponenten wird durch Schwankungserscheinungen begrenzt, die unter dem Namen «Rauschen» zusammengefasst werden [1].

1.1. Wärmerauschen

Das Wärmerauschen (auch Nyquist-Rauschen, Thermisches Rauschen oder Johnson-Noise genannt) kommt durch die thermische Bewegung der Ladungsträger zustande. Diese Brownsche Bewegung der Ladungsträger ist als Spannungsschwankung an den Klemmen jedes Zweipols elektrisch nachweisbar. Im thermodynamischen Gleichgewicht, also im stromlosen Zustand, ist das mittlere Schwankungsquadrat der Rauschspannung des Wärmerauschens im Frequenzbereich f bis $f + df$ gegeben durch [2, 3]:

$$\overline{dU_{R,th}^2} = 4 k T \operatorname{Re}(Z) S(f) df$$

$k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Ws/}^\circ\text{C}$, die Boltzmann-Konstante

T = absolute Temperatur

$\operatorname{Re}(Z) = R$, Realteil der Impedanz Z

$S(f) = (\hbar \omega / k T) (\exp(\hbar \omega / k T) - 1)^{-1}$, Planckscher Faktor

$\omega = 2 \pi f$.

Für $\hbar \omega / k T \ll 1$, strebt $S(f) \rightarrow 1$, so dass für alle Frequenzen unterhalb 10^{11} Hz gilt [4, 5]:

$$\overline{dU_{R,th}^2} = 4 k T R df \quad (\text{Formel von Nyquist}).$$

Die Dichte des thermischen Rauschens ist bis zu sehr hohen Frequenzen konstant, weshalb man auch von einem «weissen» Rauschen spricht.

1.2. Stromrauschen

Wird ein Leiter von einem Gleichstrom durchflossen, so tritt zum thermischen Rauschen ein zusätzliches Rauschen auf, das Strom- oder Belastungsrauschen genannt wird [6]. Das mittlere Schwankungsquadrat des Stromrauschens ist vom Gleichstrom I_0 , der Temperatur T , der Frequenz f und von der Art des Leiters abhängig.

Die Gleichstromabhängigkeit des Stromrauschens: Ist das mittlere Schwankungsquadrat des Stromrauschens vom Gleichstrom quadratisch abhängig, spricht man auch von Widerstandsschwankungen [7, 8]. Hier gilt:

$$\overline{U_s^2} = \text{Konstante} \cdot I_0^2.$$

Ist das mittlere Schwankungsquadrat proportional zum Gleichstrom, so nennt man es Schrotrauschen (Shot-Noise) [9, 6, 10]:

$$\overline{U_s^2} = \text{Konstante} \cdot I_0.$$

Die Frequenzabhängigkeit des Stromrauschens: Experimentell findet man oft folgende Frequenzabhängigkeit des Stromrauschens [6, 8]:

$$\overline{U_s^2} = \text{Konstante} \cdot \int_{f_1}^{f_2} \frac{I_0^2}{1 + (\omega \tau_0)^2} df.$$

Dabei bedeutet τ_0 die mittlere Lebensdauer der Ladungsträger. Für $f \ll \tau_0^{-1}$ erhält man ein weisses Rauschspektrum. Für $f \gg \tau_0^{-1}$ ist das Spektrum umgekehrt proportional zum Quadrat der Frequenz:

$$\overline{U_s^2} = \text{Konstante} \cdot f^{-2}.$$

Sehr häufig findet man eine Frequenzabhängigkeit des Stromrauschens der Form:

$$\overline{U_s^2} = \text{Konstante} \cdot \int_{f_1}^{f_2} \frac{I_0^2}{f^\kappa} df \quad \text{wobei } 0,5 < \kappa < 1,5.$$

Dieses Rauschen, das sich über viele Dekaden hin bis zu sehr tiefen Frequenzen erstrecken kann, nennt man $1/f$ -Rauschen (Excess-Noise) [6, 8].

Viele elektrische Bauteile, wie Kohlewiderstände, Röhren (Funkel-Rauschen), Halbleitereinkristalle und polykristalline Halbleiterwiderstände, dünne Metallschichten, Halbleiterdioden und Transistoren zeigen dieses Rauschen zum Teil sehr stark.

2. Messung des $1/f$ -Rauschens an Transistoren

Die Rauschleistungsdichte des $1/f$ -Rauschens nimmt ungefähr umgekehrt proportional mit der Frequenz zu. Weil aus energetischen Gründen die gesamte Rauschleistung endlich bleiben muss, folgt, dass das f^{-1} -Gesetz nicht bis zu den tiefsten Frequenzen gültig sein kann, sondern bei irgend einer tiefen Frequenz abbrechen muss. Könnte man eine solche Frequenz experimentell auffinden, erhielte man Aufschluss über die längsten Zeitkonstanten der Prozesse, die an diesem Rauschen beteiligt sind. Die Kenntnis dieser Zeitkonstante würde eine gewisse Aussage über den Mechanismus des $1/f$ -Rauschens ermöglichen.

Die folgende Arbeit beschäftigt sich ausschliesslich mit dem $1/f$ -Rauschen von Silizium-Planar-Transistoren bei sehr tiefen Frequenzen von 0,05 Hz bis 0,0001 Hz.

2.1. Messmethode

Es gibt verschiedene Methoden zur Messung des Rauschspektrums bei tiefen Frequenzen. Eine konventionelle Aufnahme mit Hilfe eines Fourier-Analysators kann nicht angewandt werden, weil elektrische Filter für derart tiefe Frequenzen nicht mehr gebaut werden können und die Einschwingungsdauer derselben viel zu gross

würde. Diese Methode ist etwa bis 0,1 Hz anwendbar [6]. Ein anderes Prinzip besteht darin, die Rauschspannung mit einem langsam laufenden Tonband aufzuzeichnen. Durch rasches Abspielen erzielt man eine Frequenztransformation, und die transformierte Rauschspannung kann mit einem üblichen Fourier-Analysator gemessen werden [11]. Ein ähnliches Messverfahren bedient sich einer optischen Methode. An Stelle eines Tonbandes wird ein Film verwendet [12].

Unsere Methode besteht darin aus der gemessenen Rauschspannung die Autokorrelationsfunktion zu bestimmen und aus dieser durch Fourier-Umkehr die spektrale Rauschleistungsdichte zu berechnen [13, 14, 9]. Ist $U(t)$ die Rauschspannung als Funktion der Zeit t , so berechnet sich die Autokorrelationsfunktion $\psi(\tau)$ aus:

$$\psi(\tau) = \overline{U(t) \cdot U(t + \tau)} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T U(t) \cdot U(t + \tau) dt. \quad (1)$$

Aus (1) erhält man durch Anwendung des Satzes von Wiener-Khintchine die spektrale Leistungsdichte $P(f)$ des Rauschens zu:

$$P(f) = 4 \int_0^{\infty} \psi(\tau) \cos \omega \tau d\tau \quad \omega = 2\pi f. \quad (2)$$

Diese Methode ist für alle Frequenzen verwendbar, insbesondere für sehr tiefe Frequenzen. Zweckmässigerweise benützt man zur Auswertung eine elektronische Rechenmaschine oder einen Korrelator [15]. Während ein analog arbeitendes Messgerät nur bis zu einer gewissen unteren Grenzfrequenz richtig arbeitet, ist einer digitalen Einrichtung keinerlei Beschränkung nach tiefen Frequenzen hin auferlegt.

Tastet man die Messwerte ab, so tritt ein neuer Effekt auf, dem unbedingt Beachtung zu schenken ist: es kann eine Faltung des Spektrums eintreten (Aliasing). Das erwünschte Spektrum kann beim Abtasten völlig verfälscht werden, wenn es vorgängig nicht nach oben hin begrenzt wurde, oder die Abtastzeit nicht richtig gewählt wurde. Denn nach dem Abtasttheorem der Nachrichtentechnik ist die Rauschspannung $U(t)$ nur dann vollständig durch die diskreten Werte $U(t) = U(n \Delta t)$, $n = 0, 1, 2, \dots$, bestimmt, die in Abständen von $\Delta t = 1/2 f_0$ liegen, wenn die Spektralfunktion der Rauschspannung oberhalb der Frequenz f_0 verschwindet. Alle Zwischenwerte von $U(t)$ sind dann überflüssig [14, 16, 17, 18]. Das Spektrum ist somit in den meisten Fällen künstlich zu beschneiden. Dies kann mit einem RC-Filter elektrisch vorgenommen werden, falls dies nicht mehr sinnvoll zu verwirklichen ist, kann bei der Auswertung eine Filterfunktion mathematisch simuliert werden [19].

Ist $P(f)$ die Leistungsdichte des ursprünglichen Rauschspektrums, und wird die Rauschspannung alle Δt Sekunden abgetastet, so ist die Leistungsdichte des abgetasteten Spektrums $P_a(f)$:

$$P_a(f) = P(f) + P(2f_0 - f) + P(2f_0 + f) + P(4f_0 - f) + \dots \quad (3)$$

Darin bedeutet $f_0 = 1/2 \Delta t$ die Faltungsfrequenz [14].

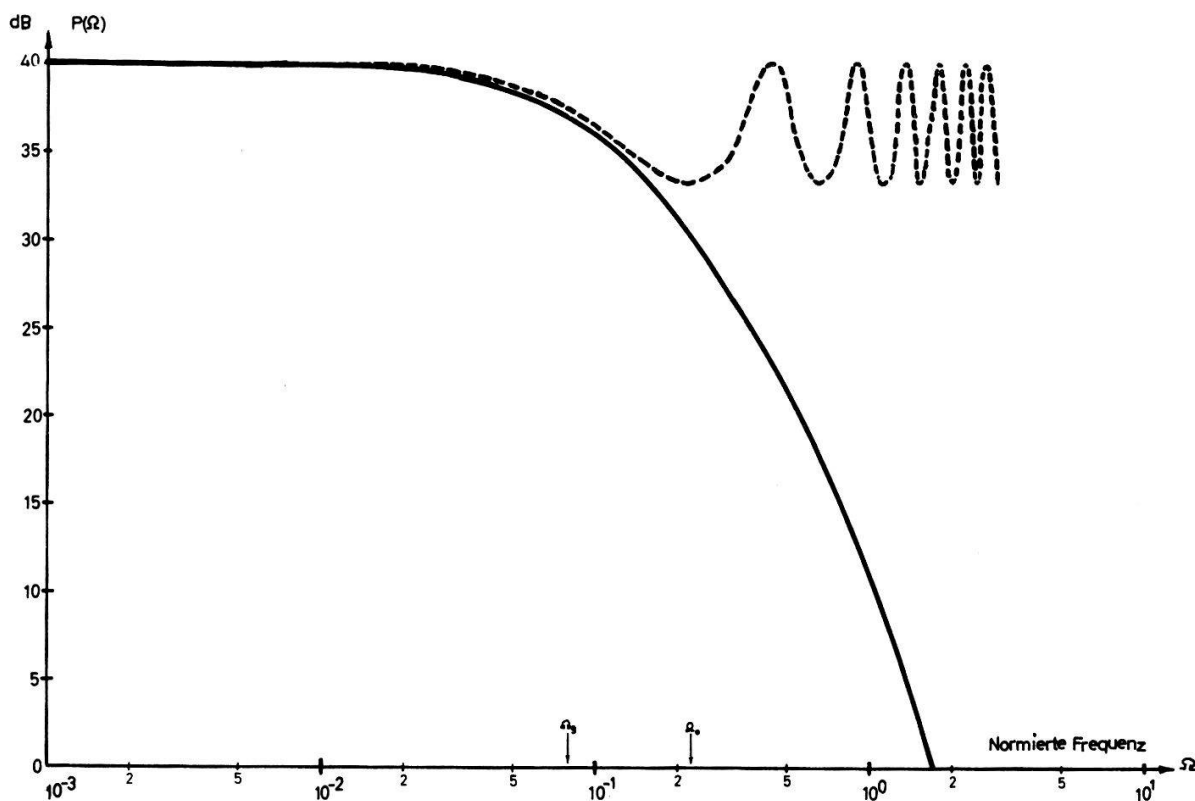
Zur Abschätzung des Fehlers Δp , der infolge Faltung des Spektrums entsteht, formen wir (3) folgendermassen um:

$$10 \log P_a(f) = 10 \log P(f) + \Delta p \quad (4)$$

$$\Delta p = 10 \log \left[1 + \frac{P(2f_0 - f)}{P(f)} + \dots \right] = 10 \log (1 + \epsilon). \quad (5)$$

Soll $\Delta p < 0,5 \text{ dB}$ bleiben, so muss $\varepsilon \ll 0,12$ sein. Der Fehler hängt nicht nur von der Wahl der Faltungsfrequenz, sondern auch von dem Verlauf des Spektrums und der Filterkurve ab.

Figur 1 zeigt den Einfluss der Faltung auf ein weisses Spektrum, das nach oben hin mit einem fünfstufigen RC-Filter begrenzt worden ist. Kurve (—) zeigt den ursprünglichen Verlauf des Spektrums, Kurve (---) jenen bei Abtastung des Spektrums, wobei die normierte Faltungsfrequenz $\Omega_0 = 0,225$ beträgt.



Figur 1

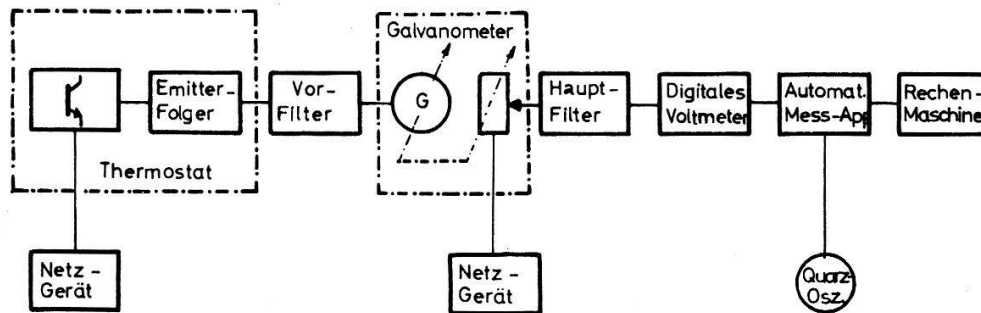
Zur Demonstration des Einflusses der Faltung.

- Frequenzgang eines 5stufigen RC-Gliedes an dessen Eingang ein weisses Spektrum liegt ($\Omega_g = 0,08$).
- - - Frequenzgang bei Abtastung eines weissen Spektrums nach einem 5stufigen RC-Glied ($\Omega_g = 0,08$, $\Omega_0 = 0,225$).

2.2. Messanordnung

Figur 2 zeigt das Blockschaltbild der Messanordnung. Eine symmetrische Verstärkerstufe ist am Eingang mit Transistoren bestückt, deren Rauschen gemessen werden soll. Sie sind mit hochohmiger Basis gespiesen. Eine nachfolgende symmetrische Emitterstufe transformiert die Impedanz zur Anpassung über ein RC-Tiefpassfilter (Vorfilter) an ein schreibendes, hochempfindliches Galvanometer. Die Verstärkerstufe und der Emitterfolger sind in einen hochkonstanten Thermostat eingebaut [29]. Das Galvanometer besitzt ein Nachlaufpotentiometer, welches an eine Spannung von etwa 50 V angeschlossen ist. Dadurch erreicht man eine Gleichstromverstärkung von $2 \cdot 10^4$, zudem findet eine Entkopplung der Kreise statt. Die Ausgangsspannung des Potentiometers gelangt auf ein fünfstufiges RC-Filter (Hauptfilter) mit einer oberen Grenzfrequenz von 0,018 Hz. Der Ausgang dieses Filters ist

mit dem Eingang eines digitalen Voltmeters verbunden, dessen Ausgangsspannung mit Hilfe einer automatischen Messapparatur alle zehn Sekunden auf dem Streifen einer Rechenmaschine festgehalten wird. Das Abtastintervall wird von einem Quarz-oszillator bestimmt.



Figur 2

Blockschaltbild der Messanordnung.

2.3. Auswertung der Messwerte

Bei der Auswertung muss beachtet werden, dass die Ausdrücke (1) und (2) für die Autokorrelationsfunktion bzw. für das Leistungsspektrum nicht direkt verwendet werden können. Dies hat zwei Gründe. Die Messdauer T ist endlich, die Autokorrelationsfunktion ist deshalb nur für Korrelationszeiten τ kleiner als die Messdauer verfügbar. Wird die Rauschspannung $U(t)$ nur an diskreten Stellen abgetastet, so ist diese nur an den Stellen $U(0)$, $U(\Delta t)$, $U(2 \Delta t)$, ... $U(n \Delta t)$ bekannt, und die Autokorrelationsfunktion kann nur an diesen Stellen berechnet werden: $\psi(0)$, $\psi(\Delta t)$, $\psi(2 \Delta t)$, ... $\psi(n \Delta t)$. Zur Auswertung wurde deshalb der Ausdruck (6) verwendet:

$$\psi(r \Delta t) = \frac{1}{n-r} \sum_{l=0}^{l=n-r} U(l \Delta t) \cdot U((l+r) \Delta t),$$

$$\tau = r \Delta t \quad r = 0, 1, 2 \dots m, m < n. \quad (6)$$

Die Spektraldichte wurde aus (7) mit den diskreten Werten der Autokorrelationsfunktion nach (6) berechnet:

$$P\left(\frac{r}{2m\Delta t}\right) = 2\Delta t \left[\psi(0) + 2 \sum_{l=1}^{l=m-1} \psi(l\Delta t) \cos\left(\frac{l r \pi}{m}\right) + \psi(m\Delta t) \cos(r\pi) \right]. \quad (7)$$

Aus den Werten $P(r/2m\Delta t)$ gewinnt man bei Anwendung eines Hamming-Filter [14] den Ausdruck für die geglättete Spektraldichte \bar{P} :

$$\bar{P}\left(\frac{r}{2m\Delta t}\right) = 0,23 \cdot P\left(\frac{r-1}{2m\Delta t}\right) + 0,54 \cdot P\left(\frac{r}{2m\Delta t}\right) + 0,23 \cdot P\left(\frac{r+1}{2m\Delta t}\right). \quad (8)$$

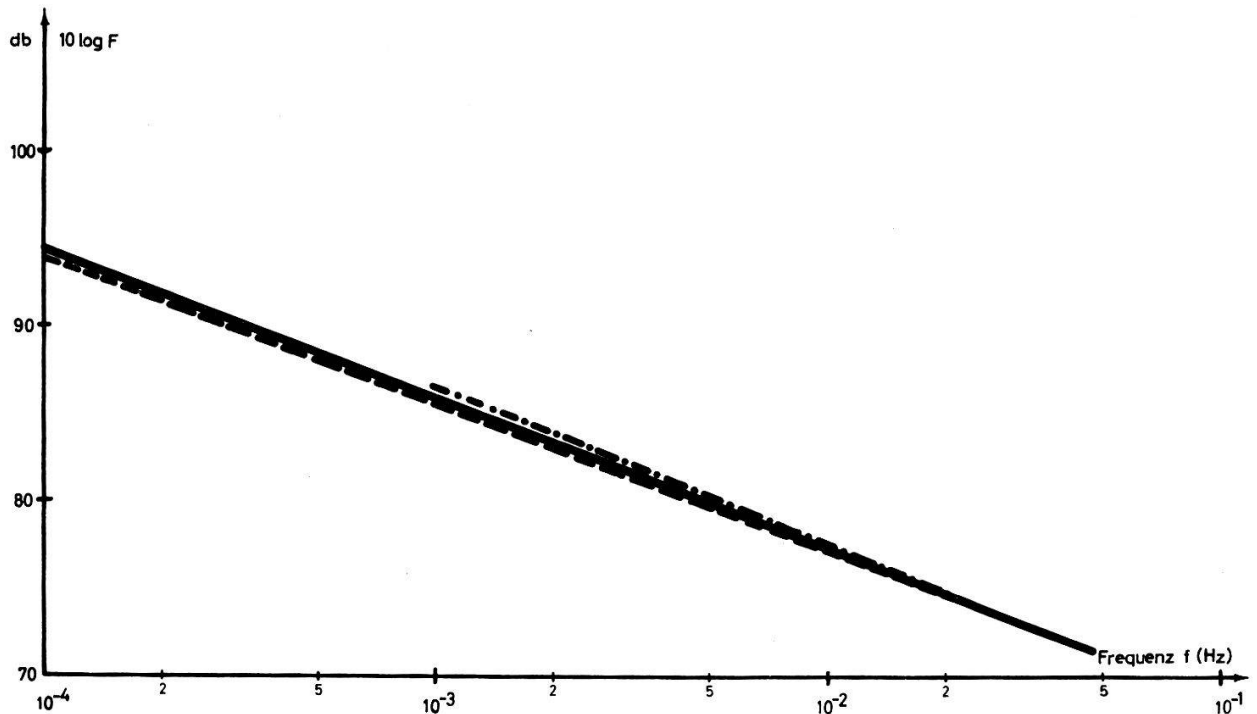
Diese Ausdrücke wurden zur Auswertung der Messungen auf einer elektronischen Rechenmaschine programmiert.

2.4. Messresultate

Die Rauschspektren wurden an zwei verschiedenen NPN-Silizium-Planar-Transistoren gemessen, die speziell zur Anwendung in Differentialstufen bestimmt sind: BCY 55 (ausgesuchtes Paar, getrennte Gehäuse in Aluminiumsockel einmontiert) und 2N 4044 (monolithic dual transistors).

Die ausgezogen gezeichneten Geraden in den Figuren 3 und 4 zeigen den Verlauf der Rauschspektren dieser Transistoren im Frequenzbereich von 0,05 Hz bis 0,0001 Hz. Die Transistoren zeigen selbst bei diesen tiefen Frequenzen noch ein Spektrum der Form $P(f) \propto f^{-\kappa}$, wobei $\kappa = 0,86 \pm 0,02$ beim BCY 55 bzw. $\kappa = 0,65 \pm 0,03$ beim 2N 4044 ist. Als Ordinate ist die Rauschzahl F in Dezibel (dB) aufgetragen. Bei beiden Rauschspektren ist kein Abbrechen oder Umbiegen in diesem Frequenzbereich vom obigen $P(f)$ -Verlauf zu beobachten.

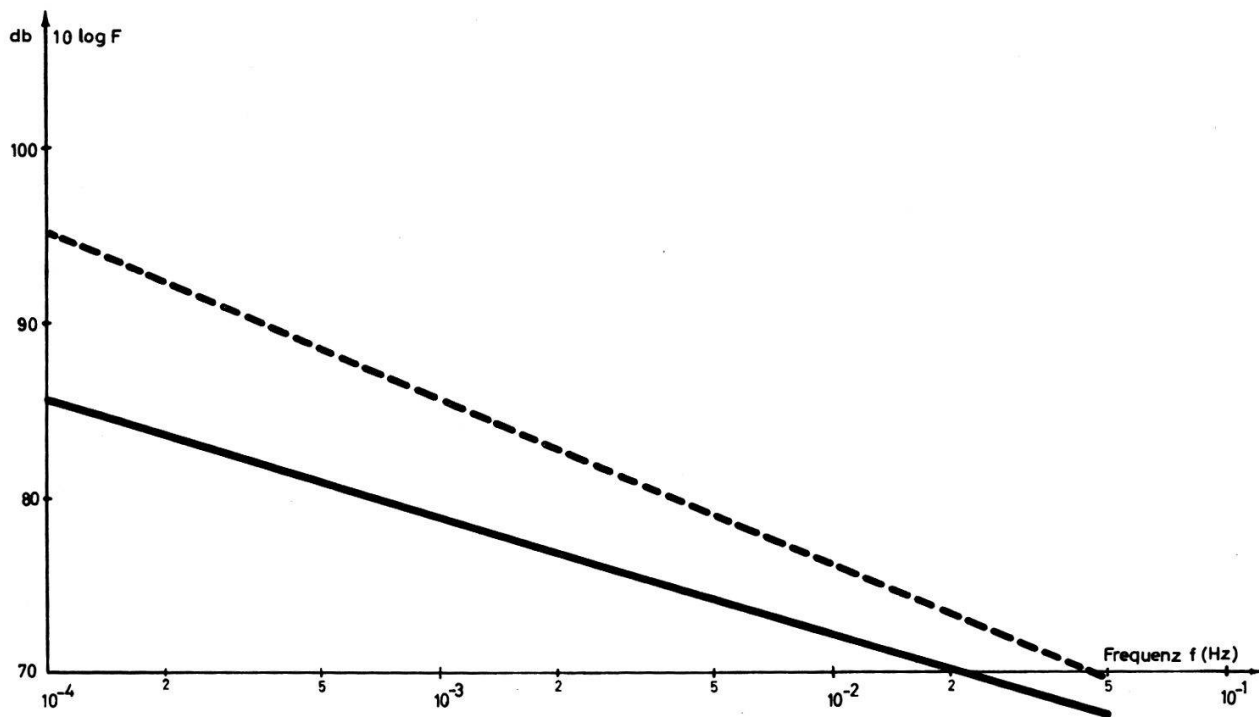
Heute hat man experimentelle Hinweise dafür, dass das $1/f$ -Rauschen von der Oberfläche der Transistoren herrührt [20, 21, 22]. Es ist deshalb naheliegend zu untersuchen, ob durch die Bestrahlung der Transistoren mit Gammastrahlen das Rauschspektrum eine Änderung erfährt. Nach LENZLINGER [23] beeinflusst die Gammastrahlung hauptsächlich die langsamen Oberflächenzustände, die für dieses Rauschen verantwortlich sein könnten [24]. Wir haben deshalb die Transistoren mit $6,3 \cdot 10^{15}$ Photonen/cm² einer Co⁶⁰-Quelle bestrahlt [28]. Die Transistoren waren dabei 2,5 cm von der Quelle entfernt und ihre Anschlüsse kurzgeschlossen. Nach der Bestrahlung wurden die Transistoren 4 Tage lang liegen gelassen und erst dann wieder in die Schaltung eingebaut. Beim Einschalten stellte sich eine Drift des Arbeitspunktes ein, wie dies schon früher beobachtet wurde [23]. Nach dem Abklingen der Drift wurden die Rauschspektren erneut aufgenommen (gestrichelt gezeichnete Geraden in den Figuren 3 und 4). Die Bestrahlung hat die Gesetzmässigkeit $P(f) \propto f^{-\kappa}$ nicht verändert, wobei $\kappa = 0,84 \pm 0,02$ beim BCY 55 bzw. $\kappa = 0,95 \pm 0,02$ beim 2N 4044 bestimmt wurde. Während sich keine Änderung in den Spektren vor und nach der Bestrahlung beim Typ BCY 55 innerhalb der Fehlergrenzen nachweisen lässt, ist eine



Figur 3

Rauschspektren des BCY 55 vor und nach der Bestrahlung.

- Vor Bestrahlung, $I_C = 0,1$ mA, $\kappa = 0,86 \pm 0,02$.
- - - Nach Bestrahlung, $I_C = 0,1$ mA, $\kappa = 0,84 \pm 0,02$.
- .-.- Vor Bestrahlung bei künstlich erhöhten periodischen Temperaturschwankungen von ± 6 m°C im Thermostat. $I_C = 0,1$ mA, $\kappa = 0,88 \pm 0,04$.



Figur 4

Rauschspektren des 2N 4044 vor und nach der Bestrahlung.

— Vor Bestrahlung, $I_C = 0,1 \text{ mA}$, $\kappa = 0,65 \pm 0,03$.

- - - Nach Bestrahlung, $I_C = 0,1 \text{ mA}$, $\kappa = 0,95 \pm 0,02$.

Änderung der Neigung in den Rauschspektren beim Typ 2N 4044 festzustellen. Sie änderte sich von $\kappa = 0,65$ auf $\kappa = 0,95$. Zur Kontrolle des Einflusses der Bestrahlung wurde die β -Gleichstromverstärkung der Transistoren gemessen. Beim BCY 55 änderte sie sich von 195 (vor Bestrahlung) auf 140 (nach Bestrahlung) bzw. von 500 auf 174 beim 2N 4044. Die Tabelle 1 enthält die Messwerte übersichtlich zusammengestellt.

Tabelle 1

Zusammenstellung der Messwerte

Transistortyp		BCY 55		2N 4044	
Messung		vor Bestrahlung	nach Bestrahlung	vor Bestrahlung	nach Bestrahlung
β -Gleichstromverstärkung		195	140	500	174
Exponent κ		$0,86 \pm 0,02$	$0,84 \pm 0,02$	$0,65 \pm 0,03$	$0,95 \pm 0,02$
Temperatur- schwankungen im Thermostat während der Messung	kurzzeitige Schwankungen	$\pm 0,07$	$\pm 0,08$	$\pm 0,08$	$\pm 0,08$
	Spitze-Spitze (m°C)				
	Drift (m°C)	- 0,20	+ 0,14	- 0,07	+ 0,06

2.5. Fehlerquellen und ihr Einfluss

Einfluss von Temperaturschwankungen: Die Tabelle 1 zeigt die Temperaturänderungen (Spitzenwerte der kurzzeitigen Temperaturschwankungen und Temperaturdrift in m°C), die während der Rauschmessungen im Thermostat aufgetreten sind.

Um den Einfluss der Temperaturschwankungen auf die Rauschspektren zu untersuchen, wurden relativ starke, periodische Temperaturschwankungen von $\pm 6 \text{ m}^\circ\text{C}$ mit einer Periodendauer von 15 Minuten im Thermostat künstlich erzeugt, das Rauschen am Typ BCY 55 gemessen und das zugehörige Spektrum berechnet. Um den Datenanfall etwas einzuschränken, wurde dieses Spektrum jedoch nur bis 2 mHz aufgelöst. Aus dem Verlauf wurde α zu $0,88 \pm 0,044$ bestimmt. In Figur 3 ist dieses Spektrum strichpunktiert eingezeichnet; es ist mit dem ausgezogen gezeichneten Spektrum derselben Figur zu vergleichen. Sie stimmen innerhalb der Fehlerschranken miteinander überein. Dabei sind die künstlich erzeugten Temperaturschwankungen 75mal grösser, als jene die bei der Messung der Spektren tatsächlich aufgetreten sind. Daraus darf geschlossen werden, dass die gemessenen Spektren keine Folge von statistischen Temperaturfluktuationen im Thermostat sind.

Einfluss von Spannungsschwankungen: Die Spannung zur Speisung des Verstärkers (17 V) wurde einem stabilisierten Netzgerät entnommen. Während der Messdauer traten Spannungsschwankungen von $U = 1,5 \text{ mV}_{pp}$ auf. Künstlich erzeugte grössere Schwankungen erlaubten den Einfluss der natürlichen Störungen abzuschätzen. Ihr Einfluss war innerhalb der Ablesegenauigkeit des Galvanometers und kann deshalb vernachlässigt werden.

Einfluss der Faltung durch die Abtastung des Spektrums: Die Abtastzeit von 10 Sekunden erzeugte eine Faltungsfrequenz von $f_0 = 0,05 \text{ Hz}$. Ein fünfstufiges RC-Filter wurde derart entworfen, dass der Fehler, der durch die Faltung des Spektrums entstehen kann, bis zur Grenzfrequenz des Filters von 0,018 Hz, höchstens 0,5 dB beträgt. Bei der Faltungsfrequenz beträgt der Fehler + 3,5 dB. Die Auswertung der höheren Frequenzen berücksichtigte sowohl den Frequenzgang des Filters als auch diesen Faltungsfehler.

Messgenauigkeit: Die Genauigkeit des Galvanometers war $\pm 0,5\%$, jene der Anordnung «Netzgerät-Nachlaufpotentiometer-digitales Voltmeter» über die Dauer von 14 Stunden $\pm 0,34\%$. Die Messungen sind deshalb mit einem Gesamtfehler von rund 1% behaftet.

Statistischer Fehler: Für eine genaue Fehleranalyse müsste die Verteilungsfunktion der Rauschspannung bekannt sein. Der Fehlerabschätzung wurde eine Gauss-Verteilung zugrunde gelegt, um so eine Abschätzung des Fehlers zu ermöglichen. Es kann gezeigt werden, dass unter dieser Voraussetzung folgende Beziehung gilt [14, 25]:

$$\frac{\overline{P_i^2(f)}}{\overline{P_i(f)}^2} \cong \frac{T_m}{T'_n} \quad (9)$$

$$T_n = \text{totale Messdauer, } T'_n = T_n - T_m/3$$

$$T_m = \text{maximale Korrelationszeit.}$$

Besser ist die Anwendung des χ^2 -Tests, und die Verknüpfung der Zahl der Freiheitsgrade mit den Messzeiten [26, 27]. Man geht dabei von der Tatsache aus, dass die Autokorrelationsfunktion an der Stelle $\tau = 0$ nach (6) dem mittleren Schwankungsquadrat der Rauschspannung entspricht:

$$\psi(0) = \frac{1}{n} \sum_{l=0}^n U^2(l) = \overline{U^2}.$$

Es folgt, wiederum unter der Annahme, dass die Rauschspannungen $U(l)$ normal verteilt sind, dass $\psi(0)$ eine χ^2 -Verteilung befolgt. Ist die Zahl der Freiheitsgrade n

gross, strebt sie gegen eine Normalverteilung, deren Erwartungswert $E(\chi^2) = n$, bzw. deren Varianz $V(\chi^2) = 2n$ beträgt. Die Anzahl der Freiheitsgrade ergibt sich daraus zu $n = 2E^2/V$. Verknüpft man diesen Ausdruck mit der totalen Messzeit T_n , bzw. T'_n und der grössten Korrelationsdauer T_m , so bestimmt sich die Zahl der Freiheitsgrade n zu:

$$n \cong \frac{2 T'_n}{T_m}. \quad (10)$$

Aus der Zahl der Freiheitsgrade kann man für jedes gewünschte Vertrauensintervall die Breite des Fehlerintervalls in dB, das bei der Berechnung des Spektrums zu erwarten ist, angeben. Für ein Vertrauensintervall von 90%, das unseren Betrachtungen zugrunde liegt, gilt:

$$\Delta p \cong \frac{20}{(n-1)^{1/2}} \text{ (dB)}. \quad (11)$$

Die grösste Korrelationszeit T_m wird durch die gewünschte Auflösung des Spektrums bestimmt [14]:

$$T_m = \frac{1}{\Delta f}. \quad (12)$$

Unseren Messungen liegen folgende Werte zugrunde: Auflösung $\Delta f = 0,0002$ Hz, daraus folgt $T_m = 5000$ Sekunden. Messdauer $T_n = 50000$ Sekunden. Zahl der Freiheitsgrade $n = 18,5$.

Die Breite des Fehlerintervalls bei einem Vertrauensbereich von 90% bestimmt sich zu $4,8 \approx 5,0$ dB oder $\pm 2,5$ dB. Bei den höheren Frequenzen konnten wegen der hohen Auflösung des Spektrums je 10 Werte gemittelt werden. Der statistische Fehler verringert sich dort deshalb auf $\pm 0,8$ dB. Von allen Fehlern ist der statistische Fehler der grösste. Eine Verkleinerung dieses Fehlers ist des starken Anstiegs der Messdaten wegen nur noch schwer zu bewältigen.

3. Zusammenfassung und Diskussion

Die Rauschspektren von Silizium-Planar-Transistoren wurden an den Typen BCY 55 und 2N 4044 im Frequenzbereich von 0,05 Hz bis 0,0001 Hz gemessen. Es konnte gezeigt werden, dass bei diesen tiefen Frequenzen immer noch ein Gesetz der Form $P(f) \propto f^{-\alpha}$ gültig ist. Der Wert von α ist $0,86 \pm 0,02$ beim BCY 55 und $0,65 \pm 0,03$ beim 2N 4044. Ein Abbrechen oder Umbiegen der Spektren bei tiefen Frequenzen konnte nicht beobachtet werden. Der Einfluss der Bestrahlung der Transistoren mit Gammastrahlen einer Co^{60} -Quelle ist nur im Spektrum des 2N 4044 eindeutig nachweisbar. Während sich beim BCY 55 das Spektrum innerhalb der Fehlerschranken nicht verändert hat, änderte sich beim 2N 4044 der Wert von α auf $0,95 \pm 0,02$. Die β -Stromverstärkung $[I_C/I_B]$ hat sich bei diesem Transistor fast um den Faktor 3 verringert, wohingegen beim BCY 55 nur eine Verkleinerung um den Faktor 1,4 festzustellen war.

Aus der Gültigkeit des Gesetzes $P(f) \propto f^{-\alpha}$ bis zu der tiefsten gemessenen Frequenz von 0,0001 Hz kann geschlossen werden, dass die Träger, die dieses Rauschen verursachen, eine Lebensdauer bis zu mindestens 5000 Sekunden haben müssen. Dies steht im Einklang mit neueren Untersuchungen an MOS-Feldeffektstrukturen, wo Lebensdauern bis zu mehreren Stunden festgestellt worden sind.

Das unterschiedliche Rauschverhalten vor und nach der Bestrahlung der Transistoren kann durch Annahme der Erzeugung von neuen Oberflächenzuständen durch das Bestrahlen erklärt werden. Die Bestrahlung wird das Rauschen nur dann beein-

flussen, wenn die zusätzlich durch Bestrahlung erzeugte Zahl von Oberflächenzuständen wesentlich zur gesamten Anzahl Zustände beiträgt. Beim Typ BCY 55 war das Rauschen vor dem Bestrahlen höher, als beim Typ 2N 4044, was auf eine ursprünglich grosse Zahl von Oberflächenzuständen schliessen lässt; die Bestrahlung hat diese Zahl nicht stark erhöhen können, weshalb sich das Rauschen dieses Transistors nicht messbar verändert hat. Umgekehrt hat die Bestrahlung beim Typ 2N 4044 die Zahl der Oberflächenzustände wesentlich vermehren können, was sich in der Änderung der Steigung der Rauschgeraden und in der Grösse des Rauschens bemerkbar macht.

Wir danken den Herren Dr. C. VON PLANTA und J. P. WEBER der Firma F. Hoffmann-La Roche & Cie AG, die uns freundlicherweise das Rechenprogramm zur Verfügung stellten. Ebenso gilt unser Dank der Firma IBM und ihrem Mitarbeiter Herrn H. GRASSHOFER, die uns in grosszügiger Weise die nötige Rechenzeit auf einem ihrer Computer gewährten und uns bereitwillig bei der Datenverarbeitung zur Seite standen. Danken möchten wir ferner Herrn PD Dr. H. LÜTHY (Bürgerspital Basel, Bestrahlung mit Co⁶⁰) sowie der Kommission zur Förderung der wissenschaftlichen Forschung des Bundes für die finanzielle Unterstützung dieser Arbeit.

4. Literaturverzeichnis

- [1] W. SCHOTTKY, Ann. Phys. 57, 541 (1918).
- [2] H. B. CALLEN, T. A. WELTON, Phys. Rev. 83, 34 (1951).
- [3] W. L. GINSBERG, Fortschr. Phys. 1, 51 (1953).
- [4] H. NYQUIST, Phys. Rev. 32, 110 (1928).
- [5] J. B. JOHNSON, Phys. Rev. 32, 97 (1928).
- [6] A. VAN DER ZIEL, *Noise* (Prentice-Hall 1954).
- [7] S. MACHLUP, J. appl. Phys. 25, 341 (1954).
- [8] D. A. BELL, *Electrical Noise* (D. van Nostrand 1960).
- [9] J. L. LAWSON, G. E. UHLENBECK, *Threshold Signals* (Dover 1950).
- [10] R. FÜRTH, Proc. R. Soc. A 192, 593 (1948).
- [11] B. V. ROLLIN, I. M. TEMPLETON, Proc. phys. Soc. B 66, 259 (1953).
- [12] T. E. FIRLE, H. WINSTON, J. appl. Phys. 26, 716 (1955).
- [13] S. O. RICE, B.S.T.J. 23, 282 (1944); 24, 46 (1945).
- [14] R. B. BLACKMAN, J. W. TUKEY, B.S.T.J. 37, 185 (1958); 37, 485 (1958).
- [15] Y. W. LEE, J. B. WIESNER, Electronics June, 86 (1950).
- [16] H. KADEN, *Impulse und Schaltvorgänge in der Nachrichtentechnik* (Oldenbourg 1957).
- [17] C. E. SHANNON, B.S.T.J. 27, 623 (1948).
- [18] D. A. LINDEN, Proc. IEEE 47, 1219 (1959).
- [19] P. I. RICHARDS, IEEE Spectr. 1, 83 (1967).
- [20] A. L. MCWHORTER, in: *Semiconductor Surface Physics*, p. 207 (University Press of Pennsylvania 1957).
- [21] A. MANY, Y. GOLDSTEIN, N. B. GROVER, *Semiconductor Surfaces*, p. 299 und p. 366 (North-Holland 1965).
- [22] C. T. SAH, F. H. HIELSCHER, Phys. Rev. Lett. 17, 956 (1966).
- [23] E. BALDINGER, M. LENZLINGER, Solid-St. Electron. 9, 287 (1966).
- [24] J. P. MITCHELL, D. K. WILSON, B.S.T.J. 46, 1 (1967).
- [25] A. PAPOULIS, Proc. IEEE 54, 947 (1966).
- [26] A. LINDER, *Statistische Methoden* (Birkhäuser, Basel 1945).
- [27] J. PFANDZAGL, *Allg. Methodenlehre der Statistik*, Bd. 2 (Göschen 1962).
- [28] H. LÜTHY, H. MOHLER, Atompraxis 12, 1 (1966).
- [29] E. BALDINGER, E. NÜESCH, Z. angew. Math. Phys. 19, Heft 3 (1968).