

**Zeitschrift:** Helvetica Physica Acta  
**Band:** 40 (1967)  
**Heft:** 7

**Artikel:** Einfang von Protonen durch Deuteronen  
**Autor:** Wölfli, W. / Bösch, R. / Lang, J.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-113803>

#### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 23.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## Einfang von Protonen durch Deuteronen

von **W. Wölfli, R. Bösch, J. Lang, R. Müller und P. Marmier**

Laboratorium für Kernphysik ETH, Zürich

(11. VII. 67)

*Abstract.* The differential cross section of the reaction  $H^2(p, \gamma)He^3$  has been measured at  $90^\circ$  to the incident proton beam over the energy range from 2 to 12 MeV. In addition, the angular distribution of the gamma radiation has been determined up to energies of 5.03 MeV. The target consisted of deuterium gas at a pressure between 400 and 1200 Torr. The gamma rays were detected with a  $3'' \times 3''$  NaI-crystal. From the experimental data the total cross section  $\sigma_{\text{tot}}$  and the parameters  $a/b$  and  $\beta$  of the angular distribution have been evaluated. With the aid of the principle of detailed balance these results were compared with the theoretical predictions for the inverse photonuclear reactions  $He^3(\gamma, p)H^2$  and  $H^3(\gamma, n)H^2$ . Except for the ratio  $a/b$ , good agreement ensued both in form and absolute magnitude, when the GUNN-IRVING expression (size parameter  $\mu^{-1} = 2,5$  F,  $S'$ -state probability 0,5%) is taken for the ground state wave function of the 3-body nuclei. It is shown that the observed discrepancy in the ratio  $a/b$  cannot be explained even if the influence of the Coulomb and nuclear forces between the deuteron and the proton in the continuum state are taken into account.

### 1. Einleitung

Die Untersuchung der Wechselwirkung von elektromagnetischer Strahlung mit den Kernen der Masse 3,  $He^3$  und  $H^3$  hat in den letzten Jahren bedeutende Fortschritte gemacht. Neben der elastischen und inelastischen Streuung von Elektronen an beiden Kernen ist vor allem auch die Kernphotoreaktion in verschiedenen experimentellen und theoretischen Arbeiten ausführlich behandelt worden. Die Analyse der beobachteten Messgrößen, insbesondere des Wirkungsquerschnittes für die Spaltung in ein Nukleon und ein Deuteron, sowie der Winkelverteilung der Reaktionsprodukte hat gezeigt, dass dieser Reaktionsmechanismus Aufschluss über die Eigenschaften der Wellenfunktion des 3-Nukleonensystems im Grundzustand geben kann.

Informationen über die Konfigurationen, die die drei Nukleonen unter den gegenseitigen Wechselwirkungen annehmen können, wurden bisher hauptsächlich an Hand der bekannten statischen Eigenschaften der 3-Körperkerne zu gewinnen versucht. Verschiedene Autoren [1–3] beschäftigten sich zum Beispiel eingehend mit der Klassifikation der durch den Gesamtdrehimpuls, die Parität und den Isospin ( $j = 1/2^+$ ,  $\tau = 1/2$ ) bestimmten Zuständen und mit der Konstruktion der entsprechenden Spin- und Winkelfunktionen. Dieses Problem wurde endgültig von BLATT und DERRICK [3] mit Hilfe gruppentheoretischer Methoden gelöst. Sie fanden, dass die Gesamtwellenfunktion durch eine Linearkombination von insgesamt zehn Eigenfunktionen mit bestimmtem Spin, Bahndrehimpuls und wohldefinierten Symmetrieeigenschaften bezüglich der Vertauschung der Ortskoordinaten der drei Nukleonen dargestellt werden kann. Nach diesen Überlegungen besteht beispielsweise der vermutlich

dominante  $^2S_{1/2}$ -Zustand aus drei Anteilen: Einem Zustand, der symmetrisch ist in den Ortskoordinaten der drei Nukleonen (er wird auch S-Zustand genannt), einem antisymmetrischen Zustand, sowie einem Zustand mit gemischten Symmetrieeigenschaften, der auch als zwischensymmetrischer oder S'-Zustand bezeichnet wird. Daneben werden noch Beimischungen von drei  $^2P_{1/2}$ , einem  $^4P_{1/2}$  und drei  $^4D_{1/2}$ -Zuständen erwartet.

Die Prüfung dieser Voraussagen an Hand der beobachteten magnetischen Momente und der Bindungsenergien ergab allerdings nur ein unvollständiges und zum Teil sogar widersprechendes Bild. So weicht das magnetische Moment des vollsymmetrischen S-Zustandes, der allein vorhanden wäre, wenn zwischen den Nukleonen nur spinunabhängige Zentralkräfte wirken würden, beträchtlich von den gemessenen Werten ab [2]. Diese Abweichung wird überraschenderweise sogar noch vergrössert, wenn man eine Beimischung der nächstwahrscheinlicheren S'- oder D-Zustände berücksichtigt. Einen Beitrag in der richtigen Richtung liefern lediglich die P-Zustände. Um Übereinstimmung mit den Experimenten zu erzielen, müssten gleichzeitig aber die D-Zustände vernachlässigt werden, was wiederum nicht verträglich ist mit der Vorstellung, dass die Zustände mit den höheren Bahndrehimpulsen durch Tensorkräfte erzeugt werden. In diesem Fall muss die Intensität der D-Beimischung auf jeden Fall bedeutend grösser sein, als diejenige der P-Beimischung. Es herrscht daher die Auffassung vor, dass die festgestellte magnetische Anomalie eher auf die Existenz eines starken mesonischen Austauschmomentes, als auf die Beimischung weiterer Zustände schliessen lässt [4]. Die Betrachtung der Bindungsenergien brachte ebenfalls keine eindeutige Aussagen. Hier sind es vor allem die mit der Lösung des 3-Nukleonenproblems verknüpften mathematischen Schwierigkeiten, die die Deutung erschweren. Mit einiger Sicherheit lässt sich lediglich voraussagen, dass der antisymmetrische  $^2S_{1/2}$ -Zustand, der eine viel zu grosse Bindungsenergie gibt, kaum vorhanden sein kann [5].

Die von COLLARD et al. [6] durchgeführten Messungen der elastischen Streuung von Elektronen an  $\text{He}^3$  und  $\text{H}^3$  lieferten die ersten Anhaltspunkte für das gleichzeitige Auftreten von mehr als einem der vorausgesagten Zustände. SCHIFF [7] analysierte die daraus abgeleiteten Formfaktoren der beiden Kerne und fand, dass zu ihrer Erklärung neben dem vollsymmetrischen S-Zustand zumindestens noch eine Beimischung des zwischensymmetrischen S'-Zustandes eingeführt werden muss.

Diese Aussage wird, wie in unseren im folgenden mit I bezeichneten Arbeiten [8] gezeigt wurde, auch durch die neusten Untersuchungen der Photospaltung dieser Kerne [8–10] und deren inversen Reaktion [11], dem Einfang von Nukleonen durch Deuteronen, bestätigt. Die Analyse des zur Verfügung stehenden Datenmaterials zeigte, dass es im Gegensatz zu den Formfaktormessungen sogar möglich ist, die S'-Beimischung eindeutig zu bestimmen und darüber hinaus auch Auskunft über den ortsabhängigen Teil der Eigenfunktionen dieser Zustände zu erhalten.

Der grosse Vorteil der Kernphotoreaktion liegt darin, dass hier die Interpretation der Experimente durch Auswahlregeln und die charakteristischen Eigenschaften der einzelnen Multipolübergänge bedeutend erleichtert wird. In der Nähe der Reaktionschwelle braucht zum Beispiel nur noch der magnetische Dipolübergang berücksichtigt zu werden. Wie schon VERDE [12] bemerkte, ist aber dieser Übergang aus dem

S-Zustand verboten. Zur Erklärung des beobachteten Wirkungsquerschnittes für den Einfang von thermischen Neutronen durch Deuteronen kommen daher nur Übergänge aus den übrigen Zuständen in Frage. Von diesen liefert aber nur derjenige aus dem S'-Zustand einen nicht vernachlässigbaren Beitrag. Diese Messgrösse zusammen mit der bei der Winkelverteilung der Reaktionsprodukte festgestellten isotropen Komponente beweisen somit direkt die Existenz dieses Zustandes. Bei den höheren Energien trägt dagegen, wie ebenfalls aus der gemessenen Winkelverteilung hervorgeht, praktisch nur noch der E1-Übergang aus dem S-Zustand zum Gesamtwirkungsquerschnitt bei. Diese Grösse gibt daher vor allem Aufschluss über die Ortsfunktion dieses Zustandes. Der in I durchgeführte Vergleich zwischen den Experimenten lieferte wiederum eine eindeutige Aussage: Von den geprüften, bisher für das 3-Nukleonensystem vorgeschlagenen Ortsfunktionen, beschreibt nur der von GUNN und IRVING vorgeschlagene [13] Ansatz den Verlauf und Absolutwert des beobachteten Wirkungsquerschnittes korrekt.

Verschiedene inzwischen durchgeführte Experimente lassen allerdings erkennen, dass die in I erhaltenen Aussagen noch auf wenig gesicherten Resultaten beruhen. So weicht der von verschiedenen Autoren neubestimmte Wirkungsquerschnitt für die Photospaltung des He<sup>3</sup> [14, 15] zum Teil um mehr als einen Faktor 2 von den in I zur Bestimmung der Wellenfunktion benützten Messdaten ab. Die Unsicherheit über den Verlauf und den Absolutwert dieser wichtigen Messgrösse wird noch erhöht, wenn man auch die von Untersuchungen der inversen Reaktion stammenden Resultate mitberücksichtigt. Der von GRIFFITHS et al. [11] bestimmte Wirkungsquerschnitt für den Einfang von Protonen durch Deuteronen im unteren Energiebereich liegt bedeutend tiefer als die theoretischen Voraussagen, die man unter Berücksichtigung des Reziprozitätstheorems mit der in I abgeleiteten Wellenfunktion erhält. Der von CERINEO et al. [16] gefundene Wirkungsquerschnitt für den Einfang von 14 MeV Neutronen durch Deuteronen ist dagegen um rund einen Faktor 3 grösser.

Da ein Entscheid zwischen den verschiedenen Messergebnissen nur an Hand weiterer Experimente getroffen werden kann und zudem über den Einfang von Protonen durch Deuteronen bei den höheren Energien noch keine Resultate vorliegen, wurde in der vorliegenden Arbeit der Wirkungsquerschnitt dieser Reaktion im Energiebereich von 2 bis 12 MeV und gleichzeitig auch die Winkelverteilung der dabei emittierten Gammaquanten bestimmt. Die experimentelle Anordnung und die Messmethode werden im folgenden Abschnitt 2 und die Auswertung der Messresultate in Abschnitt 3 beschrieben. In Abschnitt 4 werden die Ergebnisse mit den übrigen zur Zeit verfügbaren Daten verglichen.

Die in Abschnitt 5 durchgeführte theoretische Analyse der Messungen stützt sich auf die von EICHMANN [17] entwickelte Theorie für die Photospaltung der 3-Körperkerne in ein Nukleon und ein Deuteron. Für den Vergleich mit der inversen Reaktion wird die Gültigkeit des Reziprozitätstheorems vorausgesetzt. Da die in I benützten Messdaten durch die vorliegenden Messungen im wesentlichen bestätigt werden, wird die dort für den Grundzustand der Kerne der Masse 3 gefundene Wellenfunktion unverändert übernommen. Eingehend untersucht wird dafür der in I noch vernachlässigte Einfluss der im Kontinuumszustand zwischen dem Proton und dem Deuteron wirkenden Coulomb- und Kernkräfte. Die Ergebnisse dieser einmal mit und einmal

ohne Berücksichtigung dieser Wechselwirkung durchgeföhrten Rechnungen und die sich hieraus ergebenden Schlussfolgerungen hinsichtlich der Wellenfunktion des Grundzustandes finden sich in Abschnitt 6.

## 2. Experimentelle Anordnung und Messmethode

Die Reaktion  $H^2(p, \gamma)He^3$  wurde am Tandembeschleuniger der ETH bei verschiedenen Protonenenergien im Bereich von 2 bis 12 MeV untersucht. Als Target diente Deuteriumgas je nach Energie unter einem Druck von 400 bis 1200 Torr. Die monochromatische Gammastrahlung der Energie  $E_\gamma = 2/3 E_p + Q$  ( $Q = 5,49$  MeV) wurde mit einem  $3'' \times 3''$  NaI-Szintillatorm gemessen, dessen Eigenschaften, wie Antwortfunktion und Ansprechwahrscheinlichkeit für Gammaquanten hoher Energie, bereits in einer früheren Arbeit [18] bestimmt und ausführlich beschrieben worden sind.

Figur 1 zeigt eine Skizze der Messanordnung. Der Protonenstrahl durchlief nach dem  $90^\circ$ -Analysermagnet eine Ta-Blende mit einer Öffnung von  $5\text{ mm } \varnothing$  und nach dieser, in einem Abstand von 30 cm, einen zylindrischen Gasbehälter in axialer Richtung. Der Strahl wurde bei den tieferen Energien ( $E_p \leq 5$  MeV) unmittelbar hinter dem Target, bei den höheren Energien wo der Neutronen- und Gammauntergrund störte, erst in einer Entfernung von 3 m mit Gold gebremst. Das Strahlrohr war nach der Blende mit Bleifolien von 1 mm Dicke ausgekleidet.

In einer kleinen Kammer aus Plexiglas befanden sich zwei identische Gasbehälter aus Aluminium mit den Innendimensionen  $L = 52,5$  mm,  $\varnothing = 25$  mm. Der eine Behälter enthielt das Deuterium, während der andere, mit Wasserstoff gefüllt, zur Bestimmung des Untergrundes benützt wurde. Sie waren je an einer Durchführung, die gleichzeitig auch als Gaszuführung diente, befestigt und konnten von aussen

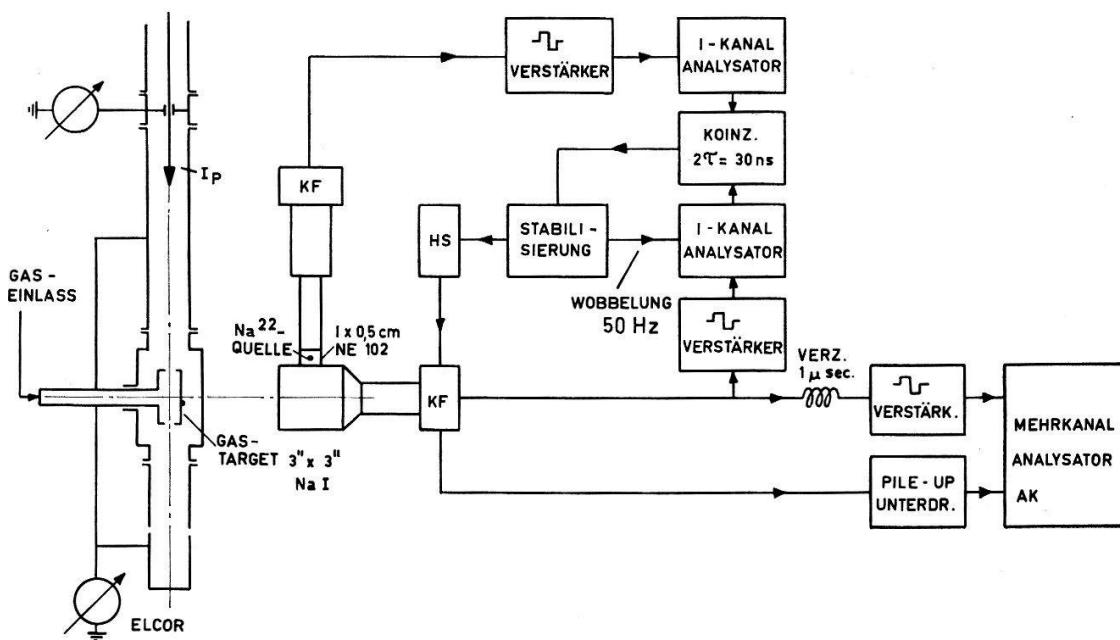


Fig. 1

Experimentelle Anordnung zur Bestimmung des differentiellen und totalen Wirkungsquerschnittes der Reaktion  $H^2(p, \gamma)He^3$ . Der Abstand Mitte Gastarget-Detektoroberfläche betrug rund 22 cm und die Länge des Gastargets 5,2 cm. Zur Messung der Winkelverteilung der Gammaquanten wurde ein kürzeres Target (2,5 cm) benützt und der Strahl unmittelbar nach dem Austritt gebremst.

wahlweise und reproduzierbar in den Strahl geschoben werden. Für die einen Durchmesser von 11 mm aufweisenden Ein- und Austrittsfenster wurden im unteren Energiebereich Ni-Folien von  $1 \text{ mg/cm}^2$  verwendet. Sie mussten bei den höheren Energien, wo die durch inelastische Streuung von Protonen an Nickel erzeugte Gammastrahlung zu stören begann, durch Ta-Folien von ca.  $5 \text{ mg/cm}^2$  ersetzt werden. Damit die Folien leicht ausgewechselt werden konnten, waren sie nur an kleine die Behälteröffnungen umschliessende O-Ringe angepresst. Der Gasdruck, der mit einem Hg-Manometer auf  $2\%$  genau abgelesen werden konnte, wurde der jeweiligen Protonenenergie so angepasst, dass der mittlere Energieverlust im Gastarget 100 keV nicht überschritt.

In einer ersten Messreihe wurde die Intensität der unter einem Laborwinkel von  $90^\circ$  in bezug auf den einfallenden Strahl emittierten Gammaquanten in Abhängigkeit der Protonenenergie von 2 bis 12 MeV in Schritten von 0,5 MeV bestimmt. Bis zur Energie von 4 MeV war der Untergrund so klein, dass der Detektor frei aufgestellt werden konnte. Der Abstand Targetmitte–Detektoroberfläche betrug in diesem Fall  $23,10 \pm 0,05 \text{ cm}$ . Oberhalb dieser Energie war eine starke Zunahme von zum Teil im Deuteriumgas selber erzeugten, schnellen Neutronen und der damit verbundenen sekundären, hochenergetischen Gammastrahlung zu beobachten; der Kristall musste hier allseitig mit einer massiven Abschirmung aus borhaltigem Paraffin und Blei umgeben werden. Zwischen Target und Detektor erwies sich ein Filter aus 20 cm Paraffin, 0,5 cm Borplastic und 0,5 cm Blei als bester Kompromiss. Die Gammaintensität wurde bei 4 MeV mit und ohne Abschirmung gemessen und diejenigen bei den höheren Energien relativ zu diesem Messpunkt bestimmt.

Während im unteren und mittleren Energiebereich mit einem nur durch die Erwärmung der Ta-Folien begrenzten Protonenstrom von  $1\text{--}3 \mu\text{A}$  gearbeitet werden konnte, musste dieser bei den höchsten untersuchten Energien, wegen den trotz der Abschirmung festgestellten sehr hohen Stosszahlen, bis auf  $0,1 \mu\text{A}$  reduziert werden. Die Strahlführung war so justiert, dass die auf die Blende und das leere Target – diese Kontrollen wurden jeweils mit entfernten Folien vorgenommen – auftreffenden Protonenströme im Vergleich zu dem nach dem Target registrierten Anteil sicher kleiner als  $1\%$  waren. Der Blendenstrom wurde zur Kontrolle ständig überwacht. Während den eigentlichen Messungen waren das zwischen Blende und Target liegende Strahlrohr, das Target, sowie das folgende Endstück in dem der Strahl gebremst wurde, elektrisch miteinander verbunden. Die an diesen Stellen registrierten Ströme wurden gemeinsam einem Integrator zugeführt. Ein kleiner, vor dem Target angebrachter Permanentmagnet verhinderte, dass die in der Eintrittsfolie erzeugten Sekundärelektronen in Richtung der Blende entweichen konnten. Das Impulshöhenpektrum des Detektors wurde bei jeder Energie so lange gemessen, bis eine vorgewählte Ladung erreicht war. Die Totzeit des Analysators wurde durch gleichzeitige Messung der Gesamtzahl der über seiner Eingangsschwelle liegenden Impulse und des davon verarbeiteten Anteils mit zwei schnellen Zählern bestimmt.

Die Winkelverteilung der Gammaquanten wurde in einer separaten Messreihe bestimmt. Dazu wurde im wesentlichen dieselbe Messanordnung wie vorhin benutzt, mit dem Unterschied, dass jetzt der Detektor auf einem um die Targetmitte drehbaren Arm montiert war, mit dem jeder beliebige Winkel zwischen  $0^\circ$  und  $165^\circ$  mit einer

Genauigkeit von  $\pm 0,5^\circ$  eingestellt werden konnte. Zur Verbesserung der Winkelauflösung war zudem die Länge des Gastargets auf die Hälfte reduziert. Mit einer annähernd punktförmigen, radioaktiven Na<sup>24</sup>-Quelle, die in der Mitte des Gastargets montiert war, wurde einerseits die Justierung des Detektors kontrolliert und anderseits auch die Gammaabsorption in der Behälter- und Kammerwandung experimentell bestimmt. Ein zweiter fest unter  $90^\circ$  aufgestellter NaI-Kristall ( $2'' \times 2''$ ) diente hier als Monitor. Die Impulse der beiden Detektoren wurden gleichzeitig in einem Doppelkonverter verarbeitet und in zwei verschiedenen Teilen des Speichers eines Mehrkanalanalysators aufbewahrt. Die Messungen der Winkelverteilung beschränkten sich auf vier Energien im unteren Energiebereich und zwar, weil der bei den höheren Energien auftretende, hauptsächlich in Vorwärtsrichtung gebündelte Neutronenuntergrund die Bestimmung der am meisten interessierenden, aber ausserordentlich schwachen Gammaintensität unter  $0^\circ$  verunmöglichte.

Die relativ langen Messzeiten von mehreren Stunden pro Energie und Winkel bei den teilweise sehr hohen und zeitlich variablen Stosszahlen erforderten einige elektronische Hilfsapparaturen. Notwendig war insbesondere eine Stabilisierung der Verstärkung des Photovervielfachers. Es wurde dazu die von DE WAARD [19] vorgeschlagene Methode verwendet, bei welcher durch Wobbelung (mit 50 Hz) des Fenster eines Einkanal-Analysators über eine Referenzlinie die Stosszahlen in den beiden Flanken miteinander verglichen werden. Die Referenzlinie wurde mit einer radioaktiven Na<sup>22</sup>-Quelle erzeugt, die in einen kleinen Plastikszintillator NE 102 eingebaut war. Da in diesem Energiebereich ein starker, exponentiell ansteigender Untergrund überlagert war, wurden von den im Fenster liegenden Impulsen nur diejenigen zur Stabilisierung verwendet, welche in Koinzidenz mit den vom Plastikszintillator registrierten  $\beta^+$  der Quelle waren. Mit dem Ausgangssignal der in beiden Messkanälen verwendeten Einkanal-Analysatoren, die das Signal, unabhängig von der Fenstereinstellung, beim Nulldurchgang des doppelt differenzierten Eingangssignal lieferten, konnte eine Koinzidenzauflösung von  $2\tau = 30$  nsec realisiert werden.

Trotz den zur Verarbeitung der Impulse benützten Linearverstärker mit doppelter Impulsformung durch zwei  $0,7 \mu\text{sec}$  lange Verzögerungskabel, störte bei den höchsten untersuchten Energien auch die Überlagerung (Pile up) von zwei oder mehreren Impulsen, die zwar Ereignissen kleinerer Energien entsprechen, zeitlich aber innerhalb dieser  $0,7 \mu\text{sec}$  auftreten. Dieser Effekt konnte mit einer bereits in einer anderen Arbeit [20] beschriebenen Unterdrückungs-Apparatur, die die effektive Überlagerungszeit auf  $0,12 \mu\text{sec}$  begrenzte, in dem zur Auswertung benützten Teil des Spektrums bis auf einen vernachlässigbaren Anteil reduziert werden.

### 3. Auswertemethode und Resultate

#### 3.1. Differentieller und totaler Wirkungsquerschnitt

Bezeichnet man mit  $I(E_p, 90^\circ)$  die im Schwerpunktssystem unter einem Winkel von  $\theta = 90^\circ$  gemessene, durch die Photolinie des Meßspektrums bestimmte Stosszahl pro einfallendes Proton der Energie  $E_p$ , dann ist der differentielle Wirkungsquerschnitt bei frei aufgestelltem Detektor durch folgenden Ausdruck gegeben:

$$\frac{d\sigma(E_p)}{d\Omega} \Big|^{90^\circ} = \frac{3 I(E_p, 90^\circ)}{8 \pi N_D \mathcal{H}(E_\gamma) T(E_\gamma)} \frac{1 + a/b}{1 + 3 a/2 b + Q_2(E_\gamma)/2}. \quad (1)$$

Es bedeuten:  $\mathcal{H}(E_\gamma)$  die Ansprechwahrscheinlichkeit des  $3'' \times 3''$  NaI-Kristalls für Gammaquanten der Energie  $E_\gamma$ ,  $N_D$  die Anzahl der Deuteriumatome pro cm<sup>2</sup>,  $T(E_\gamma)$  ein Korrekturfaktor für die Absorption der Gammaquanten in der Wandung des Gasbehälters und der Plexiglaskammer. Bei der Herleitung dieser Formel wurde die experimentell ermittelte Winkelverteilung (vgl. Abschnitt 3.2.), sowie die endliche Ausdehnung des Detektors berücksichtigt;  $a/b$  ist das Verhältnis der unter  $0^\circ$  und  $90^\circ$  gemessenen Stosszahlen – dieser Beitrag wurde oberhalb  $E_p = 5$  MeV vernachlässigt – und  $Q_2$  ist der von ROSE [21] definierte «Smoothing»-Faktor. Da der Wirkungsquerschnitt im betrachteten Energiebereich nur schwach mit der Energie variiert, wurde dagegen die durch das Eintrittsfenster und das Gastarget verursachte Energieverschmierung von maximal 100 keV nur bei der Berechnung der mittleren Protonenenergie berücksichtigt. Die Bestimmung der einzelnen Größen geschah wie folgt:

$I(E_p)$ : In die Photolinie des auf eine vorgegebene Ladung gemessenen Impulshöhenpektrums wurde eine Gaußkurve eingepasst und die durch die Fläche dieser Kurve festgelegte Stosszahl ermittelt. Die Einpassung der Gaußkurve bereitete allerdings erhebliche Schwierigkeiten, weil sich namentlich bei den höheren Energien die Photolinie und der 1. Escape-Peak bereits stark überlappten und zudem der Gammastrahl noch ein beträchtlicher, exponentiell ansteigender Gammauntergrund überlagert war, der nicht durch die Vergleichsmessung mit dem Wasserstofftarget erfasst werden konnte. Es stellte sich heraus, dass dieser Untergrund von schnellen Neutronen herührte, die hauptsächlich bei der  $D(d, n)He^3$ -Reaktion im Deuteriumgas selber erzeugt wurden und trotz der Abschirmung in den Kristall gelangten. Zur Erfassung dieses einer direkten Messung nicht zugänglichen Untergrundes wurde folgendes Auswerteverfahren angewendet: Zuerst wurde die Antwortfunktion des Detektors für breiten

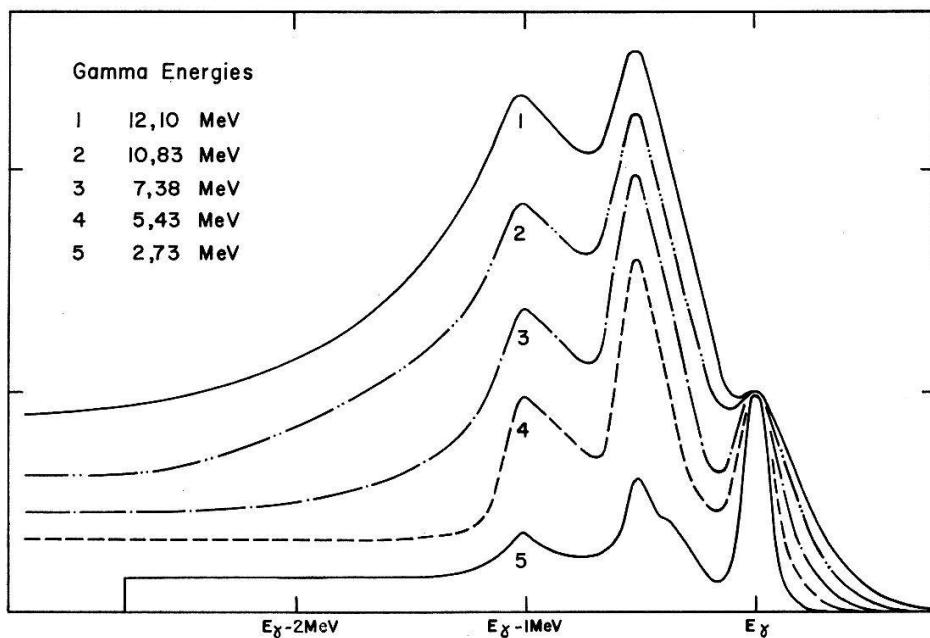


Fig. 2

Antwortfunktionen des  $3'' \times 3''$  NaI-Kristalls für monochromatischen breiten Gammastrahl. Zu ihrer Bestimmung wurden Gammalinen der Reaktionen  $Al^{27}(p, \gamma)Al^{28}$  (1),  $N^{14}(n, \gamma)N^{15}$  (2),  $Pb^{207}(n, \gamma)Pb^{208}$  (3) und  $S^{32}(n, \gamma)S^{33}$  (4) benutzt. Die tiefste Energie (5) stammt von einer  $Na^{24}$ -Quelle.

Strahl mit verschiedenen Gammalinen der  $(n, \gamma)$ - und  $(\phi, \gamma)$ -Reaktion bestimmt (Figur 2) und diese im Bereich des Photo- und der beiden Escape-Linien durch drei Gausskurven approximiert. Die 9 Parameter dieses Ansatzes (Ort, Höhe und Halbwertsbreite der Gausskurven) wurden mit Hilfe eines iterativen Minimalisierungsverfahren (nach Gauss) bestimmt. Sie erwiesen sich als monotone Funktionen der Energie; durch Interpolation, bzw. bei den höchsten untersuchten Energien durch Extrapolation war es daher möglich für jede der gemessenen Gammaenergien die Antwortfunktion in analytischer Form anzugeben. Diese Funktion wurde daraufhin, unter Berücksichtigung der nun bekannten Verhältnisse für die Positionen, die Flächen und die Halbwertsbreiten der drei Gausskurven, wiederum nach der Methode der kleinsten Fehlerquadrate in den normalerweise 40 bis 50 Kanäle umfassenden Teil der Meßspektren eingepasst. Für den Untergrund wurde eine durch die Meßspektren und die von THOMSON [22] über die Effekte von schnellen Neutronen in NaI-Kristallen durchgeführten Untersuchungen nahegelegte Exponentialfunktion mit zwei freien Parametern angesetzt. Der Versuch, diese vier Funktionen mit ihren insgesamt noch fünf freien Parametern, ebenfalls mit Hilfe der bereits erwähnten Gauss'schen Methode einzupassen, misslang allerdings, da das in diesem Fall zur Lösung der Normalgleichungen angewendete iterative Verfahren ausnahmslos divergierte, sobald der kontinuierliche Untergrund nicht mehr vernachlässigbar war. Wesentlich besser bewährte sich in diesem Fall das kürzlich von NIERENBERG [23] vorgeschlagene, verbesserte Lösungsverfahren. Diese Methode konvergierte erstaunlich rasch und erlaubte in sämtlichen betrachteten Fällen das absolute Minimum der

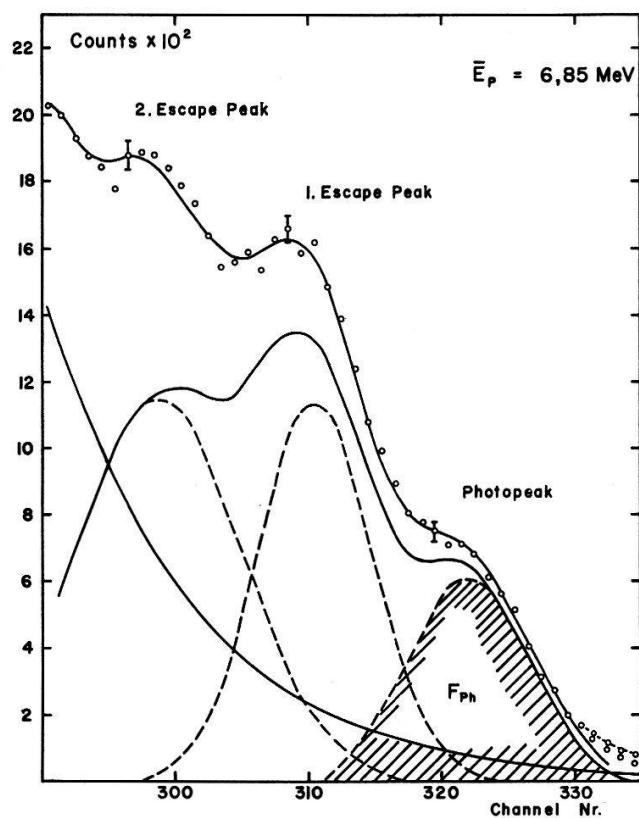


Fig. 3

Beispiel einer Einpassung der durch drei Gaussfunktionen approximierten Antwortfunktion mit exponentiellem Untergrund in ein Meßspektrum bei einer Gammaenergie von 10,05 MeV. Die Fläche der Photolinie ( $F_{ph}$ ) diente als Mass für die auf den Kristall auftreffende Gammaintensität.

Fehlerfunktion zu finden. Ein Beispiel einer solchen Zerlegung zeigt Figur 3. Obschon das Verfahren von NIERENBERG wesentlich aufwendiger ist als dasjenige von Gauss, benötigte die CDC 1604, mit der diese Rechnungen durchgeführt wurden, für jede Einpassung nur ungefähr 30 sec. Der Fehler der so bestimmten Fläche der Photolinie wird praktisch allein durch den nur näherungsweise erfassten Verlauf des Untergrundes bestimmt. Da dieser aber in der Umgebung der Photolinie stets relativ klein und zudem oberhalb der Photolinie experimentell feststellbar war, wird diese Unsicherheit auf höchstens 5% geschätzt.

$\mathcal{H}(E_\gamma)$ : Die Photoausbeute des verwendeten Detektors für parallelen, breiten Strahl  $\mathcal{H}''(E_\gamma) = p^{*''} \varepsilon''$  ( $p^{*''}$  ist der Photoanteil,  $\varepsilon'' = 1 - e^{-\mu L}$  die totale Ansprechwahrscheinlichkeit) wurde bereits in einer früheren Arbeit [18] bis zu Gammaenergien von 11 MeV experimentell ermittelt. Die hier benötigte Photoausbeute für eine Punktquelle im Abstand  $d$  wurde daraus mit Hilfe folgender Formel bestimmt:  $\mathcal{H}(E_\gamma, d) = 4 \pi \varepsilon(d) \mathcal{H}''/\varepsilon''$ . Darin bedeutet  $\varepsilon(d)$  die von WOLICKI et al. [25] definierte und berechnete totale Ansprechwahrscheinlichkeit für isotrop von einer Punktquelle emittierte Gammaquanten. Dabei wurde angenommen, dass der Photoanteil  $p^*$ , der streng genommen selber von der Einstrahlgeometrie abhängt, durch  $p^{*''}$  ersetzt werden darf. Separate Messungen mit einer Na<sup>24</sup>-Quelle ( $E_\gamma = 2,73$  MeV) zeigten in Übereinstimmung mit den Monte Carlo Rechnungen von MILLER und SNOW [26], dass diese Näherung für grössere Abstände ( $d > 10$  cm) zwischen Quelle und Detektor zulässig ist. Mit derselben Punktquelle wurde auch der Einfluss der linearen Ausdehnung des Gastargets untersucht und bei den hier benützten Abständen ebenfalls als vernachlässigbar gefunden. Die Photoanteile für die höchsten hier untersuchten Gammaenergien zwischen 11 und 13,5 MeV wurden, da die experimentell zwischen 7 und 11 MeV ermittelten Werte auf einer Geraden liegen, durch lineare Extrapolation bestimmt. Eine Rechtfertigung für dieses Verfahren liefern auch die vorhin erwähnten Monte Carlo Rechnungen, die einen solchen Verlauf bis zu Energien von mindestens 14 MeV voraussagen.

$Q_2$ : Der «Smoothing»-Faktor für den Photopeak, der die endliche Ausdehnung des Detektors korrigiert, wurde der Arbeit von HERSKIND [27] entnommen. Diese Korrekturen liegen bei der verwendeten Geometrie in der Grössenordnung von 2% und hängen nur wenig von der Energie ab.

$N_D$ : Die Anzahl der Deuteriumatome pro cm<sup>2</sup> ist durch den Gasdruck und die Länge des Gastargets bestimmt. Beide Grössen wurden mit einer Genauigkeit von mindestens 0,5% gemessen. Zu berücksichtigen ist hier allerdings noch eine Korrektur für den bekannten [28], aber noch wenig untersuchten Verdünnungseffekt, der beim Durchgang von geladenen Teilchen durch ein Gas beobachtet wird. Da er von der Stromdichte, der Energie der Teilchen und vermutlich auch von der Targetgeometrie abhängt, wurde er in einem speziellen Experiment durch Messung der am Deuterium elastisch gestreuten Protonen mit einem Halbleiterzähler bei drei verschiedenen Energien ( $E_p = 3,0, 6,0$  und  $9,0$  MeV) bestimmt. In Übereinstimmung mit [28] wurde gefunden, dass die Anzahl der Targetatome mit zunehmendem Strom linear abnimmt, und dass der Effekt unabhängig vom Gasdruck ist. Die Korrektur ist bei den tiefen Energien beträchtlich und beträgt zum Beispiel bei 3 MeV und einem Strom von 1 μA

$8\%$ . Er nimmt mit steigender Energie rasch ab. Bei 6 MeV wurden noch  $2\%$ , bei 9 MeV höchstens  $1\%$  gemessen. Der Fehler in der Bestimmung von  $N_D$  dürfte nach Anbringung dieser Korrektur gesamthaft  $1\%$  nicht übersteigen.

Bei den höheren Energien, wo ein Filter von 20 cm Paraffin und 1 cm Pb zwischen Target und Detektor verwendet werden musste, wurde der differentielle Wirkungsquerschnitt relativ zu dem vorher ohne Abschirmung bei 4 MeV ermittelten Wert mit Hilfe folgender Beziehung berechnet:

$$\frac{d\sigma/d\Omega(E_p)}{d\sigma/d\Omega(4,0)} = \frac{I(E_\gamma)}{I(E_\gamma^0)} \frac{\mathcal{H}(E_\gamma^0) T(E_\gamma^0)}{\mathcal{H}(E_\gamma) T(E_\gamma)}. \quad (2)$$

Der Faktor  $T(E_\gamma)$  enthält nun auch die berechnete Absorption der Gammaquanten im Filter.

Der totale Wirkungsquerschnitt ist dann unter Berücksichtigung des unter  $\theta = 90^\circ$  experimentell ermittelten Absolutwertes für den differentiellen Wirkungsquerschnittes und der gefundenen Winkelverteilung von der Form  $W(\theta) = a/b + \sin^2\theta (1 + \beta \cos\theta)$  (vgl. Abschnitt 3.2.) durch folgenden Ausdruck gegeben:

$$\sigma_{\text{tot}} = \frac{d\sigma}{d\Omega} \Big|^{90^\circ} \frac{\int W(\theta) d\Omega}{W(90^\circ)} = 4\pi \frac{d\sigma}{d\Omega} \Big|^{90^\circ} \frac{2/3 + a/b}{1 + a/b}. \quad (3)$$

Die so berechneten Werte sind in Figur 5 als Funktion der Protonenenergie aufgetragen. Bei den angegebenen Energien ist der Energieverlust in der Eintrittsfolie, sowie die Hälfte des Energieverlustes im Gastarget bereits berücksichtigt. Das Verhältnis  $a/b$  konnte nur bis zu Energien von 5,25 MeV bestimmt werden und wurde deshalb bei den höheren Energien vernachlässigt. Da diese Grösse aber sehr klein und wie die Messungen im unteren Energiebereich zeigen zudem praktisch unabhängig von der Energie ist, dürfte der dabei gemachte Fehler mit Sicherheit kleiner als  $3\%$  sein. Der relative Verlauf des Gesamtwirkungsquerschnittes, der aus drei unabhängigen Messungen ermittelt wurde, ist wesentlich genauer bestimmt als der Absolutwert. Den Hauptbeitrag zum angegebenen Fehler liefert die Photoausbeute, deren Genauigkeit bei den tiefsten Energien mit  $8\%$  [18] angegeben wird und bei den höchsten Energien, wegen dem angewendeten Extrapolationsverfahren, höchstens noch auf  $15\%$  geschätzt wird.

### 3.2. Winkelverteilung

Für die beim Einfang von Protonen durch Deuteronen entstehende Gammastrahlung wird von der Theorie (vgl. Abschnitt 5) folgende Winkelverteilung vorausgesagt:

$$W(\theta) = a/b + \sin^2\theta (1 + \beta \cos\theta + \gamma \cos^2\theta). \quad (4)$$

Zur Bestimmung der Koeffizienten  $a/b$  und  $\beta$  wurde die Gammaintensität unter den Winkeln (im Schwerpunktsystem)  $\theta = 0^\circ, 90^\circ, 57,5^\circ$  und  $122,5^\circ$  ermittelt (vgl. Figur 4). Als Mass für die gemessenen Gammaintensitäten diente wiederum die Fläche der Photolinie, die nach demselben in 3.1. beschriebenen Verfahren ermittelt wurde. Aus dem Verhältnis der unter  $0^\circ$  und  $90^\circ$  gemessenen und auf diejenigen des Monitor-detektors normierten Stosszahlen wurde, nach Anbringung der Korrekturen für die endliche Ausdehnung des Detektors und für die Transformation Labor-Schwerpunkt-

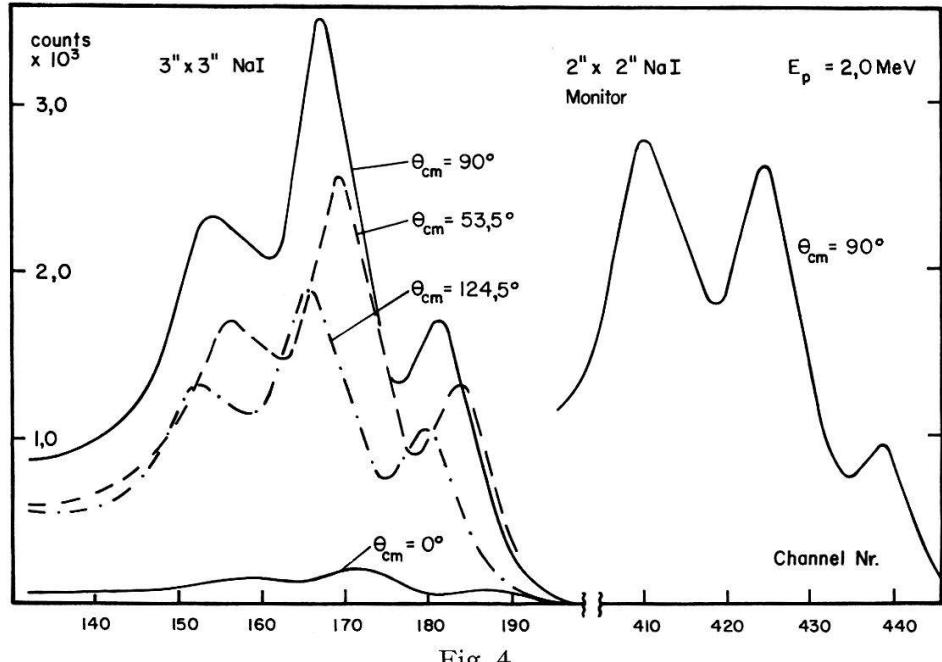


Fig. 4

Winkelverteilung der Gammaquanten bei einer festen Protonenenergie  $E_p = 2 \text{ MeV}$ . Die Intensitäten der bei vier verschiedenen Winkeln ausgeführten Messungen sind auf diejenige des fest unter  $\theta = 90^\circ$  aufgestellten Monitordetektors normiert. Der Untergrund ist hier noch vernachlässigbar klein. Deutlich sichtbar ist die durch den Dopplereffekt erzeugte Abhängigkeit der Gammaenergie vom Reaktionswinkel.

system, der gesuchte Koeffizient  $a/b$  und aus der Differenz  $W(\theta) - W(180^\circ - \theta)$  der Interferenzterm  $\beta$  ermittelt. Die so gewonnenen Resultate sind in Tabelle I zusammengestellt und finden sich auch in Figur 7.

Tabelle I

$\text{H}^2(p, \gamma)\text{He}^3$ : Experimentelle Werte für die Koeffizienten der Winkelverteilung der Gammaquanten.

$E_p(\text{lab}) \text{ (MeV)}$	$a/b$	$\beta$
1,90	$0,023 \pm 0,007$	$0,142 \pm 0,012$
2,90	$0,020 \pm 0,006$	$0,237 \pm 0,022$
4,03	$0,016 \pm 0,008$	$0,251 \pm 0,018$
5,05	$0,014 \pm 0,010$	$0,323 \pm 0,045$

Bei der höchsten untersuchten Energie ( $E_p = 5,03 \text{ MeV}$ ) wurde zusätzlich noch unter zwei weiteren Winkeln gemessen und versucht auch den Koeffizienten  $\gamma$  zu bestimmen. Die Ausgleichsrechnung lieferte hiefür einen Wert von  $\gamma = (0,00 \pm 0,02)$ , was innerhalb der Fehlergrenzen mit dem bei dieser Energie theoretisch vorausgesagten Wert von  $\gamma = 0,02$  [8] übereinstimmt. Diese Testmessung bestätigt, dass im betrachteten Energiebereich der Beitrag dieses Terms zum Gesamtwirkungsquerschnitt mit Recht vernachlässigt werden darf (vgl. Abschnitt 5).

Bei der Berechnung der Fehlergrenzen wurde nur der statistische Fehler der einzelnen Messungen berücksichtigt, da die systematischen Fehler, herrührend von

der Energieverschmierung des Protonenstahls in der Eintrittsfolie und im Gastarget, der endlichen Ausdehnung des Targets und der Änderung der Ansprechwahrscheinlichkeit des Detektors mit der vom Reaktionswinkel abhängigen Gammaenergie, im Vergleich dazu vernachlässigbar sind.

#### 4. Vergleich mit anderen Experimenten

##### 4.1. Totaler Wirkungsquerschnitt

Über den Einfang von Nukleonen durch Deuteronen liegen erst spärliche Resultate vor. Abgesehen vom gut bekannten Wirkungsquerschnitt für den Einfang von thermischen Neutronen durch Deuteronen, dessen Wert nach den neusten Messungen von JURNEY und MOTZ [29] für Neutronen der Geschwindigkeit  $v = 2200 \text{ msec}^{-1}$   $\sigma_c = (0,60 \pm 0,05) \text{ mb}$  beträgt, liegen noch Resultate von zwei Autoren vor.

GRIFFITHS et al. [11] bestimmten den Wirkungsquerschnitt für den Einfang von Protonen durch Deuteronen im Energiebereich von 0,275 bis 1,75 MeV und bei sehr tiefen Energien im Bereich von 28 bis 50 keV auf Grund der mit einem NaI-Detektor unter zwei Winkeln ( $\theta = 0^\circ$  und  $90^\circ$ ) gemessenen Gammaintensitäten. Sie setzten

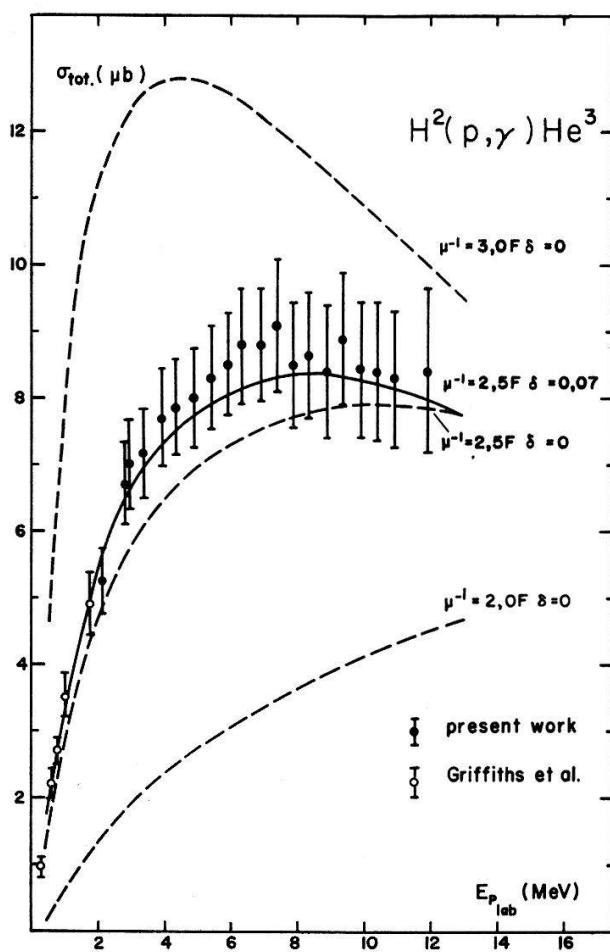


Fig. 5

Zusammenstellung der experimentellen Werte für den Gesamtwirkungsquerschnitt der Reaktion  $H^2(p, \gamma)He^3$ . Die verschiedenen Kurven wurden unter Berücksichtigung des Gunn-Irvingschen Ansatzes für die Wellenfunktion des Grundzustandes und der Coulombwechselwirkung zwischen dem Proton und dem Deuteron im Kontinuumszustand berechnet.

dabei eine Winkelverteilung von der Form  $W(\theta) = a + b \sin^2 \theta$  voraus. Die im oberen Energiebereich erhaltenen Daten sind in Figur 5 aufgetragen. Sie schliessen stetig an die Ergebnisse der vorliegenden Messungen an. Die im unteren Energiebereich gewonnenen Werte finden sich in Figur 8, und zwar sind dort die Anteile der isotropen Komponente und der  $\sin^2 \theta$ -Verteilung getrennt dargestellt.

CERINEO et al. [16] ermittelten schliesslich noch den Wirkungsquerschnitt für den Einfang von 14,4 MeV Neutronen durch Deuteronen mit einer sehr eleganten Methode. Sie verglichen mit einem Rückstossteleskop die Intensität der in einer Deuterium enthaltenden Folie erzeugten und vorwiegend in Vorwärtsrichtung emittierten Tritonen mit derjenigen der in denselben Raumwinkel fallenden, elastisch gestreuten Deuteronen. Unter Berücksichtigung des bei dieser Energie gut bekannten differentiellen Wirkungsquerschnittes für die elastische Streuung von Neutronen an Deuteronen finden sie für den Einfangsquerschnitt  $\sigma_c = (29,4 \pm 5,8) \mu\text{b}$ . Dieses Resultat ist erstaunlicherweise mehr als einen Faktor 3 grösser als der Wert, den man auf Grund der vorliegenden Messungen (vgl. Figur 5) bei dieser Energie erwartet.

Über die inverse Reaktion, die Photospaltung des  $\text{He}^3$  und  $\text{H}^3$  in ein Deuteron und ein Nukleon, liegen bedeutend mehr Informationen vor. Diese in Figur 6 zusammengestellten Resultate können unter Berücksichtigung des Reziprozitäts-theorems ebenfalls mit den vorliegenden Messungen verglichen werden. Zwischen den Wirkungsquerschnitten der beiden Reaktionen besteht die folgende Beziehung, wenn man die Rückstosseffekte der Gammaquanten vernachlässigt:

$$\sigma_c(E) = \frac{E_\gamma^2}{1891(E_\gamma - E_s)} \sigma_{Ph}(E_\gamma). \quad (5)$$

Es bedeuten  $\sigma_c (\mu\text{b})$  der Wirkungsquerschnitt für den Einfang von Nukleonen durch Deuteronen,  $\sigma_{Ph} (\text{mb})$  derjenige für die Photospaltung,  $E = 2/3 E_p$ ,  $E_p$  die Laborenergie des Nukleons,  $E_\gamma$  die Gammaenergie und  $E_s$  die Reaktionsschwelle für die Spaltung des  $\text{He}^3$  ( $E_s = 5,49$  MeV) bzw. des  $\text{H}^3$  ( $E_s = 6,26$  MeV). Die in Figur 5 und 6 angegebenen theoretischen Kurven (vgl. Abschnitt 5) unterscheiden sich lediglich durch diesen Umrechnungsfaktor.

Die Photospaltung des  $\text{He}^3$  wurde zuerst von WARREN et al. [30] in der Nähe der Reaktionsschwelle untersucht. Sie verwendeten die Reaktion  $\text{F}^{19}(\beta, \alpha \gamma)\text{O}^{16}$  ( $E_\gamma = 6,14, 6,96$  und  $7,08$  MeV) als Gammaquelle und bestimmten den Gesamtwirkungsquerschnitt mit Hilfe einer Ionisationskammer, die mit  $\text{He}^3$  gefüllt war. Die Gammaintensität wurde mit einem NaI-Kristall gemessen. Die gefundenen Resultate stimmen innerhalb der Fehlergrenzen mit denjenigen der vorliegenden Arbeit überein.

Die Photospaltung des  $\text{H}^3$  wurde, ebenfalls knapp oberhalb der Reaktionsschwelle, zum ersten Mal von BÖSCH et al. [8] nachgewiesen. Sie benützten hiezu verschiedene Gammalinen der  $(n, \gamma)$ -Reaktion ( $E_\gamma = 6,7, 7,6$  und  $9,0$  MeV). Die in einem  $\text{H}^3$ -Gas-target von 1500 Curie erzeugten Photoneutronen wurden mit einem Long Counter registriert. Der Wirkungsquerschnitt wurde durch eine Vergleichsmessung mit einem Deuteriumtarget ermittelt. Die so erhaltenen Werte stimmen ebenfalls gut mit denjenigen der vorliegenden Arbeit überein, was in Übereinstimmung mit den theoretischen Voraussagen (vgl. Abschnitt 5) beweist, dass in diesem Energiebereich die Wirkungsquerschnitte für die Spaltung des  $\text{He}^3$  und  $\text{H}^3$  in erster Näherung gleich gross sind.

GORBUNOV et al. [14] bestimmten den Gesamtwirkungsquerschnitt für die Spaltung des  $\text{He}^3$  über den grössten bisher untersuchten Energiebereich. Sie verwendeten dazu ein Bremsstrahlsppektrum mit einer maximalen Energie von 170 MeV und werteten die in einer mit  $\text{He}^3$  gefüllten Nebelkammer erzeugten Spuren aus. Die Gammaintensität wurde mit einer geeichten Ionisationskammer gemessen und später durch Messung der Photospaltung des Deuterons, für die der Wirkungsquerschnitt gut bekannt ist, kontrolliert [31]. Diese Resultate liegen deutlich höher (im Mittel um rund 30%) als die ausgezogene theoretische Kurve.

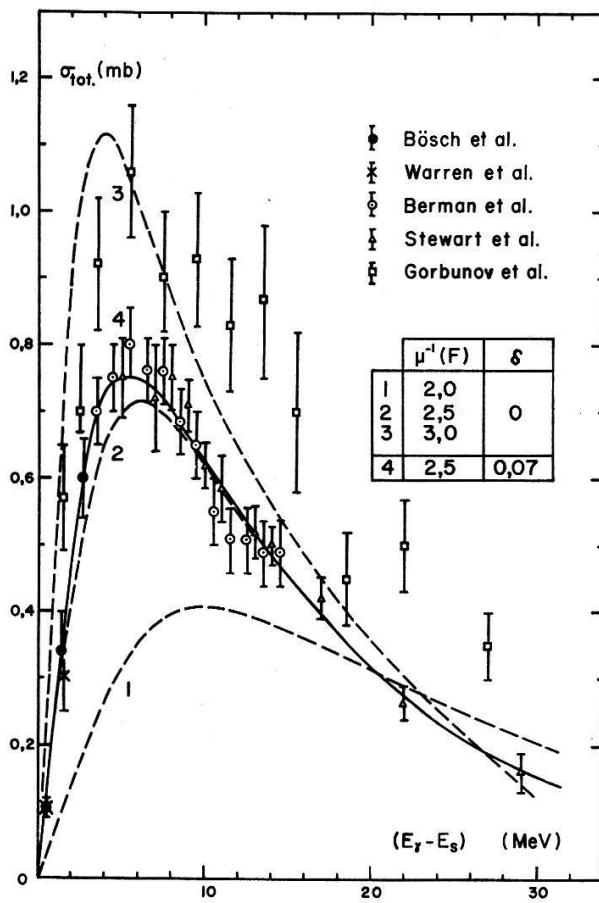


Fig. 6

Zusammenstellung der experimentellen Werte für den Gesamtwirkungsquerschnitt der inversen Reaktionen  $\text{He}^3(\gamma, p)\text{H}^2$  und  $\text{H}^3(\gamma, n)\text{H}^2$ . Nicht eingetragen sind die Resultate von FINCKH et al. [32], die mit denjenigen von STEWART et al. [10] und BERMANN et al. [9] gut übereinstimmen, sowie diejenigen von BECCHI et al. [15] die im Mittel um einen Faktor 2,5 höher liegen. Die Kurven wurden mit denselben Voraussetzungen wie in Fig. 5 berechnet.

Verschiedene Gruppen ermittelten noch den differentiellen Wirkungsquerschnitt unter  $90^\circ$  bezüglich des Gammastrahls. BERMANN et al. [9] benützten ein 22 MeV Betatron und untersuchten den Zweikörperzerfall des  $\text{He}^3$  durch Messung der Proton-Deuteron-Koinzidenzen mit zwei unter  $90^\circ$  aufgestellten, dünnen CsI-Szintillatoren. Die Gammaintensität wurde auch hier mit einer Ionisationskammer bestimmt. Die gleiche Messtechnik wurde von FINCKH et al. [32] und BECCHI et al. [15] angewendet. Während die Resultate der beiden zuerst genannten Autoren im überlappenden Energiebereich gut übereinstimmen, finden BECCHI et al. [15] Werte, die rund einen Faktor 2 grösser sind. STEWART et al. [10] schliesslich benützten das Bremsstrahlsppektrum eines Elektronen-Linearbeschleunigers und fokussierten die in einem  $\text{He}^3$ -

Gastarget unter  $90^\circ$  bezüglich des Gammastrahls emittierten geladenen Teilchen mit einer Quadrupollinse auf einen Halbleiterdetektor. Die durch eine Vergleichsmessung mit einem  $H^2$ -Target gewonnenen Absolutwerte stimmen gut mit denjenigen von BERMANN und FINCKH überein. Diese Resultate werden auch durch die neusten von KOSIEK et al. [33] durchgeführten Untersuchungen der Photospaltung des  $H^3$  bestätigt. Sie bestrahlten ein Tritium-Gastarget mit der Gammastrahlung eines Betatrons (Endenergie 32,5 MeV) und registrierten ebenfalls die unter  $90^\circ$  erzeugten Protonen und Deuteronen mit einem massendiskriminierenden Halbleiterteleskop.

Aus Gründen der Übersichtlichkeit wurde in der Figur 6 nur ein Teil der erwähnten Messungen aufgetragen. Der angegebene Gesamtwirkungsquerschnitt wurde in den Fällen, wo experimentell nur der differentielle Wirkungsquerschnitt unter  $90^\circ$  bestimmt wurde, unter der Annahme einer reinen  $\sin^2\theta$ -Winkelverteilung berechnet. Der Vergleich mit der Figur 5 zeigt, dass die Messergebnisse der vorliegenden Arbeit gut mit denjenigen von BERMANN und STEWART übereinstimmen.

#### 4.2. Winkelverteilung

Die aus den Messungen der Winkelverteilung der Reaktionsprodukte gewonnenen Koeffizienten  $a/b$  und  $\beta$  sind in Figur 7 als Funktion der Schwerpunktsenergie  $E_\gamma - E_s = 2/3 E_p$  aufgetragen. In diesem Energiemaßstab können die bei der Photospaltung beobachteten Daten direkt mit denjenigen der inversen Reaktion verglichen werden, ohne dass das Reziprozitätstheorem berücksichtigt zu werden braucht.

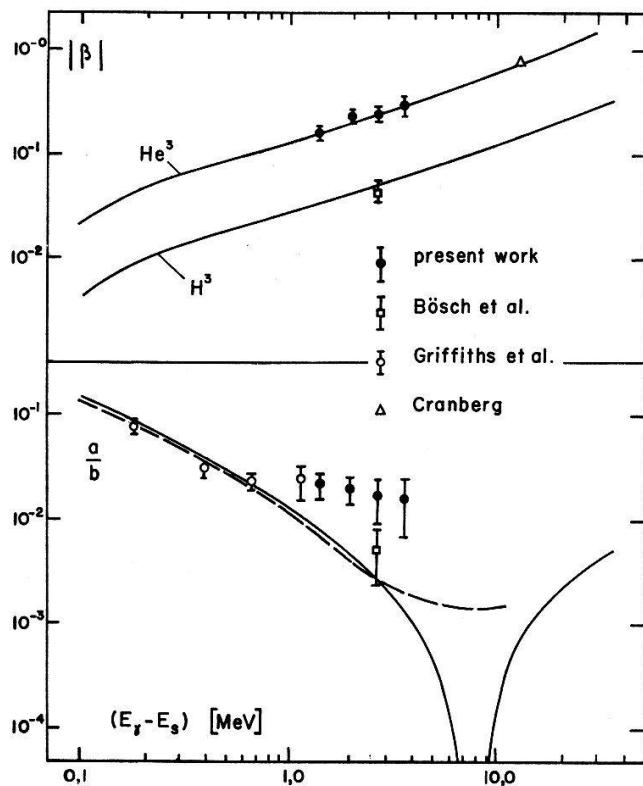


Fig. 7

Vergleich der experimentellen und theoretischen Werte für die Koeffizienten der Winkelverteilung  $\beta$  und  $a/b$ . Die ausgezogenen Kurven wurden mit dem Gunn-Irvingschen Ansatz und den Parameterwerten  $\mu^{-1} = 2,5$  F,  $\delta = 0,07$  ohne Berücksichtigung der Wechselwirkung im Kontinuumszustand berechnet. Die gestrichelte Kurve zeigt den Einfluss der zwischen dem Proton und dem Deuteron wirkenden Coulomb- und Kernkräften.

GRIFFITH et al. [11] untersuchten wie bereits erwähnt bei der  $H^2(p, \gamma)He^3$ -Reaktion die Gammaintensität unter  $0^\circ$  und  $90^\circ$  bei vier verschiedenen Energien im Bereich von 0,28 und 1,75 MeV. Die sich hieraus ergebenden Werte für den Koeffizienten  $a/b$  schliessen stetig an die Resultate der vorliegenden Arbeit an.

CRANBERG [34] bestrahlte Photoplatten, die mit  $He^3$  geladen waren, und bestimmte bei einer Energie ( $E_\gamma - E_s = 13$  MeV) durch Auswertung der Spuren der Photoprotonen sowohl  $a/b$  und  $\beta$ . Der gefundene Wert für  $a/b = 0,37$  scheint aber mit den übrigen Messungen nicht verträglich zu sein und wurde daher in der Figur nicht berücksichtigt.

BÖSCH et al. [8] gelang es, zwar wiederum nur bei einer Energie ( $E_\gamma - E_s = 2,74$  MeV), die Winkelverteilung der Photoneutronen bei der Reaktion  $H^3(\gamma, n)H^2$  zu messen und daraus ebenfalls  $a/b$  und  $\beta$  zu ermitteln. Der Vergleich mit der in der vorliegenden Arbeit bei derselben Schwerpunktsenergie ( $E_p = 4,03$  MeV) durchgeföhrten Messung zeigt, dass in Übereinstimmung mit der Theorie der E1-E2 Interferenzterm im Falle des  $He^3$  tatsächlich um einen Faktor 5 grösser ist als beim  $H^3$ .

GORBUNOV et al. [14] geben nicht nur Werte für  $a/b$  und  $\beta$  sondern auch für  $\gamma$  an. Die angegebenen grossen Messfehler dieser über relativ grosse Energiebereiche gemittelten Resultate verunmöglichen aber eindeutige Aussagen zu gewinnen und wurden daher ebenfalls nicht berücksichtigt. Die gefundenen Werte für  $\gamma$  sind zumindestens im unteren Energiebereich vermutlich viel zu gross und stimmen auf jeden Fall weder mit dem in der vorliegenden Arbeit erhaltenen Resultat ( $\gamma = 0 \pm 0,02$ ) noch mit der Theorie [8] überein.

## 5. Theorie des Einfangs von Nukleonen durch Deuteronen

Die wenigen theoretischen Arbeiten, die sich mit diesem Problem befassen, behandeln nur einen Spezialfall, den Einfang von thermischen Neutronen durch Deuteronen [12, 35]. Die folgenden Betrachtungen stützen sich daher ausschliesslich auf die wesentlich ausführlicheren Untersuchungen der inversen Reaktion, der Photospaltung der Kerne der Masse 3, deren wichtigsten Ergebnisse zuerst kurz zusammengestellt werden sollen.

Die bis jetzt ausführlichste Arbeit über die Photospaltung der 3-Körperkerne in ein Nukleon und ein Deuteron stammt von EICHMANN [17]. Während in verschiedenen älteren Arbeiten [12, 13, 36] meistens nur der elektrische Dipolübergang aus dem vollsymmetrischen S-Zustand diskutiert wird, werden in dieser Arbeit sowohl die elektrischen und magnetischen Dipolübergänge wie auch der elektrische Quadrupolübergang (E2) behandelt. EICHMANN findet unter der Annahme, dass im Grundzustand zum dominanten S-Zustand noch ein weiterer, ein zwischensymmetrischer S'-Zustand beigemischt ist, für den differentiellen Wirkungsquerschnitt dieses Reaktionsmechanismus bei einer gegebenen Gammaenergie  $\hbar \omega$  folgenden Ausdruck:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega} &= \frac{512 \pi^3 M}{9 \sqrt{3} \hbar} \omega k \frac{(\mu_p - \mu_n)^2}{\hbar c} \delta^2 \left[ \frac{1}{3} |A_{s'}^{M1}|^2 + \frac{2}{3} |\tilde{A}_{s'}^{M1}|^2 \right] \\ &+ \frac{128 M}{27 \sqrt{3} \hbar} \frac{\omega}{k} \frac{e^2}{\hbar c} \sin^2 \theta \left[ |A_s^{E1}| + \sqrt{2} \delta \operatorname{Re}(A_s^{E1} A_s^{E2*}) \right. \\ &\quad \left. + (-1)^t \frac{\omega}{3 c} \cos \theta \operatorname{Re}(A_s^{E1} A_s^{E2}(t)^*) + \frac{1}{2} \{1 + (-1)^t\} \left( \frac{\omega}{6 c} \right)^2 \cos^2 \theta |A_s^{E2}(t)|^2 \right]. \quad (6) \end{aligned}$$

Es bedeuten  $M$  die Nukleonenmasse,  $\mu_n$  und  $\mu_p$  die magnetischen Momente des Neutrons und des Protons,  $k$  die Wellenzahl des emittierten Nukleons im Schwerpunktsystem,  $\theta$  der Reaktionswinkel,  $t$  die Ladungszahl des Kerns ( $t = 1$  für  $H^3$ ,  $t = 2$  für  $He^3$ ),  $\delta$  der Beimischungsparameter des  $S'$ -Zustandes.

$A_s^{E1}$  und  $A_{s'}^{E1}$  sind die Matrixelemente für den E1-Übergang aus dem  $S$ - und  $S'$ -Zustand,  $A_s^{E2}$  dasjenige für den E2-Übergang aus dem  $S$ -Zustand und  $A_{s'}^{M1}$ ,  $\tilde{A}_{s'}^{M1}$  schliesslich die Matrixelemente für den M1-Übergang aus dem zwischensymmetrischen  $S'$ -Zustand. Wie bereits eingangs erwähnt, sind die M1-Übergänge aus dem vollsymmetrischen  $S$ -Zustand verboten [12]. Die E1-Übergänge aus den  $S$ - und  $S'$ -Zuständen, sowie der E1- und der E2-Übergang aus dem  $S$ -Zustand geben noch Anlass zu den Interferenztermen  $Re(A_s^{E1} A_{s'}^{E1*})$  und  $Re(A_s^{E1} A_s^{E2})$ .

Obiger Ausdruck enthält bereits einige Vereinfachungen. So wurden namentlich die Beiträge der E1- und E2-Übergänge aus dem  $S'$ -Zustand, also Grössen von der Form  $|A_{s'}^{E1}|^2$  und  $|A_{s'}^{E2}|^2$  darin vernachlässigt.

Die einzelnen Matrixelemente sind wie folgt definiert [17]:

$$\begin{aligned} A_{s'}^{M1} &= \int f(r)^* \chi_{01/2}^*(\varrho) u_1 \varrho^2 r^2 d\varrho dr d\lambda; \quad \tilde{A}_{s'}^{M1} = \int f(r)^* \chi_{03/2}^*(\varrho) u_1 \varrho^2 r^2 d\varrho dr d\lambda \\ A_s^{E1} &= \int f(r)^* \chi_{11/2}^*(\varrho) u_s \varrho^2 r^2 d\varrho dr d\lambda \\ A_{s'}^{E1} &= \int f(r)^* \chi_{11/2}^*(\varrho) (u_1 \varrho + u_2 \lambda r) \varrho r^2 d\varrho dr d\lambda \\ \left. \begin{array}{l} A_s^{E2}(H^3) \\ A_s^{E2}(He^3) \end{array} \right\} &= \int f(r)^* \chi_{21/2}^*(\varrho) \left\{ \begin{array}{l} \varrho^2 + \frac{3}{2} r^2 (3 \lambda^2 - 1) \\ 5 \varrho^2 + \frac{3}{2} r^2 (3 \lambda^2 - 1) \end{array} \right\} \varrho r^2 d\varrho dr d\lambda \end{aligned} \quad (7)$$

$u_s$ ,  $u_1$  und  $u_2$  sind die im folgenden Abschnitt erläuterten Ortsfunktionen des  $S$ - und  $S'$ -Grundzustandes, während  $f(r)$  und  $\chi_{l,j}(\varrho)$  die ortsabhängigen Anteile der in Abschnitt 5.2. definierten Wellenfunktionen des Kontinuumszustandes bedeuten.  $r$ ,  $\varrho$  und  $\lambda$  sind die drei inneren Koordinaten des Dreiecks, das die drei Nukleonen bilden;  $r$  ist der Verbindungsvektor zwischen einem Proton und einem Neutron,  $\varrho$  derjenige zwischen dem verbleibenden dritten Nukleon und dem Schwerpunkt der beiden anderen Nukleonen und  $\lambda = \cos(\mathbf{r}, \mathbf{\varrho})$ .

Den totalen Wirkungsquerschnitt gewinnt man aus (6) durch Integration über den Reaktionswinkel  $\theta$ . Er setzt sich, da der E1/E2-Interferenzterm keinen Beitrag leistet, aus den folgenden vier Anteilen zusammen:

$$\sigma_{\text{tot}} = \sigma_{s'}^{M1} + \sigma_s^{E1} + \sigma_{s'}^{E1} + \sigma_s^{E2}. \quad (8)$$

Im Falle des  $H^3$  ( $t = 1$ ) ist  $\sigma_s^{E2} \equiv 0$ . Dieser Term ist im betrachteten Energiebereich aber auch beim  $He^3$  sehr klein (bei 10 MeV über der Schwelle (vgl. [8], Figur 10) wird höchstens ein Wert von 10  $\mu b$  vorausgesagt) und wird daher im folgenden stets vernachlässigt. Unter dieser Annahme unterscheiden sich die Wirkungsquerschnitte für die Photospaltung des  $He^3$  und  $H^3$  nicht mehr voneinander. Aus (6) entnimmt man noch, dass bei den höheren Energien erwartungsgemäss der E1-Übergang aus dem  $S$ -Zustand den Hauptbeitrag liefert, da die übrigen Terme entweder proportional zu

$\delta$  oder  $\delta^2$  sind. In der Nähe der Reaktionsschwelle überwiegt dagegen der M1-Übergang aus dem S'-Zustand, selbst wenn der Beimischungsparameter  $\delta$  klein ist.

Die experimentell feststellbaren Koeffizienten der Winkelverteilung lassen sich ebenfalls aus (6) ableiten. Der Vergleich mit (4) gibt:

$$\begin{aligned} \frac{a}{b} &= 12 \pi \left( \frac{\mu_p - \mu_n}{e} \right)^2 k^2 \delta^2 \left[ \frac{1}{3} \left| \frac{A_s^{M1}}{A_s^{E1}} \right|^2 + \frac{2}{3} \left| \frac{\tilde{A}_s^{M1}}{A_s^{E1}} \right|^2 \right] \left( 1 + \sqrt{2} \delta \frac{A_{s'}^{E1}}{A_s^{E1}} \right)^{-1} \\ \beta &= \frac{(-1)^t w}{3 c} \frac{A_s^{E2}}{A_s^{E1}} \left( 1 + \sqrt{2} \delta \left| \frac{A_{s'}^{E1}}{A_s^{E1}} \right| \right)^{-1} \\ \gamma &= \frac{w^2 [1 + (-1)^t]}{72 c} \left| \frac{A_s^{E2}}{A_s^{E1}} \right|^2 \left( 1 + \sqrt{2} \delta \frac{A_{s'}^{E1}}{A_s^{E1}} \right)^{-1}. \end{aligned} \quad (9)$$

Bei der Berechnung der Matrixelemente  $A_s^{E2}$  zeigt sich, dass die zu  $(3\lambda^2 - 1)$  proportionalen Terme keinen Beitrag geben. Daraus folgt  $A_s^{E2}(\text{He}^3) = 5 A_s^{E2}(\text{H}^3)$  und somit für den E1/E2-Interferenzterm:  $\beta(\text{He}^3) = 5 \beta(\text{H}^3)$ , was experimentell (vgl. Figur 7) tatsächlich auch beobachtet wird.

$\sigma_{\text{tot}}$ , sowie  $a/b$ ,  $\beta$  und  $\gamma$  wurden numerisch mit den in den beiden folgenden Abschnitten diskutierten Näherungen für die Ortsfunktionen des Grund- und Endzustandes berechnet. Die für den Vergleich mit der inversen Reaktion benötigten Größen wurden daraus mit Hilfe des Reziprozitätstheorems (5), das nur den Wirkungsquerschnitt nicht aber die Koeffizienten der Winkelverteilung beeinflusst, bestimmt. Sämtliche Rechnungen wurden mit der CDC-1604 der ETH ausgeführt.

### 5.1. Die Wellenfunktion für den Grundzustand der 3-Körperkerne

In sämtlichen bisher durchgeführten Untersuchungen, so auch bei der Ableitung der Formel (6), wurde stets nur der dominante  ${}^2S_{1/2}$ -Zustand berücksichtigt. Die allgemeinste antisymmetrische Gesamtwellenfunktion lautet für diesen Zustand [3]:

$$\Psi_i = u_s \phi_a + u_a \phi_s + (u_1 \phi_2 - u_2 \phi_1). \quad (10)$$

Als S-Zustand bezeichnet man den ersten, aus einer in den Ortskoordinaten der drei Nukleonen symmetrischen Ortsfunktion ( $u_s$ ) und einer antisymmetrischen Spin-Isospinfunktion  $\phi_a$  bestehenden Term. Der zweite Term mit der antisymmetrischen Ortsfunktion wird in der Regel vernachlässigt, weil diese die kinetische Energie des 3-Nukleonensystems viel zu stark erhöhen würde. Der dritte Term mit den beiden zur zwischensymmetrischen Funktionsklasse gehörenden Orts- und Spin-Isospinfunktionen ( $u_1$ ,  $u_2$  und  $\phi_1$ ,  $\phi_2$ ) entspricht dem S'-Zustand.

Unter Berücksichtigung dieser Vereinfachung lässt sich die Wellenfunktion normiert wie folgt schreiben:

$$\Psi_i = (1 + \delta^2)^{-1/2} \left[ u_s \phi_a + \frac{\delta}{\sqrt{2}} (u_1 \phi_2 - u_2 \phi_1) \right]. \quad (11)$$

Der neu eingeführte Parameter  $\delta$  ist ein Mass für die Beimischung des S'-Zustandes.

Für die unbekannten Ortsfunktionen  $u_s$ ,  $u_1$  und  $u_2$  existieren verschiedene Vorschläge [12, 13, 17, 36]. Es handelt sich dabei stets um einfache Variationsfunktionen, wie sie zur Berechnung der Bindungsenergien der 3-Körperkerne benutzt werden. Ihre Verwendbarkeit zur Beschreibung der Photospaltung wurde systematisch in I

untersucht. Dabei wurde gefunden, dass von all diesen Ansätzen nur mit der zuerst von GUNN und IRVING [13] vorgeschlagenen Funktion die damals zur Verfügung gestandenen Messergebnisse befriedigend erklärt werden können. Da die vorliegenden Messungen die in I zur Prüfung der Ortsfunktionen verwendeten Daten bestätigen, wird im folgenden nur dieser Ansatz berücksichtigt.

Er lautet für den vollsymmetrischen S-Zustand:

$$u_s = N_s \exp \left[ -\mu \left( \sum_{i>j} r_{ij}^2 \right)^{1/2} \right] / \left( \sum_{i>j} r_{ij}^2 \right)^{1/2}. \quad (12)$$

Darin bedeuten  $r_{ij}$  die Distanz zwischen zwei Nukleonen und  $\mu$  ein neuer Parameter, der im wesentlichen die Grösse der 3-Körperkerne bestimmt.

Die beiden zwischensymmetrischen Ortsfunktionen  $u_1$  und  $u_2$  lassen sich daraus mit Hilfe der von VERDE [12] definierten Symmetrioperatoren ableiten. Unter der Voraussetzung, dass die Verzerrung des von den 3 Nukleonen gebildeten Dreiecks klein ist, findet man dafür:

$$u_1 = N_1 \frac{r_{12}^2 + r_{13}^2 - 2 r_{23}^2}{\left( \sum_{i>j} r_{ij}^2 \right)^{1/2}} u_s \quad u_2 = N_2 \frac{r_{12}^2 - r_{13}^2}{\left( \sum_{i>j} r_{ij}^2 \right)^{1/2}} u_s. \quad (13)$$

Die Normierungskonstanten  $N_s$ ,  $N_1$  und  $N_2$  erhält man aus der üblichen Bedingung  $\int u_s^2 d^3r_i = \int u_1^2 d^3r_i = \int u_2^2 d^3r_i = 1$ .

### 5.2. Die Wellenfunktion für den Kontinuumszustand der 3-Körperkerne

In der vorliegenden Arbeit interessierte nur der eine der beiden möglichen Reaktionskanäle, die Photospaltung in ein Deuteron und ein Nukleon. Der Gesamtspin dieses Kontinuumszustandes kann die Werte  $s = 1/2$  und  $3/2$  annehmen. Der Isospin ( $\tau = 1/2$ ) bleibt dagegen erhalten. Da die Ortsfunktion des gebundenen Deuterons symmetrisch ist, existiert keine antisymmetrische Gesamtortsfunktion. Die Wellenfunktionen für die beiden Zustände lauten daher [17]:

$$\begin{aligned} s = 1/2: \quad & \Psi_f = N_f (-v_s \phi_a + v_1 \phi_2 - v_2 \phi_1) \\ s = 3/2: \quad & \tilde{\Psi}_f = \tilde{N}_f (\tilde{v}_1 \tilde{\phi}_2 - \tilde{v}_2 \tilde{\phi}_1). \end{aligned} \quad (14)$$

Man machte dabei die vereinfachende Annahme, dass die Ortsfunktionen  $v_s$ ,  $v_1$ ,  $\tilde{v}_1$  und  $\tilde{v}_2$  wiederum mit Hilfe der vorhin erwähnten Symmetrioperatoren aus einem und demselben Ansatz  $v(\mathbf{r}, \boldsymbol{\varrho})$  abgeleitet werden dürfen. Vernachlässigt man von vornherein die Verzerrung des Deuterons bei der Emission des Nukleons, kann dafür folgendes Produkt angesetzt werden:

$$v(\mathbf{r}, \boldsymbol{\varrho}) = f(\mathbf{r}) g(\boldsymbol{\varrho}) \quad (15)$$

$f(\mathbf{r})$  ist die Wellenfunktion des Deuterons, wofür hier der einfache, asymptotisch aber korrekte Ausdruck  $f(\mathbf{r}) = \exp(-\gamma |\mathbf{r}|)/|\mathbf{r}|$  mit  $\gamma^{-1} = 3,74$  F eingesetzt wurde.

Die Funktion  $g(\boldsymbol{\varrho})$  beschreibt die Relativbewegung des Nukleon-Deuteron-Systems. Sie kann, wenn man mit  $\mathbf{k}$  den Wellenvektor des auslaufenden Nukleons und mit  $\vartheta$  den Winkel zwischen den Vektoren  $\boldsymbol{\varrho}$  und  $\mathbf{k}$  bezeichnet, durch folgende Entwicklung nach festen Bahndrehimpulsen 1 dargestellt werden:

$$g(k \boldsymbol{\varrho}) = \sum_{l=0}^{\infty} (-i)^l \sqrt{4\pi (2l+1)} e^{-i\delta_{lj}} \frac{\chi_{lj}(k \boldsymbol{\varrho})}{k \boldsymbol{\varrho}} Y_{l,0}(\vartheta) \quad (16)$$

$Y_{l,j}(\vartheta)$  bedeutet die Kugelfunktion der Ordnung  $l$  und  $\delta_{lj}$  die zum Zustand mit Gesamtdrehimpuls  $j$  und Bahndrehimpuls  $l$  gehörenden Streuphasen.

Der Gesamtwirkungsquerschnitt, sowie die Koeffizienten der Winkelverteilung wurden mit den nachstehend diskutierten drei Näherungen für den ortsabhängigen Teil der Streufunktion  $\chi_l(k \rho)$  berechnet:

(i) *Approximation durch ebene Wellen*: Vernachlässigt man jegliche Wechselwirkung zwischen dem Deuteron und dem auslaufenden Nukleon, dann sind sämtliche Streuphasen Null und für  $\chi_l$  ist anzusetzen:

$$\chi_l(k \rho) = \left( \frac{\pi}{2} k \rho \right)^{1/2} J_{l+1/2}(k \rho) \quad (J_{l+1/2}(k \rho) : \text{Besselfunktion}) . \quad (17)$$

In diesem Fall wird  $\tilde{v}_1 = v_1$  und  $\tilde{v}_2 = v_2$  und somit auch  $|A_s^{M1}| = |\tilde{A}_s^{M1}|$ . Die M1, E1 und E2-Übergänge wurden mit diesem Ansatz bereits in einer unseren früheren Arbeiten [8] berechnet. Der Vergleich mit den zur Verfügung stehenden, experimentell ermittelten Wirkungsquerschnitten (vgl. Figur 6), sowie mit dem Wirkungsquerschnitt für den Einfang von thermischen Neutronen durch Deuteronen, ermöglichte schon damals die beiden einzigen, in der Wellenfunktion des Grundzustandes auftretenden unbekannten Größen  $\mu$  und  $\delta$  eindeutig festzulegen. Als beste Werte wurden gefunden  $\mu^{-1} = 2,5$  F und  $\delta = 0,07$ . Wie aus der Figur 5 hervorgeht, beschreibt derselbe Größenparameter den in der vorliegenden Arbeit ermittelten Gesamtwirkungsquerschnitt ebenfalls befriedigend; die weiteren Rechnungen wurden daher nur noch mit diesen beiden Parameterwerten durchgeführt.

(ii) *Berücksichtigung der Coulombwechselwirkung*: Dieser Effekt spielt bei der Photospaltung des  $\text{He}^3$  und beim Einfang von Protonen durch Deuteronen, zumindestens bei nicht allzu hohen Energien, sicher eine bedeutende Rolle. Er kann, solange die Kernkräfte im Kontinuumszustand vernachlässigbar sind, exakt erfasst werden, wenn man für die Ortsfunktion  $\chi_l$  die reguläre Coulombfunktion  $F_l$  [37] einsetzt. Zur Berechnung der in den Matrixelementen (7) auftretenden dreifachen Integrale wurde der von ERDÉLY et al. [38] gegebene Zusammenhang zwischen der konfluenten hypergeometrischen und der hypergeometrischen Funktion verwendet. Benutzt man für die letztere ferner noch die ebenfalls dort aufgeführte Reihenentwicklung, dann lassen sich zwei der drei Integrationen analytisch ausführen. Das verbleibende dritte Integral wurde numerisch mit einer Genauigkeit von mindestens  $1\%$  berechnet. Die Rechnungen beschränkten sich hier in Anbetracht des erheblichen Rechenaufwandes auf die beiden Dipolübergänge. Die einmal mit und einmal ohne Berücksichtigung der Coulombwechselwirkung berechneten Wirkungsquerschnitte sind für jeden Dipolübergang separat in Figur 8 aufgetragen. In Figur 9 ist noch, zur besseren Veranschaulichung des Coulombeffektes, das Verhältnis der beiden im Falle des E1-Übergangs erhaltenen Wirkungsquerschnitte und zum Vergleich der oft verwendete Durchdringungsfaktor  $T_1$  für Protonen mit Bahndrehimpuls  $l = 1$  dargestellt. Er lautet für Teilchen mit festem Bahndrehimpuls  $l$ :

$$T_l(\eta) = \frac{2 \pi \eta}{(e^{2\pi\eta} - 1)} \frac{1}{(l!)^2} [(l^2 + \eta^2) \dots (1 + \eta^2)] . \quad (18)$$

$\eta = 0,2227 Z_1 Z_2 \sqrt{M/2E}$   $M = \text{reduzierte Masse}$ ,  $E = \text{Energie des auslaufenden Nukleons im Schwerpunktsystem}$ .

(iii) *Der Einfluss der Kernkräfte:* Sind die Streuphasen verschieden von Null, dann ist für die Ortsfunktion  $\chi_{lj}$  ausserhalb der Reichweite des Wechselwirkungspotentials zu setzen [39]:

$$\chi_{lj} = \left(\frac{\pi}{2} k \varrho\right)^{1/2} \{ \cos \delta_{lj} J_{l+1/2}(k_l \varrho) + (-1)^l \sin \delta_{lj} J_{l-1/2}(k_l \varrho) \}. \quad (19)$$

Auf die gleichzeitige Berücksichtigung der Coulombwechselwirkung (dazu wäre  $J_{l+1/2}$  durch  $F_l$  und  $J_{l-1/2}$  durch die irreguläre Coulombfunktion  $G_l$  zu ersetzen) wurde verzichtet, weil der Verlauf der benützten Streuphasen im unteren Energiebereich, wo dieser Effekt eine Rolle spielt, nicht bekannt ist. Von den Untersuchungen der Photospaltung des Deuterons ist bekannt, dass dieser Ansatz auch innerhalb der Reichweite des  $(n, p)$ -Potentials fortgesetzt werden darf, ohne dass dadurch merkbare Fehler entstehen. Dieselbe Annahme lieferte dagegen im vorliegenden Fall bereits unglaubliche Resultate und zwar einzig und allein wegen dem inkorrekt asymptotischen Verhalten der irregulären Lösung  $J_{l-1/2}$ , das beim  $(n, d)$ -System bereits bedeutend stärker ins Gewicht fällt als beim  $(n, p)$ -System. Um diese Schwierigkeit zu umgehen, wurde der Verlauf der Ortsfunktion innerhalb des Wirkungsbereiches der Kernkräfte durch die für ein Kastenpotential mit dem Radius  $R$  und der Tiefe  $V_0$  gültige Lösung der Wellengleichung approximiert. Sie lautet:

$$\chi_l = A_l \varrho^{1/2} J_{l+1/2}(k'_l \varrho) \quad \varrho < R. \quad (20)$$

Die Stetigkeitsbedingung für die Ansätze (18) und (19) an der Stelle  $\varrho = R$  bestimmt die Amplituden  $A_l$  und die Wellenzahlen  $k'_l$ . Man findet insbesondere zwischen den Streuphasen  $\delta_l$  und den  $k'_l$  folgenden Zusammenhang:

$$\operatorname{tg} \delta_l = (-1)^l \frac{k J_{l+1/2}(k'_l R) J_{l-1/2}(k_l R) - k' J_{l+1/2}(k_l R) J_{l-1/2}(k'_l R)}{k J_{l+1/2}(k'_l R) J_{l+1/2}(k_l R) + k' J_{l-1/2}(k_l R) J_{l-1/2}(k'_l R)}. \quad (21)$$

Diese transzendenten Gleichung, die ebenfalls numerisch (mit regula falsi) gelöst wurde, hat mehrdeutige Lösungen. Einer gebräuchlichen Konvention [40] folgend, wurden stets diejenigen Werte von  $k'_l$  ausgewählt, die die kleinste Potentialtiefe  $V_0$  lieferten. Sie ist bestimmt durch:

$$V_0 = (k'^2 - k^2) \frac{\hbar^2}{M}. \quad (22)$$

Der Ansatz (19) und Gleichung (20) sind anwendbar, solange  $k'^2 = k_0^2 - k^2$  ( $k_0^2 = M V_0 / \hbar$ ,  $M = \text{red. Nukleonenmasse}$ ) negativ bleibt. Ändert das Vorzeichen, dann ist für die Ortsfunktion im Innern des Kastenpotentials zu setzen:

$$\chi_l = B_l \varrho^{1/2} I_{l+1/2} \quad (23)$$

$I_{l+1/2}$  bedeutet jetzt die modifizierte Besselfunktion. Die  $k'$  erhält man aus Gleichung (20), sofern dort die  $J_{l\pm 1/2}$  durch die  $I_{l\pm 1/2}$  ersetzt werden.

Die zur Bestimmung der Wellenzahlen  $k'$  benützten Streuphasen sind in Tabelle II zusammengestellt. Sie wurden von AARON et al. [24] theoretisch abgeleitet und liefern

Tabelle II

Phasenverschiebung bei der  $(n - d)$ -Streuung in Grad nach AARON et al. [24].

$E_n$ (lab) (MeV)	$E_\gamma - E_s$ (MeV)	E1-Übergang $\delta_p^2 1/2$	M1-Übergang $\delta_s^2 1/2$	$\delta_s^4 3/2$
2,45	1,63	– 6,1	162,6	– 64,8
3,27	2,18	– 5,9	158,8	– 71,5
5,50	3,67	– 1,9	150,5	– 88,0
9,00	6,00	+ 4,9	140,8	+ 80,1
14,10	9,40	+ 13,3	126,0	+ 65,6

$E_n$  ist die Neutronenenergie im Laborsystem,  $E_\gamma - E_s$  die Energie im Schwerpunktsystem und  $E_s$  die Schwellenergie.

im betrachteten Energiebereich die zur Zeit beste Beschreibung der experimentellen Neutron-Deuteron-Streudaten.

Aus dem bekannten Durchmesser des Deuterons und der Reichweite der Kernkräfte lässt sich noch die benötigte Reichweite  $R$  des angenommenen  $(n, d)$ -Kastenpotentials abschätzen. Unter Berücksichtigung dieser Größen erhält man so einen Richtwert von 4 F. Zur Gewinnung einer Übersicht über den Einfluss dieser Grösse auf die Resultate wurden sämtliche Rechnungen auch mit den Werten  $R = 3$  und 5 F durchgeführt. Sie beschränkten sich (hier war ein zweifaches Integral numerisch auszuwerten) wiederum nur auf den M1- und den E1-Übergang. Die Resultate finden sich in Figur 7 und 10. Der schraffierte Bereich in Figur 10 zeigt die Änderung des berechneten Wirkungsquerschnittes, wenn der Anpassungsradius  $R$  zwischen 3 und 5 F variiert wird. Die nur geringe Abhängigkeit von  $R$  bestätigt einmal mehr die bekannte Tatsache, dass die Photospaltung im allgemeinen wenig empfindlich ist auf den genauen Verlauf der Wellenfunktion innerhalb der Reichweite des Wechselwirkungspotentials und rechtfertigt, wenigstens nachträglich, die verwendete Approximation der Nukleon-Deuteron-Wechselwirkung durch ein Kastenpotential.

## 6. Diskussion

Beim Vergleich der Experimente mit den Resultaten der durchgeführten Rechnungen fällt auf, dass mit der in I für den Grundzustand der 3-Körperkerne vorgeschlagenen Gunn-Irvingschen Wellenfunktion mit den Parameterwerten  $\mu^{-1} = 2,5$  F,  $\delta = 0,07$  und dem einfachsten Ansatz für die Streufunktion des Kontinuumszustandes, einer ungestörten ebenen Welle, bereits eine erstaunlich grosse Zahl von Messdaten beschrieben werden können. Das gilt insbesondere für den in der vorliegenden Arbeit bestimmten Wirkungsquerschnitt für den Einfang von Protonen durch Deuteronen über den ganzen untersuchten Energiebereich (Figur 5), wie auch für den grössten Teil der bei den Untersuchungen der Photospaltung des  $\text{He}^3$  und  $\text{H}^3$  gewonnenen Werte bis zu den höchsten Energien (Figur 6). Korrekt wiedergegeben werden zudem noch der Wirkungsquerschnitt für den Einfang von thermischen Neutronen durch Deuteronen [8] und von den beobachteten Koeffizienten der Winkelverteilung (Figur 7), namentlich der Quadrupolterm  $\beta$  und im untersten Energiebereich auch das Verhältnis  $a/b$ .

Von den mit der ungestörten Streufunktion (*i*) erhaltenen theoretischen Voraussagen zeigen bis jetzt lediglich die Ergebnisse zweier Messungen deutlich sichtbare Abweichungen, die mit einiger Sicherheit nicht allein durch experimentelle Ungenauigkeiten erklärt werden können. Im einen Fall handelt es sich um die von GRIFFITHS et al. [11] bei sehr tiefen Energien gemessenen Wirkungsquerschnitte für den Einfang von Protonen durch Deuteronen, die wie aus Figur 8 hervorgeht, noch stetig an die Messergebnisse der vorliegenden Arbeit anschliessen, mit abnehmender Energie aber sehr stark vom theoretischen Verlauf abweichen. Die andere Abweichung betrifft den Koeffizienten der Winkelverteilung  $a/b$  (Figur 7), der im unteren Energiebereich gut mit der Theorie übereinstimmt, mit zunehmender Energie aber, entgegen den Voraussagen, nicht vernachlässigbar klein wird, sondern in einen nahezu konstanten Wert übergeht.

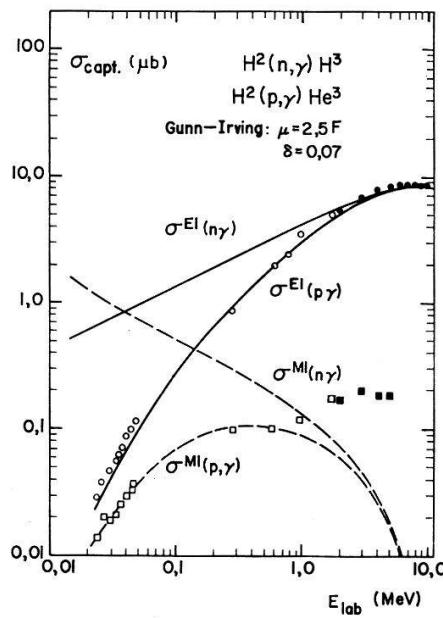


Fig. 8

Vergleich der experimentellen und theoretischen Wirkungsquerschnitte für die Reaktionen  $H^2(p, \gamma)He^3$  und  $H^2(n, \gamma)H^3$  bei tiefen Energien. Die ausgezogenen Kurven zeigen den mit und ohne Coulombwechselwirkung berechneten Anteil des E1-Übergangs,  $\sigma^{E1} = \sigma_{\text{tot}} [1 + 3/2 a/b]^{-1}$  und die gestrichelten denjenigen des M1-Übergangs  $\sigma^{M1} = \sigma_{\text{tot}} [1 + 2/3 b/a]^{-1}$ . Für den Grundzustand gelten dieselben Voraussetzungen wie in Figur 7. Die experimentellen Daten unterhalb  $E_p = 2,0$  MeV wurden den Arbeiten von GRIFFITHS et al. [11] entnommen.

Die einmal mit und einmal ohne Berücksichtigung der Coulombwechselwirkung durchgeföhrten Rechnungen (vgl. Figur 8) zeigen, dass für den erstgenannten Unterschied zwischen Theorie und Experiment allein die bisher vernachlässigten Coulombeffekte verantwortlich sind. Die Übereinstimmung, die nun auch mit diesen Messungen und zwar sowohl beim Wirkungsquerschnitt für den E1-Übergang wie auch beim Anteil des M1-Übergang bis zu den tiefsten untersuchten Energien erzielt wird, ist wiederum bemerkenswert. Aus dem Vergleich der beiden theoretischen Resultate geht noch hervor, dass der Einfluss der Coulombwechselwirkung oberhalb etwa 2 MeV (im Schwerpunktsystem) vernachlässigbar ist. Das bedeutet, Ladungsunabhängigkeit der Kernkräfte vorausgesetzt, dass zum Beispiel der Wirkungsquerschnitt für die

Photospaltung des  $\text{He}^3$  bei den höheren Energien gleich gross ist wie derjenige des  $\text{H}^3$ , was durch die verschiedenen Messungen am  $\text{He}^3$  [9, 10] und am  $\text{H}^3$  [8, 33] tatsächlich auch bestätigt wird. Bisher wurden die Coulombeffekte stets nur mit Hilfe des Durchdringungsfaktors (18) berücksichtigt [11, 12]. Der in Figur 9 dargestellte Vergleich mit dem exakt berechneten Verhältnis der Wirkungsquerschnitte für den E1-Übergang zeigt, dass diese Näherung nur bei den tiefsten Energien brauchbar ist.

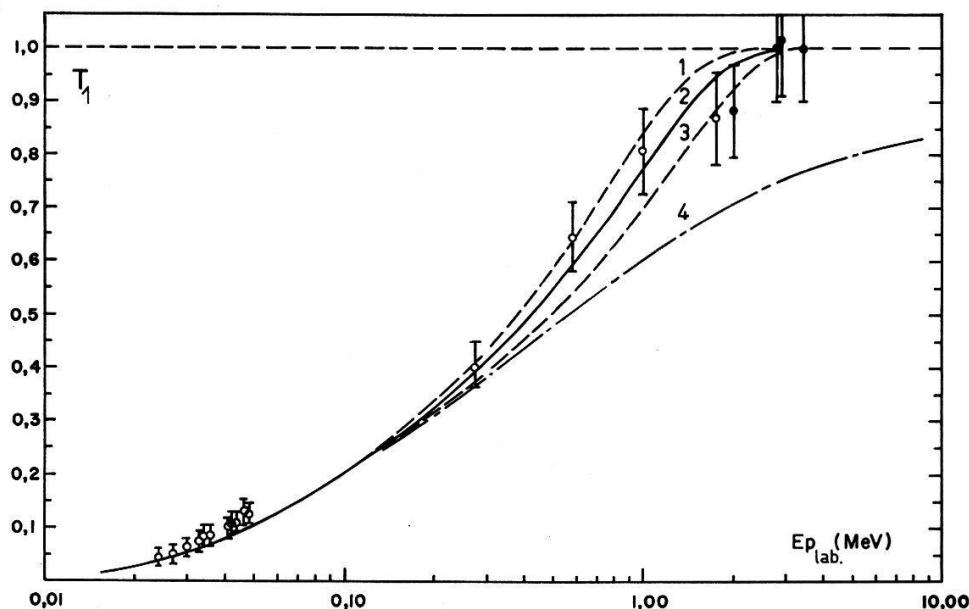


Fig. 9

Verhältnis der Wirkungsquerschnitte mit und ohne Coulombwechselwirkung für Protonen mit Bahndrehimpuls  $l = 1$  für verschiedene Größenparameter  $\mu^{-1} = 3 \text{ F}$  (1),  $2.5 \text{ F}$  (2),  $2 \text{ F}$  (3)-Kurve 4 entspricht dem bekannten Durchdringungsfaktor  $T_1 = 2 \pi \eta / e^2 \pi \eta - 1 [1 + \eta^2]$ . Die Messpunkte entsprechen den experimentell bestimmten Wirkungsquerschnitten  $\sigma^{E1}$  für den Einfang von Protonen durch Deuteronen dividiert durch die entsprechenden theoretischen Werte für den Einfang von Neutronen durch Deuteronen.

Die Vermutung, dass die zweite beim Koeffizienten  $a/b$  festgestellte Abweichung zwischen Theorie und Experiment durch den Einfluss der ebenfalls vernachlässigten Kernkräfte im Kontinuumszustand erklärt werden könnte, hat sich dagegen nicht bestätigt. Die durchgeführten Rechnungen, unter Berücksichtigung der von AARON et al. [41] vorgeschlagenen Streuphasen, ergeben im Gegenteil ein zum Teil widersprechendes Bild. So ist zwar, wie aus Figur 7 hervorgeht, im Falle des Koeffizienten  $a/b$  eine leichte Verbesserung feststellbar: Die theoretische Kurve zeigt nun einen ähnlichen Verlauf wie die Messwerte; der Absolutwert ist aber immer noch nahezu um eine Größenordnung zu klein. Im Falle des Gesamtwirkungsquerschnittes (vgl. Figur 10) stimmt dagegen der mit Berücksichtigung der Kernkräfte berechnete Verlauf deutlich weniger gut mit den Experimenten überein als die mit der ungestörten Streufunktion erhaltene Kurve. Da diese Messgröße ebenfalls sehr empfindlich ist auf den ortsabhängigen Teil der Eigenfunktion des S-Grundzustandes, bedeutet diese Feststellung, dass entweder die verwendete Gunn-Irvingsche Ortsfunktion, oder aber die Streuphasen, insbesondere diejenige des  $P_{1/2}$ -Zustandes, die beim Wirkungsquer-

schnitt allein zu berücksichtigen ist, die wirklichen Verhältnisse nur unvollständig wiedergeben.

Zugunsten der Gunn-Irvingschen Wellenfunktion spricht sicher einmal die damit über einen erstaunlich grossen Energiebereich erzielte gute Übereinstimmung zwischen der Theorie und dem grössten Teil der hier zusammengestellten Messdaten, vor allem aber wie bereits in I gezeigt wurde die Tatsache, dass mit der gleichen Wellenfunktion und denselben Parameterwerten gleichzeitig auch die Coulombenergie des  $\text{He}^3$ , und was besonders hervorzuheben ist, sogar die von COLLARD et al. [6] ermittelten elektrischen Formfaktoren der beiden Kerne erklärt werden können.

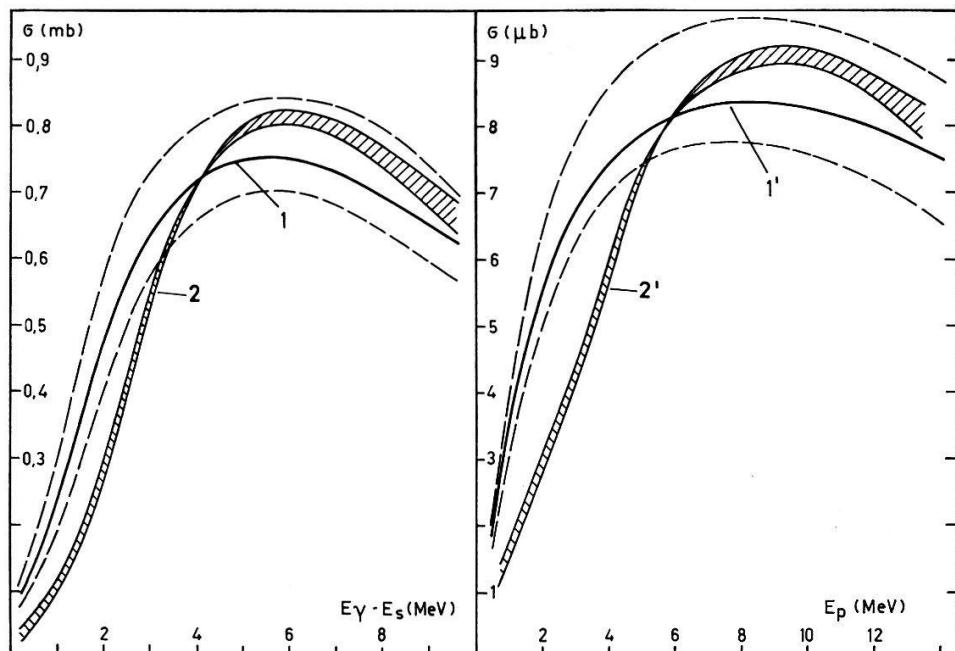


Fig. 10

Vergleich der theoretischen Gesamtwirkungsquerschnitte für die Photospaltung des  $\text{He}^3$  (links) und für den Einfang von Protonen durch Deuteronen (rechts) mit (Kurven 2 und 2') und ohne (Kurven 1 und 1') Berücksichtigung der Kernkräfte im Kontinuumszustand. Der schraffierte Bereich zeigt die theoretische Unsicherheit, wenn die Reichweite des gewählten Kastenpotentials zwischen 3 und 5 F variiert wird. Die experimentelle Unsicherheit ist durch die gestrichelten Kurven angedeutet.

Auf der anderen Seite verdienen die von AARON et al. [41] theoretisch abgeleiteten Streuphasen ebenfalls ein gewisses Vertrauen, können damit doch die verfügbaren experimentellen Neutron-Deuteron-Streudaten im Energiebereich von etwa 2 bis 14 MeV recht gut beschrieben werden. Hierzu ist allerdings zu bemerken, dass dieser Test in erster Linie Aufschluss über die Doublet- und Quartet-S-Streuphasen gibt, da diese bei den betrachteten, relativ niederen Energien deutlich überwiegen. Es ist ohne weiteres denkbar, dass eine oder sogar mehrere der anderen angegebenen, zu Zuständen mit höheren Bahndrehimpulsen gehörenden Streuphasen falsch sein könnten, ohne dass das beim Vergleich mit diesen Experimenten merklich ins Gewicht fallen würde.

Es ist daher sicher gerechtfertigt, wenn man vorderhand an der bewährten Gunn-Irvingschen Wellenfunktion festhält und die beim Gesamtwirkungsquerschnitt festgestellte Diskrepanz als Hinweis dafür betrachtet, dass der Einfluss der Kernkräfte im  $P_{1/2}$ -Zustand offenbar wesentlich geringer ist, als die verwendete Streuphase voraussagt.

Beim Koeffizienten  $a/b$  der praktisch nur auf die Streuphasen der beiden S-Zustände empfindlich ist, darf dagegen angenommen werden, dass die erhaltene Korrektur durchaus eine realistische Abschätzung für den Einfluss der Kernkräfte im Kontinuumszustand gibt. Das bedeutet aber, dass für die verbleibende Differenz offensichtlich noch ein anderer Effekt verantwortlich ist. Beiträge zu einer isotropen Winkelverteilung liefern sicher einmal die vernachlässigten höheren Multipolübergänge. EICHMANN [17] schätzte den Anteil des nächstwahrscheinlicheren magnetischen Quadrupolübergangs ab und findet, dass dieser im interessierenden Energiebereich ungefähr gleich viel beträgt wie der M1-Übergang. Damit könnte bereits der am tiefsten liegende, aus Untersuchungen der Photospaltung des  $H^3$  stammende Messpunkt [8], nicht aber die in der vorliegenden Arbeit ermittelten Werte erklärt werden. Denkbar ist schliesslich noch, dass Übergänge aus den vorausgesagten, bisher aber ebenfalls vernachlässigten Zuständen mit höheren Bahndrehimpulsen, insbesondere aus den sicher vorhandenen  $^4D_{1/2}$ -Zuständen, einen Beitrag geben könnten. Die Einbeziehung dieser Zustände, die eine wichtige Rolle bei der Diskussion der Bindungsenergien der 3-Körperkerne spielen, wäre von einem Interesse, sollte es doch möglich sein ihren Beimischungsparameter, falls sie wirklich für die restliche Diskrepanz verantwortlich sind, aus den vorliegenden Daten zu bestimmen<sup>1)</sup>.

Zusammenfassend kann gesagt werden, dass die Untersuchungen der Photospaltung des  $He^3$  und  $H^3$  und deren inversen Reaktionen (der Einfang von Nukleonen durch Deuteronen) eindeutig zeigen, dass sich in Übereinstimmung mit den theoretischen Voraussagen der Grundzustand der 3-Körperkerne mindestens aus zwei Anteilen zusammensetzt: Einem dominanten, vollsymmetrischen S-Zustand und einem zwischensymmetrischen S'-Zustand. Die Experimente erlauben nicht nur die S'-Beimischung eindeutig festzulegen, sondern geben auch Auskunft über den ortsabhängigen Teil der Eigenfunktionen dieser Zustände. Mit der gewählten Gunn-Irvingschen Ortsfunktion können bis auf eine Ausnahme, die aber mit einiger Sicherheit auf die in der Theorie gemachten Vernachlässigungen zurückgeführt werden kann, die zur Zeit vorhandenen experimentellen Daten bemerkenswert gut beschrieben werden. Noch nicht eindeutig geklärt ist die Frage nach dem Einfluss der Kernkräfte im Kontinuumszustand. Hier bleibt zu hoffen, dass die neusten Fortschritte in der Behandlung des Dreikörperproblems es in absehbarer Zeit ermöglichen werden, zu entscheiden, ob die in der vorliegenden Arbeit benützten Streuphasen korrekt sind oder nicht. In Anbetracht der bereits ohne Berücksichtigung dieses Effektes erzielten guten Übereinstimmung zwischen der Theorie und den Experimenten ist immerhin zu vermuten, dass im Gegensatz zu den neusten theoretischen Voraussagen [41, 42] die Kernkräfte sowohl beim E1-Übergang, wie im unteren Energiebereich auch beim M1-Übergang, nur eine sekundäre Rolle spielen.

<sup>1)</sup> *Anmerkung bei der Korrektur:* Diese Vermutung wird durch die neuesten theoretischen Untersuchungen von G. M. BAILEY et al. [Phys. Lett. 24B, 222 (1967)] bestätigt.

### Literaturverzeichnis

- [1] E. GERJUOY und J. SCHWINGER, Phys. Rev. 61, 138 (1942).
- [2] R. G. SACHS, *Nuclear Theory*, Addison-Wesley Publishing Company, Cambridge, Mass. (1955).
- [3] G. H. DERRICK und J. M. BLATT, Nucl. Phys. 8, 310 (1958).
- [4] M. VERDE, Handb. Phys. 39, 144 (1957).
- [5] J. M. BLATT, G. H. DERRICK und J. N. LYNES, Phys. Rev. Lett. 8, 323 (1962).
- [6] H. COLLARD, R. HOFSTADTER, E. B. HUGHES, A. JOHANSSON, M. R. YEARIAN, R. B. DAY und R. T. WAGNER, Phys. Rev. 138, B57 (1965).
- [7] L. I. SCHIFF, Phys. Rev. 133, B802 (1964).
- [8] R. BÖSCH, J. LANG, R. MÜLLER und W. WÖLFELI, Phys. Lett. 15, 243 (1965) und Helv. phys. Acta 38, 753 (1965).
- [9] B. L. BERMANN, L. J. KOESTER und J. H. SMITH, Phys. Rev. 133, B117 (1964).
- [10] J. R. STEWART, R. C. MORRISON und J. S. O'CONNELL, Phys. Rev. 138, 372 (1965).
- [11] G. M. GRIFFITHS, E. A. LARSON und L. P. ROBERTSON, Can. J. Phys. 40, 402 (1962); 41, 724 (1963).
- [12] M. VERDE, Helv. phys. Acta 23, 453 (1950).
- [13] J. C. GUNN und J. IRVING, Phil. Mag. 42, 1353 (1951).
- [14] V. N. FETISOV, A. N. GORBUNOV und A. T. VARFOLOMEYEV, Phys. Lett. 11, 137 (1964) und Nucl. Phys. 77, 305 (1965).
- [15] C. BECCHI, G. E. MANUZIO, L. MENEGHETTI und S. VITALE, Phys. Lett. 8, 322 (1964).
- [16] M. CERINEO, K. ILAKOVAC, I. SLAUS und P. TOMAS, Phys. Rev. 124, 1947 (1961).
- [17] U. EICHMANN, Z. Phys. 175, 115 (1963).
- [18] L. JARCZYK, H. KNÖPFEL, J. LANG, R. MÜLLER und W. WÖLFELI, Nucl. Instr. Meth. 17, 310 (1962).
- [19] H. DE WAARD, Nucleonics 13, Nr. 7, 36 (1955).
- [20] R. BÖSCH, J. LANG, R. MÜLLER und W. WÖLFELI, Helv. phys. Acta 36, 625 (1963).
- [21] M. E. ROSE, Phys. Rev. 91, 610 (1953).
- [22] L. C. THOMSON, Nucl. Instr. Meth. 25, 333 (1964).
- [23] W. A. NIERNBERG, UCRL-3816.
- [24] R. AARON, R. D. AMADO und Y. Y. YAM, Phys. Rev. 140, B1291 (1965).
- [25] E. A. WOLICKI, R. JASTROV und F. BROOKS, NRL-4833.
- [26] W. F. MILLER und J. SNOW, ANL-6318.
- [27] B. HERSKIND und Y. YOSHIZAWA, Nucl. Instr. Meth. 27, 104 (1964).
- [28] L. P. ROBERTSON, B. L. WHITE und K. L. ERDMANN, Rev. Sci. Instr. 32, 1405 (1961).
- [29] F. T. JOURNEY und H. T. MOTZ, nicht publiziert.
- [30] J. B. WARREN, K. L. ERDMANN, L. P. ROBERTSON, P. A. AXEN und J. R. MACDONALD, Phys. Rev. 132, 1691 (1963).
- [31] A. T. VARFOLOMEYEV, A. N. GORBUNOV und G. G. TARAN, Soviet J. Nucl. Phys. 3, 473 (1966).
- [32] E. FINCKH, R. KOSIEK, K. H. LINDENBERGER, U. MEYER BERKHOUT, N. NÜCKER und K. SCHÜLPMANN, Phys. Lett. 7, 271 (1963).
- [33] R. KOSIEK, D. MÜLLER, R. PFEIFFER und O. MERWITZ, Phys. Lett. 21, 199 (1966).
- [34] L. CRANBERG, Bull. Am. phys. Soc. 3, 173 (1958).
- [35] N. AUSTERN, Phys. Rev. 83, 677 (1951).
- [36] C. ROSSETTI, Nouvo Cim. 14, 117 (1959).
- [37] M. H. HULL und G. BREIT, Handb. Phys. 41<sub>1</sub>, 408.
- [38] ERDÉLYI, MAGNUS, OBERHETTINGER und TRICOMI, *Tables of Integral Transforms*, Vol. 1, S. 219.
- [39] N. F. MOTT und H. S. W. MASSEY, *Theory of Atomic Collisions*, Clarendon Press, Oxford, S. 28.
- [40] L. DURAND, Phys. Rev. 123, 1393 (1961).
- [41] G. BARUCCHI, B. Bosco und P. NATA, Phys. Lett. 15, 252 (1965).
- [42] F. ERDAS, C. MILANI, A. POMPEI und S. SEATZU, Nouvo Cim. 45 B, 72 (1966).