

**Zeitschrift:** Helvetica Physica Acta  
**Band:** 40 (1967)  
**Heft:** 6

**Artikel:** Über das  $K^0_1 K^0_1$ -Massenspektrum  
**Autor:** Fischer, W.E.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-113794>

#### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 23.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# Über das $K_1^0 \bar{K}_1^0$ -Massenspektrum

von W. E. Fischer

CERN, Genève, und ETH, Zürich

(3. V. 67)

*Abstract.* A phenomenological interpretation of the  $K_1^0 \bar{K}_1^0$ -mass-spectrum is presented. The decay-distributions of resonances are compared with the predictions of the Absorptionmodel. Suitable interference terms are introduced to interpret the experimental results. The resonances are also discussed in the framework of  $SU_3$  and the Quark-Model.

## Einleitung

In dieser Arbeit wollen wir eine phänomenologische Analyse am  $K_1^0 \bar{K}_1^0$ -Massenspektrum aus

$$\pi^- p \rightarrow K_1^0 \bar{K}_1^0 n$$

präsentieren. Das Experiment wurde während den Jahren 1964/65 an der Magnet-Funkenkammer der CERN-ETH-Gruppe am Protonsynchrotron am CERN durchgeführt. Über die experimentelle Anordnung wurde schon früher berichtet [1]. Auf die Analyse der Ereignisse [2] (HPD-Messungen, Rekonstruktionsprogramme) gehen wir an dieser Stelle auch nicht weiter ein.

Wir haben für unsere Arbeit das folgende Programm: In Kapitel I stellen wir die wichtigsten experimentellen Resultate zusammen. Als theoretische Basis zur Diskussion dieses Experimentes wählen wir die Helizitätsdarstellung der Matrixelemente. Kapitel II benutzt diesen Formalismus in der Behandlung des Zerfalls von Spin 2-Mesonen. In Kapitel III diskutieren wir die Einschränkung der Quantenzahlen des  $K \bar{K}$ -Systems, wenn nur der  $K_1^0 \bar{K}_1^0$ -Kanal beobachtet wird. Damit ist dann die phänomenologische Basis der Diskussion festgelegt. Zur konkreten Behandlung der Zerfallsverteilungen bedürfen wir jedoch gewisser Voraussagen über die Produktion der Resonanzen. Diese Voraussetzungen liefert uns das Absorptionsmodell [8], das in Kapitel IV eingeführt wird.

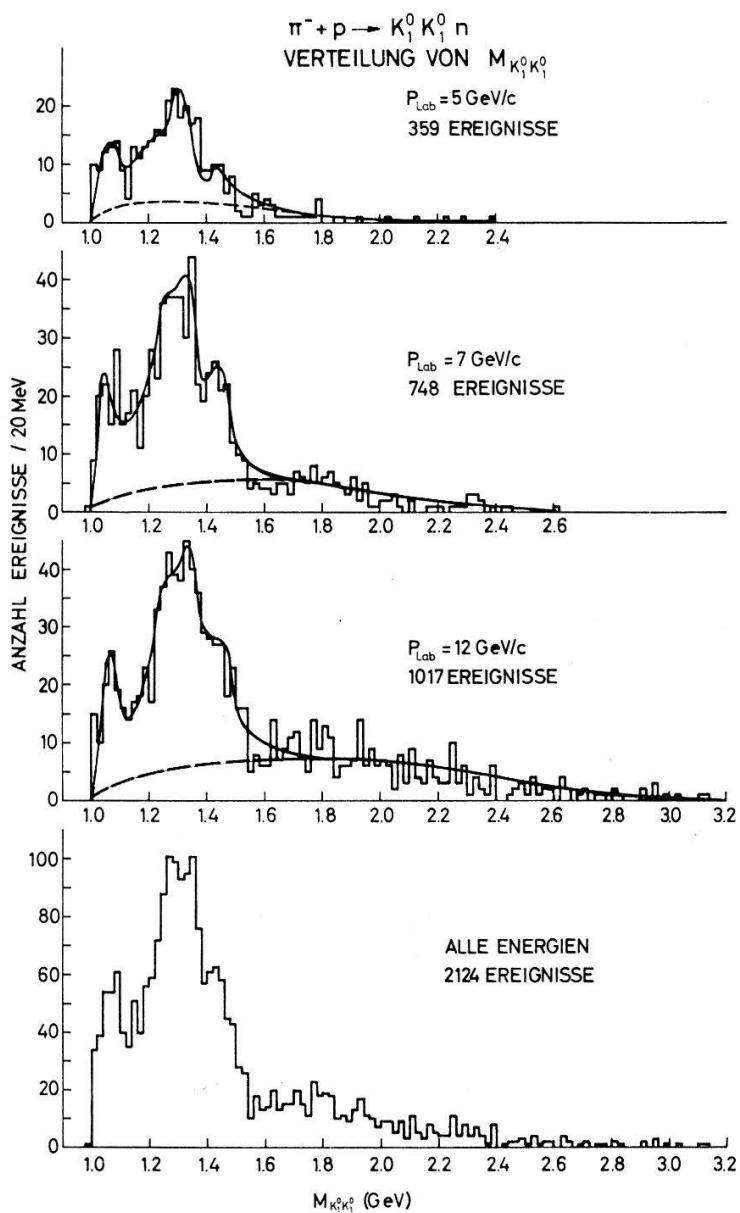
Die Ergebnisse dieser Kapitel werden wir endlich in Kapitel V bei der Diskussion der Winkelkorrelationen beim Zerfall einsetzen. Ein Teil der so erhaltenen Resultate soll im Rahmen von  $SU_3$  und Quarkmodell in Kapitel VI seine Bestätigung erhalten.

## I. Experimentelle Resultate

Die Massenverteilung und der Chew-Lowplot des  $K_1^0 \bar{K}_1^0$ -Systems ist aus Figur 1 bzw. Figur 3 ersichtlich. Nach Subtraktion des Untergrunds [16] wurde die Massenregion von 1170–1540 MeV durch eine Hypothese mit 2-Breit-Wigner- und 3-Breit-Wigner-Resonanzkurven gefüttet. Die entsprechenden Daten sind aus Tabelle 1 ersichtlich. Die 2-Breit-Wigner-Hypothese liefert für alle 3 Energien weder in Massen

und Breiten der Resonanzen noch in den Amplituden konsistente Werte und wurde deshalb verworfen. Wir werden daher versuchen, die 3-Resonanzen-Hypothese für diese Akkumulation von Ereignissen mit Hilfe der entsprechenden Winkelkorrelationen im Zerfall zu erhärten. Von diesen Resonanzen sind zwei, nämlich  $f^0$  (1253) und  $A_2$  (1320) bekannt. Die dritte taucht in den andern zwei etwas unter und würde, bei nur einer Energie beobachtet, kaum als signifikant betrachtet werden. Sie erscheint indessen in allen 3 Energien und ergibt bei dem oben erwähnten Fit konsistente Massen und Amplituden. Dies, zusammen mit unserer Diskussion der Zerfalls korrelationen (Kapitel V) gibt uns einige Sicherheit über ihre Existenz. Die Breite der Resonanz ist jedoch etwas unsicher (siehe Kapitel VI). Diese Resonanz sei im folgenden mit  $G$  bezeichnet.

Zieht man diese Resonanz-Ereignisse zusammen mit dem Untergrund von dieser Massenverteilung ab, so erscheint der «peak» bei kleiner Masse (1050 MeV) in seiner



Figur 1

Massenverteilung des  $K\bar{K}$ -Systems bei 5,7 und 12 GeV/c, sowie aller drei Energien zusammen. Phasenraum und Resonanz-Fit sind gegeben.

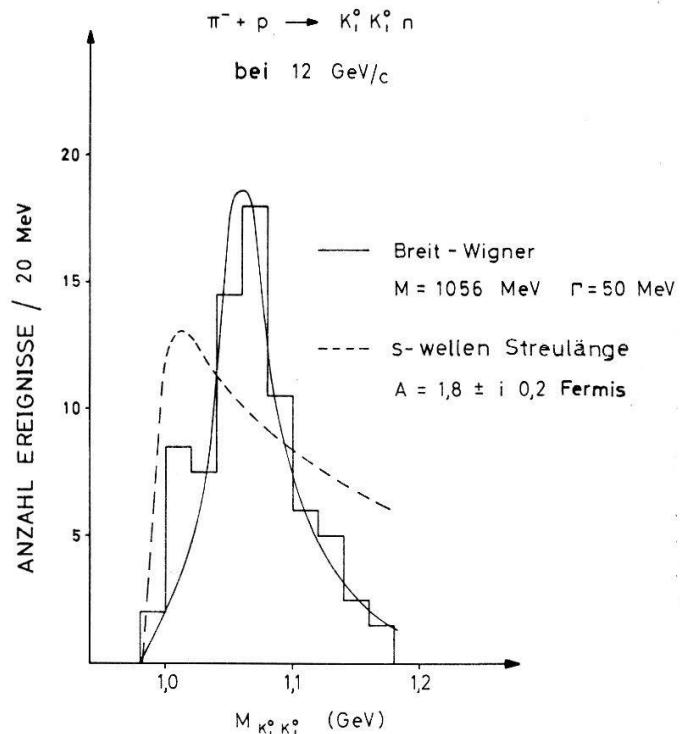
Tabelle 1  
3-Breit-Wigner-Hypothese

Energie		Ereignisse	M (MeV)	$\Gamma$ (MeV)
5 GeV/c	$f^0$	34% $\pm$ 7	1253	115
	$A_2$	19% $\pm$ 7	1340 $\pm$ 10	75 $\pm$ 30
	$G$	4% $\pm$ 4	1440 $\pm$ 10	20 $\pm$ 20
7 GeV/c	$f^0$	22% $\pm$ 4	1253	115
	$A_2$	22% $\pm$ 5	1329 $\pm$ 10	104 $\pm$ 20
	$G$	10% $\pm$ 3	1443 $\pm$ 10	68 $\pm$ 30
12 GeV/c	$f^0$	12% $\pm$ 2	1253	115
	$A_2$	19% $\pm$ 2	1328 $\pm$ 8	114 $\pm$ 20
	$G$	8% $\pm$ 2	1438 $\pm$ 8	110 $\pm$ 20

2-Breit-Wigner-Hypothese

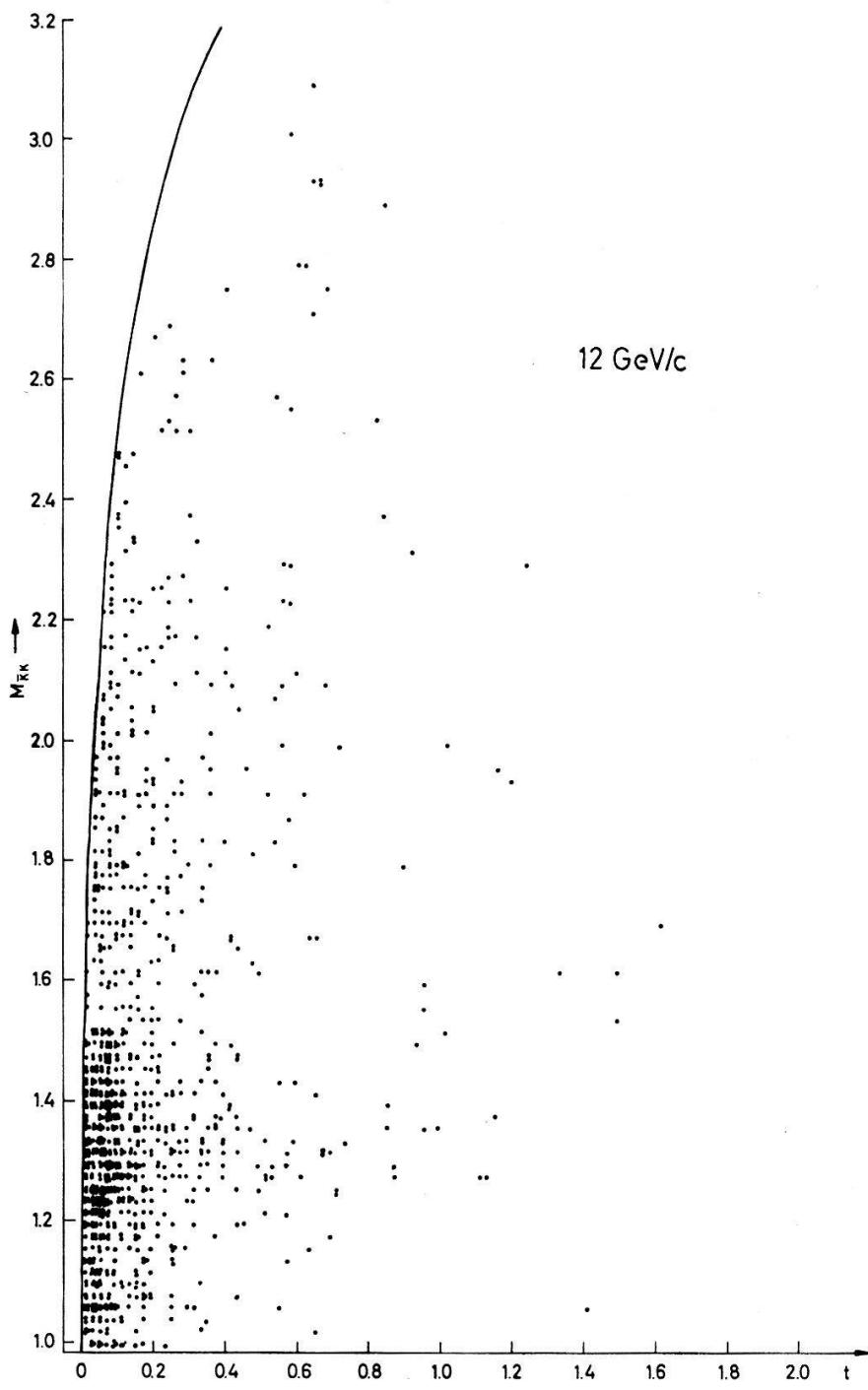
Energie		Ereignisse	$M$ (MeV)	$\Gamma$ (MeV)
5 GeV/c	$A$	30%	1260	141
	$B$	16%	1348	87
7 GeV/c	$A$	47%	1296	168
	$B$	6%	1443	56
12 GeV/c	$A$	30%	1304	160
	$B$	6%	1432	100

Kursive Werte ( $f^0$ ) wurden im Fit-Programm festgehalten.



Figur 2  
Resonanz  $s^*$  nach Subtraktion des Untergrundes.

vollen Grösse. Dieses Objekt stellte bei den früheren ähnlichen Experimenten [3] mit viel kleinerer Statistik wohl die deutlichste Ansammlung von Ereignissen dar. Veranlasst durch die niedrige Masse und seine Form war man geneigt, das Objekt als grosse  $K\bar{K}$ -Streulänge zu deuten. In einer kürzlich erschienenen Publikation [4] wurde diese Anhäufung von Ereignissen zum erstenmal als Resonanz gedeutet. Ein Blick auf unsere Figur 2 zeigt, dass dieser Deutung tatsächlich grössere Wahrscheinlichkeit zukommt. Auch diese Resonanz  $S^*$  (1050 MeV) werden wir in Kapitel V näher untersuchen.



Figur 3

Chew-Low plot für 12-GeV/c-Daten.

Aus den Wirkungsquerschnitten und Produktionsraten können wir zusammen mit ähnlichen Experimenten die jedoch andere Zerfallskanäle enthalten, gewisse Zerfallsraten der erwähnten Resonanzen bestimmen. Zusammen mit  $\pi^- p \rightarrow f^0 n$ ,  $f^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$  bei 8 GeV/c [5] und  $\pi^+ n \rightarrow f^0 p$ ,  $f^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$  bei 6 GeV/c [6] leiten wir folgende Zerfallsraten für das  $f^0$  ab:

$$\frac{\Gamma(f^0 \rightarrow \bar{K} K)}{\Gamma(f^0 \rightarrow \pi \pi)} = 0.03 \pm 0.01. \quad (1.1)$$

Der bis jetzt bekannte Wert war  $< 0.04$  [7].

Um die Rate  $A_2^0 \rightarrow K \bar{K}$  und  $A_2^0 \rightarrow \rho \pi$  ohne Modellannahmen zu bestimmen, benötigt man in dieser Energierregion Daten eines Experiments  $\pi^- p \rightarrow A_2^0 n$ ,  $A_2^0 \rightarrow \rho \pi$ . Uns ist in der Literatur kein solches geeignetes Experiment bekannt. Aus experimentellen Gründen ist wohl eine Bestimmung der  $A_2$ -Zerfallsraten an  $A_2^\pm$  eher günstiger.

## II. Zerfall eines Spin-2-Mesons in 2 pseudoskalare Mesonen

Da wir heute noch über keine Theorie der starken Wechselwirkung verfügen, sind wir gezwungen, uns auf eine phänomenologische Theorie im Rahmen der Poincaré-Gruppe und der Quantenmechanik zu beschränken. In andern Worten; wir setzen voraus, dass eine zukünftige Theorie der starken Wechselwirkung, wie immer diese herauskommen wird, den folgenden Gesetzen genügt:

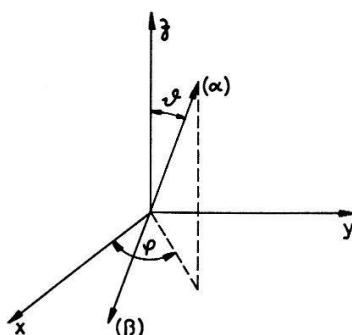
1. Invarianz unter der Poincaré-Gruppe
2. Gültigkeit des Superpositionsge setzes der Quantenmechanik.

Eine phänomenologische Theorie, die diesen Gesetzen genügt, soll hier relativistische Quantentheorie genannt werden.

In einer relativistischen Quantentheorie stossen wir auf verschiedene Schwierigkeiten:

1. Der Bahndrehimpuls ist keine gute Quantenzahl für Fermionen
2. Der Spin eines relativistischen Teilchens muss sorgfältig definiert werden, da Drehimpulse vom Bezugssystem abhängen.

Immerhin, der totale Spin ist definiert und eine Konstante der Bewegung. Diese Schwierigkeiten können jedoch behoben werden. Die Resultate können leichter inter-



Figur 4

Winkelkonvention im Ruhesystem einer Resonanz, die in zwei Partikel zerfällt.

pretiert werden, wenn als Quantisierungsachse die Impulsrichtung des Teilchens gewählt wird. (Helizitätsdarstellung der Poincaré-Gruppe [9, 10].

Wir berechnen zuerst allgemein den Zerfall von einem Meson mit Spin 2 in 2 Mesonen mit beliebigem Spin, und spezialisieren später auf pseudoskalare Mesonen. Sei  $K_0$  das Ruhesystem des Mesons  $d$ , dessen Zerfallsprodukte  $\alpha$  und  $\beta$  in entgegengesetzter Richtung emittiert werden. Ihre Richtung sei durch die Winkel  $\vartheta$  und  $\varphi$  bestimmt (Figur 4).

Vorläufig ist die Stellung des Systems in  $K_0$  noch beliebig; wir werden diese jedoch später in geeigneter Weise dem Produktionsmechanismus des Mesons  $d$  anpassen.

Das Matrixelement für den Zerfall ist

$$\begin{aligned} A(p, \lambda_\alpha, \lambda_\beta) &= \langle p, \lambda_\alpha \lambda_\beta | U | 2 m \rangle \\ &= \left( \frac{2s+1}{4\pi} \right)^{1/2} d_{m\Lambda}^{(2)}(\vartheta) e^{i\varphi(m-\Lambda)} M_a(\lambda_\alpha, \lambda_\beta) \end{aligned} \quad (2.1)$$

wobei

$$M_a(\lambda_\alpha, \lambda_\beta) = \langle 2 m | \lambda_\alpha \lambda_\beta | U | 2 m \rangle$$

$s = 2$  ist der Spin des zerfallenden Teilchens;  $m$  die Projektion des Spins auf die  $z$ -Achse.  $\Lambda$  ist die Differenz der Helizitäten  $\lambda_\alpha - \lambda_\beta$ . Aus der Paritätserhaltung beim Zerfall folgt für  $M$  die Eigenschaft

$$M_a(\lambda_\alpha, \lambda_\beta) = \eta_\alpha \eta_\beta (-1)^{2-s_\alpha-s_\beta} M(-\lambda_\alpha, -\lambda_\beta). \quad (2.2)$$

Die  $\eta$  sind die entsprechenden inneren Paritäten der Partikel. Berücksichtigen wir (2.2.), so wird zur Invarianz unter der Poincaré-Gruppe eine weitere Symmetrie zugefügt, welche nicht in der Poincaré-Gruppe als Untergruppe enthalten ist.

Die Winkelverteilung in  $\vartheta$  und  $\varphi$  wird somit dargestellt durch

$$\begin{aligned} W(\vartheta, \varphi) &= \bar{N} \sum_{\lambda_\alpha \lambda_\beta} \langle p | \lambda_\alpha \lambda_\beta | U | \varrho_a U^+ | p | \lambda_\alpha \lambda_\beta \rangle \\ &= N \sum_{\substack{\lambda_\alpha \lambda_\beta \\ m m'}} |M|^2 e^{-i(m-m')\varphi} d_{m\Lambda}^{(2)}(\vartheta) d_{m'\Lambda}^{(2)}(\vartheta) \langle m | \varrho_a | m' \rangle. \end{aligned} \quad (2.3)$$

$N$  ist ein Normalisierungsfaktor,  $M$  das winkelunabhängige Matrixelement, das nur noch die Dynamik des Zerfalls enthält.  $\langle m | \varrho_a | m' \rangle$  sind die Elemente der Spindichte-Matrix, die die Spinkonfiguration aus der Produktion der Resonanz charakterisiert. Die Eigenschaften der Matrix sind:

$$1. \text{ Hermizität } \varrho^+ = \varrho \quad (2.4)$$

$$2. \text{ Spur } \varrho = 1 \quad (2.5)$$

$$3. \text{ Paritätserhaltung in der Produktion:}$$

$$\langle m | \varrho | m' \rangle = (-1)^{m-m'} \langle -m | \varrho | -m' \rangle. \quad (2.6)$$

Spezialisieren wir nun auf pseudoskalare Mesonen als Zerfallsprodukte, so folgt für  $W(\vartheta, \varphi)$

$$W(\vartheta, \varphi) = N |M|^2 \frac{4\pi}{5} \sum_{m, m'=-2}^{+2} e^{i(m-m')\varphi} P_{2m}(\vartheta) P_{2m'}(\vartheta) \langle m | \varrho_a | m' \rangle. \quad (2.7)$$

$P_{2m}$  sind die Legendre-Polynome zum Index 2 und  $m$ . Somit kommt für die Winkelverteilung explizite:

$$\begin{aligned}
 W(\vartheta, \varphi) \sim & \frac{3}{4} \varrho_{22} \sin^4 \vartheta + 3 \varrho_{11} \sin^2 \vartheta \cos^2 \vartheta + \frac{1}{4} \varrho_{00} (3 \cos^2 \vartheta - 1)^2 \\
 & + \frac{3}{4} \varrho_{2-2} \sin^4 \vartheta \cos 4\varphi - 3 \varrho_{1-1} \sin^2 \vartheta \cos^2 \vartheta \cos 2\varphi \\
 & - 3 \operatorname{Re} \varrho_{21} \sin^2 \vartheta \cos \varphi + \sqrt{\frac{3}{2}} \operatorname{Re} \varrho_{20} \sin^2 \vartheta (3 \cos^2 \vartheta - 1) \cos 2\varphi \\
 & + 3 \operatorname{Re} \varrho_{2-1} \sin^3 \vartheta \cos \vartheta \cos 3\varphi \\
 & - 2 \sqrt{\frac{3}{2}} \operatorname{Re} \varrho_{10} (3 \cos^2 \vartheta - 1) \sin \vartheta \cos \vartheta \cos \varphi. \tag{2.8}
 \end{aligned}$$

Integrieren wir über den einen oder andern Winkel, so erhält man

$$W(\vartheta) = \frac{3}{4} \varrho_{22} \sin^4 \vartheta + 3 \varrho_{11} \sin^2 \vartheta \cos^2 \vartheta + \frac{1}{4} \varrho_{00} (3 \cos^2 \vartheta - 1)^2 \tag{2.8a}$$

und

$$W(\varphi) = \frac{9}{32} \varrho_{22} \cos 4\varphi + 1 - \frac{\pi}{8} \left( 3 \varrho_{1-1} + \sqrt{\frac{3}{2}} \operatorname{Re} \varrho_{20} \right) \cos 2\varphi. \tag{2.8b}$$

Diese 2 Winkelverteilungen werden wir später benützen, um die Zerfälle von einigen Resonanzen im  $K_1^0 K_1^0$ -System zu interpretieren. Natürlich sind die  $\varrho_{mm'}$  für uns noch unbekannte Größen, die wesentlich vom Produktionsmechanismus der Resonanz abhängen. Dies ist daher die Stelle, wo eine Theorie der starken Wechselwirkung einsetzen sollte. Wir werden indessen später versuchen, unsere diesbezügliche Ignoranz durch ein Modell der Produktion etwas auszugleichen. Immerhin sei darauf hingewiesen, dass das obige Resultat schon recht viel aussagt, obschon es nur aus Symmetrieverbedingungen und Superpositionsprinzip entstammt.

### III. Die Quantenzahlen des $K_1^0 K_1^0$ -Systems

Ein Produktionsprozess, wie der hier vorliegende, erzeugt Mesonen durch starke Wechselwirkung. Starke Wechselwirkung ist invariant unter der Operation der Ladungskonjugation, der Parität, und der Strangeness.  $K^0$  und  $\bar{K}^0$  als Eigenzustände der erwähnten Operatoren erscheinen also in der Produktion als Partikel. Im Zerfall jedoch, der über schwache Wechselwirkung stattfindet, ist an Stelle der Ladungskonjugation  $C$  und der Strangeness  $S$  der Operator  $PC$  ( $P$  Paritätsoperation) eine Invariante. (Wir vernachlässigen die kleine  $PC$ -Verletzung im Zerfall, die kürzlich gefunden wurde [11]). Deshalb erscheinen im Zerfall Linearkombinationen der  $K^0$ - und  $\bar{K}^0$ -Zustände, die Eigenwerte von  $PC$  sind, als Partikel [12], nämlich

$$\begin{aligned}
 K_1^0 &= \frac{1}{\sqrt{2}} (K^0 + \bar{K}^0) \quad PC = +1 \\
 K_2^0 &= \frac{1}{\sqrt{2}} (K^0 - \bar{K}^0) \quad PC = -1. \tag{3.1}
 \end{aligned}$$

Durch die Erhaltung von  $PC$  im Zerfall kann das  $K_2^0$ -Meson nicht in 2 Pionen zerfallen. Da wir aber in der Funkenkammer 2 Pionen als Zerfallsprodukt eines  $K$ -Mesons

beobachten, sehen wir in unserem Experiment nur die  $K_1^0 K_1^0$ -Komponente des  $K \bar{K}$ -Systems. Die Lebensdauer der  $K_2^0$ -Mesonen ist so lang, dass deren Zerfall in der Kammer nur selten beobachtet wird. Es ist daher unser Hauptinteresse, in diesem Kapitel die möglichen Quantenzahlen des  $K_1^0 K_1^0$ -Systems zu bestimmen. Zu diesem Zweck betrachten wir die 2 Isospinoren

$$\begin{pmatrix} K^+ \\ K^0 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \begin{pmatrix} \bar{K}^0 \\ K^- \end{pmatrix}.$$

Wir benutzen als Zustandsfunktion das Symbol des Teilchens. Diese 2 Isospinoren kombinieren zusammen zu einem System mit Isospin 1 oder 0. Für Isospin 1 interessiert uns hier nur die neutrale 3. Komponente.

$$\begin{aligned} K^+ K^- + \bar{K}^0 K^0 + K^0 \bar{K}^0 + K^- K^+ &= |T = 0, T_3 = 0\rangle \\ K^+ K^- - \bar{K}^0 K^0 + K^0 \bar{K}^0 - K^- K^+ &= |T = 1, T_3 = 0\rangle \\ K^+ K^- + \bar{K}^0 K^0 - K^0 \bar{K}^0 - K^- K^+ &= |T = 0, T_3 = 0\rangle \\ K^+ K^- - \bar{K}^0 K^0 - K^0 \bar{K}^0 + K^- K^+ &= |T = 1, T_3 = 0\rangle. \end{aligned} \quad (3.2)$$

Der erste und der vierte Zustand haben Ladungskonjugation + 1, der zweite und der dritte eine solche von - 1. Ersetzen wir nun gemäss (3.1.) die  $K^0$  und  $\bar{K}^0$ -Zustände durch ihre Zustände, ausgedrückt in  $K_1^0$  und  $K_2^0$ , so bemerken wir, dass nur die Kombinationen mit  $C = + 1$   $K_1^0 K_1^0$ -Terme enthalten.  $C = - 1$  entspricht  $K_1^0 K_2^0$ -Termen. Durch unsere Beschränkung auf das  $K_1^0 K_1^0$ -System fixieren wir also die Ladungskonjugation auf + 1.

Sei nun  $f(x_1, x_2)$  die Wellenfunktion des kombinierten Systems. Da  $K$ -Mesonen Bosonen sind, muss diese Wellenfunktion symmetrisch sein; also

$$f(x_1, x_2) = f(x_2, x_1). \quad (3.3)$$

Da für das  $K_1^0 K_1^0$ -System  $C = 1$ , ist der Isospinanteil der Wellenfunktion für sich allein symmetrisch. Der Raumanteil muss daher ebenfalls symmetrisch sein. Dies beschränkt uns den Drehimpuls des Systems auf gerade Zahlen  $l = 0, 2, 4, \dots$

Aus der Symmetrie des Raumanteils in der Wellenfunktion folgt auch die positive Parität des Systems. Wir wollen nun noch die  $G$ -Parität des Systems bestimmen. Sie ist definiert durch:

$$G = C \cdot e^{i\pi T_2}. \quad (3.4)$$

$e^{i\pi T_2}$  stellt eine Rotation von  $180^\circ$  um die y-Achse im Isoraum dar. Wir müssen deshalb nur das Verhalten des Systems unter dieser Rotation bestimmen, da der Eigenwert von  $C$  schon bekannt ist. Dies ist hier fast trivial:

$$|T = 1, T_3 = 0, C = + 1\rangle$$

transformiert wie die 3. Komponente eines sphärischen Vektors und wechselt daher das Vorzeichen. Die  $G$ -Parität ist somit - 1.

$$|T = 0, T_3 = 0, C = + 1\rangle$$

transformiert wie ein Skalar unter der erwähnten Rotation. Sein Eigenwert ist + 1 und die  $G$ -Parität daher ebenfalls.

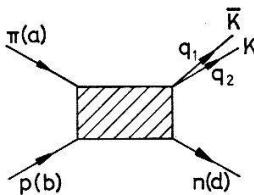
Die Beschränkung der Beobachtung auf die  $K_1^0 K_1^0$ -Komponente des  $K \bar{K}$ -Systems führt auf die Zustände

$$\left. \begin{array}{l} |T=0, T_3=0, C=+1, G=+1\rangle \\ |T=1, T_3=0, C=+1, G=-1\rangle \end{array} \right\} l^P = 0^+, 2^+, 4^+, \dots \quad (3.5)$$

Dies sind natürlich auch die möglichen Zustände für ein  $K_2^0 K_2^0$ -System. Die  $K_1^0 K_2^0$ -Komponente enthält die Zustände mit  $C=-1$  und ungeradem Spin.

#### IV. Ein Modell für die Produktion von $K_1^0 K_1^0$ -Resonanzen

Wir führen zuerst einige Bezeichnungen ein. Die Reaktion sei durch das Diagramm in Figur 5 anschaulich gemacht.



Figur 5

Diagramm und Impulsbezeichnung der Reaktion  $\pi^- p \rightarrow K \bar{K} n$ .

Die Viererimpulse der Teilchen seien entsprechend der Figur durch kleine lateinische Buchstaben bezeichnet,  $m$  sei die Nukleonmasse,  $\mu$  diejenige des  $\pi$ -Mesons. Das  $K \bar{K}$ -System besitzt die invariante Masse:

$$M_{K\bar{K}}^2 = (q_1 + q_2)^2. \quad (4.1)$$

Im Fall einer Resonanzbildung dieses Systems bezeichnen wir ihre Masse mit  $M$  und ihr Viererimpuls mit  $C$ . Wir führen nun noch die üblichen Mandelstam-Variablen ein:

$$\begin{aligned} s &= (a + b)^2 \\ t &= (b - d)^2 \\ u &= (a - d)^2 \end{aligned} \quad (4.2)$$

mit der Relation

$$s + t + u = 2m^2 + \mu^2 + M_{K\bar{K}}^2. \quad (4.3)$$

Fixiert man also  $M_{K\bar{K}}$  (z. B. bei Resonanzbildung), so ist eine der 3 Variablen durch die übrigen bestimmt. Beobachten wir nun unter diesen Umständen die möglichen Zwischenzustände im  $t$ - und gekreuzten  $u$ -Kanal, so bekommen wir eine Idee über die Art und die Lage möglicher Singularitäten der Amplitude, die in der komplexen Energieebene analytisch fortgesetzt wird. (Figur 6). Die Schnitte der Ebene entsprechen den möglichen Mehrpartikel-Zwischenzuständen in den verschiedenen Kanälen. Insbesondere bemerken wir im unphysikalischen Bereich  $t > 0$  2 Pole, die vom Austausch eines  $\pi$ -Mesons bzw.  $\rho$ -Mesons im  $t$ -Kanal herrühren. Für negatives  $t$  ausserhalb der physikalischen Region existiert ein Pol, der vom Austausch eines

Nukleons im gekreuzten  $u$ -Kanal stammt. Er kann die Rückwärtsstreuung unserer Reaktion beeinflussen.



Figur 6

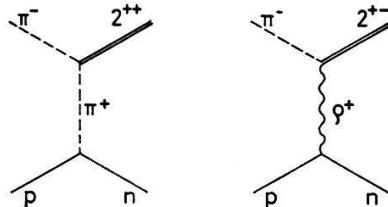
Singularitäten in der komplexen Energieebene, die von möglichen Zwischenzuständen im  $t$ - und  $u$ -Kanal herrühren.

Unsere Approximation besteht nun darin, dass wir in der Amplitude nur die Pole die möglichst nahe bei  $t = 0$  liegen, berücksichtigen.

Für diese Approximation sprechen zwei Gründe:

1. Die Vorwärtsstreuung entspricht einer Wechselwirkung, die an der Peripherie des Target-Nukleons stattfindet. Es ist daher plausibel, diese weitreichende Wechselwirkung durch den Austausch eines Teilchens mit möglichst kleiner Masse zu beschreiben.
2. Wir sind nicht in der Lage, die andern «Singularitäten», wie Schnitte, die von Mehrpartikelzuständen herrühren, mathematisch zu formulieren.

Unser Modell besteht also darin, dass wir uns in der Amplitude auf Polterme beschränken. Zudem wollen wir mit diesem Modell nur denjenigen Teil der Reaktion behandeln, der in der Bildung von Resonanzen im  $K\bar{K}$ -System mündet. Die Amplitude der Reaktion wird also nach dem oben gesagten, durch die zwei Feynman-Diagramme in Figur 7 dargestellt.



Figur 7

Feynman-Diagramm für  $f^0$  und  $A_2$ -Produktion.

Die Kopplungen an den einzelnen Vertices seien durch folgende Lagrangefunktionen beschrieben:

$$N \pi N: \quad \mathcal{L} = g(\bar{\psi} \gamma_5 \psi) \Phi \quad (4.4)$$

$$N \varrho N: \quad \mathcal{L} = \frac{i}{2} g'(\bar{\psi} \gamma_\mu \psi) \varrho^\mu + \frac{\mu_{N\varrho N}}{8m} (\bar{\psi} \sigma_{\mu\nu} \psi) (\partial_\mu \varrho^\nu - \partial_\nu \varrho^\mu) \quad (4.5)$$

$$\pi \pi 2^{++}: \quad \mathcal{L} = G \partial_\mu \Phi \varphi_{\mu\varrho}^* \partial_\varrho \Phi \quad (4.6)$$

$$\pi \varrho 2^{+-}: \quad \mathcal{L} = G' \varrho^\mu \varepsilon_{\mu\nu\omega} (\partial_\sigma \Phi) \partial_\omega \varphi_{\varrho\sigma} \quad (4.7)$$

$g$  und  $G$  sind die entsprechenden Kopplungskonstanten.  $\psi$  ist der Dirac-Spinor für die Nukleonen, die pseudoskalare Wellenfunktion  $\Phi$  beschreibt die  $\pi$ -Mesonen. Sie genügt der Klein-Gordon-Gleichung.  $\varrho_\mu$  ist eine Vektor-Wellenfunktion, deren Komponenten ebenfalls der Klein-Gordon-Gleichung genügen. Als Vektor beschreibt sie auch den Polarisationszustand des  $\varrho$ -Mesons.  $\varphi_{\mu\varrho}$  sind die Komponenten des Feld-

tensors 2. Ranges, der die Teilchen mit Spin 2 und deren Polarisation beschreibt. Diese Tensorkomponenten genügen ebenfalls der Klein-Gordon-Gleichung.

$$(\square + M^2) \varphi_{\mu\varrho} = 0 \quad (4.8)$$

mit den Nebenbedingungen

$$\partial_\mu \varphi_{\mu\varrho} = 0 \quad (4.9)$$

$$\varphi_{\mu\varrho} = \varphi_{\varrho\mu} \quad (4.10)$$

$$Sp \varphi_{\mu\varrho} = 0. \quad (4.11)$$

Diese Bedingungen reduzieren die Anzahl unabhängiger Komponenten auf

$$2s + 1 = 5.$$

Diskussion der Kopplungskonstanten:

a)  $N\pi N$ -Kopplung

Phasenanalyse und Dispersionsrelationen an den experimentellen Daten für  $\pi N$ -elastische Streuung bei niedriger Energie geben Auskunft über die Stärke dieser Kopplung

$$\frac{g^2}{4\pi} \sim 28.0 \quad \text{für geladenes Pion}$$

b)  $N\varrho N$ -Kopplung

Eine Abschätzung der Kopplungsstärke an Daten für Kräfte zwischen Nukleonen [13] ergibt

$$\frac{g^2}{4\pi} \sim 1.3.$$

Durch die Annahme einer direkten Kopplung zwischen Photon und  $\varrho$ -Meson im virtuellen Zustand, werden wir auf dieselbe Form der Lagrangefunktion für die  $\varrho$ -Kopplung geführt, wie sie in der Elektrodynamik in der  $N\gamma N$ -Kopplung erscheint. Zudem ist das Verhältnis von Tensor- zu Vektorkopplung wie im elektromagnetischen Fall gleich der Differenz der anomalen magnetischen Momente der Nukleonen, also gleich 3.7

c) Kopplung von  $2^+$ -Mesonen an  $\pi$  und  $\varrho$  Mesonen.

Im Massenspektrum des  $K_1^0 K_1^0$ -Systems erwarten wir die bekannte Breit-Wigner-peaks für das  $f_0$  (1250 MeV) und  $A_2$  (1300 MeV). Beschreiben wir den Zerfall von einem  $f^0$  in  $2\pi$ -Mesonen mit der Lagrangefunktion (4.6.), so können wir die natürliche Breite ( $110 \text{ MeV} \pm 10$ ) mit der Kopplungskonstante und dem Phasenraum in Beziehung setzen. Dies führt auf

$$\frac{G^2}{4\pi} \sim 2.9.$$

Benutzen wir die Breite des  $A_2$  ( $90 \text{ MeV} \pm 10$ ) und 4.7 im selben Sinne, so kommt für die Kopplungskonstante des  $A_2$

$$\frac{G^2}{4\pi} \sim 180.0.$$

Mit diesen Kopplungen kommen für die Matrixelemente der Feynman-Graphen:

$$M_1 = \frac{4Gg}{M} \bar{u}(d) \gamma_5 u(b) \frac{1}{\mu^2 - t} a_\varrho \varepsilon_{\varrho\sigma}^{(\lambda)} a_\sigma \quad (4.12)$$

$$M_2 = \frac{iG'g}{M^2} \bar{u}(d) \left[ C_V \gamma_\mu + \frac{C_T}{2m} \sigma_{\mu\nu} e_\nu \right] u(b) \frac{\delta_{\mu\nu} + (e_\mu e_\nu / m_\varrho^2)}{m_\varrho^2 - t} \varepsilon_{\nu\varrho\tau\omega} \varepsilon_{\varrho\sigma}^{(\lambda)} a_\sigma a_\tau c_\omega. \quad (4.13)$$

$\varepsilon_{\lambda\varrho\tau\omega}$  ist der totale antisymmetrische Tensor.  $\varepsilon_{\varrho\sigma}^{(\lambda)}$  ist der Polarisationsstensor für Spin 2. Selbstverständlich können wir an dieser Stelle die Matrixelemente quadrieren und über die entsprechenden Spinzustände summieren, um sofort den differentiellen Wirkungsquerschnitt für die beiden Graphen zu erhalten. Dies wollen wir jedoch hier noch nicht tun, da wir das Modell zuerst durch Berücksichtigung der Absorptionseffekte durch Konkurrenzkanäle verbessern wollen. Wir wollen hier nur die Prinzipien dieser Prozedur angeben. Eine extensivere Behandlung findet man in zahlreichen Arbeiten über dieses Modell [8]. Wir illustrieren den Absorptionseffekt an einem 2-Kanal-Problem in Potentialstreuung.

Wir betrachten die zwei Kanäle  $\alpha$  und  $\beta$ . Die elastische Streuung in jedem sei gegeben durch ein optisches Potential  $V_\alpha$  bzw.  $V_\beta$ . Das Potential  $V_{\alpha\beta}$  soll als schwache Störung die beiden Kanäle koppeln. Diese Situation ist im folgenden Differentialgleichungssystem beschrieben:

$$\begin{aligned} \left[ \frac{d^2}{dr^2} + K_\alpha^2 - 2m_\alpha V_\alpha(r) - \frac{l(l+1)}{r^2} \right] u_l^\alpha(r) &= 2m_\alpha V_{\alpha\beta}(r) u_l^\beta(r) \\ \left[ \frac{d^2}{dr^2} + K_\beta^2 - 2m_\beta V_\beta(r) - \frac{l(l+1)}{r^2} \right] u_l^\beta(r) &= 2m_\beta V_{\alpha\beta}(r) u_l^\alpha(r) \end{aligned} \quad (4.14)$$

$m_\alpha$ ,  $m_\beta$  sind die reduzierten Massen des Systems,  $u_l^{\alpha,\beta}(r)$  ist die radiale Partikelwellenfunktion. Die Gleichungen unterliegen den folgenden Randbedingungen:

1. Einlaufende und auslaufende Welle im Kanal  $\beta$

2. Nur auslaufende Welle im Kanal  $\alpha$

d. h. der Kanal  $\alpha$  wird vollständig aus der Absorption aus  $\beta$  populiert. Wir führen im üblichen Sinne die Green-Funktion für  $V_{\alpha\beta} = 0$  ein:  $G_l^{\alpha,\beta}(K_{\alpha,\beta}, r, r')$  und formen das obige System in ein Integralgleichungssystem um.

$$\begin{aligned} u_l^\alpha(r) &= 2m_\alpha \int_0^\infty G_l^\alpha(K_\alpha, r, r') V_{\alpha\beta}(r') u_l^\beta(r') dr' \\ u_l^\beta(r) &= u_l^{\beta 0}(r) + 2m_\beta \int_0^\infty G_l^\beta(K_\beta, r, r') V_{\alpha\beta}(r') u_l^\alpha(r') dr' \end{aligned} \quad (4.15)$$

$u_l^{\beta 0}(r)$  ist Lösung der 2. Schrödinger-Gleichung für  $V_{\alpha\beta} = 0$ . Wendet man auf (4.15) das übliche Prozedere der gestörten Born-Approximation an, so kommt für das part. Matrixelement der Streuung vom Kanal  $\beta$  in den Kanal  $\alpha$

$$M_{\alpha\beta}^l = \frac{1}{2iK_\beta} e^{i\delta_l^\alpha} B_{\alpha\beta}^l(K_\alpha, K_\beta) e^{i\delta_l^\beta}. \quad (4.16)$$

Für das totale Element

$$M_{\alpha\beta} = \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) M_{\alpha\beta}^l(K_\alpha, K_\beta) P_l(\cos\theta). \quad (4.17)$$

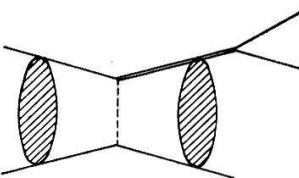
Dabei sind  $\delta_l^\alpha$  und  $\delta_l^\beta$  die Phasenverschiebungen in der elastischen Streuung im Kanal  $\alpha$  bzw.  $\beta$ .  $B_{\alpha\beta}^l$  ist die Born-Approximation der Amplitude  $\beta \rightarrow \alpha$  in Abwesenheit anderer möglicher Prozesse. Da der Polterm im feldtheoretischen Modell (4.12), (4.13) dem Bornterm in der Sprache der Potentialstreuung entspricht, werden wir die Partialamplituden  $B_{\alpha\beta}^l$  direkt mit den einzelnen Partial-Helizitätsamplituden des Modells identifizieren. Da sich jedoch Spineffekte als wichtig erweisen [8], müssen wir an Stelle von (4.17) eine Partialwellenentwicklung benützen, die die möglichen Helizitäten in  $M^l$  berücksichtigt [8, 14].

$$\langle \lambda_3 \lambda_4 | T | \lambda_1 \lambda_2 \rangle = \sum_{j=j_{\min}}^{\infty} \left( j + \frac{1}{2} \right) \langle \lambda_3 \lambda_4 | T(j) | \lambda_1 \lambda_2 \rangle d_{\lambda_1 - \lambda_2, \lambda_3 - \lambda_4}^j(\theta) \\ j_{\min} = \max \{ | \lambda_1 - \lambda_2 |, | \lambda_3 - \lambda_4 | \}. \quad (4.18)$$

$T(j)$  ist nun nach (4.16) und (4.12/13)

$$\langle \lambda_3 \lambda_4 | T(j) | \lambda_1 \lambda_2 \rangle = e^{i\delta_j^{(f)}} \langle \lambda_3 \lambda_4 | M | \lambda_1 \lambda_2 \rangle e^{i\delta_j^{(i)}}. \quad (4.19)$$

Dabei sind  $d_{\mu\nu}^j$  die üblichen reduzierten Rotationsmatrizen der  $2j+1$ -dimensionalen Darstellung der Rotationsgruppe.  $\delta_j^{(f)}$  und  $\delta_j^{(i)}$  sind die Phasenverschiebungen für elastische Streuung im Endzustand bzw. Anfangszustand.  $\langle \lambda_3 \lambda_4 | M | \lambda_1 \lambda_2 \rangle$  sind die Helizitätsamplituden von (4.12) oder (4.13).



Figur 8

Diagramm des Ein-Partikel-Austauschmodells mit Absorption.

Unser Modell entspricht somit eher einem Diagramm von der Form in Figur 8.

Die «bubbles» entsprechen den Absorptionsfaktoren  $e^{i\delta}$ . Ihre Bedeutung ergibt sich aus (4.16) in unserer Illustration im 2-Kanalproblem. Sie berücksichtigen die Tatsache, dass hauptsächlich die Zustände mit kleinem Drehimpuls in Ein- und Ausgang durch andere Reaktionskanäle absorbiert werden. Dass diese Absorption auf einfache Weise durch die Phasenverschiebung der entsprechenden elastischen Streuung ausgedrückt werden kann, ist nur die Frage der angewandten Approximation, die in diesem Falle eine vielleicht zu grobe Behandlung des Problems darstellt. Immerhin bleibt das Modell dadurch für eine numerische Behandlung durch den Computer noch «verdaulich».

Wir wollen nun  $e^{i\delta}$  aus den experimentellen Daten der elastischen Streuung bestimmen. Nimmt man die elastische Streuamplitude als rein imaginär an (Diffraction), so lässt sich der Wirkungsquerschnitt in Vorwärtsrichtung wie folgt parametrisieren:

$$\frac{d\sigma}{dt} = \text{Const} \cdot e^{At}. \quad (4.20)$$

Dies führt auf eine Phasenverschiebung

$$e^{i\delta_j} = 1 - C e^{-j(j+1)/2Aq^2} \quad C = \frac{\sigma_T}{4\pi A} \quad (4.21)$$

$q$  ist der Impuls im Schwerpunktssystem der entsprechenden elastischen Streuung.  $j$  ist die Drehimpulsquantenzahl,  $\sigma_T$  der totale Wirkungsquerschnitt. Man sieht leicht, dass ein solcher Faktor vor allem die kleinen Drehimpulse, d. h. kleine Impaktparameter dämpft. Selbstverständlich sind die Daten im allgemeinen nur für den Eingangskanal erhältlich. Beobachtet man z. B.  $\pi^- p \rightarrow f^0 n$ , so ergeben sich die Parameter leicht aus den Daten von  $\pi^- p \rightarrow \pi^- p$ . Für die Absorption im Ausgang würde man  $d\sigma/dt$  für  $n f^0 \rightarrow n f^0$  benötigen. Solche Messungen existieren natürlich nicht, und man ist wohl gezwungen, das entsprechende  $e^{i\delta(f)}$  als offenen Parameter im Modell zu behandeln. Es sei indessen erwähnt, dass das Resultat auf diese Größen nicht stark empfindlich ist.

Das nächste Problem besteht nun in der Ausführung der Summe in der Partialwellenentwicklung (4.18). Wir führen die Algebra hier nicht explizite aus und verweisen auf Ref. [14]. In der endgültigen Form kommt für (4.18)

$$\begin{aligned} \langle \lambda_3 \lambda_4 | T(\cos \theta) | \lambda_1 \lambda_2 \rangle &= \langle \lambda_3 \lambda_4 | A | \lambda_1 \lambda_2 \rangle \\ &\times \sum_{j_{\min}}^{\infty} (2j+1) C_{\lambda \lambda'}^j(z) d_{\lambda \lambda'}^j(\theta) e^{i(\delta_f^{(i)} + \delta_i^{(f)})} \\ &+ \sum_{j_{\min}}^{\infty} \langle \lambda_3 \lambda_4 | X^i | \lambda_1 \lambda_2 \rangle d_{\lambda \lambda'}^j(\theta) e^{j(\delta_f^{(i)} + \delta_i^{(f)})} \end{aligned} \quad (4.22)$$

mit

$$z = \frac{1}{2q q'} [m_e^2 - m^2 - M^2 + 2E_2 E_4] \quad \lambda = \lambda_1 - \lambda_2 \quad \lambda' = \lambda_3 - \lambda_4.$$

Dabei ist  $q$  und  $q'$  der Impuls im Schwerpunkt-System im Eingangs- resp. Ausgangskanal.  $m_e$  ist die Masse des ausgetauschten Teilchens.  $E_2, E_4$  sind die Energien der Teilchen  $b$  und  $d$  im Schwerpunkt-System. Die ganze Winkelabhängigkeit steckt nun in den Rotationskoeffizienten  $d_{\lambda \lambda'}^j$ ; die Matrixelemente  $A$  und  $X$  (das letzte ist übrigens nur ungleich Null für die kleinsten möglichen Drehimpulse, welche ohnehin praktisch vollständig absorbiert werden) sind nur noch Funktionen der Energie und der Massen der Partikel. Für die Rotationskoeffizienten 2. Ordnung sei auf Ref. [15] verwiesen.

(4.22) wurde nun für den Computer programmiert (natürlich in expliziter Form). Summieren wir die quadrierten Helizitätsamplituden auf, so kommt für den differentiellen Wirkungsquerschnitt nach (4.23)

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{1}{64\pi s q q'} \cdot 0.39 \left| \sum_{\{\lambda\}} T \right|^2. \quad (4.23)$$

Der Zahlungsfaktor 0,39 röhrt von der Umrechnung der Einheiten  $\hbar = c = 1$  in «experimentelle» Einheiten her. Somit gibt (4.23) den differentiellen Wirkungsquerschnitt in  $mb/(GeV/c)^2$ .

Wir wollen nun noch die Voraussagen des Modells über die Elemente der Spindichtematrix untersuchen.

Dazu passen wir das Koordinatensystem von Kap. II folgendermassen an den Produktionsmechanismus an.

$z$ -Achse: Die Richtung sei durch den Impuls des einfallenden Pions im Ruhesystem der Resonanz gegeben. In diesem System hat die Impulsübertragung in der Produktion, dieselbe Richtung.

$x$ -Achse: Normale zur Produktionsebene im Ruhesystem der Resonanz.

Wir definieren die Winkel eines Zerfallsproduktes in genau analoger Weise wie in Kapitel II.

Die Spindichthmatrix für die Resonanz ist nun definiert durch:

$$\varrho_{\mu\mu'} = N \sum_{\lambda\lambda'} \langle \mu' \lambda' | T | \lambda \rangle \langle \mu' \lambda' | T | \lambda \rangle^* . \quad (4.24)$$

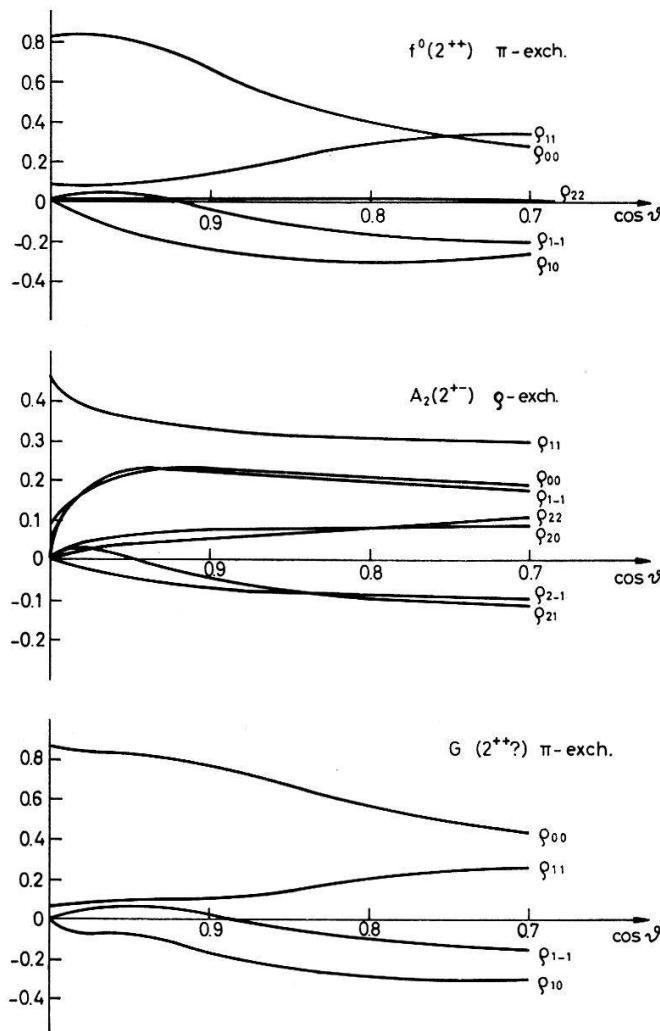
$\mu$ : Helizität der Resonanz

$\lambda, \lambda'$ : Helizität der Nukleonen

$T$ : Matrixelement aus 5.22

$N$ : Normierungsfaktor

Man beachte, dass auf der rechten Seite der Elemente  $T$  nur eine Helizität steht, da das einfallende Pion Spin 0 besitzt.



Figur 9

Spindichte-Matrixelemente, wie sie vom Absorptionsmodell vorausgesagt werden.

In der Helizitätsdarstellung messen wir den Spin in Richtung des Impulses der Resonanz. Im Ruhesystem der Resonanz messen wir ihn in Richtung des einfallenden Pions. Wir müssen also  $\varrho_{\mu\mu'}$  folgender unitärer Transformation unterziehen:

$$\varrho_{mm'}(\theta) = \sum_{\mu\mu'} d_{m\mu}^{(2)}(\psi) \varrho_{\mu\mu'} d_{m'\mu'}^{(2)}(-\psi) \quad \sin\psi = \frac{q}{a_c} \sin\theta. \quad (4.25)$$

$\psi$  ist der Winkel zwischen Helizität der Resonanz und der oben definierten  $z$ -Achse.  $a_c$  ist der Impuls des einfallenden Pions im Ruhesystem der Resonanz.

Diese Matrixelemente, eingesetzt in (2.8a) und (2.8b), liefern die Voraussagen dieses Modells über die Winkelkorrelation des Zerfalls von Resonanzen wie  $f^0$  und  $A_2^0$ , die in der Reaktion  $\pi^- p \rightarrow K\bar{K}n$  erzeugt wurden. Die Spindichtematrixelemente für diese zwei Resonanzen sind in Figur 9 dargestellt. Die entsprechenden Winkelverteilungen werden im nächsten Kapitel an denjenigen unseres Experimentes diskutiert.

## V. Winkelkorrelation beim Zerfall

Aus unserer experimentellen Massenverteilung<sup>1)</sup> (siehe Kapitel I) werden folgende Massenintervalle ausgeschnitten und auf ihre Verteilung in den Winkeln  $\vartheta$  und  $\varphi$  untersucht:

1,0 – 1,1 GeV	$S^*$
1,2 – 1,25 GeV	$f^0$
1,32 – 1,36 GeV	$A_2^0$
1,40 – 1,46 GeV	$G$
1,46 – 1,56 GeV	als Idee der Verteilung des Untergrunds unter $G$

Die Ausschnitte für  $f^0$  und  $A_2$  sind so gewählt, dass möglichst wenig Überlappung dieser beiden Resonanzen vorliegt.

Wie wir in Kapitel II gesehen haben, können wir die Winkel  $\cos\vartheta$  und  $\varphi$  in den Intervallen  $\langle +1, -1 \rangle$  und  $\langle \pi, -\pi \rangle$  variieren.

Die Paritätserhaltung in Produktion und in Zerfall hat zur Folge, dass beide Verteilungen zum Nullpunkt symmetrisch sind. Die Verteilung in  $\varphi$  erhält zudem noch die Symmetrie bezüglich  $\pi/2$ . Da Interferenz mit nichtresonantem Untergrund diese Symmetrie zerstören kann, bildet diese einen Test für die Anwesenheit und Art solcher Interferenzen. Man sieht indessen sofort, dass durch die Tatsache, dass die beiden  $K_1^0$ -Mesonen nicht unterscheidbar sind, ein solcher Test in unserem Falle dahinfällt, da experimentell nur die gefalteten Verteilungen in den Intervallen  $\langle 0, +1 \rangle$  resp.  $\langle 0, \pi/2 \rangle$  erhältlich sind. Figuren 10–14 zeigen die Zerfalls-Winkelverteilungen in  $\cos\vartheta$  und  $\varphi$ . Diese sind zu vergleichen mit den Voraussagen des Absorptionsmodells, welche aus den Elementen der Spindichtematrix (Figur 9) folgen. Wie aus Kapitel IV hervorgeht, beschreibt dieses Modell indessen nur Winkelverteilungen

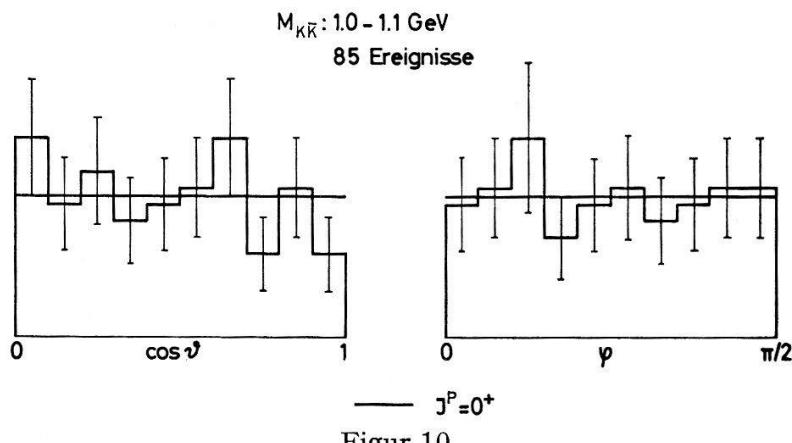
<sup>1)</sup> Da unsere 12-GeV/c-Daten die grösste Statistik enthalten, diskutieren wir im folgenden diese Daten. Die Analysis wurde auch bei 7 GeV/c und 5 GeV/c durchgeführt und bestätigt alle hier gezogenen Schlüsse vollständig.

von reinen Resonanzzuständen, d. h. Resonanzen, die in keiner Weise durch Untergrund und andere überlappende Resonanzen gestört werden. Es ist daher fast müssig, darauf hinzuweisen, dass das Modell unsere experimentellen Verteilungen nicht reproduzieren kann. Indessen ist es von grossem Wert, eine Voraussage für die entsprechende «reine» Resonanz zu besitzen. Diese dient uns somit als Diskussionsgrundlage. Abweichungen können dann im Rahmen der beobachteten Überlappungen als Interferenzeffekte interpretiert werden.

Auf diese Weise werden wir im folgenden jede einzelne der beobachteten Resonanzen behandeln.

$$1. \quad S^* \quad M = 1050 \text{ MeV} \quad \Gamma \sim 50 \text{ MeV}.$$

$S^*$  wird von keiner andern Resonanz überlappt. Der mögliche Untergrund, so nahe an der untern Massenschwelle (996 MeV) ist klein, und wird im wesentlichen durch  $l = 0$  Zustände gebildet. Man erwartet daher, dass die Verteilung in  $\cos \vartheta$  und  $\varphi$  getreue Abbilder des Spins von  $S^*$  darstellen. Beide Verteilungen lassen sich als isotrope Verteilungen mit einem  $\chi^2 = 7,73$  bzw. 2,19 für 9 Freiheitsgrade deuten (Figur 10). Das Experiment ist daher in Übereinstimmung mit Spin 0. Die Einschränkungen (siehe Kapitel IV) ergeben eine positive Parität. Selbstverständlich können diese isotropen Verteilungen auch durch Hypothesen, die höheren Spin behaupten, erzeugt werden. Es wäre indessen recht schwierig, die entsprechenden Elemente der Spindichte-Matrix zu deuten. Zudem zeigt ein  $F$ -Test, dass diesen Elementen statistisch keine Bedeutung zukommt.



Figur 10

Zerfalls-Winkelverteilung für  $1,0 \leq M \leq 1,1 \text{ GeV}$ .

Die  $G$ -Parität, und somit nach Kapitel III der Isospin, kann nicht so eindeutig vorausgesagt werden. Es zeigt sich jedoch, dass der differentielle Wirkungsquerschnitt mit dem  $\pi$ -Meson-Austausch in Übereinstimmung ist. Ein  $\varrho$ -Austausch ist auf Grund der Quantenzahlen von  $S^*$  nicht möglich. Daraus folgt eine wahrscheinlichere  $G$ -Parität + 1 und somit  $T = 0$ . Unser Schluss ist daher:

$$\text{Resonanz: } S^*: M = 1056 \text{ MeV} \quad \Gamma = 50 \text{ MeV} \quad 0^{+(+)} (T = 0)$$

$$2. \quad f^0: M = 1253 \text{ MeV} \quad \Gamma = 115 \text{ MeV}.$$

Das  $f^0$  wird durch das  $A_2$ -Meson sehr stark überlappt. Wir wählen daher als Massenregion für die Zerfallsverteilung nur den linken Teil des Breit-Wigner-peaks von  $f^0$ .

Spin, Parität und Isospin von  $f^0$  sind bekannt  $2^{++}$ ,  $T = 0$  [17].

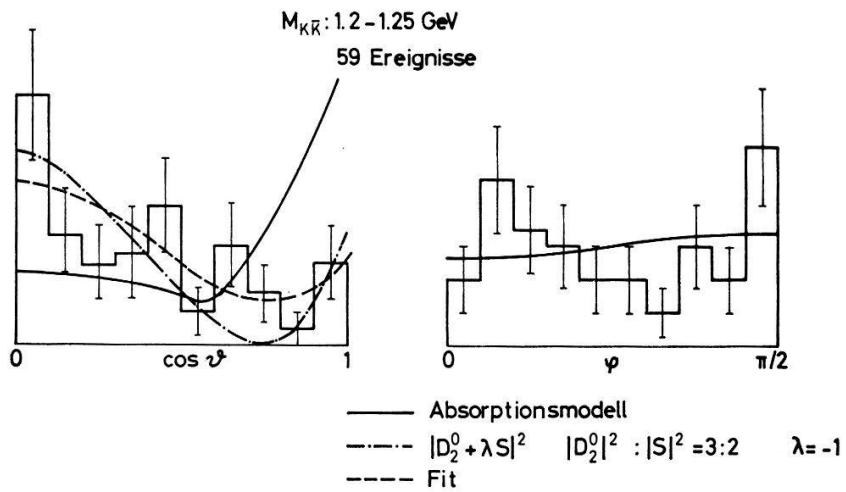
Die Voraussagen des Absorptionsmodells (Figur 9) für die mit der  $t$ -Verteilung gewichteten Mittelwerte der Elemente der Spindichtematrix sind die folgenden:

$$\varrho_{22} = 0.01 \quad \varrho_{11} = 0.08 \quad \varrho_{00} = 0.82 .$$

Die entsprechende Winkelverteilung ist in Figur 11 gezeigt. Ein  $\chi^2$ -Fit führt indessen auf folgende Elemente:

$$\varrho_{22} = 0.37 \pm 0.12 \quad \varrho_{11} = 0.02 \pm 0.1 \quad \varrho_{00} = 0.22 \pm 0.25 .$$

Der Unterschied der beiden Tripel besteht im wesentlichen darin, dass die experimentelle Verteilung ein sehr grosses  $\varrho_{22}$  enthält. Durch die Bedingung (2.5) wird  $\varrho_{00}$  entsprechend kleiner. Was ist die Ursache dieses grossen  $\varrho_{22}$ -Elements?



Figur 11

Zerfalls-Winkelverteilung für  $1.2 \leq M \leq 1.25$  GeV.

Wie man aus Figur 1 sieht, enthält das  $f^0$  in dieser Massenregion  $\sim 40\%$  Untergrund, der so nahe an der Massenschwelle (996 MeV) einen Teil  $l = 0$ -Zustände enthält. Zudem besteht noch eine kleine Überlappung mit  $S^*$ , dem wir Spin  $0^+$  zugeordnet haben. Es ist daher naheliegend, den Grund für das grosse  $\varrho_{22}$  in Interferenzeffekten zwischen dem  $f^0$  ( $2^+$ ) und dem erwähnten Untergrund ( $0^+$ ) zu suchen. Vernachlässigt man das kleine Element  $\varrho_{11}$ , so ist die Verteilung in  $\cos\vartheta$  im wesentlichen gegeben durch A3.

$$W(\cos\vartheta) \sim |\varrho_{00} Y_0^2(\cos\vartheta) + \lambda C|^2 \quad (7.1)$$

wobei  $\lambda C$  die isotrope Verteilung des Untergrunds darstellt. Falls  $\lambda$  negativ ist, lässt sich die experimentelle Verteilung leicht durch (7.1) darstellen. Das grosse  $\varrho_{22}$  ist daher nicht typisch für das  $f^0$ , sondern induziert durch Interferenz mit dem Untergrund.

Der einzige Term der Interferenz, der nach A4 in der  $\varphi$ -Verteilung von Bedeutung sein kann, ist

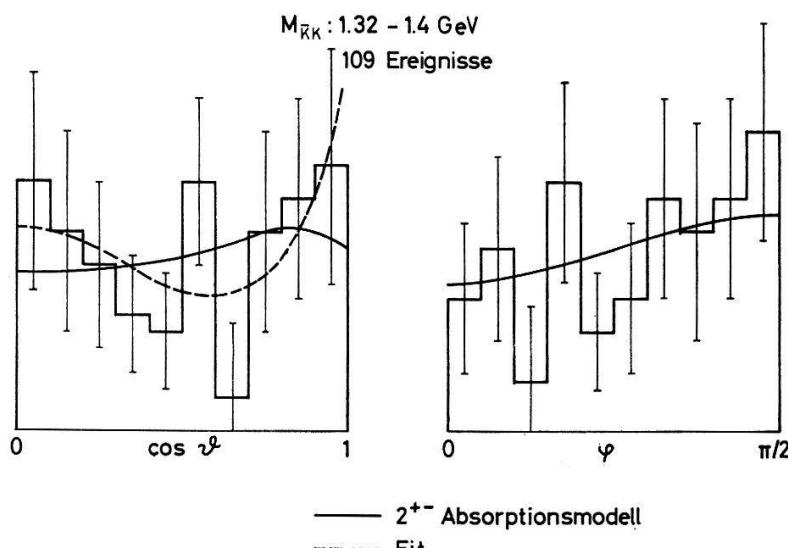
$$\text{Re } \varrho_{20}^{20} \cos 2\varphi .$$

Falls also der Zustand  $M = 2$  durch das  $f^0$  wirklich stark besetzt ist, erwarten wir, dass dieselbe Art Anisotropie wie im Absorptionsmodell, jedoch ausgeprägter, auftritt. Tatsächlich zeigt Figur 11, dass dies nicht der Fall ist. Das Loch in der Mitte scheint keine statistische Bedeutung zu besitzen; diese Abweichung wird durch die Daten bei 7 und 5 GeV/c nicht bestätigt.

3.  $A_2$ :  $M = 1320$  MeV  $\Gamma = 90$  MeV.

Wegen der Überlappung des  $f^0$ -Mesons benutzen wir für die Zerfallsverteilung nur die Ereignisse der rechten Hälfte des Breit-Wigner-peaks. Spin und Parität, sowie Isospin wurden am Zerfall  $A_2 \rightarrow \rho \pi$  bestimmt. In letzter Zeit sind die Quantenzahlen des  $A_2$ -Mesons etwas umstritten. Gewisse Experimente [18] bestätigen  $2^+$ , während andere [19] aus demselben Zerfallsmechanismus eher  $2^-$  oder  $1^+$  den Vorzug geben. Da die letzteren Quantenzahlen in unserem Kanal gar nicht möglich sind, können wir uns aus dieser Kontroverse heraushalten. Die Resonanz, die wir beobachten, muss geraden Spin und positive Parität besitzen. Ob es sich um das  $A_2$ -Meson handelt, hängt ganz vom Ausgang der oben erwähnten Kontroverse ab. Um keine Verwirrung zu stiften, bezeichnen wir die Resonanz vorderhand mit  $A_2$ .

Die Zerfallsverteilung aus der  $A_2$ -Massenregion ist in Figur 12 gezeigt.



Figur 12  
Zerfalls-Winkelverteilung für  $1,32 \leq M \leq 1,4$  GeV.

Wir nehmen an, dass der Isospin des  $A_2$  gleich 1 ist [7]. Im Rahmen eines Austauschmodells wird das  $A_2$  durch einen  $\rho$ -Austausch erzeugt, und interferiert daher nicht mit dem  $f^0$ -Meson. ( $\pi$ -Austausch). Trotz der speziellen Wahl des Massenintervalls für  $A_2$  existiert noch eine Überlappung mit dem  $f^0$ . Suggeriert durch obige Annahme, berücksichtigen wir diese Überlappung, indem wir die  $f^0$ -Verteilung im entsprechenden Verhältnis von der  $A_2$ -Verteilung abziehen. Ein  $\chi^2$ -fit führt auf folgende Elemente der Spindichtematrix:

$$\varrho_{22} = 0.17 \pm 0.1 \quad \varrho_{11} = 0.14 \pm 0.06 \quad \varrho_{00} = 0.39 \pm 0.16 .$$

Das Absorptionsmodell liefert die gemittelten Werte

$$\begin{aligned}\varrho_{22} &= 0.03 & \varrho_{11} &= 0.4 & \varrho_{00} &= 0.15 \\ \varrho_{1-1} &= 0.3 & \varrho_{10} &= 0.08.\end{aligned}$$

Man sieht, dass wieder eine Abweichung in den Diagonalelementen besteht, und wir sind daher eingeladen, für die Interpretation ähnliche Argumente vorzuführen, wie wir das im Fall von  $f^0$  getan haben. Abgesehen von der Überlappung des  $f^0$ , die wir durch Subtraktion berücksichtigt haben, können Interferenzen mit dem Untergrund vorkommen. Zudem besteht eine Überlappung mit dem neugefundenen  $G$ -Meson. Eine ähnliche Interpretation wie beim  $f^0$  ist nun aus folgenden Gründen nicht möglich:

1. Eine Annahme über den Drehimpuls-Gehalt des Untergrunds ist in dieser Massenregion recht gewagt.
2. Wie wir im folgenden zeigen werden, ist Punkt 1 der Grund, warum wir die Quantenzahlen des  $G$ -Mesons nicht bestimmen können.

Wir geben uns daher, gezwungen durch die Komplexität der Verhältnisse, geschlagen.

Die Verteilung im Winkel  $\varphi$  legt indessen die Vermutung nahe, dass auch in diesem Fall die nichtdiagonalen Elemente der Spindichtematrix durch Interferenzen nicht wesentlich gestört werden. Die Voraussage des Absorptionsmodells stimmt mit den Daten recht gut überein (Figur 12).

Unser Schluss ist:

$$\begin{aligned}\text{Resonanz: } A_2 & \quad M = 1320 \text{ MeV} \quad \Gamma = 100 \text{ MeV} \\ & \quad \text{nicht in Widerspruch zu } 2^{+-} \quad T = 1\end{aligned}$$

$$4. \quad G: M = 1440 \text{ MeV} \quad \Gamma = 60 \text{ MeV}.$$

In der Massenregion, die wir für die Verteilung des  $G$ -Mesons (kein  $A_2$ -Gehalt) ausgewählt haben, müssen wir zusätzlich nur den Untergrund unter der Resonanz berücksichtigen. Den Beitrag (ohne Interferenz) können wir aus der benachbarten Massenregion ermitteln (Figur 14) und von der Verteilung des  $G$ -Mesons im entsprechenden Verhältnis abziehen. Die Verteilung, die übrigbleibt (Figur 13), wird dann dargestellt durch den reinen Resonanzbeitrag und den Interferenzterm zwischen Resonanz und Untergrund.

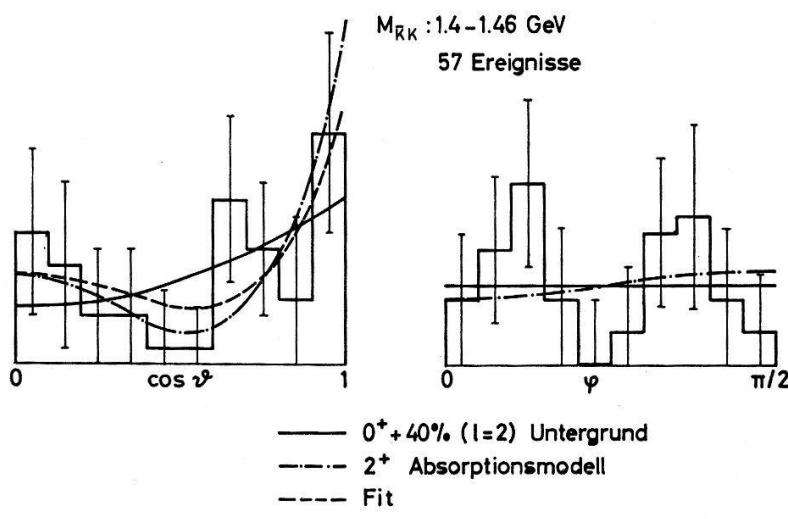
Ein  $\chi^2$ -fit ergibt folgende Elemente der Dichtematrix:

$$\varrho_{22} = 0.07 \pm 0.1 \quad \varrho_{11} = 0.15 \pm 0.2 \quad \varrho_{00} = 0.56 \pm 0.2.$$

Nehmen wir an, der Untergrund enthalte einen wesentlichen Anteil von  $l = 2$  und die Resonanz sei ein  $2^+$ , so ergibt das Absorptionsmodell folgende Elemente:

$$\varrho_{22} \simeq 0. \quad \varrho_{11} = 0.08 \quad \varrho_{00} = 0.84$$

in bemerkenswerter Übereinstimmung mit dem  $\chi^2$ -fit. Interferenz mit  $l = 0$ -Untergrund sollte nicht zu drastisch wirken. Testen wir indessen noch folgende Hypothese:



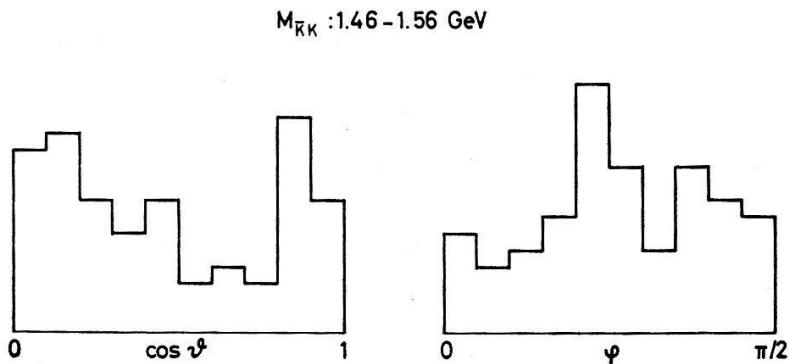
Figur 13

Zerfalls-Winkelverteilung für  $1.4 \leq M \leq 1.46 \text{ GeV}$ .

Die Resonanz besitze Spin und Parität  $0^+$  und interferiere mit dem  $l = 2$ -Anteil im Untergrund. Dann ist die Abweichung von der Isotropie nach  $A/4$  im wesentlichen gegeben durch den Interferenzterm.

$$2 \operatorname{Re} \varrho_{00}^{20} C P_{20}(\cos \vartheta) .$$

Über die Phase zwischen  $\varrho_{00}$  und  $C$  können wir nichts aussagen. Die Grösse des Realteils ist deshalb unsicher. Man sieht indessen sofort, dass sich die Formen der Verteilungen beider Hypothesen nur durch ein relativ flaches Maximum bei  $\cos \vartheta = 0$  unterscheiden. Es ist natürlich evident, dass eine Unterscheidung der beiden Hypothesen auf Grund dieses Maximums mit der vorliegenden Statistik nicht möglich ist. In derselben Weise wie  $2^+$  kann sogar eine Hypothese mit Spin und Parität  $4^+$  belegt werden.



Figur 14

Zerfalls-Winkelverteilung für  $1.46 \leq M \leq 1.56 \text{ GeV}$ .

Da auch hier die  $\varphi$ -Verteilung von allfälligen Interferenzen nur durch den Term

$$\operatorname{Re} \varrho_{20}^{20} \cos 2\varphi$$

erweitert wird, ergibt sich für beide Hypothesen dieselbe funktionelle Abhängigkeit in  $\varphi$ . Eine Entscheidung zwischen den 2 Hypothesen ist deshalb an der Treiman-

Yang-Winkel-Verteilung nicht möglich. Wir haben nun noch zu verifizieren, ob unser  $G$ -Meson nicht mit einer schon bekannten Resonanz identisch ist. Tatsächlich existiert in dieser Massenregion die Resonanz  $E$  (1418 MeV) [20]. Die möglichen Quantenzahlen für  $E$  sind  $1^+$  und  $2^-$  und daher im  $K_1^0 K_1^0$ -Kanal verboten. Da die Quantenzahlen für das  $E$  jedoch nicht eindeutig bestimmt sind, nehmen wir für einen Moment an,  $E$  habe Spin-Parität  $2^+$ . Der hauptsächliche Zerfallskanal des  $E$ -Mesons ist  $E \rightarrow K \bar{K} \pi$ . Der  $Q$ -Wert ist 287 MeV.  $K \bar{K} \pi$  kann Spin-Parität  $2^+$  haben, falls  $K \bar{K}$  ein relatives Drehmoment  $l = 2$  und das  $\pi$ -Meson bezüglich dem  $K \bar{K}$ -System  $l = 1$  besitzt. Es ist indessen sehr unwahrscheinlich, dass ein Zerfall mit so tiefem  $Q$ -Wert so hohe Drehimpulse im Haupt-Zerfallskanal enthält. Daraus schliessen wir, dass das  $G$  nicht mit dem  $E$  identisch ist. Daher:

$$\text{Resonanz: } G \quad M = 1440 \text{ MeV} \quad \Gamma \cong 60 \text{ MeV}$$

Spin-Parität  $0^+, 2^+, 4^+$  möglich

Isospin  $T = 0$  oder  $1$

(Leichter Vorzug für  $0^+, T = 0$ )

$$5. \quad f' \quad M = 1500 \text{ MeV} \quad \Gamma = 80 \text{ MeV}.$$

Bei 1500 MeV existiert eine Resonanz mit Spin-Parität  $2^+$  und Isospin 0 [21]. Auf Grund der Quantenzahlen kann diese Resonanz also durchaus in unserem Kanal erscheinen. Wir haben keine Evidenz für diese Resonanz. Dies bedarf also einer «dynamischen» Erklärung, und wir werden dieses Problem im Rahmen von  $SU_3$  und Quark-Modell wieder aufnehmen.

## VI. $SU_3$ und Quark-Modell

Wir wollen in diesem Kapitel unsere Zerfallsraten (Kapitel I) mit den Voraussagen von  $SU_3$  vergleichen. Zu diesem Zwecke lehnen wir uns stark an die Arbeit von GLASHOW und SOCOLOW [22].

Es existiert ein  $2^+$ -Nonet mit  $C = +1$

$K^* (1430)$	$T = 1/2$	$T = \pm 1$
$A_2 (1320)$	$T = 1$	$Y = 0$
$f (1250)$	$T = 0$	$Y = 0$
$f' (1500)$	$T = 0$	$Y = 0$

Durch  $SU_3$ -verletzende Wechselwirkung sind das  $f$  und  $f'$  lineare Kombinationen des unitären Singlet  $f_1$  und des  $T = Y = 0$ -Oktet-Mitgliedes  $f_8$ . Die Gell-Mann-Okubo-Massenformel verlangt einen «Mischwinkel»  $\vartheta \sim 30^\circ$ . Daher wird die Kombination

$$f' = \frac{\sqrt{3}}{2} f_8 - \frac{1}{2} f_1 \quad f = \frac{1}{2} f_8 + \frac{\sqrt{3}}{2} f_1. \quad (6.1)$$

Wir nehmen an, die Kopplungskonstanten seien durch exakte  $SU_3$ -Invarianz gegeben. Das Matrixelement für den Zerfall  $2^+ \rightarrow 0^+ + 0^-$  ist dann

$$6^{1/2} F S \rho (T_8 [P_8 \ P_8]) + G f_1 S \rho (P_8 \ P_8). \quad (6.2)$$

Dabei ist  $P_8$  die  $3 \times 3$ -Matrix für Pseudoskalare

$$P_8 = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \pi^0 + \frac{1}{\sqrt{6}} \pi^{0'} & \pi^+ & K^+ \\ \pi^- & -\frac{1}{\sqrt{2}} \pi^0 + \frac{1}{\sqrt{6}} \pi^{0'} & K^0 \\ K^- & \bar{K}^0 & -\sqrt{\frac{2}{3}} \pi^{0'} \end{pmatrix}$$

und  $T_8$  diejenige für Tensor-Mesonen

$$T_8 = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} f^0 + \frac{1}{\sqrt{6}} f^{0'} & A_2^+ & K^{**+} \\ A_2^- & \frac{1}{\sqrt{6}} f^{0'} - \frac{1}{\sqrt{2}} f^0 & K^{**0} \\ K^{**-} & \bar{K}^{**0} & -\sqrt{\frac{2}{3}} f^{0'} \end{pmatrix}.$$

Der Mischwinkel der Pseudoskalare ist sehr klein. Daher ist  $\pi^{0'}$  praktisch das Oktet-Mitglied, die  $\eta \pi \pi$ -Resonanz (960 MeV) das unitäre Singlet.  $f^0$  in  $T_8$  ist, ausgedrückt in invarianten Zuständen, durch (6.1) gegeben. (6.2) enthält wegen der C-Invarianz nur 2 Kopplungskonstanten. Der Raumanteil der Kopplung ist in (6.2) nicht angegeben; er ist aus (4.6) ersichtlich. Der Phasenraum der Zerfallsprodukte ist  $(p^{2j+1})/M^2 = p^5/M^2$ , wobei  $p$  den Impuls der Zerfallsprodukte im Ruhesystem des  $2^+$ -Mesons darstellt.

Bestimmt man die Konstanten  $G$  und  $F$  aus dem experimentellen Resultat [7]  $\Gamma(f^0 \rightarrow \pi \pi) = 100$  MeV und  $\Gamma(A_2 \rightarrow \bar{K} K) = 6$  MeV, so kommen folgende, hier interessierenden Raten

$$\Gamma(f \rightarrow \bar{K} K) \cong 4,4 \text{ MeV} \quad (6.3)$$

$$\Gamma(f' \rightarrow \pi \pi) \cong 1,7 \text{ MeV} \quad (6.4)$$

$$\Gamma(f' \rightarrow \bar{K} K) \cong 31 \text{ MeV}. \quad (6.5)$$

Man betrachte die gute Übereinstimmung von 6.3 mit unserer experimentellen Rate (1.1).

Mit der Kenntnis von (6.4) und (6.5) sind wir nun auch imstande, die Absenz von  $f'$  in unserem Experiment zu deuten.

Das  $f'$  wurde in der Reaktion  $K^- p \rightarrow \Lambda K_1^0 K_1^0$  beobachtet [21]. Im peripheren Modell ist  $f'$  in Produktion und Zerfall an K-Mesonen gekoppelt. Nach (6.5) erscheint es in dieser Reaktion mit relativ grossem Wirkungsquerschnitt. Das  $f$ -Meson erscheint in diesem Experiment nach (6.3) nicht.

In unserem Fall  $\pi^- p \rightarrow n K_1^0 K_1^0$  ist das  $f$ -Meson wenigstens in einem Vertex (Produktion) an  $\pi$ -Mesonen gekoppelt. Da diese Kopplung sehr stark ist, erscheint in diesem Fall das  $f^0$ . Durch die Kopplung der Resonanz in Produktion an  $\pi$ -Mesonen, wird der Wirkungsquerschnitt für  $f^{0'}$ , nach (6.4) stark gedämpft, dies um so mehr, als die  $f' K \bar{K}$ -Kopplung wesentlich schwächer ist als  $f \pi \pi$ . Wir werden nachher im Rahmen des Quark-Modells die Anzahl der erwarteten  $f^{0'}$ -Ereignisse abschätzen.

Die  $SU_3$ -Nonet-Struktur der Mesonen suggeriert einen Aufbau der Mesonen durch Darstellungen von  $SU_3$  mit tiefster Dimension [23], nämlich

$$3 \otimes \bar{3} = 1 \oplus 8 \quad (6.6)$$

«Partikel», die zu dieser Grunddarstellung 3 gehören, haben folgende Quantenzahlen:

	$\pi$	$\nu$	$\lambda$
$T_3$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0
$Y$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$-\frac{2}{3}$
$Q$	$\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$

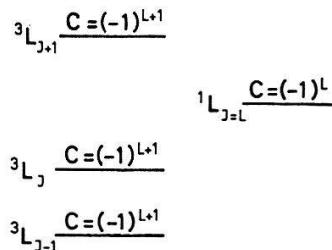
$\pi, \nu, \lambda$  sind Fermionen und transformieren nach der 3-dimensionalen Darstellung von  $SU_3$ . Sie heißen «quarks» [24], wurden bis jetzt noch nicht beobachtet und sind daher hypothetische Teilchen. Nach (6.6) bauen wir die Mesonen in folgender Weise auf

$$M_\beta^\alpha = Q^\alpha Q_\beta - \frac{1}{3} Q^\gamma Q_\gamma \delta_\beta^\alpha. \quad (6.7)$$

Durch die Annahme einer  $\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{L}$ -Kopplung zwischen 2 Quarks [25], die ein Meson bilden

$$\frac{3}{2 m_Q^2} \frac{1}{M} \frac{dU}{dr} (\boldsymbol{\sigma} + \boldsymbol{\sigma}') \mathbf{L}$$

können die Mesonen durch das Niveauschema in Figur 15 klassifiziert werden.



Figur 15

Niveau-Schema der Mesonen nach dem Quark-Modell. ( $L$  ist der Bahndrehimpuls zwischen den beiden Quarks).

$L$  ist der Bahndrehimpuls zwischen den Quarks,  $C$  der Eigenwert der Ladungskonjugation der resultierenden Mesonen. Jedes Niveau stellt ein  $SU_3$ -Nonet dar und ist daher entartet. Durch  $SU_3$ -verletzende halbstarke Wechselwirkung und elektromagnetische Wechselwirkung wird diese Entartung aufgehoben, und jedes Niveau spaltet in ein übliches  $SU_3$ -Nonet auf, dessen Massenverhältnisse durch die Gell-Mann-Okubo-Massenformel recht gut reproduziert werden.

Schreiben wir die für uns wichtigen Beispiele explizite auf.

$$L = 0 \quad \text{führt auf} \quad {}^1S_0 \quad (C = +1) \quad {}^3S_1 \quad (C = -1).$$

Dies sind die bekannten Nonets der pseudoskalaren und vektoriellen Mesonen.

## Die nächst höheren Anregungen

$$L = 1 \text{ führt auf } {}^3P_0, {}^3P_1, {}^3P_2 (C = +1); \quad {}^1P_1 (C = -1)$$

${}^3P_2$  ist das vollständig bekannte  $2^+ (C = +1)$ -Nonet. Für die andern,  $0^+, 1^+ (C = +1)$  und  $1^+ (C = -1)$  existieren Kandidaten.

$$L = 2 \text{ führt auf } {}^3D_1, {}^3D_2, {}^3D_3 (C = -1); \quad {}^1D_2 (C = +1) \\ 1^- \quad 2^- \quad 3^- \quad \quad \quad 2^-$$

$$L = 3 \text{ führt auf } {}^3F_2, {}^3F_3, {}^3F_4 (C = +1); \quad {}^1F_3 (C = -1) \\ 2^+ \quad 3^+ \quad 4^+ \quad \quad \quad 3^+$$

Durch die abstossende  $\sigma L$ -Kopplung wird die Bindungsenergie der beiden Quarks mit grösserem  $L$  zusehends kleiner, d. h. die Massen der entsprechenden Mesonen wird grösser. Zwischen  $L = 0$  und  $L = 1$  besteht z. B. ein Massenunterschied von 600 MeV.

Mesonen mit  $L = 1, C = +1, 0^+, 1^+, 2^+$  sollen etwa in derselben Massenregion erscheinen. Unser  $S^*$  ( $0^{++}$ , 1050) ist also ein guter Kandidat für das entsprechende Nonet im Quarkmodell.

Unsere Resonanz  $G$  bei 1440 MeV ist durch die mangelnde Kenntnis über Spin-Parität schwierig zu klassifizieren. Wir haben  $0^+$  einen leichten Vorzug gegeben. Tatsächlich wäre diese Wahl auch diejenige, die am wenigsten Schwierigkeiten verursachen würde.  $G$  würde dann das zweite Isosinglet im  $0^+$ -Nonet darstellen.  $S^*$  und  $G$  wären dann die Partikel, die aus der Mischung der reinen  $T = 0$ -Singlet- und  $T = 0$ -Oktet-Mitglieder entstehen. Sie hätten im  $0^+$ -Nonet dieselbe Bedeutung wie  $\omega, \varphi$  im  $1^-$ -Nonet und  $f, f'$  im  $2^+$ -Nonet. Die Massen von  $S^*$  und  $G$  würden zu dieser Hypothese passen. Besitzt  $G$  Spin-Parität  $2^+$ , so entstehen Schwierigkeiten. Das  $2^+$ -Nonet ist vollständig.  $G$  müsste daher ins  $L = 3 (C = +1)$   $2^+$ -Nonet eintreten. Damit müsste seine Masse jedoch ungefähr 1 GeV höher liegen.

Eine zweite Möglichkeit besteht darin, dass das Quarkmodell für Mesonen auf  $Q \bar{Q} Q \bar{Q}$ -Systeme erweitert wird. Dies würde 10- und 27-dimensionale Darstellungen von  $SU_3$  gestatten und daher für eine grosse Anzahl neuer Mesonen mit gleicher Quantenzahlen Platz schaffen.

Für Spin-Parität  $4^+$  ergibt sich ebenfalls die Schwierigkeit mit der Masse, da das erste ( $C = +1$ )  $4^+$ -Nonet  $L = 3$  besitzt.

Kehren wir nun nochmals kurz zur Absenz des  $f'$  zurück. Wir nehmen an, dass Mesonen entsprechend  $Q \bar{Q}$  aufgebaut sind. Baryonen entstehen durch die Bindung  $Q Q Q$ . Das  $S$ -Matrixelement unserer Reaktion sei gegeben durch eine Summe von Termen, die die Streuung von individuellen Quarks und Antiquarks darstellen, welche als «quasi-freie» Teilchen behandelt werden [26]. In unserem Fall ist darauf zu achten, dass  $f^0$  und  $f^{0'}$  gemischte  $SU_3$ -Zustände sind, also nach (6.1).

$$|f^0\rangle = |\bar{\pi} \pi + \bar{\nu} \nu - \bar{\lambda} \lambda\rangle \frac{\sin \vartheta}{\sqrt{6}} + |\bar{\pi} \pi + \bar{\nu} \nu + \bar{\lambda} \lambda\rangle \frac{\cos \vartheta}{\sqrt{3}} \\ |f^{0'}\rangle = |\bar{\pi} \pi + \bar{\nu} \nu - \bar{\lambda} \lambda\rangle \frac{\cos \vartheta}{\sqrt{6}} - |\bar{\pi} \pi + \bar{\nu} \nu + \bar{\lambda} \lambda\rangle \frac{\sin \vartheta}{\sqrt{3}} \\ \vartheta \simeq 30^\circ. \quad (6.8)$$

Für das Verhältnis der Amplituden für  $f^0$ - und  $f^{0\prime}$ -Produktion kommt dann

$$\frac{A(\pi^- p \rightarrow f^{0\prime} n)}{A(\pi^- p \rightarrow f^0 n)} = \frac{\cos \vartheta - \sqrt{2} \sin \vartheta}{\sin \vartheta + \sqrt{2} \cos \vartheta} \simeq 0.1.$$

Das Verhältnis der Zerfallsraten ist nach 6.3 und 6.5

$$\frac{\Gamma(f^{0\prime} \rightarrow \bar{K} K)}{\Gamma(f^0 \rightarrow \bar{K} K)} = \frac{31}{2,4} \simeq 13.$$

Daraus folgt für das Verhältnis der Wirkungsquerschnitte

$$\frac{\sigma(\pi^- p \rightarrow f^{0\prime} n)}{\sigma(\pi^- p \rightarrow f^0 n)} \Big|_{\substack{f^0 \rightarrow \bar{K} K \\ f^{0\prime} \rightarrow \bar{K} K}} \simeq 1,3 \cdot 10^{-1}.$$

Für  $\sim 120 f^0$  Ereignisse erwarten wir daher etwa  $14 f^{0\prime}$  Ereignisse über dem Phasenraum bei 1500 MeV, was mit unserer Beobachtung an der Massenverteilung gut übereinstimmt. Man beachte, dass die Anwesenheit dieser Ereignisse im Breit-Wigner-fit des Massenspektrums die Amplitude und die Breite des  $G$ -Mesons etwas stören können. Insbesondere ist  $\Gamma_G$  als eine obere Grenze aufzufassen.

### Rückblick

Wollen wir nun anschliessend nochmals auf unsere Thesen über das  $K_1^0 K_1^0$ -Massenspektrum Rückschau halten. Wir wollen versuchen, dies mit dem grössten Pessimismus, dessen der Autor fähig ist, zu tun; dies um so mehr, als die ganze Arbeit von grossem Optimismus durchdrungen ist.

Solange wir bei der Berechnung der Winkelverteilungen nur Invarianz unter der Poincaré-Gruppe voraussetzen, befinden wir uns auf sicherem Boden. Um die experimentellen Verteilungen mit der Theorie vergleichen zu können, mussten wir jedoch Modellvorstellungen zu Hilfe nehmen (Absorptionsmodell). Es ist nun wohlbekannt, dass das Absorptionsmodell gewisse Schwächen aufweist. Die Erfahrung zeigt indessen, dass die Voraussagen der Zerfallswinkelverteilungen wohl die stärkste Stütze dieses Modells bilden. Dies ist der Grund, warum wir etwas bedenkenlos seine Voraussage als Diskussionsbasis gewählt haben. Unsichere Voraussagen wie  $d\sigma/dt$  wurden daher absichtlich nicht diskutiert. In der Folge hat es sich gezeigt, dass durch die Resonanzendichte im Spektrum Verformungen der Zerfallsverteilungen auftreten, die wir nur noch halbquantitativ deuten konnten. Selbstverständlich erweist es sich als sehr schwierig, die Eindeutigkeit einer solchen Verfahrensweise nachzuweisen. Wir haben deshalb die wahrscheinlichste der uns möglich scheinenden Interpretationen dargestellt.

$SU_3$  klassifiziert anstandslos die  $2^+$ -Mesonen und liefert zusammen mit dem  $\pi$ -Austauschmodell eine qualitative Erklärung für die Absenz des  $f'$ . Die Zerfallsrate des  $f^0$ -Mesons wird quantitativ richtig vorhergesagt. Wir können uns jedoch damit kaum zufrieden geben, denn wir wissen wirklich nicht, warum die Übereinstimmung so gut ist. Die Voraussagen basieren auf der Gell-Mann-Okubo-Massenformel und daher auf Störungsrechnung 1. Ordnung, auf die wir bei andern Anwendungen in starker Wechselwirkung mit Recht nicht das grösste Vertrauen haben.

Wohl am eigenartigsten präsentiert sich das Quarkmodell, das in seiner bestehenden Einfachheit dem Bohr-Modell des Wasserstoffatoms gleichkommt. Ob es diesem an Wahrheitsgehalt gleichkommt, ist freilich eine andere Frage. Wir wissen nicht einmal, ob den Quarks in der Natur eine reale Bedeutung zukommt. Die Erfolge des Quark-Modells, zuweilen durchkreuzt durch Misserfolge, sind immerhin bestehend und rechtfertigen, zusammen mit der Einfachheit des Modells, seine Diskussion durchaus. Aber auch hier haben wir keine Ahnung, warum das Modell so gute Resultate liefert.

### Anhang

Für die Diskussion der Winkelverteilungen in Kapitel V wollen wir hier das Analogon der Formel (2.7) für den Fall von zwei anwesenden Drehimpulszuständen und ihren entsprechenden Interferenzen darstellen.

Seien  $J$  und  $J'$  zwei verschiedene Drehimpulsquantenzahlen für dasselbe physikalische System. Die entsprechenden Amplituden sind gegeben durch (2.1).

$$A_M^{(J, J')}(\varphi, \lambda_\alpha, \lambda_\beta) = \left( \frac{2(J, J') + 1}{4\pi} \right)^{1/2} d_{M, J}^{(J, J')}(\vartheta) e^{iM\varphi} M^{(J, J')} \quad (A.1)$$

$(J, J')$  heisst  $J$  oder  $J'$ .

Zur Behandlung der zwei verschiedenen  $J$ -Zustände führen wir die 4-dimensionale Spindichtematrix  $\varrho_{MM'}^{JJ'}$  ein. Die Winkelverteilung ist dann gegeben durch

$$W(\vartheta, \varphi) = S \varrho(A_M^J(\vartheta, \varphi) \varrho_{MM'}^{JJ'} A_{M'}^{J'+}(\vartheta, \varphi))$$

$$= C \sum_{M M'} \sum_{\lambda_\alpha \lambda_\beta} d_{M, J}^J(\vartheta) d_{M', J'}^{J'+}(\vartheta) e^{i(M-M')\varphi} \varrho_{MM'}^{JJ'} (M^J M^{J'*}) . \quad (A.2)$$

Der Fall, der uns interessiert, ist

$$J = 2, J' = 0 \quad \lambda_\alpha = \lambda_\beta = 0 .$$

Daher wird (A.2)

$$W(\vartheta, \varphi) = C \sum_{M M'} \varrho_{MM'}^{22} d_{M, 0}^2(\vartheta) d_{M', 0}^2(\vartheta) e^{i\varphi(M-M')}$$

$$+ \operatorname{Re} C' \sum_M \varrho_{M, 0}^{20} d_{M, 0}^2(\vartheta) e^{iM\varphi}$$

$$+ C'' . \quad (A.3)$$

Dies ist die Formel, die im Prinzip unserer Diskussion in Kapitel V zugrunde liegt. Insbesondere folgt der Interferenz-Anteil in der  $\varphi$ -Verteilung aus

$$\int_{-1}^{+1} d_{10}^2(x) dx = 0 , \quad \int_{-1}^{+1} d_{20}^2(x) dx = \sqrt{\frac{2}{3}}$$

zu

$$\operatorname{const.} \cdot \operatorname{Re} \varrho_{20}^{20} \cos 2\varphi . \quad (A.4)$$

### Verdankungen

Herr Prof. J. P. BLASER (ETH) und Herr Prof. P. PREISWERK (CERN) haben durch ihre Unterstützung das Experiment ermöglicht. Ich spreche Ihnen dafür, und für ihr ständiges Interesse an dieser Arbeit meinen herzlichsten Dank aus. Ebenso danke ich dem Schweizerischen Nationalfonds, der die notwendigen finanziellen Mittel bereitgestellt hat.

Das Experiment und die Analyse wurden von der CERN-ETH-Gruppe geplant und durchgeführt. Allen beteiligten Physikern gebührt mein bester Dank: Drs. W. BEUSCH, B. GOBBI, M. PEPIN und Herrn E. POLGAR; Drs. P. ASTBURY, G. BRAUTTI, G. FINOCCHIARO, A. MICHELINI, Herrn D. WEBSDALE und Dr. C. H. WEST.

Die qualifizierten Dienste des Personals am CERN PS und der Mitglieder der DD-Division waren unentbehrlich; allen Beteiligten sei hiermit für ihre bereitwillige Mitarbeit herzlich gedankt.

Mit Herrn Prof. R. HAGEDORN durfte ich manche fruchtbare Diskussion führen. Er hat auch das Manuskript kritisch durchgelesen, wozu ich ihm zu tiefem Dank verpflichtet bin. Dr. H. HÖGAASEN stand mir bei allen Schwierigkeiten in theoretischen Berechnungen hilfreich bei. Für seine Unterstützung spreche ich ihm meinen besten Dank aus.

Schliesslich möchte ich noch meiner Frau für ihre Geduld und die sorgfältige Darstellung des Manuskriptes danken.

### Literaturverzeichnis

- [1] P. ASTBURY, G. FINOCCIARO, A. MICHELINI, D. WEBSTALE, C. H. WEST, W. BEUSCH, B. GOBBI, M. PEPIN, E. POLGAR and M. A. POUCHON, *Performance of a large Magnetic Spark Chamber*, Subm. to Nucl. Instruments and Methods.
- [2] W. BEUSCH, W. E. FISCHER, B. GOBBI, M. PEPIN, E. POLGAR, P. ASTBURY, G. BRAUTTI, G. FINOCCIARO, J. C. LASSALLE, A. MICHELINI, K. M. TERWILLIGER, D. WEBSTALE, C. H. WEST, *Resonances in the  $K_1 K_1$  System produced in  $\pi^- p \rightarrow K \bar{K} n$  at 5,7 and 12 GeV/c*, Subm. to the VIIIth Int. Conf. on High Energy Physics, Lawrence Rad. Lab. Berkley California, 1966.
- [3] A. R. ERWIN, G. A. HOYER, R. H. MARCH, W. D. WALKER and T. P. WANGLER, Phys. Rev. Lett. 9, 34 (1962); G. ALEXANDER, I. DAHL, L. JACOBS, G. R. KALBFLEISCH, D. H. MILLER, A. RITTEMBERG, J. SCHWARTZ and G. A. SMITH, Phys. Rev. Lett. 9, 460 (1962); T. P. WANGLER, A. R. ERWIN and W. D. WALKER, Phys. Rev. 137, B414 (1965); A. BIGI, S. BRANDT, A. DE MARCO-TRABUCCO, C. PEYROU, R. SOSNOWSKI and A. WROBLEWSKI, Nuovo Cim. 33, 1249 (1964); V. V. BARMIN, A. G. DOLGOENKO, I. A. YEROFEV, YU. S. KRESTNIKO, A. G. MESHKOVSKY, G. D. TIKHOMIZOV, YU. V. TREBHKHOVSKY and Y. A. SHEBANOV, Proc. Int. Conf. on High Energy Physics, Dubna 1964, p. 433.
- [4] D. J. CRENNEL, G. R. KALBFLEISCH, K. WULAI, J. M. SCARR, T. G. SHUMANN, I. O. SKILLICORN, M. S. WEBSTER, Phys. Rev. Lett. 16, 1025 (1966).
- [5] N. N. BISWAS, N. M. CASON, I. DERADO, V. P. KENNEY, J. A. POIRIER, W. D. SHEPHARD, E. H. SYNN, Preprint, University of Notre Dame, Notre Dame, Indiana.
- [6] F. BRUYANT, M. GOLDBERG, C. VEGNI, S. H. WINZELER, P. FLEURY, J. HUNE, R. LESTIENNE G. DE ROSNY, R. VANDERHAGHEN, Proc. Int. Conf. on High energy Physics, Dubna 1964, p. 442.
- [7] A. H. ROSENFELD, A. BARBARO-GALTIERI, W. H. BARKAS, P. L. BASTIEN, J. KIRZ, M. Roos, Rev. Mod. Phys. 37, 633 (1965).
- [8] K. GOTTFRIED, J. D. JACKSON, Nuovo Cim. X34, 735 (1964); L. DURAND III, Y. T. CHIU, Phys. Rev. Lett. 12, 399 (1964).

- [9] R. HAGEDORN, *Relativity, Spin, Helicity*, Lecture-notes: G. FELSNER, W. E. FISCHER, E. FLAMINIO.
- [10] M. JACOB, G. C. WICK, Ann. Phys. 7, 404 (1959).
- [11] J. H. CHRISTENSON, J. W. CRONIN, V. L. FITCH and R. TURLAY, Phys. Rev. Lett. 13, 138 (1964).
- [12] M. GELL-MANN, A. PAIS, Phys. Rev. 97, 1387 (1955).
- [13] A. SCOTTI, D. Y. WONG, Proc. Athens Topical Conf. on recently discov. particles, Athens, Ohio, 1963, p. 173.
- [14] H. HÖGAASEN, J. HÖGAASEN, R. KEYSER, B. E. Y. SVENSSON, Nuovo Cim. X42, 323 (1966).
- [15] H. HÖGAASEN, J. HÖGAASEN, Nuovo Cim. X44, 941 (1966).
- [16] A. H. ROSENFELD, Oxford Int. Conf. on Elementary Particles 1965, Appendix II.
- [17] V. V. BARMIN, A. G. DOLGOLENKO, YA. S. EELINSKY, I. A. YEROFEV, YU. S. KRESTNIKOV, A. G. MESHKOVSKY, G. D. TIKHOMIROV, YU. V. TREBUKHOVSKY, V. K. SHEBANOV, Proc. Int. Conf. on High-Energy Physics, Dubna (1964); N. GELFAND, G. LUTJES, J. STEINBERGER, Proc. Int. Conf. on High-Energy Physics, Dubna (1964).
- [18] G. BENSON, L. LOVELL, E. MARQUIT, B. ROE, D. SINCLAIR, J. VAN DER VELDE, Preprint, University of Michigan, Ann. Arbor, Michigan; D. H. MILLER, Private Mitteilung.
- [19] N. M. CASON, Preprint, Univ. of Wisconsin, Madison, Wisconsin; D. R. O. MORRISON, Private Mitteilung.
- [20] R. ARMENTEROS, D. N. EDWARDS, T. JACOBSON, L. MONTANET, J. VANDERMEULEN, C. D'ANDLAN, A. ASTIER, P. BAILLON, J. COHEN-CANONNA, C. DEFOX, J. SIAND, P. RIVET, CERN Preprint (1965).
- [21] V. E. BARMS, B. B. CULWICK, P. GUIDONI, G. R. KALBFLEISCH, G. W. LONDON, R. B. PALMER, D. RADOJIČIC, D. C. RAHM, R. R. RAN, C. R. RICHARDSON, N. P. SAMIOS, J. R. SMITH, B. GOZ, H. HORWITZ, T. KIKUCHI, J. LEITNER, R. WOLFE, Phys. Rev. Lett. 15, 322 (1965).
- [22] S. L. GLASHOW, R. H. SOCOLOW, Phys. Rev. Lett. 15, 329 (1965).
- [23] M. GELL-MANN, Phys. Rev. Lett. 8, 214 (1964); G. ZWEIG, CERN Preprint 8419/TH 412 (1964).
- [24] JAMES JOYCE, *Finnegan's wake*, (Viking Press, New York 1939), p. 383.
- [25] R. H. DALITZ, Proc. of Oxford Int. Conf. on Elem. Particles 19/25 Sept. (1965).
- [26] J. J. J. KOKKEDEE, L. VAN HOVE, Nuovo Cim. X42, 711 (1966); H. J. LIPKIN, F. SCHECK, Phys. Rev. Lett. 16, 71 (1966).