Zeitschrift: Helvetica Physica Acta

Band: 40 (1967)

Heft: 4

Artikel: D(d, p)^3H-Reaktion mit polarisierten Deuteronen

Autor: Petitjean, Cl. / Huber, P. / Paetz gen. Schieck, H.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-113773

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 16.10.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

$D(d, p)^3H$ -Reaktion mit polarisierten Deuteronen

von Cl. Petitjean, P. Huber, H. Paetz gen. Schieck und H. R. Striebel

Physikalisches Institut der Universität Basel

(19. XII. 66)

Abstract. With the Basel source of polarized deuterons the polarization efficiency vector and tensor of the $D(d, p)^3H$ reaction have been measured at 460 keV mean deuteron energy. Using a D_2 -gas target of 80 keV thickness the protons were observed in two reaction planes with eight surface barrier detectors at angles between 0° and 155° . The arrangement of targets and detectors and the evaluation method are described. The four independent components of the polarization efficiency $D(\vartheta)$, $D_{33}(\vartheta)$, $D_{11}(\vartheta)-D_{22}(\vartheta)$ and $D_{13}(\vartheta)$ have been fitted by Legendre polynomials. It is shown that the fits include more terms than predicted by the theory of Rook and Goldfarb.

1. Einleitung

Die $D(d, p)^3H$ - und die $D(d, n)^3H$ e-Reaktion sind Spiegelbildreaktionen und lassen sich als direkte Wechselwirkungen charakterisieren. Sie waren während der letzten 20 Jahre Gegenstand zahlreicher experimenteller und theoretischer Studien [1–10]. Sowohl die differentiellen Wirkungsquerschnitte für unpolarisierte Deuteronen [1–5] wie auch die Polarisationen der ausgehenden Nukleonen [6] wurden im Energiebereich unterhalb 1 MeV sorgfältig gemessen. Polarisierte Deuteronen gelangten erst kürzlich in zwei Experimenten [7, 8] bei der D(d, p)-Reaktion zur Anwendung.

Die (d, d)-Reaktionen wurden auch theoretisch ausführlich untersucht [9]. Aus den experimentellen Daten liessen sich Rückschlüsse auf die Art der Kernkräfte zwischen den einzelnen Nukleonen ziehen. Aus einer theoretischen Analyse von Rook und Goldfarb [10] geht ausserdem hervor, dass polarisierte Deuteronen zur Erforschung der (d, d)-Reaktionen besonders geeignet sind (siehe Kap. 2.2.). Die Nützlichkeit, polarisierte Deuteronen zu verwenden, erklärt sich aus der Tatsache, dass die Kernkräfte starke Spin-Bahn-Wechselwirkungsterme enthalten und daher polarisationsempfindlich sind.

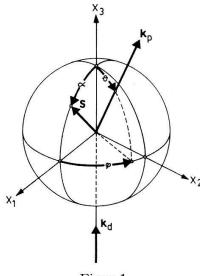
In der vorliegenden Arbeit wurden die Winkelverteilungen der Protonen aus der $D(d, p)^3H$ -Reaktion für verschiedene Polarisationszustände bei 460 keV Deuteronenenergie gemessen. Wir geben zunächst einige theoretische Ausführungen wieder und beschreiben sodann die experimentelle Anordnung und das Messverfahren. Aus den gemessenen Winkelverteilungen wurde die Empfindlichkeit der Reaktion auf die Polarisation der einfallenden Deuteronen berechnet und mit der Theorie [10] verglichen. Die experimentelle Anordnung und die Messergebnisse werden anschliessend diskutiert.

2. Theorie

2.1. Beschreibung einer Reaktion mit polarisierten Deuteronen

Als Grundlage zur Beschreibung eines polarisierten Deuteronenstrahls und einer Reaktion mit polarisierten Deuteronen dienen die Arbeiten von Devons, Goldfarb und Rook [11–14].

Der Polarisationszustand der Deuteronen aus der Basler Quelle ist rotationssymmetrisch [15–17]. Er ist nach Trächslin et al. [17] vollständig bestimmt durch die Richtung der Symmetrieachse (Einheitsvektor s) sowie durch den Betrag $|P^*|$ der zu s parallelen Vektorpolarisation und durch die bezüglich s als 3-Achse gemessene Komponente P_{33}^* der Tensorpolarisation.



Figur 1

Koordinatensystem am Targetort. \mathbf{k}_d und \mathbf{k}_p sind die Wellenvektoren der einfallenden Deuteronen bzw. der ausgehenden Protonen.

Wählt man zur Beschreibung der Deuteronenpolarisation ein kartesisches Koordinatensystem, dessen x_3 -Achse mit der Einfallsrichtung \mathbf{k}_d der Deuteronen zusammenfällt und dessen (x_1, x_3) -Ebene s enthält (Figur 1), so ergeben sich folgende Polarisationskomponenten [17]:

$$P = |P^*| \cdot s = (|P^*| \sin \alpha, 0, |P^*| \cos \alpha)$$

$$P_{33} = P_{33}^* L_{20}(\cos \alpha) = P_{33}^* \frac{1}{2} (3 \cos^2 \alpha - 1)$$

$$P_{11} - P_{22} = \frac{1}{2} P_{33}^* L_{22}(\cos \alpha) = \frac{3}{2} P_{33}^* \sin^2 \alpha$$

$$P_{13} = \frac{1}{2} P_{33}^* L_{21}(\cos \alpha) = \frac{3}{4} P_{33}^* \sin 2\alpha$$

$$P_{12} = P_{23} = 0.$$
(1)

Dabei bezeichnet α den Winkel zwischen s und der x_3 -Richtung, und die $L_{ik}(\cos\alpha)$ bedeuten die Legendreschen Polynome¹).

Der differentielle Wirkungsquerschnitt $\sigma_{pol}(\vartheta, \varphi)$ einer Reaktion lässt sich hiermit unter Voraussetzung der Paritätserhaltung wie folgt angeben [17, 18]:

$$\begin{split} \sigma_{pol}(\vartheta,\varphi)) &= \sigma_{0}(\vartheta) \left[1 - \frac{3}{2} P_{1} \cdot D(\vartheta) \sin \varphi + \frac{1}{2} P_{33} D_{33}(\vartheta) \right. \\ &+ \frac{1}{6} \left(P_{11} - P_{22} \right) \left\{ D_{11}(\vartheta) - D_{22}(\vartheta) \right\} \cos 2 \varphi + \frac{2}{3} P_{13} D_{13}(\vartheta) \cos \varphi \right]. \tag{2}$$

 $\sigma_0(\vartheta)$ ist der differentielle Wirkungsquerschnitt bei unpolarisiert einfallenden Deuteronen, ϑ der Emissionswinkel des beobachteten Teilchens im Schwerpunktsystem und φ der Winkel zwischen der (x_1, x_3) - und der Reaktionsebene (vgl. Figur 1).

¹⁾ In der Notierung von Jahnke-Emde: $L_{i0}(\cos\vartheta) = P_i(\cos\vartheta)$; $L_{ik}(\cos\vartheta) = P_i^k(\cos\vartheta)$.

Die Polarisationsempfindlichkeit der Reaktion wird durch die drei Tensorgrössen $D_{33}(\vartheta)$, $D_{11}(\vartheta)-D_{22}(\vartheta)$, $D_{13}(\vartheta)$ und durch die Vektorempfindlichkeit $D(\vartheta)$ gegeben. Sie sind Funktionen des Emissionswinkels ϑ und lassen sich durch die Matrixelemente der Reaktion ausdrücken. Aus der Wahl des Koordinatensystems (Figur 1) geht hervor, dass ein positiver Wert von $D(\vartheta) \cdot P_1$ eine positive Links-Rechts-Asymmetrie (L-R)/(L+R) verursacht. L und R bedeuten dabei Stosszahlen unter $\varphi=270^\circ$ («Links») bzw. $\varphi=90^\circ$ («Rechts»).

2.2. Theorie der (d, d)-Reaktionen

Die (d, d)-Reaktionen wurden von Beiduk, Pruett und Konopinski [9] theoretisch untersucht. Unter Beachtung der Symmetrie und der Erhaltung von Parität und Gesamtdrehimpuls zerlegten diese Autoren die Wellenfunktionen der Eingangskanäle nach Bahndrehimpulsen und nach Multipletts des Kanalspins (Singulett, Triplett und Quintett mit den Kanalspins 0, 1 und 2). Das Spinquintett wurde allerdings mit der Begründung vernachlässigt, dass das Pauliprinzip eine genügende Annäherung der Nukleonen in diesem Fall verhindere. Der totale sowie der differentielle Wirkungsquerschnitt wurden als Funktion von Reaktionsmatrixelementen dargestellt, welche Übergängen zwischen Zuständen im Eingangs- und Ausgangskanal entsprechen. Die Energieabhängigkeit der Wirkungsquerschnitte der (d, d)-Reaktionen ergab sich aus derjenigen der Durchdringungsfaktoren bezüglich Coulomb- und Zentrifugalbarrieren. Eine Abschätzung der Matrixelemente erfolgte, indem die Wechselwirkung als Vierkörper-Problem unter spezieller Berücksichtigung der Spin-Bahn-Kopplung durch Tensorkräfte behandelt wurde.

Rook und Goldfarb [10] erweiterten die Betrachtungen auf das Gebiet der Polarisationsphänomene und untersuchten die Möglichkeit, durch Polarisationsmessungen die Matrixelemente der (d, d)-Reaktionen zu bestimmen. Sie beschränkten sich auf den Energiebereich unterhalb 1 MeV und berücksichtigten deshalb im Eingangskanal nur S- und P-Wellen sowie D-Wellen in Interferenz mit S-Wellen und im Ausgangskanal S-, P- und D-Wellen. Die Bildung eines Spinquintetts wurde ebenfalls ausser acht gelassen. Rook und Goldfarb behandelten ausserdem den Einfluss von Zweiteilchen- $L \cdot S$ -Kräften auf Kanalspinübergänge im Deuteron-Deuteron-System. Sie erhielten für die (d, d)-Reaktionen mit polarisierten Deuteronen die in (3) dargestellten Polarisationsempfindlichkeiten:

$$D(\vartheta) = \frac{2}{3} \frac{1}{W_{0}(\vartheta)} \left[\frac{B_{3}}{B_{0}} L_{11}(\cos\vartheta) + \frac{B_{4}}{B_{0}} L_{21}(\cos\vartheta) \right]$$

$$D_{33}(\vartheta) = 2 \frac{1}{W_{0}(\vartheta)} \left[\frac{B_{5}'}{B_{0}} L_{20}(\cos\vartheta) + \frac{B_{7}}{B_{0}} \right]$$

$$D_{11}(\vartheta) - D_{22}(\vartheta) = 3 \frac{1}{W_{0}(\vartheta)} \left[\frac{B_{5}}{B_{0}} L_{22}(\cos\vartheta) \right]$$

$$D_{13}(\vartheta) = \frac{3}{2} \frac{1}{W_{0}(\vartheta)} \left[\frac{B_{6}}{B_{0}} L_{21}(\cos\vartheta) \right]$$
(3)

mit

$$\begin{split} W_{\mathbf{0}}(\vartheta) &= 1 + \frac{B_{\mathbf{1}}}{B_{\mathbf{0}}} \, L_{\mathbf{20}}(\cos\vartheta) \\ &= \text{auf 4} \, \pi \, \text{normierte Winkelverteilung für unpolarisierte} \\ &\quad \text{Deuteronen.} \end{split}$$

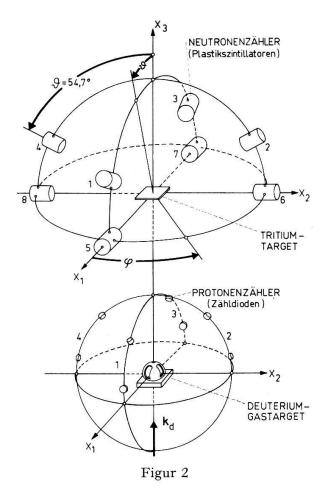
Die Koeffizienten B_i in (3) sind quadratische Ausdrücke von Reaktions-Matrixelementen und werden in Ref. [10] explizite aufgeführt.

Von besonderem Interesse ist der Koeffizient B_3 der Vektorpolarisationsempfindlichkeit. Nach der theoretischen Analyse ist er nur von null verschieden, falls Triplett-Singulett-Übergänge stattfinden. Diese müssen durch ein bei der Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung auftretendes $\boldsymbol{L} \cdot \boldsymbol{S}$ -Potential erklärt werden.

3. Apparatur

3.1. Anordnung der Zähler

Die Experimente wurden an der früher beschriebenen [15–18], aber seither verbesserten [19] Basler Quelle polarisierter Deuteronen ausgeführt. Die Verbesserungen betreffen die Einrichtung von Hochfrequenzübergängen [20], verbunden mit Starkfeldionisierung, und die Verwendung eines Wienschen Massenfilters. Die an der Quelle angebrachten Änderungen werden im einzelnen in der Arbeit [19] dargestellt. Target und Zählapparatur befinden sich auf Hochspannung.



Anordnung der Targets, Protonen- und Neutronenzähler.

Figur 2 zeigt die Aufstellung der Neutronen- und Protonenzähler. Zur Registrierung der Protonen aus der D(d, p)-Reaktion dienten acht Zähldioden²), die in 10 cm Abstand vom Target montiert und für 1 MeV Protonenenergie diskriminiert waren.

²) ORTEC-Silizium-Halbleiterzähler SCET 100-300 (1 cm² Zählfläche).

Je vier Detektoren waren als Zählerquadrupel unter demselben einstellbaren Emissionswinkel ϑ auf die festen Azimutwinkel $\varphi=0^\circ$, 90° , 180° und 270° verteilt. Die Winkel ϑ und φ beziehen sich auf das Koordinatensystem (x_1, x_2, x_3) , das durch k_d und durch die Symmetrieachse s des Polarisationszustandes bestimmt ist. Die Halterung der Targets und aller Zähler war um die Strahlachse $k_d|x_3$ drehbar montiert.

Diese Zähleranordnung in zwei Quadrupeln erwies sich für die Auswertung der Messungen als besonders vorteilhaft (siehe Kapitel 4).

Zur Bestimmung der Tensorpolarisation des Strahls (siehe Abschnitt 4.2.) wurde die Winkelverteilung der Neutronen aus der $T(d, n)^4$ He-Reaktion, deren Polarisationsempfindlichkeit theoretisch [14] und experimentell [15, 17] gut bekannt ist, gemessen. Die Deuteronen gelangten hierfür bei ausgeschwenktem Deuteriumtarget mit 200 keV Energie auf ein dickes Zirkon-Tritium-Target (vgl. Figur 2). Zum Nachweis der (d, t)-Neutronen waren acht Plastikszintillationszähler³) 20 cm vom Target entfernt ebenfalls in zwei Quadrupeln angeordnet. Ihre Diskriminierung war so gewählt, dass Rückstossprotonen im Plastik oberhalb 6 MeV gezählt wurden.

3.2. Das Deuteriumgastarget

Die D(d, p)-Reaktion erfolgte in einem halbkugelförmigen D_2 -Gastarget von 1 cm Radius (Figur 2). Der Deuteronenstrahl trat mit 620 keV Anfangsenergie durch eine dünne Nickelfolie ($F=0.7~\rm cm^2$, 125 keV Energieverlust) in den Gasraum. Entsprechend einem D_2 -Druck von ca. 300 Torr betrug der Energieverlust im Gas etwa 80 keV, so dass sich die mittlere Reaktionsenergie zu 460 keV ergab. In der Targetwand befanden sich vier mit Mylarfolien (Dicke 6 μ) beklebte Schlitze, welche den Reaktionsprotonen im Winkelbereich von 30° bis 90° den Austritt zu den Zählern ermöglichten. Eine weitere Nickelfolie bei $\vartheta=0$ ° erlaubte es, bei um 180° gedrehtem Target auch unter Rückwärtswinkeln zu zählen.

Die Dioden und Targets waren in einer Streukammer im Vakuum gehaltert. Um ausserhalb des Targets entstandene Reaktionsprodukte von den Zähldioden fernzuhalten, waren diese mit einer Aluminiumschutzhülle versehen. Das Target konnte von aussen mit D_2 -Gas gefüllt werden.

4. Die Messmethode

4.1. Wahl des Messverfahrens und Überprüfung der Zähleraufstellung

Das Messverfahren beruht auf dem Vergleich der Stosszahlen bei verschiedenen Polarisationszuständen, aber gleicher Gesamtladung der einfallenden Deuteronen. Die Absoluteichung der Zähler lässt sich so vermeiden, indem sich die Ansprechwahrscheinlichkeiten herausheben.

 $N_{bol}(\vartheta_i, \varphi_i)$ und $N_0(\vartheta_i, \varphi_i)$ seien die Stosszahlen des *i*-ten Zählers unter den Winkeln (ϑ_i, φ_i) bei polarisiert respektive unpolarisiert einfallenden Deuteronen. Unter der Voraussetzung, dass Zähler- und Targeteigenschaften während der Messung konstant bleiben, lauten die Stosszahlverhältnisse $Z_i(\vartheta_i, \varphi_i)$ nach (2)

$$\begin{split} Z_{i}(\vartheta_{i},\varphi_{i}) &= \frac{N_{pol}(\vartheta_{i},\varphi_{i})}{N_{0}(\vartheta_{i},\varphi_{i})} = Q \; \frac{\sigma_{pol}(\vartheta_{i},\varphi_{i})}{\sigma_{0}(\vartheta_{i})} = Q \left[1 - \frac{3}{2} \; P_{1} \, D(\vartheta_{i}) \sin\varphi_{i} + \frac{1}{2} \; P_{33} \, D_{33}(\vartheta_{i}) \right. \\ &+ \left. \frac{1}{6} \; (P_{11} - P_{22}) \left\{ D_{11}(\vartheta_{i}) - D_{22}(\vartheta_{i}) \right\} \cos 2\varphi_{i} + \frac{2}{3} \; P_{13} \, D_{13}(\vartheta_{i}) \, \cos\varphi_{i} \right]. \end{split} \tag{4}$$

³) $2'' \times 2''$ -Plastikszintillatoren NE 102 und Photomultiplier RCA 6342 A.

Der Faktor Q bezeichnet das Verhältnis der Anzahl Deuteronen, die während der Messung von N_{pol} bzw. N_0 aufs Target gelangten. Zur Bestimmung dieses Faktors benützen wir die Tatsache, dass die Erzeugung der Polarisation (d. h. das Einschalten der Hochfrequenzübergänge) nur den Polarisationszustand, nicht aber die Intensität und Qualität des Deuteronenstrahls verändert [19]. Werden daher N_{pol} und N_0 abwechslungsweise während kurzer Zeitintervalle gleicher Dauer gemessen, so darf bei genügend vielen Einzelmessungen Q=1 gesetzt werden, da sich Stromschwankungen des Deuteronenstrahls herausmitteln.

Damit ergeben sich für die Zähler eines Quadrupels unter dem Emissionswinkel $\vartheta_i = \vartheta$ nach (4) folgende Stosszahlverhältnisse:

$$\begin{split} \varphi_1 &= \quad 0^\circ \colon Z_1(\vartheta) = 1 + \frac{1}{2} \, P_{33} \, D_{33}(\vartheta) + \frac{1}{6} \, \left(P_{11} - P_{22} \right) \left\{ D_{11}(\vartheta) - D_{22}(\vartheta) \right\} + \frac{2}{3} \, P_{13} \, D_{13}(\vartheta) \\ \varphi_2 &= \quad 90^\circ \colon Z_2(\vartheta) = 1 - \frac{3}{2} \, P_1 \, D(\vartheta) + \frac{1}{2} \, P_{33} \, D_{33}(\vartheta) - \frac{1}{6} \, \left(P_{11} - P_{22} \right) \left\{ D_{11}(\vartheta) - D_{22}(\vartheta) \right\} \\ \varphi_3 &= \quad 180^\circ \colon Z_3(\vartheta) = 1 + \frac{1}{2} \, P_{33} \, D_{33}(\vartheta) + \frac{1}{6} \, \left(P_{11} - P_{22} \right) \left\{ D_{11}(\vartheta) - D_{22}(\vartheta) \right\} - \frac{2}{3} \, P_{13} \, D_{13}(\vartheta) \\ \varphi_4 &= \quad 270^\circ \colon Z_4(\vartheta) = 1 + \frac{3}{2} \, P_1 \, D(\vartheta) + \frac{1}{2} \, P_{33} \, D_{33}(\vartheta) - \frac{1}{6} \, \left(P_{11} - P_{22} \right) \left\{ D_{11}(\vartheta) - D_{22}(\vartheta) \right\}. \end{split}$$

Hier zeigt sich nun der Vorteil der speziellen Wahl der in Abschnitt 3.1. beschriebenen Zähleranordnung zu Quadrupeln. Die gesuchten Polarisationsempfindlichkeiten ergeben sich direkt und voneinander unabhängig als Linearkombinationen der Stosszahlverhältnisse Z_i . Dabei nützt man die verschiedenen Vorzeichen der Summanden von (5) aus:

$$\begin{split} Z_4 - Z_2 &= 3 \ P_1 \ D(\vartheta) \\ Z_1 + Z_2 + Z_3 + Z_4 - 4 &= 2 \ P_{33} \ D_{33}(\vartheta) \\ Z_1 + Z_3 - Z_2 - Z_4 &= \frac{2}{3} \ (P_{11} - P_{22}) \left\{ D_{11}(\vartheta) - D_{22}(\vartheta) \right\} \\ Z_1 - Z_3 &= \frac{4}{3} \ P_{13} \ D_{13}(\vartheta) \ . \end{split} \tag{6}$$

Die Ausdrücke (6) gelten allerdings nur, wenn die Zähler exakt in den Koordinatenebenen des (x_1, x_2, x_3) -Systems liegen. Ist die Zähleranordnung um den Winkel γ mit x_3 als Achse verdreht, dann vergrössern sich alle Azimutwinkel φ_i in (5) um γ und (6) erweitert sich nach (4) wie folgt:

$$\begin{split} Z_4 - Z_2 &= 3 \ P_1 \ D(\vartheta) \cos \gamma + \frac{4}{3} \ P_{13} \ D_{13}(\vartheta) \sin \gamma \\ Z_1 + Z_2 + Z_3 + Z_4 - 4 &= 2 \ P_{33} \ D_{33}(\vartheta) \\ Z_1 + Z_3 - Z_2 - Z_4 &= \frac{2}{3} \ (P_{11} - P_{22}) \left\{ D_{11}(\vartheta) - D_{22}(\vartheta) \right\} \cos 2\gamma \\ Z_1 - Z_3 &= \frac{4}{3} \ P_{13} \ D_{13}(\vartheta) \cos \gamma - 3 \ P_1 \ D(\vartheta) \sin \gamma \ . \end{split} \tag{7}$$

Wie zu erwarten, überlagern sich die Polarisationseffekte in (7). Für die einfache Auswertung nach (6) ist daher $\gamma=0$ eine notwendige Bedingung, die wir folgendermassen überprüft haben:

a) Für eine Reaktion mit einem nur vektorpolarisierten Strahl gilt nach (6) $Z_1 = Z_3$. Ist jedoch die Zähleranordnung verdreht ($\gamma \neq 0$), so entsteht, sofern die Reaktion auf Vektorpolarisation empfindlich ist (z.B. (d,d)-Reaktionen), zwischen Z_1 und Z_3 nach (7) die Asymmetrie

$$Z_1 - Z_3 = -3 P_1 D(\vartheta) \sin \gamma.$$

b) Für eine nur auf Tensorpolarisation empfindliche Reaktion (z.B. $T(d, n)^4$ He-Reaktion bei 100 keV) gilt nach (6) $Z_2 = Z_4$. Bei einem Deuteronenstrahl mit $P_{13} \neq 0$ und bei $\gamma \neq 0$ entsteht jedoch die Asymmetrie

$$Z_4 - Z_2 = \frac{4}{3} P_{13} D_{13}(\vartheta) \sin \gamma$$
.

Diese Methode ist, da sich die Asymmetrien proportional zu $\sin \gamma$ verhalten, schon auf kleine Winkelverdrehungen γ der Zähleranordnung empfindlich.

4.2. Bestimmung der Polarisation der Deuteronen

Zur Messung der Deuteronenpolarisation diente die $T(d,n)^4$ He-Reaktion bei 100 keV, welche bei geeigneten ϑ -Winkeln für alle Komponenten der Tensorpolarisation eine hohe Empfindlichkeit aufweist [17]. Die Neutronen wurden mit Zählerquadrupeln unter $\vartheta = 54,7^\circ$ bzw. $\vartheta = 90^\circ$ beobachtet. Die zugehörigen Komponenten der Polarisationsempfindlichkeit sind in Tabelle 1 zusammengestellt [17].

Tabelle 1 Polarisationsempfindlichkeiten der T(d, n)⁴He-Reaktion für $\vartheta = 54,7^{\circ}$ und $\vartheta = 90^{\circ}$ bei 100 keV Deuteronenenergie.

		$D_{ik}(\vartheta)$	D_{ik} (54,7°)	$D_{ik}(90^{\circ})$	
	D_{33}	$-L_{20}(\cos\vartheta)$	0	$+\frac{1}{2}$	
	$D_{\bf 11}\!\!-\!\!D_{\bf 22}$	$-\;\frac{1}{2}L_{\bf 22}(\cos\vartheta)$	- 1	$-\frac{3}{2}$	€
	D_{13}	$-\;\frac{1}{2}L_{21}(\cos\vartheta)$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	0	
	D	0	0	0	7

Aus den Neutronenstosszahlen wurden analog Gleichung (4) die Stosszahlverhältnisse ζ_i gebildet:

Azimutwinkel φ		0°	90°	180°	270°
Stosszahlverhältnisse unter	$ \vartheta = 54.7^{\circ} $ $ \vartheta = 90^{\circ} $	$\zeta_1 \ \zeta_5$	ζ ₂ ζ ₆	ζ ₃ ζ ₇	ξ ₄ ξ ₈

Die Wahl des Neutronenemissionswinkels $\vartheta=54,7^\circ$ erlaubte eine einfache Bestimmung des Ladungsverhältnisses Q, weil die Komponente D_{33} der (d,t)-Reaktion bei diesem Winkel verschwindet (vgl. Tabelle 1):

$$Q = \frac{1}{4} \left(\zeta_1 + \zeta_2 + \zeta_3 + \zeta_4 \right) \,. \tag{8}$$

Gleichung (8) gilt für einen beliebigen Polarisationszustand und auch bei beliebig verdrehtem Zählerquadrupel ($\gamma \neq 0$). Damit liess sich leicht prüfen, ob sich die Stromschwankungen des Deuteronenstrahls, wie in Abschnitt 4.1. angenommen, herausmitteln, was bestätigt werden konnte.

Mit der Q-Bestimmung nach (8) erübrigten sich bei der $T(d, n)^4$ He-Reaktion lange Messreihen zur Mittelung über Stromschwankungen des Strahls. Unter Berücksichtigung der Zählerpositionen und der Werte von Tabelle 1 liefern (4) und (8) folgende Ausdrücke für die Strahlpolarisation:

$$P_{33} = \frac{1}{Q} \left(\zeta_5 + \zeta_6 + \zeta_7 + \zeta_8 \right) - 4 = 4 \frac{(\zeta_5 + \zeta_6 + \zeta_7 + \zeta_8)}{(\zeta_1 + \zeta_2 + \zeta_3 + \zeta_4)} - 4$$

$$P_{11} - P_{22} = -\frac{1}{Q} \left(\zeta_5 + \zeta_7 - \zeta_6 - \zeta_8 \right) = -\frac{3}{2} \frac{1}{Q} \left(\zeta_1 + \zeta_3 - \zeta_2 - \zeta_4 \right)$$

$$P_{13} = -\frac{3}{4} \frac{\sqrt{2}}{Q} \left(\zeta_1 - \zeta_3 \right). \tag{9}$$

Die Vektorpolarisation der Deuteronen wurde nach dem Konstruktionsprinzip der Quelle aus der Tensorpolarisation berechnet. Sie hängt von der Lage der Symmetrieachse und von der Art der Hochfrequenzübergänge ab. Die Beziehungen zwischen P_{33}^* und $|P^*|$ entnehmen wir der Arbeit [19], in welcher die hier verwendeten Hochfrequenzübergänge ausführlich beschrieben sind. Folgende Übergänge wurden benützt:

- 1) Ubergang zwischen den Hyperfeinstrukturniveaus 2 und 6 im starken Magnetfeld (SF). In diesem Fall gilt $|P_{SF}^*| = 1/3 P_{33}^*$.
- 2) SF-Übergang zwischen 2 und 6 und anschliessender Übergang im schwachen Magnetfeld (SWF). Hier gilt $|P_{SWF}^*| = -1/3 P_{33}^*$.

 3) Schwachfeldübergang allein (WF): $P_{WF}^* = -2 P_{SF}^* = 2 P_{SWF}^*$.

4.3. Messung der D(d, p)³H-Reaktion

Die Winkelverteilungen der D(d, p)-Reaktion wurden bei nachstehenden Polarisationszuständen gemessen:

a) s in x_3 -Richtung ($\alpha = 0^\circ$)

$$P_{33} = P_{33}^*$$
 , $P_{11} - P_{22} = P_{13} = P_1 = 0$, siehe Gleichung (1).

b) s in (x_1, x_3) -Ebene $(\alpha = 54,7^{\circ})$

$$P_{33}=0$$
 , $P_{11}-P_{22}=P_{33}^*$, $P_{13}=rac{1}{\sqrt{2}}\,P_{33}^*$, $P_1=\sqrt{rac{2}{3}}\,\mid {m P}^*\mid$.

c) s in x_1 -Richtung ($\alpha = 90^\circ$)

$$P_{33} = -\,rac{1}{2}\;\; P_{33}^{m{st}}$$
 , $P_{11} - P_{22} = rac{3}{2}\; P_{33}^{m{st}}$, $P_{13} = 0$, $P_{1} = \left|\; {m{P}}^{m{st}}\;
ight|$.

Für jede Lage der Symmetrieachse gelangten Hochfrequenzübergänge der drei im letzten Abschnitt angegebenen Arten zur Anwendung. Die Experimente wurden in Messreihen nach folgendem Schema durchgeführt:

1) Bestimmung der Strahlpolarisation mit der $T(d, n)^4$ He-Reaktion nach Abschnitt 4.2. Die Winkelverteilungen der Neutronen werden je 4 min mit und ohne HF-Übergänge gemessen.

- 2) Messung der Winkelverteilung der D(d, p)-Reaktion, je 1 min
- ohne HF-Übergänge (Strahl unpolarisiert),
- mit SF-Übergang,
- mit SWF-Übergängen,
- mit WF-Übergang

sowie dasselbe in umgekehrter Reihenfolge. Nach fünfmaliger Wiederholung werden die Stosszahlen addiert und nach Abschnitt 4.1. ausgewertet. Diese Messweise wird ca. zehnmal durchgeführt, die damit erhaltenen Einzelwerte der Polarisationsempfindlichkeiten gemittelt und die Fehler aus ihrer Gaußschen Streuung berechnet.

3) Erneute Bestimmung der Strahlpolarisation wie unter 1).

Zur Auswertung der D(d, p)-Resultate wurde das Mittel der Polarisation aus 1) und 3) genommen.

Die Annahme, dass die Polarisation des Strahls bei Messungen ohne HF-Übergänge verschwindet, stimmt nur näherungsweise, da das Magnetfeld am Ionisierungsort nicht unendlich stark ist (500 G). Eine dementsprechende kleine Korrektur wurde an den Resultaten vorgenommen (siehe auch Arbeit [19], Abschnitt 5.1.).

5. Messergebnisse

5.1. Strahlpolarisation

Die Tensorpolarisation der Deuteronen wurde mit der $T(d,n)^4$ He-Reaktion bis auf eine statistisch bedingte Unsicherheit von ca. 2% bestimmt. Während der Dauer einer Messreihe (8 bis 10 Stunden) sank die Polarisation im Mittel um ungefähr 5%, was wir auf ein Ansteigen des Deuteriumgehaltes im Ionisierungsraum zurückführen. Der Deuteronenstrahl enthielt einen ca. zehnprozentigen Anteil an unpolarisierten Deuteronen, welche aus dem Restgas am Ionisierungsort stammten. Dieser Anteil wurde sowohl bei den Messungen der T(d,n)-, wie auch bei denjenigen der D(d,p)-Reaktion nicht abgezogen, da er die Messergebnisse nicht beeinflusste. Tabelle 2 vergleicht einige typische Messwerte mit dem im Idealfall erreichbaren Maximum der Polarisationswerte. Die Vektorpolarisationen wurden nach Abschnitt 4.3. berechnet.

Tabelle 2

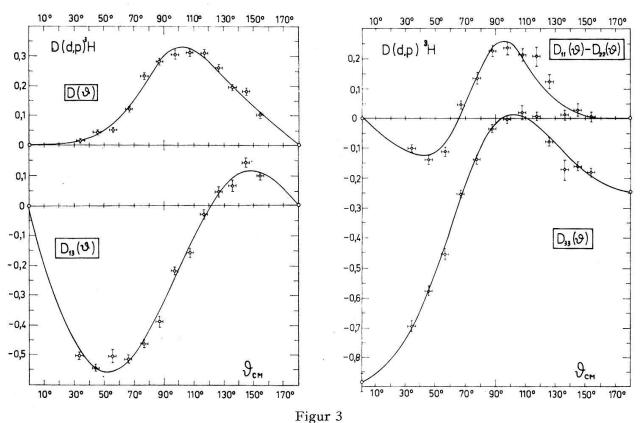
Vergleich der experimentell erreichten mit den idealen Strahlpolarisationen (der Untergrund an unpolarisierten Deuteronen von ca. 10% wurde nicht abgezogen).

Ant don III ith and and		P_{33}^*		P^*
Art der HF-Übergänge	ideal	experimentell	ideal	experimentell
2-6-Starkfeldübergang (SF) 2-6-Starkfeld- + Schwachfeld-	+1	+ 0,66	+1/3	+0,22
übergang (SWF)	-1	-0,64	-1/3	-0,22
Schwachfeldübergang (WF)	0	0	-2/3	-0,44

5.2. Polarisationsempfindlichkeiten der D(d, p)³H-Reaktion bei 460 keV

Die Stosszahlverhältnisse der D(d, p)³H-Reaktion mit polarisierten und unpolarisierten Deuteronen wurden bei 14 Emissionswinkeln ϑ_i im Bereich von 0° bis 155° gemessen und daraus alle unabhängigen Komponenten der Polarisationsempfindlichkeit berechnet. Die mittlere Reaktionsenergie betrug 460 \pm 20 keV, die Targetdicke

80 keV. Typische Protonenstossraten in einer Distanz 10 cm vom Target betrugen für $\vartheta=0^\circ$ bzw. $\vartheta=90^\circ$ 800/min bzw. 240/min. Die Neutronenstossraten der isotropen $T(d,n)^4$ He-Reaktion in 20 cm Abstand lagen bei 18000/min. Aus diesen Stossraten lässt sich der aufs Target gelangte Deuteronenstrom zu 7 ± 3 nA abschätzen. Direkte Strommessungen bestätigten diese Angabe; solche Messungen sind jedoch erschwert, da ein möglicher H_2^+ -Anteil von den D^+ -Ionen abgetrennt werden müsste.



Polarisationsempfindlichkeiten der D(d, p)³H-Reaktion bei $\overline{E}_d=460$ keV.

Figur 3 zeigt die berechneten Polarisationsempfindlichkeiten als Funktion des Emissionswinkels ϑ im Schwerpunktsystem. Die eingezeichneten Kurven sind Anpassungen kleinster Quadrate nach zugehörigen Legendre-Polynomen, welche aus der allgemeinen Theorie von Goldfarb [11–13] über Kernreaktionen mit polarisierten Teilchen hervorgehen. Sie lassen sich in folgender Form analytisch darstellen:

$$D(\vartheta) = \frac{1}{W_0(\vartheta)} \sum_{n=1}^{n_{max}} a_n L_{n1}(\cos \vartheta) \; ; \qquad D_{33}(\vartheta) = \frac{1}{W_0(\vartheta)} \sum_{n=0}^{n_{max}} b_n L_{n0}(\cos \vartheta)$$

$$D_{11}(\vartheta) - D_{22}(\vartheta) = \frac{1}{W_0(\vartheta)} \sum_{n=2}^{n_{max}} c_n L_{n2}(\cos \vartheta) \; ; \qquad D_{13}(\vartheta) = \frac{1}{W_0(\vartheta)} \sum_{n=1}^{n_{max}} d_n L_{n1}(\cos \vartheta) \; . \tag{10}$$

 $W_0(\vartheta) = 1 + A \cdot L_{20} (\cos \vartheta) + B \cdot L_{40} (\cos \vartheta)$ ist wiederum die auf 4 π normierte Winkelverteilung für unpolarisiert einfallende Deuteronen bei 460 keV.

Tabelle 3 gibt eine Übersicht der Koeffizienten der Entwicklungen (10) nach Legendre-Polynomen. Die Koeffizienten A und B von $W_0(\vartheta)$ wurden der Literatur [1] entnommen. Die in Tabelle 3 angegebenen Fehlergrenzen sind aus den Fehlern der

Messwerte nach Gauss berechnet. Eine numerische Untersuchung ergab, dass sich die Fehler von $W_0(\vartheta)$ auf die Koeffizientenfehler nicht wesentlich auswirken. Die Entwicklungen nach Legendre-Polynomen wurden bis zu derjenigen Ordnung geführt, bei welcher der Betrag des Koeffizienten noch über der einfachen Fehlerschranke lag.

Tabelle 3 Koeffizienten der Entwicklung der Polarisationsempfindlichkeiten der $D(d, p)^3H$ -Reaktion nach Legendre-Polynomen.

Page 1			
$\overline{W_0(\vartheta)}$	$A = 0.66 \pm 0.02$ $B = 0.16 \pm 0.01$	$D_{11}(\vartheta) {-} D_{22}(\vartheta)$	$c_2 = 0.034 \pm 0.003$ $c_3 = -0.015 \pm 0.002$
$D(\boldsymbol{\vartheta})$	$a_1 = 0.198 \pm 0.006$ $a_2 = -0.067 \pm 0.004$		$c_{4} = -0.010 \pm 0.001$
$D_{33}(\boldsymbol{\vartheta})$	$b_0 = -0.277 \pm 0.006$ $b_1 = -0.408 \pm 0.014$	$D_{13}(\boldsymbol{\vartheta})$	$d_1 = -0.283 \pm 0.009$ $d_2 = -0.225 \pm 0.008$
	$b_2 = -0.597 \pm 0.018$ $b_3 = -0.133 \pm 0.018$ $b_4 = -0.110 \pm 0.021$	er er	$d_3 = -0.037 \pm 0.007$ $d_4 = -0.038 \pm 0.006$ $d_5 = -0.009 \pm 0.006$
	4 0,220 _ 0,022		· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·

6. Diskussion

6.1. Zähleranordnung

Die in Abschnitt 3.1. beschriebene Zähleraufstellung zu Quadrupeln erweist sich bei der Verwendung polarisierter Spin-1-Teilchen (Deuteronen) als besonders sinnvoll. Alle Komponenten der Polarisationsempfindlichkeit können gleichzeitig gemessen und unabhängig voneinander berechnet werden. Diese Tatsache gilt für beliebige Reaktionen mit polarisierten Spin-1-Teilchen, insbesondere auch für die Bestimmung der Tensorpolarisation der Deuteronen mit der (d, t)-Reaktion.

Die Auswertung basiert auf einer Methode, bei welcher der Winkel α zwischen der Symmetrieachse s des Polarisationszustandes und dem Wellenvektor k_d der einfallenden Deuteronen nicht explizite bekannt sein muss. Dagegen müssen die Zähler in der durch k_d und s aufgespannten (x_1, x_3) -Ebene bzw. in der dazu senkrecht stehenden (x_2, x_3) -Ebene liegen. Ist dies nicht der Fall, so überlagern sich die Einflüsse der Komponenten P_{13} und P_1 . Aus diesem Grunde wurde die Lage der Zähler vielfach geprüft. Dies geschah nach Abschnitt 4.1. sowohl mit der (d, t)- wie auch mit der D(d, p)-Reaktion.

6.2. Fehlerabschätzung

a) Strahlpolarisation: Die in Abschnitt 5.1. angegebenen Fehler der Tensorpolarisation der Deuteronen berücksichtigen nur die Zählstatistik. Sie sind wegen der hohen Neutronenstossrate, welche die (d, t)-Reaktion liefert, klein und tragen zum Fehler der Polarisationsempfindlichkeiten der $D(d, \phi)$ -Reaktion wenig bei.

Zum statistischen Fehler der Tensorpolarisation tritt eine systematische Unsicherheit der Theorie infolge einer möglichen interferenzmässigen Beimischung eines $^{1}/_{2}$ +Zwischenkernniveaus zur $^{3}/_{2}$ +-Resonanz der (d, t)-Reaktion bei 107 keV [21]. Dadurch wären die Beträge der Strahlpolarisationen zu klein, diejenigen der Polarisationsempfindlichkeiten der D(d, p)-Reaktion zu gross angegeben.

Eine weitere Unsicherheit liegt in der Bestimmung der Vektorpolarisation der Deuteronen, weil hierfür keine Analysatorreaktion zur Verfügung stand. Die Vektorkomponente wurde deshalb mit Hilfe der Theorie der Hochfrequenzübergänge aus Werten der Tensorpolarisation bestimmt.

Die daraus entstandene zusätzliche Unsicherheit der Vektorempfindlichkeit $D(\vartheta)$ könnte bis zu 10% betragen (siehe Ref. [19]).

b) Polarisationsempfindlichkeit der $D(d, p)^3He$ -Reaktion: Die Streuung der Einzelwerte der D_{33} -Komponente wurde durch die Zählstatistik und durch Schwankungen des Deuteronenstrahls verursacht. Diese sind im Endresultat automatisch berücksichtigt, da die Gaußschen Streuungen der Einzelwerte zur Fehlerberechnung benützt wurden (vgl. Auswertung in Abschnitt 4.3.). Die Streuungen der Einzelwerte der übrigen Komponenten entsprachen praktisch der statistischen Unsicherheit, da hier Ladungsschwankungen erst in zweiter Ordnung eingingen.

Zahlreiche Wiederholungen der Messungen, die bei verschiedenen Polarisationszuständen ausgeführt wurden, bestätigten die Resultate. Die in Figur 3 eingezeichneten Messpunkte stellen die gewogenen Mittel der Messwerte dar.

Die Winkelunsicherheiten wurden durch eine starre, genau reproduzierbare Halterung der Zähler und Targets klein gehalten. Sie entstanden weitgehend durch die endliche Ausdehnung des Targets und der Dioden. Die Anisotropie des differentiellen Wirkungsquerschnittes der D(d, p)-Reaktion für unpolarisierte Deuteronen verursachte einen Winkelfehler von weniger als 1° .

6.3. Vergleich der Messresultate mit der Theorie

Ein Vergleich von Experiment und Theorie zeigt, dass für die Darstellung der Tensorkomponenten D_{33} , D_{11} – D_{22} und D_{13} (Tabelle 3) mehr Legendre-Polynome notwendig sind als Rook und Goldfarb (Gleichung 3) fordern. Insbesondere sind die Koeffizienten b_1 , c_1 sowie b_3 , c_3 und d_3 der ungeradzahligen Legendre-Polynome niederer Ordnung relativ gross. Diese sind in der Theorie [10] nicht berücksichtigt.

Ausserdem treten bei der Entwicklung der Messwerte im Gegensatz zu Ref. [10] Legendre-Polynome vierten Grades auf (b_4, c_4, d_4) , wie auch zur Darstellung des differentiellen Wirkungsquerschnittes für unpolarisierte Deuteronen ein $(\cos^4 \vartheta)$ -Term notwendig ist [1] (Koeffizient B).

Nur die Winkelabhängigkeit der Empfindlichkeit auf Vektorpolarisation lässt sich mit den von Rook und Goldfarb angegebenen Polynomen darstellen. Hier wurde in Übereinstimmung mit Ergebnissen anderer Experimentatoren [7, 8] ein grosser ($\sin \vartheta$)-Anteil gefunden, während Rook und Goldfarb diesen Term als klein vermuteten [10].

Die experimentellen Ergebnisse zeigen, dass die Theorie [10] in ihren Voraussetzungen zu eng abgefasst ist. Das Spinquintett im Eingangskanal wurde auf Grund des Pauliprinzips, das eine enge Annäherung der Reaktionspartner verunmöglicht, ausgeschlossen. Bei dem grossen Wechselwirkungsabstand der Deuteronen von ungefähr 7 fm darf diesem Argument jedoch nicht zu grosse Bedeutung beigemessen werden [10]. Die Wahrscheinlichkeit, zwei identische Fermionen in einem Abstand d zu finden, geht nur gegen Null innerhalb eines Korrelationsabstandes von der Grössenordnung einer de-Broglie-Wellenlänge der Relativbewegung (λ = 9,7 fm). In der

Tat hätte das Auftreten eines Spinquintettes ungeradzahlige Legendre-Polynome zur Folge⁴), wie sie experimentell gefunden wurden.

Aus dem Vorhandensein beträchtlicher Anteile an Legendre-Polynomen vierter Ordnung schliessen wir, dass auch einfallende D-Wellen zur D(d, p)-Reaktion wesentlich beitragen. Zur selben Folgerung gelangt man auch auf Grund des beträchtlichen ($\cos^4 \theta$)-Anteils im differentiellen Wirkungsquerschnitt.

Die ausgeprägte Asymmetrie der Vektorempfindlichkeit $D(\vartheta)$ bezüglich 90° wird von der Theorie [10] durch Triplett-Singulett-Übergänge gedeutet und durch ein starkes $L \cdot S$ -Wechselwirkungspotential zwischen je zwei Nukleonen erklärt.

Das oben erwähnte Spinquintett des Eingangskanals ist nur erlaubt, wenn Quintett-Triplett-Übergänge stattfinden, da der Spin im Ausgangskanal höchstens 1 beträgt. Solche Übergänge sind in Anbetracht der grossen Wahrscheinlichkeit, mit der Triplett-Übergänge vorkommen, durchaus möglich.

Für die finanzielle Unterstützung der Arbeit sind wir dem Schweizerischen Nationalfonds zu grossem Dank verpflichtet.

Literaturverzeichnis

- [1] W.A. Wenzel und Ward Whaling, Phys. Rev. 88, 1149 (1952).
- [2] P. A. DAVENPORT, T. O. JEFFRIES, M. E. OWEN, F. U. PRICE und D. ROAF, Proc. Roy. Soc. A 216, 66 (1953).
- [3] G. Preston, P. F. D. Shaw und S. A. Young, Proc. Roy. Soc. A 226, 206 (1954).
- [4] P. R. Chagnon und G. E. Owen, Phys. Rev. 101, 1798 (1956).
- [5] J. C. Fuller, W. E. Dance und D. C. Ralph, Phys. Rev. 108, 91 (1957).
- [6] G. R. BISHOP, J. M. WESTHEAD, G. PRESTON und H. H. HALBAN, Nature 170, 113 (1952); P. HUBER und E. BAUMGARTNER, Helv. phys. Acta 26, 420 (1953); H. H. BARSCHALL, Proc. of the 2nd Int. Symp. on Polarization Phenomena of Nucleons, Karlsruhe 1965 (Editors P. Huber and H. Schopper), 393.
- [7] H. A. Christ und L. Brown, Nucl. Phys. 79, 473 (1966).
- [8] D. Fick, R. Fleischmann und G. Graw, Proc. of the 2nd Int. Symp. on Pol. Phen. of Nucleons, Karlsruhe 1965 (Editors P. Huber and E. Schopper), 359.
- [9] F. M. Beiduk, J. R. Pruett und E. J. Konopinski, Phys. Rev. 77, 622, 628 (1950).
- [10] J. R. ROOK und L. J. B. GOLDFARB, Nucl. Phys. 27, 79 (1961).
- [11] S. DEVONS und L. J. B. GOLDFARB, Handb. d. Physik Vol. XLII (Springer Berlin, 1958).
- [12] L. J. B. GOLDFARB, Nucl. Phys. 7, 622 (1958).
- [13] L. J. B. GOLDFARB und J. R. ROOK, Nucl. Phys. 12, 494 (1959).
- [14] L. J. B. GOLDFARB, Nucl. Phys. 12, 657 (1959).
- [15] H. RUDIN, H. R. STRIEBEL, E. BAUMGARTNER, L. BROWN und P. HUBER, Helv. phys. Acta 34, 58 (1961).
- [16] F. SEILER, E. BAUMGARTNER, W. HAEBERLI, P. HUBER und H. R. STRIEBEL, Helv. phys. Acta 35, 385 (1962).
- [17] W. Trächslin, H. Bürgisser, P. Huber, G. Michel und H. R. Striebel, Helv. phys. Acta 38, 523 (1965).
- [18] G. MICHEL, R. E. BENENSON, H. BÜRGISSER, P. HUBER, W.A. SCHIER und H. R. STRIEBEL, Helv. phys. Acta 39, 267 (1966).
- [19] H. Paetz gen. Schieck, C. Petitjean, H. R. Striebel und P. Huber, Helv. phys. Acta 40, 414 (1967).
- [20] H. Rudin, E. Steiner und H. R. Striebel, Proc. of the 2nd. Int. Symp. on Pol. Phen. of Nucleons, Karlsruhe 1965 (Editors P. Huber and H. Schopper), 101.
- [21] L. Brown, H. A. Christ und H. Rudin, Nucl. Phys. 79, 459 (1966).

⁴⁾ L. J. B. GOLDFARB, private Mitteilung.