Zeitschrift: Helvetica Physica Acta
Band: 38 (1965)
Heft: VIII

Artikel: Kernphotoeffekt an H^3
Autor: Bösch, R. / Lang, J. / Müller, R.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-113619

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 08.08.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

© 1965 by Schweizerische Physikalische Gesellschaft
Société Suisse de Physique – Società Fisica Svizzera
Nachdruck verboten – Tous droits réservés – Printed in Switzerland

Kernphotoeffekt an H^3

von **R. Bösch, J. Lang, R. Müller** und **W. Wölfli**

Laboratorium für Kernphysik ETH, Zürich

(19. VII. 65)

Summary. The total cross section and the angular distribution of the reaction $H^3(\gamma, n)\,H^2$ have been measured using four (n, γ)-spectra as gamma ray sources. These results, together with those of other experiments (e.g. electron scattering) give information about the ground state wave function of the nuclei under investigation. It is shown, that one has to describe the ground state of the three-particle nuclei with an admixture of a state whose eigenfunctions are not symmetric with respect to the space coordinates of all three nucleons (S'-state). The experimental data show a definite preference for the Gunn-Irving form of wave function over Gaussian and modified exponential forms. The size parameter for the Gunn-Irving wave function is determined and the probability of the S'-state is found to be 0,5%.

1. Einleitung

Die Untersuchung der Wechselwirkung des elektromagnetischen Feldes mit einzelnen oder mehreren Nukleonen kann dazu dienen, Aussagen über die Wellenfunktionen der betrachteten Kerne im Grundzustand zu gewinnen. Die Vorteile dieser Methode liegen darin, dass die Wechselwirkungsoperatoren bekannt sind und dass die Kleinheit der Feinstrukturkonstante die Anwendung der Störungstheorie ermöglicht. Bei den leichtesten Kernen wie H^2, H^3 und He^3 können zudem auch für die Wellenfunktionen der Reaktionsprodukte gute Näherungen gefunden werden. Bei der Berechnung der verschiedenen Wirkungsquerschnitte verbleiben somit als einzige Unbekannte die Eigenfunktionen des Grundzustandes der untersuchten Kerne. Die Möglichkeit, Aussagen über diese Wellenfunktionen machen zu können, bieten vor allem die Untersuchung des Kernphotoeffektes und der elastischen und inelastischen Elektronenstreuung. Während solche Experimente beim Deuterium zahlreich und zum Teil seit längerer Zeit vorliegen, sind die wenigen entsprechenden Experimente bei den Kernen der Masse 3, also H^3 und He^3 neueren Datums. Dementsprechend gering geblieben ist bisher auch die Zahl der theoretischen Arbeiten. Zur Berechnung des Kernphotoeffektes wurden, von einer Ausnahme[1]) abgesehen, nur sehr rohe Näherungen verwendet, die nicht viel mehr als eine grobe Orientierung zu geben vermochten.

In der vorliegenden Arbeit werden Messungen zur Bestimmung des totalen Wirkungsquerschnittes und der Winkelverteilung der Photoneutronen der Reaktion $H^3(\gamma, n)H^2$ (Schwellenenergie $E_s = 6{,}26$ MeV) beschrieben. Es war zudem möglich, allerdings nur bei einer einzigen Gammaenergie, einen ungefähren Wert für den totalen Wirkungsquerschnitt des 3-Körperzerfalls ($E_s = 8{,}48$ MeV) zu bestimmen (Abschnitt 2).

Die Ergebnisse der vorliegenden Messungen, die Resultate anderer Experimente bei den Reaktionen $He^3(\gamma, p)\,H^2$ [2–7]), $H^2(p, \gamma)\,He^3$ [8]), $H^2(n, \gamma)\,H^3$ [9]) (für thermische Neutronen) sowie Messungen der Formfaktoren von H^3 und He^3 [10]) ergeben einen Satz experimenteller Daten, welcher erlaubt, eine Wellenfunktion zu finden, die den Grundzustand der 3-Körperkerne näherungsweise beschreibt. Die entsprechenden Rechnungen sowie ein kurzer Abriss der dazugehörigen Theorie finden sich in Abschnitt 3.

2. Experimenteller Teil

2.1. *Gammaquelle*

Als Gammaquelle diente die (n, γ)-Reaktion thermischer Reaktorneutronen an verschiedenen Elementen. Die allgemeinen Eigenschaften dieser Gammaquelle und ihre spezielle Anwendung auf die Untersuchung des Kernphotoeffektes sind in früheren Arbeiten [11])[12]) ausführlich beschrieben worden. Die vorliegenden Experimente wurden wie jene am Reaktor SAPHIR des Eidg. Institutes für Reaktorforschung in Würenlingen und am selben Bestrahlungskanal (Tangentialkanal) durchgeführt, so dass bezüglich Wahl der Targets und der Kollimation ähnliche Überlegungen massgebend waren. Es wurden 4 Targets verwendet: N: $E_\gamma = 10{,}8$ MeV (Targetmaterial Mellon); Ni: $E_\gamma = 9{,}0$ MeV; Fe: $E_\gamma = 7{,}6$ MeV und Ti: $E_\gamma = 6{,}7$ MeV. Die angegebenen Energien beziehen sich mit Ausnahme des Stickstoffs (hier wurde die Linie mit der höchsten Energie aufgeführt) auf die intensivste Gammalinie der Spektren.

Trotz der beträchtlichen Erwärmung durch die absorbierte Reaktorgammastrahlung war bei sämtlichen Targets eine Reaktorleistung von 1 MW möglich. Die Kollimation konnte im wesentlichen von einem früher durchgeführten Experiment [12]) übernommen werden. Bezüglich der Unterdrückung des schnellen Neutronenuntergrundes, der infolge Fehlens einer thermischen Kolonne gross war, mussten allerdings höhere Anforderungen gestellt werden. Störend wirkte auch der Beitrag der Photoneutronen, die bei hohen Gammaenergien ($E_\gamma > 6{,}7$ MeV) in der Pb-Kollimation erzeugt werden. Als besonders wirksam für die Reduktion des Neutronenuntergrundes erwies sich ein Paraffinfilter, welches die Neutronen moderierte oder aber aus dem Strahlengang wegstreute. Die besten Resultate wurden erzielt mit total 90 cm Paraffin, wovon 70 cm im Bestrahlungskanal und 20 cm nach dem letzten Pb-Kollimator. Die damit verbundene Abschwächung der Gammaintensität betrug bei 10,8 MeV einen Faktor 5 und bei 6,7 MeV einen Faktor 9. Die starke Zunahme der Absorption mit abnehmender Energie war durchaus erwünscht, trug sie doch stark zur Reduktion der Reaktorgammastrahlung und der Nebenlinien der (n, γ)-Spektren bei.

2.2. *Aufbau des Experimentes*

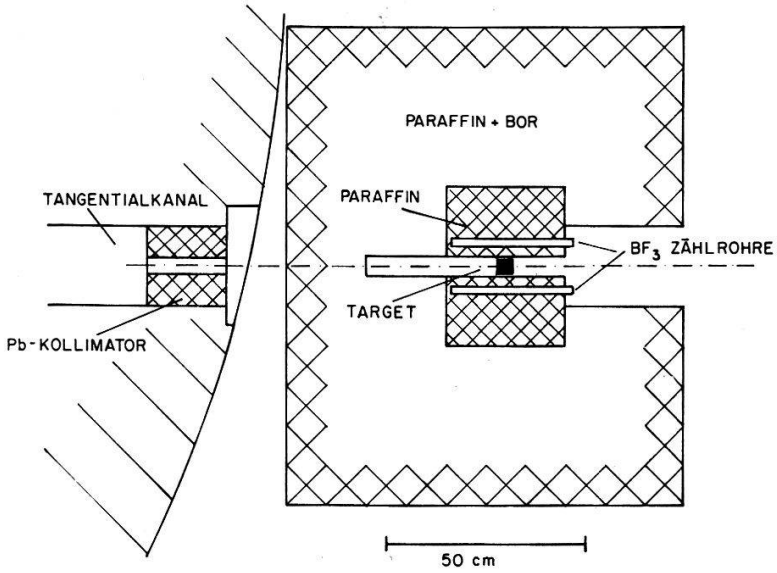
2.2.1. Messmethode

Der totale Wirkungsquerschnitt der Kernphotospaltung von H^3 sowie die Winkelverteilung der Photoneutronen wurden durch Vergleichsmessungen mit Deuterium bestimmt, wo die entsprechenden Werte bekannt sind. Eine mit relativ grossen Fehlern behaftete Absolutbestimmung der Ansprechwahrscheinlichkeit und des Raumwinkels der Detektoren sowie eine Intensitätsmessung der Gammastrahlung

konnten damit umgangen werden. Die Photoneutronen wurden mit BF_3-Zählrohren registriert, die trotz kleiner Stosszahlen zuverlässige Messungen gestatteten. Die verwendeten, mit B^{10} angereicherten Zählrohre besitzen eine Länge von 10″ und einen Durchmesser von 1″.

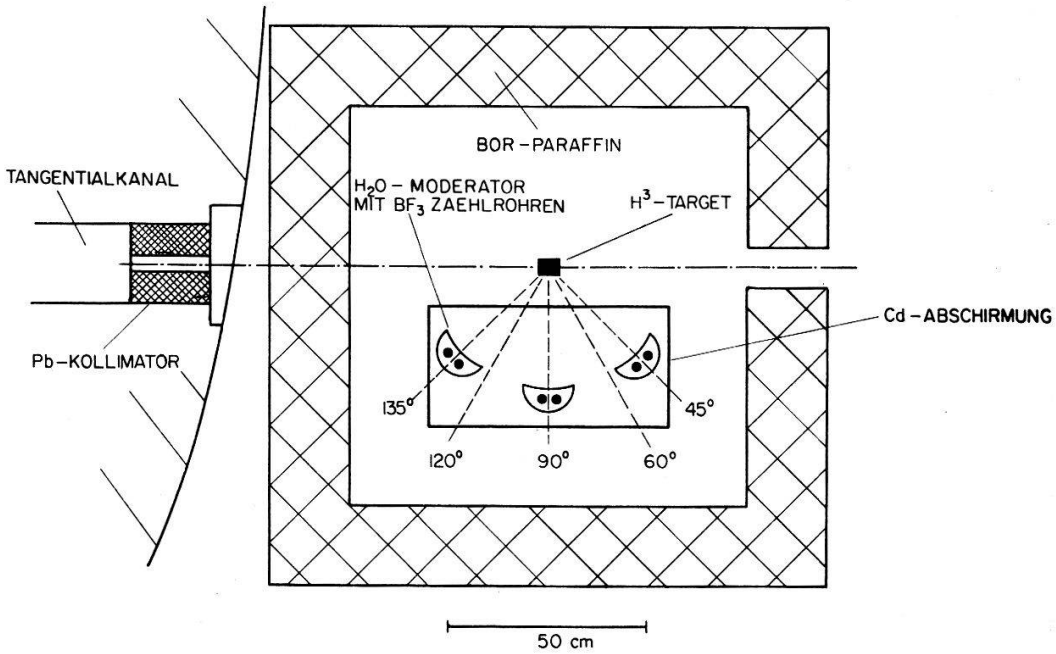
2.2.2. Experimentelle Anordnung

Der Aufbau der Experimente vor dem Tangentialkanal des Reaktors SAPHIR ist aus den Figuren 1 und 2 ersichtlich. Der Abstand der (n, γ)-Quelle vom Kollimator-



Figur 1

Experimentelle Anordnung zur Bestimmung des totalen Wirkungsquerschnittes der Reaktion $H^3(\gamma, n)H^2$



Figur 2

Experimentelle Anordnung zur Bestimmung der Winkelverteilung der Photoneutronen aus der Reaktion $H^3(\gamma, n)H^2$

ende betrug 380 cm. Der Gammastrahl verlief horizontal und hatte am Ort des H^3-Target einen Durchmesser von 4 cm, über den die Intensitätsvariation kleiner als 5% war. Die Strahldivergenz betrug weniger als 0,5°.

Zur Bestimmung des totalen Wirkungsquerschnittes wurde ein Long Counter nach SHER et al.[13]) verwendet (Figur 1). Die Ansprechwahrscheinlichkeit ist in axialer Richtung innerhalb 5 cm konstant und nimmt dann in beiden Richtungen rasch ab. Um die Detektoren vor dem in der Messhalle vorhandenen Neutronenuntergrund abzuschirmen, war der Long Counter allseitig von Cd-Blech sowie einer massiven Mauer aus Bor-Paraffinblöcken umgeben.

Zur Bestimmung der Winkelverteilung der Photoneutronen wurde eine Anordnung gemäss Figur 2 gewählt. Die Registrierung erfolgte gleichzeitig unter 3 Winkeln. Die relativ schlechte Winkelauflösung dieser Anordnung fiel wegen der Vergleichsmessung mit Deuterium wenig ins Gewicht; zudem konnte auch hier mit einer praktisch reinen $\sin^2\theta$-Verteilung gerechnet werden (vergleiche 3.3.1). Eine sorgfältige Abschirmung des Neutronenuntergrundes erwies sich ebenfalls als notwendig.

2.2.3. Elektronik

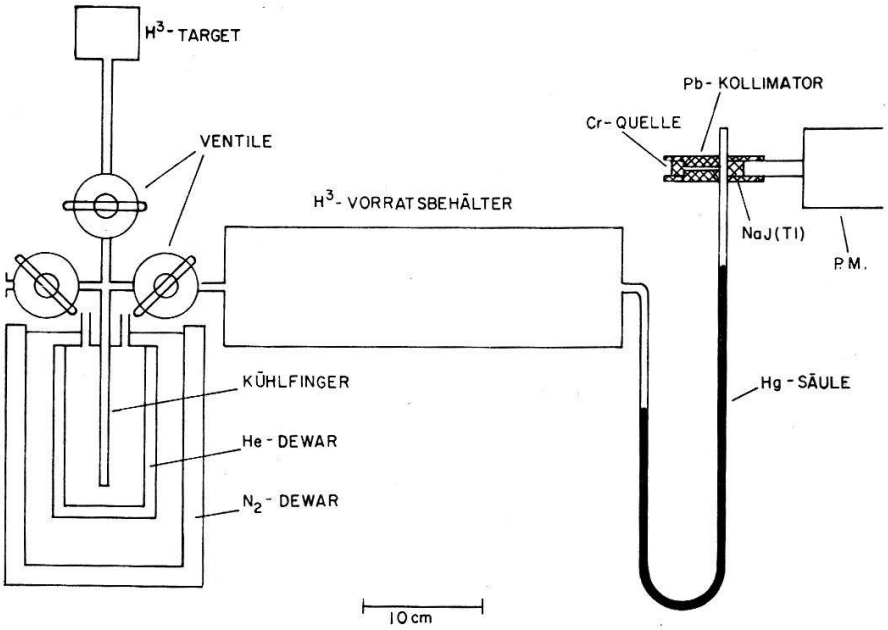
Die verwendete elektronische Apparatur bestand aus Vor- und Linearverstärkern, Diskriminatoren und Zählern konventioneller Bauart. Infolge der kleinen Stosszahlen waren sehr lange Messzeiten notwendig, so dass grosse Anforderungen an Stabilität und Betriebssicherheit der einzelnen Elemente gestellt wurden.

2.2.4. H^3-Target

Experimentelle Untersuchungen des Photoeffektes an den Kernen der Masse 3 lagen bei Beginn der Messungen noch nicht vor. Anhaltspunkte für die mutmassliche Grösse des Wirkungsquerschnittes lieferten die zum Teil stark voneinander abweichenden theoretischen Werte (Figur 10). Ein mit der Reaktion $H^2(\gamma, n)H^1$ durchgeführtes Vorexperiment diente zur Bestimmung jener Menge Tritium, die bei den in Frage kommenden Gammaenergien und Intensitäten und den gegebenen Untergrundverhältnissen eine Messung ermöglichte. Als minimale Menge wurde jene Anzahl von H^3-Atomen betrachtet, die bei dem kleinsten von der Theorie vorausgesagten Wirkungsquerschnitt ein rund 10mal kleineres Signal als der Neutronenuntergrund liefern würde. Dies sollte auf Grund der guten Reproduzierbarkeit von Long-Counter-Messungen noch eine genügend genaue Bestimmung des Wirkungsquerschnittes ermöglichen. Die Experimente mit Deuterium zeigten, dass eine Menge von 580 cm^3 NTP Tritiumgas (entsprechend einer Beta-Aktivität von 1500 Curie) nötig war.

Infolge des gegebenen Durchmessers des Gammastrahls und der raschen Abnahme der axialen Long-Counter-Empfindlichkeit waren die Dimensionen des zu bauenden H^3-Targets zum vornherein auf maximal 5 cm Länge und 4 cm Durchmesser beschränkt. Eine Verwendung des Tritiumgases in festem oder flüssigem Zustand (Schmelzpunkt 20,6 °K, Siedepunkt 25,0 °K) kam nicht in Frage. Einerseits hätten die erforderlichen Kühleinrichtungen eine kaum zu umgehende Erhöhung des Neutronenuntergrundes bewirkt, anderseits wäre der Aufwand für die Kühlung bei einer vorgesehenen Messzeit von mehreren hundert Stunden zu gross gewesen. Als bedeutend einfacher erwies sich die Kompression des H^3-Gases in einem kleinen Targetbehälter

auf einen Druck von 10 atm. Die dazu erforderliche Apparatur, aus Sicherheitsgründen mit Ausnahme des Targetbehälters ganz aus rostfreiem Stahl gebaut, ist in Figur 3 dargestellt. Das Tritiumgas kann in einem Vorratsbehälter bei einem Druck von 0,4 atm. aufbewahrt werden. Zur Drucküberwachung wird ein angeschweisstes Quecksilbermanometer benutzt. Die Höhe der Quecksilbersäule wird mittels Gammaabsorption bestimmt (Genauigkeit der Ablesung: $\pm$ 1 mm).



Figur 3

Apparatur zur Verdichtung des H^3-Gases im Targetbehälter auf einen Druck von 10 atm.

Die Ventile sind nach aussen mit gelöteten Membranen vakuumdicht abgeschlossen. Ein mit O-Ringen abgedichteter Überwurf bildet eine Sicherung gegenüber einer Undichtigkeit oder einem Riss der Membranen. Zur Überwachung ist ein Manometer eingebaut, das den Druck in diesem Zwischenvolumen misst.

Einige Schwierigkeiten bereitete die Wahl des Materials für den Targetbehälter. Elemente, die bei Gammaenergien von weniger als 10,8 MeV Kernphotoeffekt aufweisen, kamen zwecks Vermeidung von zusätzlichen Untergrundneutronen nicht in Frage. Stahl schied aus diesem Grunde aus. Für die Messungen bis 9 MeV wurde schliesslich ein Cu-Behälter (die entsprechenden Schwellenenergien E_s für den Kernphotoeffekt sind: $E_s(Cu^{65}) = 10{,}6$ MeV, $E_s(Cu^{63}) = 9{,}8$ MeV), für jene von 10,8 MeV ein Al-Behälter verwendet ($E_s(Al^{27}) = 13$ MeV). Im ersten Fall war der Behälter an das Trägerrohr angeschweisst, im zweiten Fall angeflanscht. Wegen der Druckbelastung mussten die Targetbehälter massiv gebaut werden (Wandstärke 1,5 mm). Dies bewirkte, dass der Anteil der an den Behältern gestreuten Reaktorneutronen zum Gesamtuntergrund etwa 20% betrug.

Um das Tritiumgas in den Targetbehälter zu transferieren, wurde der dünne Stahlfinger (Figur 3) mit flüssigem Helium gekühlt. Die Länge dieses Kühlfingers beträgt 10 cm, der Innendurchmesser 4 mm und die Wandstärke 0,5 mm. Sein Innenvolumen wie auch jenes der Verbindungsrohre und Ventile ist klein gegenüber jenem des Targetbehälters (58 cm³), so dass 94% der im Vorratsbehälter befindlichen Gas-

menge für die Messungen verfügbar waren. Zur Kühlung wurde flüssiges Helium in das metallene Dewar gepumpt, das an der Apparatur angeflanscht war. Der Verbrauch an flüssigem Helium für einen Transport der gesamten Gasmenge betrug etwa 2 Liter, die Vorkühlung mitgerechnet. Die Beta-Strahlung des Tritiums bewirkte eine unbedeutende Verdampfung von bloss 10 cm^3 Helium pro Minute.

Allerdings gelang es nie, den gesamten Tritiumvorrat von 580 cm^3 (im Gegensatz etwa zu einer äquivalenten Wasserstoffmenge) in einem einzigen Arbeitsgang ins Targetgefäss zu transferieren; stets blieb ein Restdruck von etwa 50 mm Hg im Vorratsbehälter. Erst in einem zweiten Arbeitsgang war es jeweils möglich, den Restdruck so zu reduzieren, dass er mit der Beimischung von He^3 erklärt werden konnte. (Diese Beimischung betrug zu Beginn des Experimentes 1% und am Ende, das heisst nach 8 Monaten 5%.) Eine mögliche Erklärung für den geschilderten Effekt bildet der Umstand, dass der bei fortschreitender Abkühlung grösser werdende Anteil des He^3 am Gasgemisch im oberen Teil des engen Kühlfingers isolierend wirkt und ein weiteres Ausfrieren des H^3-Gases verhindert.

Für die Messung des totalen Wirkungsquerschnittes konnte die ganze Apparatur auf einer Schiene in den Long Counter eingefahren werden, für jene der Winkelverteilung wurde sie frei aufgestellt. Spezielle Sicherheitsmassnahmen mussten nicht ergriffen werden, da auch ein plötzliches Entweichen der gesamten Tritiummenge in die grosse Reaktorhalle keine unmittelbare Gefährdung bedeutet hätte. Die Luftaktivität wurde dauernd durch einen Tritiummonitor überwacht.

2.3. *Durchführung und Auswertung der Wirkungsquerschnittmessungen*

Für die Vergleichsmessungen mit der Reaktion $H^2(\gamma, n)\,H^1$ wurde ein dem H^3-Target entsprechendes H^2-Gastarget verwendet. Um die Intensität der Gammastrahlung konstant zu halten, wurde die Reaktorleistung mit dem Strom einer Fissionkammer, die in der Nähe des (n, γ)-Targets montiert war, automatisch nachreguliert. Kontrollexperimente zeigten, dass die Variationen der Gammaintensität kleiner als 2% waren. Unter dieser Voraussetzung folgt für den Wirkungsquerschnitt des 2-Körperzerfalls des H^3-Kerns bei einer Gammaenergie E_k:

$$\sigma_{H^3}(E_k) = \sigma_{H^2}(E_k) \cdot \frac{N_{H^2}}{N_{H^3}} \cdot \frac{(\varepsilon\,\Omega)_{H^2}}{(\varepsilon\,\Omega)_{H^3}} \cdot \frac{c_{H^3}}{c_{H^2}} \,. \tag{1}$$

$\sigma_{H^2}(E_k)$ bedeutet der Wirkungsquerschnitt beim Deuterium, N die Zahl der Targetatome, $(\varepsilon\,\Omega)$ das Produkt aus Ansprechwahrscheinlichkeit und Raumwinkel des Long Counter und c die Anzahl der registrierten Photoneutronen. Die Bestimmung der einzelnen Grössen geschah wie folgt:

$\sigma_{H^2}(E_k)$: Die (n, γ)-Spektren der verwendeten Elemente enthalten neben einer Hauptlinie der Energie E_k mehrere Nebenlinien mit verschiedener Intensität; somit ist

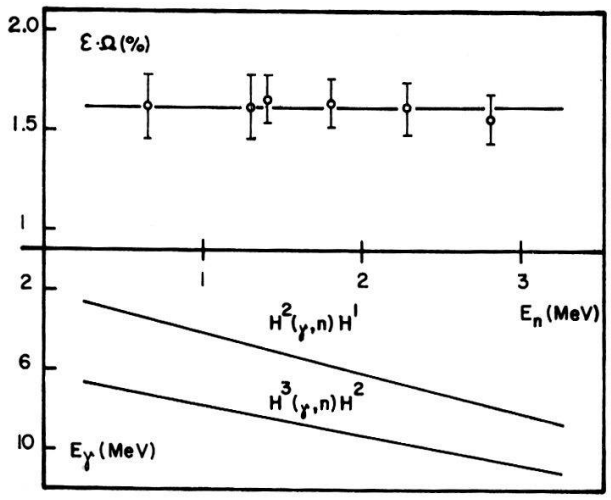
$$\sigma_{H^2}(E_k) = \sum_{i=1}^{n} p_i\, q_i\, r_i\, \sigma_i \qquad p_k = q_k = r_k = 1 \,, \tag{2}$$

n ist die Anzahl der Gammalinien über der Schwellenenergie des H^2-Kernphotoeffektes ($E_s = 2{,}225$ MeV), p_i die Intensität der i-ten Linie, q_i die Selbstabsorption im (n, γ)-Target, r_i die Absorption im Paraffinfilter und σ_i der zur

betreffenden Energie E_i gehörige Wirkungsquerschnitt. q_i und r_i können leicht berechnet werden; die verschiedenen Werte von p_i wurden dem (n, γ)-Katalog von GROSHEV[14]), jene von σ_i einer Arbeit von KRAMER und MÜLLER[15]) entnommen.

N: Die Zahl der Targetatome ergab sich bei bekannten Innenvolumina der Targetbehälter und der H^3-Abfüllapparatur durch Druckmessung. Sowohl Tritium wie Deuterium waren von grösstmöglicher erhältlicher Reinheit (> 99%). Beim komprimierten H^3-Gas war die Beimischung von He^3 höchstens $1^0/_{00}$.

$(\varepsilon\,\Omega)$: Die Photoneutronen der Reaktion $H^3(\gamma, n)H^2$ wie jene der Reaktion $H^2(\gamma, n)H^1$ weisen praktisch eine reine $\sin^2\theta$-Verteilung auf, so dass keine Raumwinkelkorrekturen notwendig waren. Da die Energie der Photoneutronen aus beiden Reaktionen bei einer bestimmten Gammaenergie verschieden sind, musste die Empfindlichkeit des Long Counters in Funktion der Neutronenenergie nachgeprüft werden (vergleiche Figur 4). Die Eichung erfolgte durch Messung der Photoneutronen aus der Reaktion $H^2(\gamma, n)H^1$, wobei jeweils auch die Intensität der Gammastrahlung bestimmt wurde. Die Messungen zeigten, dass im interessierenden Energiebereich die Ansprechwahrscheinlichkeit nahezu konstant war.



Figur 4

Die obere Hälfte zeigt das Produkt aus Ansprechwahrscheinlichkeit und Raumwinkel des Long Counter in Funktion der Photoneutronenenergie.
Aus dem unteren Diagramm ist der Zusammenhang zwischen eingestrahlter Gammaenergie und der Energie der Photoneutronen aus Deuterium und Tritium ersichtlich, die unter 90° emittiert werden.

c: Die Anzahl der Photoneutronen ergab sich aus einer Differenzmessung zwischen den mit Tritium beziehungsweise Deuterium gefüllten und den leeren Targetbehältern. Im Gegensatz zum Deuterium, wo der Wirkungsquerschnitt und die Zahl der zur Verfügung stehenden Targetatome grösser waren, erforderte bei Tritium die Bestimmung dieser Differenz sehr grosse Messzeiten. Es wurde solange gemessen, bis

$$(c_v + c_0)^{1/2} \leqslant 0{,}04\,(c_v - c_0)\,. \tag{3}$$

Dabei bedeuten c_v die Gesamtstosszahlen mit dem gefüllten und c_0 jene mit dem evakuierten Targetbehälter. Zur Erfüllung obiger Bedingung ergab sich beispielsweise bei einer Gammaenergie von 6,7 MeV (Ti-Target) bei einem Neutronenuntergrund von 20 Stössen/min und 2 registrierten Photoneutronen/min eine totale Messzeit von 110 Stunden. Durch periodische Messung der Photoneutronen der Reaktion $Be^9(\gamma, n)Be^8$ (ein Be-Target wurde jeweils in den Long Counter eingeschoben) konnten Detektoren und Elektronik kontrolliert werden. Dabei zeigte sich, dass solche Messungen über Wochen hinaus innerhalb der Statistik reproduzierbare Resultate lieferten.

Die beschriebene Methode zur Bestimmung von σ_{H^3} wurde angewandt bei $E_\gamma =$ 6,7, 7,6 und 9,0 MeV. Bei einer Kontrollmessung dicht unterhalb der Schwellenenergie für den 2-Körperzerfall des H^3-Kerns mit einem Yttriumtarget ($E_\gamma = 6{,}07$ MeV) wurden keine Photoneutronen registriert.

Bei der Auswertung musste berücksichtigt werden, dass $\sigma_{H^3}(E_k)$ in Analogie zu $\sigma_{H^2}(E_k)$ Anteile von verschiedenen Gammalinien enthält (vergleiche (2)). Die Korrekturen sind allerdings wegen der hohen Schwellenenergie bedeutend geringer als im Falle des Deuterium. Die Genauigkeit der mit Hilfe von (1) ermittelten Wirkungsquerschnitte liegt bei 10%, sofern man Ungenauigkeiten in der Theorie zur Berechnung von σ_i in (2) vernachlässigt. Kontrollrechnungen haben gezeigt, dass sich die Unsicherheit in den Intensitäten p_i der einzelnen Nebenlinien, die sich aus der Verschiedenheit der experimentellen Resultate ergibt[14]), bei der Summation zur Bestimmung von $\sigma_{H^2}(E_k)$ nur wenig auswirkt.

Etwas modifiziert wurden Messung und Auswertung bei $E_\gamma = 10{,}8$ MeV aus folgenden Gründen:

- Die 10,8 MeV Linie des Stickstoffspektrums ist nicht die intensivste. Zudem sind die Intensitätsverhältnisse nicht eindeutig abgeklärt[14]). Eine Vergleichsmessung mit Deuterium allein, bei der die Gammalinien bis hinunter zu 2,225 MeV Beiträge zum Wirkungsquerschnitt liefern, erschien zu unsicher. Es wurde deshalb auch die Intensität der Gammastrahlung gemessen und unter Einbezug der absoluten Grösse von $(\varepsilon\,\Omega)$ der Wirkungsquerschnitt bestimmt. Die beiden Messungen lieferten ein um 6% verschiedenes Resultat.
- Im Gegensatz zur Messung bei $E_\gamma = 9{,}0$ MeV, wo der 3-Körperzerfall des H^3-Kerns im Resultat nur eine kleine Korrektur erfordert (vergleiche 3.3.2), ist hier sein Anteil bereits beträchtlich[16]). Da aus Intensitätsgründen keine Koinzidenzmessungen möglich waren, musste man sich darauf beschränken, mit dem Long Counter sowohl die Neutronen aus dem 2-Körperzerfall wie jene aus dem 3-Körperzerfall zu messen.

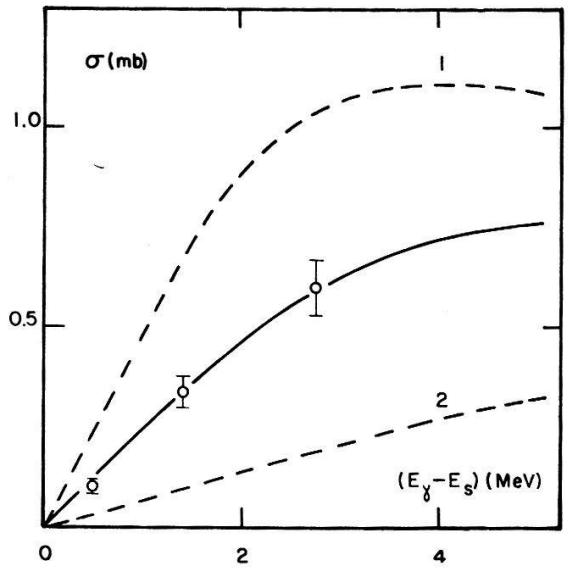
Die Auswertung erfolgte unter der Annahme, dass beim Zerfall in 3 freie Nukleonen die Winkelverteilung ähnlich jener beim 2-Körperzerfall sei[17]). Um einen Wert für den Wirkungsquerschnitt des 3-Körperzerfalles zu erhalten, wurde der Anteil des 2-Körperzerfalles gemäss dem besten theoretischen Wert (Figur 5 und 6) bei der entsprechenden Gammaenergie abgezogen. Es ist klar, dass der mit dieser Methode ermittelte Wirkungsquerschnitt nur eine grobe Orientierung über den 3-Körperzerfall zu geben vermag.

2.4. *Durchführung und Auswertung der Winkelverteilungsmessungen*

Ähnlich wie beim Deuterium lässt sich die Winkelverteilung der Photoneutronen aus dem 2-Körperzerfall des H^3-Kerns bei kleinen Gammaenergien im Schwerpunktsystem wie folgt darstellen (vergleiche 3.3.1):

$$f(\theta) = a + b \sin^2\theta \, (1 - \beta \cos\theta) \, . \tag{4}$$

Die Messungen erfolgten unter je 3 Winkeln gleichzeitig: 45°, 90°, 135° beziehungsweise 60°, 90° und 120°. Aus Intensitätsgründen war eine solche Messung nur mit dem Ni-Target ($E_\gamma = 9{,}0$ MeV) möglich. Die Energie der Photoneutronen beträgt dann unter $\theta = 90°$ 1,8 MeV. Beinahe diesselbe Energie von 2,0 MeV unter $\theta = 90°$ besitzen im Mittel die Neutronen der Reaktion $H^2(\gamma, n)H^1$ bei Verwendung des (n, γ)-Spektrums von Ti (Figur 4), weshalb eine Vergleichsmessung mit diesem Target durchgeführt wurde. Die Bestimmung des, wie es sich zeigte, praktisch isotropen Anteils, der durch schlechte Winkelauflösung und Mehrfachstreuung der Photoneutronen hervorgerufen wird, erfolgte durch Einpassen der theoretischen Werte für die Winkelverteilung der Photoneutronen aus der Reaktion $H^2(\gamma, n)H^1$ [15][18]) in die Resultate dieser Vergleichsmessung. Bei der Reaktion $H^3(\gamma, n)H^2$ wurde der umgerechnete Anteil von den Messpunkten subtrahiert, worauf durch Einpassen der Funktion $f(\theta)$ die Koeffizienten a/b und β bestimmt wurden.



Figur 5

Experimentelle Werte des totalen Wirkungsquerschnittes der Reaktion $H^3(\gamma, n)H^2$. Die ausgezogene Kurve wurde auf Grund der Gunn-Irvingschen Wellenfunktion ($\mu^{-1} = 2{,}5\ F$, $\delta = 0{,}07$) berechnet (vgl. 3.3.1). Die übrigen Kurven entsprechen demselben Ansatz für die Wellenfunktion, mit $\mu^{-1} = 3{,}0\ F$, $\delta = 0$ (Kurve 1) und $\mu^{-1} = 2{,}0\ F$, $\delta = 0$ (Kurve 2).

Infolge der angewendeten Differenzverfahren und der geringen Stosszahlen (pro Stunde wurden beim Tritium unter $\theta = 90°$ 600 Untergrundneutronen und 54 Photoneutronen registriert) waren sehr langwierige Messungen notwendig; die totale Messzeit betrug 500 Stunden. Periodisch wurde die Symmetrie der Detektoren und der

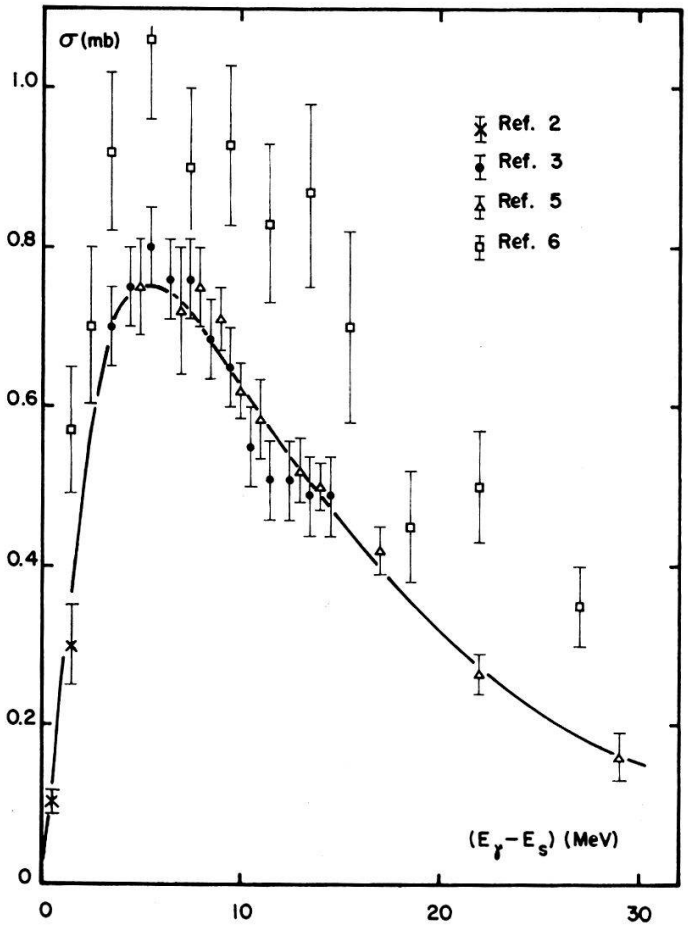
elektronischen Messkanäle mit einer Pu-Be-Quelle geprüft, die an die Stelle des Gastargets gesetzt wurde.

Die kleinen statistischen Messfehler (sie betrugen für die Anzahl der registrierten Photoneutronen unter den einzelnen Winkeln 2%) ergaben infolge der Vergleichsmethode (Differenzbildung) eine Genauigkeit für a/b und β von 50% beziehungsweise 30%. Systematische Fehler, wie sie zum Beispiel durch die Benützung der theoretischen Werte für Deuterium auftreten können, sind dabei nicht berücksichtigt.

2.5. *Resultate und Vergleich mit andern Experimenten*

2.5.1. 2-Körperzerfall

Figur 5 zeigt die Resultate der vorliegenden Messungen für den totalen Wirkungsquerschnitt der Reaktion $H^3(\gamma, n)H^2$ bei $E_\gamma = 6{,}7$, 7,6 und 9,0 MeV. Direkte Vergleichsmöglichkeiten mit andern Experimenten bestehen zur Zeit nicht. Die in Figur 5 eingezeichneten Kurven wurden auf Grund der Gunn-Irvingschen Wellenfunktion berechnet (vergleiche 3.3.1). In Figur 6 sind die Resultate von Untersuchungen der Reaktion $He^3(\gamma, p)H^2$ [2–6]) eingetragen. Wie später gezeigt wird, unterscheiden sich



Figur 6

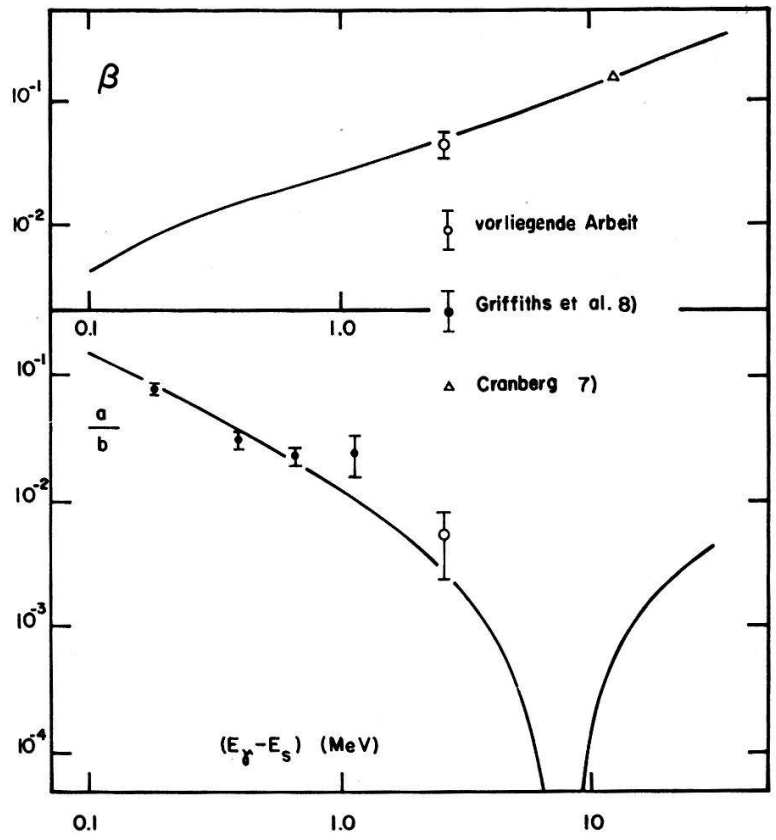
Experimentelle Werte des totalen Wirkungsquerschnittes der Reaktion $He^3(\gamma, p)H^2$ (Ref. [2–6])). Die durchgezogene Kurve wurde auf Grund der Gunn-Irvingschen Wellenfunktion ($\mu^{-1} = 2{,}5\ F$, $\delta = 0{,}07$) berechnet (vergleiche 3.3.1).

die Wirkungsquerschnitte für den 2-Körperzerfall von H^3 und He^3 nur durch den geringen Anteil der Quadrupolübergänge, die bei He^3 stärker sind.

WARREN et al.[2]) bestimmten den Wirkungsquerschnitt unter Benützung einer Ionisationskammer und durch Verwendung der Reaktion $F^{19}(p, \alpha\gamma)O^{16}$ als Gammaquelle ($E_\gamma = 6{,}14$, 6,96 und 7,08 MeV). Der Vergleich mit den Werten der Figur 5 zeigt, dass beim He^3 die Transmission von 1 MeV-Protonen durch die Coulombbarriere praktisch gleich 1 ist. Die Messungen stimmen gut mit den auf Grund des Reziprozitätstheorems umgerechneten Werten für die Umkehrreaktion $H^2(p, \gamma)He^3$ überein[8]).

BERMAN et al.[3]) haben den 2-Körperzerfall von He^3 mit Proton-Deuteron-Koinzidenzen unter $\theta = 90°$ mit CsJ(Tl)-Szintillatoren gemessen. Sie benützten die Bremsstrahlung eines 22 MeV-Betatrons. Die gleiche Messtechnik wurde von FINCKH et al.[4]) mit einem 35 MeV-Betatron angewendet.

STEWART et al.[5]) benützten zur Erzeugung der Gammaquanten einen Linearbeschleuniger, verwendeten Halbleiterdetektoren und bestimmten den Wirkungsquerschnitt durch eine Vergleichsmessung mit Deuterium.



Figur 7

Vergleich der experimentellen und theoretischen Werte von a/b und β. Die durchgezogene Kurve wurde auf Grund der Gunn-Irvingschen Wellenfunktion ($\mu^{-1} = 2{,}5\ F$, $\delta = 0{,}07$) berechnet (vergleiche 3.3.1).

GORBUNOV und VARFOLOMEEV[6]) verwendeten eine mit He^3 gefüllte Nebelkammer in einem Magnetfeld und werteten 22000 Spuren aus. Das Energiemaximum ihres Bremsstrahlungsspektrums lag bei 170 MeV. Mit Ausnahme dieses Experimentes stimmen die verschiedenen Resultate gut überein.

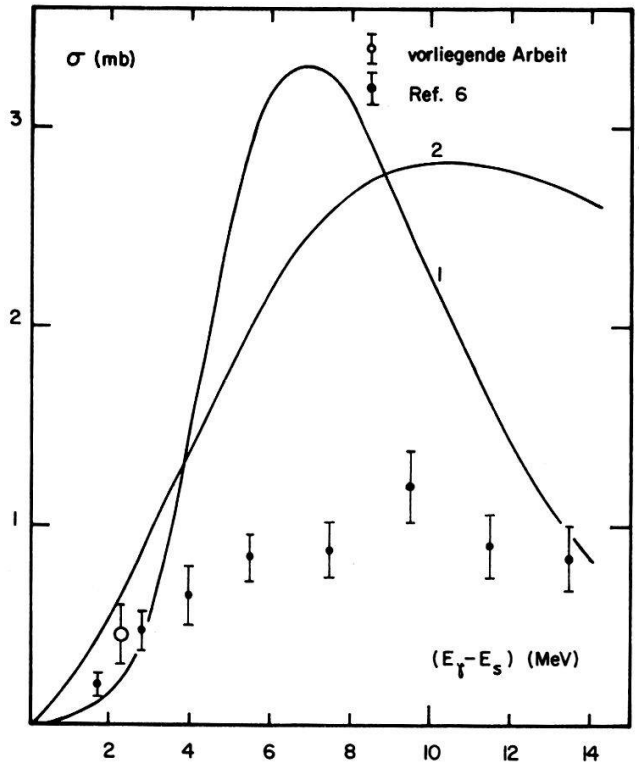
Figur 7 zeigt die Ergebnisse der Winkelverteilungsmessungen. Hier sind die Vergleichsmöglichkeiten geringer. GRIFFITHS et al.[8]) bestimmten die Winkelverteilung der Gammaquanten aus der Reaktion $H^2(p, \gamma)He^3$, CRANBERG[7]) jene der Photoprotonen aus der Reaktion $He^3(\gamma, p)H^2$ (mit Kernphotoplatten). Während GRIFFITHS et al. nur a/b gemessen haben, scheint der von CRANBERG gemessene Wert von $a/b = 0{,}37$ für $E_\gamma - E_s = 13$ MeV viel zu hoch zu sein. Er wurde in der Figur nicht eingetragen. Sein Resultat $\beta = 0{,}8$ für He^3 musste durch 5 dividiert werden, um mit dem entsprechenden Wert für H^3 verglichen werden zu können (vergleiche Formel 19). Die durchgezogene Kurve entspricht wiederum den Berechnungen auf Grund der Gunn-Irvingschen Wellenfunktion (3.3.1).

2.5.2. 3-Körperzerfall

Mit der in Abschnitt 2.3 beschriebenen Methode und unter den dort erwähnten Voraussetzungen ergibt sich für den totalen Wirkungsquerschnitt des 3-Körperzerfalles des H^3-Kerns bei einer Gammaenergie von 2,3 MeV über der Schwelle ($E_s =$ 8,48 MeV)

$$\sigma = (0{,}45 \pm 0{,}15)\ m\ b\,.$$

Die in der Folge von GORBUNOV und VARFOLOMEEV[6]) veröffentlichten Resultate für He^3 sind in Figur 8, zusammen mit berechneten Werten (3.3.2), eingetragen.



Figur 8

Experimentelle und theoretische Werte für den totalen Wirkungsquerschnitt des 3-Körperzerfalles.
Kurve 1: Theoretische Werte (durch einen Faktor 4 dividiert) von DELVES[26]) unter Berücksichtigung einer Wechselwirkung der auslaufenden Teilchen.
Kurve 2: Theoretische Werte von GUNN und IRVING[16]) für eine Wellenfunktion der Form (12) mit $\mu^{-1} = 2{,}5\ F$. Beschreibung des Endzustandes durch 3 ebene Wellen.

Weitere Vergleichsmöglichkeiten existieren zur Zeit nicht. Allerdings lassen die Messungen der Protonenspektren bei der Reaktion $He^3(\gamma, 2\,p)n$ von STEWART et al.[5]) ebenfalls Schlüsse auf den Wirkungsquerschnitt des 3-Körperzerfalles zu. Sie zeigen, dass der Verlauf des Wirkungsquerschnittes, wie er sich aus der Gunn-Irvingschen Wellenfunktion ergibt (Kurve 2), gut übereinstimmt, dass dessen Betrag jedoch um etwa einen Faktor 2 zu hoch ist.

3. Theoretischer Teil

Die in Figur 5, 6 und 7 gezeigten experimentellen Resultate sowie der von JURNEY und MOTZ[9]) gemessene Einfangsquerschnitt für thermische Neutronen durch Deuterium wurden dazu benutzt, eine Wellenfunktion für den Grundzustand der 3-Körperkerne zu finden, die gute Übereinstimmung mit diesen Daten liefert. Mit der so bestimmten Wellenfunktion wurden schliesslich die Formfaktoren und mittleren Ladungsradien von H^3 und He^3 berechnet und mit den entsprechenden Experimenten[10]) verglichen. Die Rechnungen erfolgten auf der CDC-1604 Maschine der ETH.

3.1. *Verwendete Näherung zur Beschreibung des Grundzustandes der 3-Körperkerne*

Unter der Annahme von Tensorkräften verbleiben als gute Quantenzahlen, welche den Grundzustand charakterisieren, der totale Drehimpuls ($J = 1/2$), der totale Isospin ($T = 1/2$) und die Parität (π^+). Dies ermöglicht die Bildung von folgenden Zuständen[19]): ${}^2S_{1/2}$, ${}^2P_{1/2}$, ${}^4P_{1/2}$, ${}^4D_{1/2}$. Eine Klassifikation der daraus sich ergebenden Eigenfunktionen nach ihrem Symmetriecharakter erfolgte durch DERRICK und BLATT[20]). Von den 10 möglichen Anteilen zur Gesamtwellenfunktion kommt aber der überwiegende Beitrag aus dem durch die Zentralkräfte bestimmten ${}^2S_{1/2}$-Zustand, der im folgenden allein berücksichtigt wird. Zur Konstruktion der Eigenfunktionen werden diese als Produkte von Orts- und Spin-Isospinfunktionen angesetzt. Das Pauliprinzip verlangt, dass die Gesamtwellenfunktion antisymmetrisch ist bezüglich der Vertauschung aller Koordinaten (Orts, Spin und Isospin) jedes Nukleonpaares.

Die möglichen Spin-Isospinfunktionen im ${}^2S_{1/2}$-Zustand sind die folgenden[20]):

$$\begin{aligned}
\phi_s &= 2^{-1/2}\,(\chi_2\,\eta_2 + \chi_1\,\eta_1)\\
\phi_a &= 2^{-1/2}\,(\chi_2\,\eta_1 - \chi_1\,\eta_2)\\
\phi_1 &= 2^{-1/2}\,(\chi_2\,\eta_2 - \chi_1\,\eta_1)\\
\phi_2 &= 2^{-1/2}\,(\chi_2\,\eta_1 + \chi_1\,\eta_2)\,,
\end{aligned} \tag{5}$$

$\chi_1, \chi_2, \eta_1, \eta_2$ sind die Spin- beziehungsweise Isospindoublettfunktionen eines 3-Teilchen-Systems. Die Indizes der Funktionen ϕ beziehen sich auf deren Symmetriecharakter: s bedeutet Symmetrie, a Antisymmetrie bezüglich der Vertauschung von Spin und Isospin jedes beliebigen Nukleonpaares. Unter Anwendung eines Vertauschungsoperators P_{ij}, der Spin und Isospin der Nukleonen i und j vertauscht, transformieren sich ϕ_1 und ϕ_2 wie folgt:

$$\begin{aligned}
&P_{23}\,\phi_1 = \phi_1 && P_{12}\,\phi_1 = \frac{1}{2}\,(3^{1/2}\,\phi_2 - \phi_1) && P_{13}\,\phi_1 = -\frac{1}{2}\,(3^{1/2}\,\phi_2 + \phi_1)\\
&P_{23}\,\phi_2 = -\,\phi_2 && P_{12}\,\phi_2 = \frac{1}{2}\,(3^{1/2}\,\phi_1 + \phi_2) && P_{13}\,\phi_2 = -\frac{1}{2}\,(3^{1/2}\,\phi_1 - \phi_2)\,.
\end{aligned} \tag{6}$$

ϕ_s bedingt eine antisymmetrische Ortsfunktion, welche die kinetische Energie des Grundzustandes stark erhöhen würde. Der Anteil einer solchen Beimischung ist sehr gering[21]) und kann vernachlässigt werden.

Die einzig möglichen Ortsfunktionen, welche mit ϕ_a, ϕ_1 und ϕ_2 eine antisymmetrische Wellenfunktion ergeben, sind:

$$\begin{aligned} u_s &= g(123) \\ u_1 &= 6^{-1/2}\,[g(12,3) + g(13,2) - 2\,g(23,1)] \\ u_2 &= 6^{-1/2}\,[g(12,3) - g(13,2)]\,. \end{aligned} \tag{7}$$

Die Funktion $g(123)$ ist völlig symmetrisch in den Ortskoordinaten aller Nukleonen; $g(12,3)$ ist symmetrisch bezüglich der Nukleonen 1 und 2, aber weder symmetrisch noch antisymmetrisch bezüglich der Vertauschung von 1 und 3 oder 2 und 3. Daraus folgt, dass u_1 und u_2 diesselben Symmetrieeigenschaften haben wie ϕ_1 und ϕ_2. Der Zustand, zu dem die symmetrische Ortsfunktion u_s gehört, wird künftig mit S-Zustand bezeichnet, jene mit u_1 und u_2 als S'-Zustand.

Sind die Funktionen ϕ und u orthonormiert, so lässt sich die Gesamtwellenfunktion unter den erwähnten Voraussetzungen wie folgt schreiben:

$$\psi = (1 + \delta^2)^{-1/2} \left[u_s \cdot \phi_a + \frac{\delta}{\sqrt{2}}\,(u_1\,\phi_2 - u_2\,\phi_1) \right]. \tag{8}$$

Der Parameter δ misst die Beimischung des S'-Zustandes. Es ist zu erwarten, dass δ in der Grössenordnung von wenigen Prozenten liegt[19]).

3.2. *Ansätze für die Ortsfunktionen u_s, u_1 und u_2*

Die bisher zur Berechnung des Kernphotoeffektes benutzten vollsymmetrischen Ortsfunktionen u_s entsprechen stets einfachen Variationsfunktionen, wie sie zur theoretischen Bestimmung der Bindungsenergie der 3-Körperkerne verwendet werden. Es handelt sich dabei um die folgenden Ansätze:

$$u_s = N_s \exp\,[-\,\mu^2 \sum_{i>j} r_{ij}^2] \qquad \text{VERDE}^{17}) \tag{9}$$

$$u_s = N_s \sum_{K=1,2} A_k \exp\,[-\,\mu_k^2 \sum_{i>j} r_{ij}^2] \qquad \text{EICHMANN}^{1}) \tag{10}$$

$$u_s = N_s \exp\,[-\,\mu\,(\sum_{i>j} r_{ij}^2)^{1/2}] \qquad \text{ROSSETTI}^{22}) \tag{11}$$

$$u_s = N_s \exp\,[-\,\mu\,(\sum_{i>j} r_{ij}^2)^{1/2}]\,/\,(\sum_{i>j} r_{ij}^2)^{1/2}\,, \qquad \text{GUNN-IRVING}^{16}) \tag{12}$$

r_{ij} bedeutet die Distanz zwischen den Nukleonen i und j, μ ist ein Parameter, der im wesentlichen die Grösse der Kerne bestimmt. Die Gaußsche Funktion (9) besitzt den Vorteil, dass die zur Berechnung der Matrixelemente auftretenden Integrale leicht durchzuführen sind. Die relativ schlechten Resultate, welche mit diesem Ansatz erzielt werden, lassen sich durch das asymptotische Verhalten der Gesamtwellenfunktion erklären, die für grosse Nukleonenabstände eine zu kleine Aufenthaltswahrschein-

lichkeit liefert. Nimmt man zwischen je 2 Nukleonen ein Yukawa-Potential an, so ist die Beschreibung der Eigenfunktion durch eine Gaussfunktion eine schlechte Näherung[23]). Eine Korrektur wurde von EICHMANN[1]) (10) vorgenommen durch Überlagerung von 2 Gaussfunktionen, wovon die eine mit einer grossen Halbwertsbreite das asymptotische Verhalten etwas ändert. Die beiden andern Ansätze (11) und (12) stellen eine weitere Verbesserung dar, wenngleich die Integrationen etwas umständlicher werden.

In einer Arbeit zur Interpretation der Formfaktormessungen[10]) hat SCHIFF[24]) einen Exponentialansatz der Form

$$u_s = N_s \exp\left[-\mu \sum_{i>j} r_{ij}\right]$$

verwendet. Dieser wird in der Folge nicht weiter berücksichtigt, da er aus integrationstechnischen Gründen zur Berechnung des Kernphotoeffektes ungeeignet ist und auch bei den Formfaktoren nicht allzu gute Übereinstimmung erbrachte.

Die Wahl von u_s bestimmt im wesentlichen auch die Funktionen u_1 und u_2. Es ist naheliegend, die mathematische Form von $g(12,3)$, $g(13,2)$ und $g(23,1)$ in (7) entsprechend jener von $g(123)$ zu wählen unter Berücksichtigung der geforderten Symmetriebedingungen. Somit ergeben sich mit den Ansätzen (9) bis (12) die folgenden Funktionen:

$$g(12,3) = N_s \exp\left[-\mu^2 (r_{13}^2 + r_{23}^2) - \nu^2 r_{12}^2\right] \tag{9'}$$

$$g(12,3) = N_s \sum_{K=1,2} A_k \exp\left[-\mu_k^2 (r_{13}^2 + r_{23}^2) - \nu_k^2 r_{12}^2\right] \tag{10'}$$

$$g(12,3) = N_s \exp\left[-(\mu^2 r_{13}^2 + \mu^2 r_{23}^2 + \nu^2 r_{12}^2)^{1/2}\right] \tag{11'}$$

$$g(12,3) = N_s \exp\left[-(\mu^2 r_{13}^2 + \mu^2 r_{23}^2 + \nu^2 r_{12}^2)^{1/2}\right] / \left(\sum_{i>j} r_{ij}\right)^{1/2}, \tag{12'}$$

r ist ebenfalls ein Grössenparameter. Die Differenz $\varepsilon = \mu - \nu$ berücksichtigt die Verzerrung des aus den 3 Nukleonen gebildeten Dreiecks auf Grund der geforderten Symmetriebedingungen (7). Die beiden Parameter μ und ν sind nur wenig verschieden[24]), so dass in den Rechnungen die Glieder mit ε^2 vernachlässigt werden. Somit ergibt sich zum Beispiel für die Gunn-Irvingsche Funktion (12):

$$u_1 = N_1 \cdot \varepsilon \cdot \frac{r_{12} + r_{13}^2 - 2\, r_{23}^2}{\left(\sum_{i>j} r_{ij}^2\right)^{1/2}} \cdot u_s$$

$$u_2 = N_2 \cdot \varepsilon \cdot \frac{r_{12}^2 - r_{13}^2}{\left(\sum_{i>j} r_{ij}^2\right)^{1/2}} \cdot u_s\,. \tag{13}$$

Die durchgeführten Reihenentwicklungen bewirken, dass ε aus dem Exponenten verschwindet und als normaler Produktfaktor auftritt. Da

$$\int u_1^2\, d^3 r_i = \int u_2^2\, d^3 r_i = 1\,,$$

hebt sich ε bei der Normierung weg.

3.3. *Berechnung des Kernphotoeffektes*

3.3.1. 2-Körperzerfall

In einer ausführlichen Arbeit hat EICHMANN[1]) den Photoeffekt an den Kernen der Masse 3 berechnet, wobei im Gegensatz zu andern, zum Teil älteren Rechnungen[16])[17])[22]) folgende Verbesserungen vorgenommen wurden:

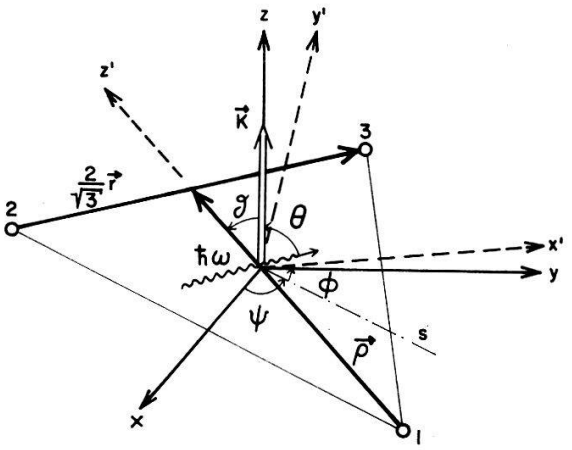
- Berechnung der möglichen Übergänge aus dem S'-Zustand.
- Berücksichtigung der elektrischen Quadrupol- und magnetischen Dipolübergänge.
- Abschätzung des Einflusses der Wechselwirkung zwischen den auslaufenden Teilchen auf den totalen Wirkungsquerschnitt. Dieser Einfluss erweist sich gegenüber den Unsicherheiten in der Wahl der Ortsfunktionen und ihrer Parameter als geringfügig und wird im folgenden vernachlässigt.

Es ist zweckmässig, für die Rechnungen die Ortsfunktionen im Schwerpunktsystem der 3 Nukleonen zu beschreiben und folgende Koordinaten zu benutzen (Figur 9):

$$\boldsymbol{\varrho} = -\boldsymbol{r}_1 + \frac{1}{2}(\boldsymbol{r}_2 + \boldsymbol{r}_3)$$

$$\boldsymbol{r} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot (\boldsymbol{r}_3 - \boldsymbol{r}_2) \tag{14}$$

Das aus den 3 Nukleonen gebildete Dreieck liegt in der (y', z')-Ebene, wobei $\boldsymbol{\varrho}$ in Richtung der z'-Achse weist. Die Eulerschen Winkel ψ, φ, ϑ fixieren die Lage des Dreiecks gegenüber dem raumfesten (x, y, z)-System. Der Wellenvektor $\boldsymbol{k}$ des auslaufenden Nukleons 1 ist parallel zur z-Achse und bildet mit dem einfallenden Gammastrahl den Winkel Θ.



Figur 9

Verwendetes Koordinatensystem zur Berechnung des Kernphotoeffektes

Das Volumenelement lautet in diesen Koordinaten:

$$d\tau = d\boldsymbol{r}\, d\boldsymbol{\varrho} = \varrho^2 \cdot r^2 \cdot d\varrho \cdot dr \cdot d\lambda \cdot d(\cos\vartheta)\, d\varphi\, d\psi$$

$$\lambda = \cos(\boldsymbol{\varrho}, \boldsymbol{r}) \,. \tag{15}$$

Zur Berechnung des Hamiltonoperators wird das Vektorpotential der Gammaquanten im raumfesten (x, y, z)-System nach Multipolen entwickelt und je nach Paritätseigenschaft in einen magnetischen und einen elektrischen Anteil zerlegt. Die Operatoren werden dann auf die Wellenfunktion im Grundzustand (8) angewendet. Die Beschreibung des Endzustandes erfolgt durch einen Produktansatz:

$$u_f = f\left(\frac{2}{3}\, r\right) \cdot F(\boldsymbol{\varrho})\,, \tag{16}$$

$f(2/3\, r)$ ist die im Raume $\boldsymbol{r}$ normierte Deuteronwellenfunktion. Für die vorliegenden Rechnungen wird $f = N_0\, e^{-\gamma r}/r$ gesetzt, während EICHMANN[1]) eine Approximation der Deuteronfunktion von HULTHEN und SUGAWARA[25]) durch 2 Gaussfunktionen benutzte.

$F(\boldsymbol{\varrho})$ beschreibt das auslaufende Nukleon und wird nach Legendre-Polynomen entwickelt

$$F(\boldsymbol{\varrho}) = \sum_{l=0}^{\infty} (-i)^l\, [4\,\pi\,(2\,l+1)]^{1/2} \cdot \frac{\chi_l(k\,\varrho)}{k\,\varrho} \cdot Y_{l,0}(\vartheta) \tag{17}$$

$$\frac{\chi_l(k\,\varrho)}{k\,\varrho} = j_l(k\,\varrho) \qquad \text{(sphärische Besselfunktion)}$$

Mit diesen Voraussetzungen ergibt sich für den differentiellen Wirkungsquerschnitt des 2-Körperzerfalles bei einer Gammaenergie von $\hbar\,\omega$:

$$\begin{aligned}\frac{d\sigma}{d\Omega} = {} & \frac{512\,\pi^3}{9\sqrt{3}}\, \frac{M}{\hbar}\, \omega\, k\, \frac{(\mu_p - \mu_n)^2}{\hbar\, c}\, \delta^2\, |A_{s'}^{MD}|^2 \\ & + \frac{128}{27\sqrt{3}}\, \frac{M}{\hbar}\, \frac{\omega}{k}\, \frac{e^2}{\hbar\, c}\, \sin^2\theta \Big[|A_s^{ED}|^2 + \sqrt{2}\, \delta\, \mathrm{Re}\,(A_s^{ED}\, A_{s'}^{ED*}) \\ & + (-1)^t\, \frac{\omega}{3\,c}\, \cos\theta\, \mathrm{Re}\,(A_s^{ED} \cdot A_s^{EQ*}(t)) + \frac{1}{2}\, \{1 + (-1)^t\} \left(\frac{\omega}{6\,c}\right)^2 \cos^2\theta\, |A_s^{EQ}(t)|^2 \Big]\,.\end{aligned} \tag{18}$$

t ist die Ladungszahl der Kerne ($t = 1$ für H^3, $t = 2$ für He^3), M die Nukleonenmasse, μ_p und μ_n das magnetische Moment des Protons beziehungsweise Neutrons.

A_s^{ED}, $A_{s'}^{ED}$ und A_s^{EQ} bestimmen die Anteile der elektrischen Dipolübergänge aus dem S- beziehungsweise S'-Zustand sowie die elektrischen Quadrupolübergänge aus dem S-Zustand. $A_{s'}^{MD}$ beschreibt die magnetischen Dipolübergänge aus dem S'-Zustand. (Es gibt keine aus dem S-Zustand[17]).) Ohne Kenntnis der Ortsfunktionen u_s, u_1 und u_2 lassen sich obige Grössen wie folgt schreiben:

$$\begin{aligned} A_s^{ED} &= \int f^*\, \chi_1^*\, u_s\, \varrho^2\, r^2\, d\varrho\, dr\, d\lambda \\ A_{s'}^{ED} &= \int f^*\, \chi_1^*\, (u_1\, \varrho + u_2\, \lambda\, r)\, \varrho\, r^2\, d\varrho\, dr\, d\lambda \\ \left.\begin{matrix} A_s^{EQ}(1) \\ A_s^{EQ}(2) \end{matrix}\right| &= \int f^*\, \chi_2^* \left\{\begin{matrix} \varrho^2 + \frac{3}{2}\, r^2(3\,\lambda^2 - 1) \\ 5\,\varrho^2 + \frac{3}{2}\, r^2(3\,\lambda^2 - 1) \end{matrix}\right\} \varrho\, r^2\, d\varrho\, dr\, d\lambda \\ A_{s'}^{MD} &= \int f^*\, \chi_0^*\, u_1\, \varrho^2\, r^2\, d\varrho\, dr\, d\lambda\,. \end{aligned} \tag{19}$$

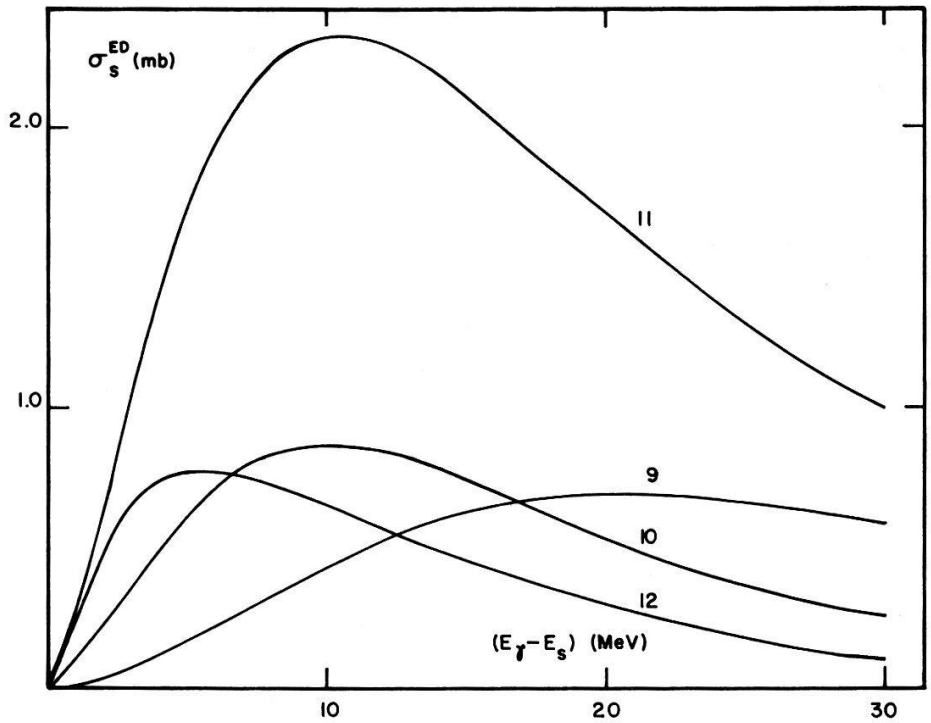
In den Integralen zur Berechnung von $A_s^{EQ}(t)$ verschwinden bei den Ansätzen (9) bis (12) beziehungsweise (9′) bis (12′) für die Ortsfunktionen die Terme $\sim (3\,\lambda^2 - 1)$, so dass $A_s^{EQ}(2) = 5\,A_s^{EQ}(1)$. Aus (18) ist ersichtlich, dass der überwiegende Beitrag zum totalen Wirkungsquerschnitt aus den elektrischen Dipolübergängen des S-Zustandes erfolgt, da die anderen Terme entweder proportional zu δ oder δ^2 sind oder aber bei der Integration über den Raumwinkel verschwinden. Um einen Überblick zu gewinnen, sind in Figur 10 die verschiedenen σ_s^{ED} aufgetragen, wie sie sich aus (18) für die Ansätze (9) bis (12) von u_s ergeben.

$$\sigma_s^{ED} = \frac{8\,\pi}{3} \cdot \frac{128}{27\sqrt{3}} \cdot \frac{M}{\hbar} \cdot \frac{\omega}{k} \cdot \frac{e^2}{\hbar\,c}\,|A_s^{ED}|^2\,. \tag{20}$$

Die Parameter μ wurden dabei so gewählt, dass die Coulombenergie der beiden (als punktförmig angenommenen) Protonen im He^3-Kern

$$E_c = e^2 \int \frac{1}{r_{12}}\,u_s^2\,d\tau \tag{21}$$

der Differenz der Bindungsenergie von H^3 und He^3 von 0,77 MeV entspricht. Die Coulombenergie erfährt durch die Berücksichtigung des S'-Zustandes wegen der Orthogonalität von u_s, u_1 und u_2 nur eine kleine Änderung. Für die Funktionen der Gleichung (10) wurden die Parameter der Arbeit von EICHMANN[1]) entnommen, die auch eine Anpassung an andere Grössen (zum Beispiel Bindungsenergie) darstellen. Zur Veranschaulichung sind auch die dazugehörigen quadratisch gemittelten Kernradien $\langle r^2 \rangle^{1/2}$ aufgeführt.



Figur 10

Totaler Wirkungsquerschnitt σ_s^{ED}, berechnet auf Grund der verschiedenen Ansätze von u_s. Die angegebenen Nummern beziehen sich auf die Gleichungen (9) bis (12). Die verwendeten Parameter entsprechen jenen der Tabelle 1.

Tabelle 1

Grössenparameter für die verschiedenen Ansätze für u_s, für welche die Coulombenergie der beiden Protonen im He^3-Kern 0,77 MeV beträgt, sowie die dazugehörigen quadratisch gemittelten Kernradien

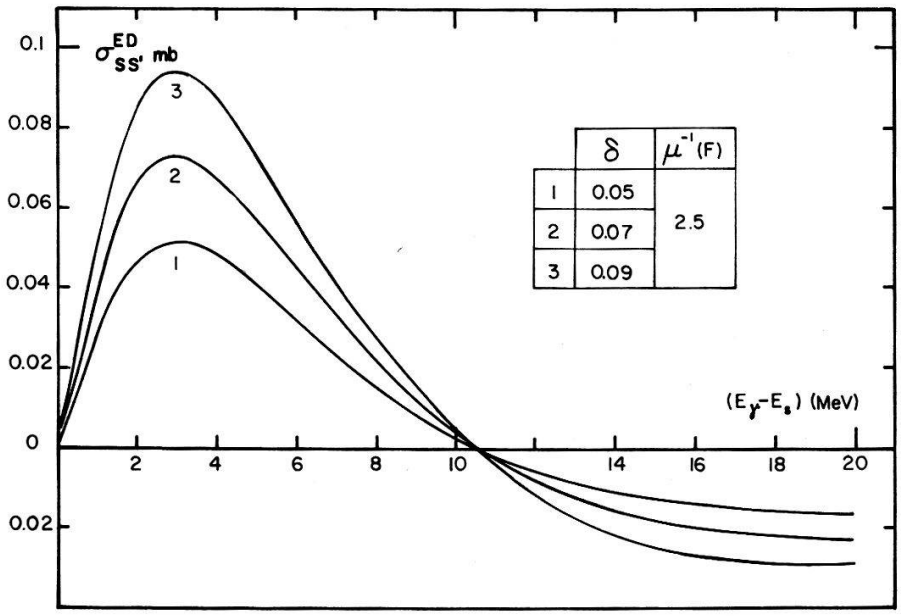
Ansatz für u_s	Grössenparameter	$\langle r^2 \rangle^{1/2}$
VERDE (9)	$\mu^{-1} = 3{,}68\ F$	$1{,}50\ F$
EICHMANN (10)	$\mu_1^{-1} = 2{,}58\ F$	
	$\mu_2^{-1} = 5{,}35\ F$	$1{,}71\ F$
	$(A_2/A_1 = 0{,}15)$	
ROSSETTI (11)	$\mu^{-1} = 1{,}57\ F$	$1{,}70\ F$
GUNN-IRVING (12)	$\mu^{-1} = 2{,}6\ F$	$1{,}94\ F$

Aus dem Vergleich von σ_s^{ED} (Figur 10) mit den experimentellen Werten der Figuren 5 und 6 folgt, dass die Gunn-Irvingsche Funktion (12), (12′) beziehungsweise (13) zur Berechnung des Kernphotoeffektes am besten geeignet ist. Durch Variation der Parameter bei den übrigen Funktionen können wohl die Höhe oder die Lage des Maximums an die experimentellen Werte angepasst werden, aber nicht beide zusammen. Die in Figur 11 und 12 aufgetragenen Resultate wurden mit der Gunn-Irvingschen Wellenfunktion berechnet unter Variation der Parameter μ und δ. Die entsprechenden Grössen ergeben sich aus (18):

$$\sigma_{ss'}^{ED} = \sqrt{2}\ \delta \left| \frac{A_{s'}^{ED}}{A_s^{ED}} \right| \cdot \sigma_s^{ED} \tag{22}$$

$$\sigma_s^{EQ} = \frac{1}{180} \cdot \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \cdot \left| \frac{A_s^{EQ}}{A_s^{ED}} \right| \sigma_s^{ED} \tag{23}$$

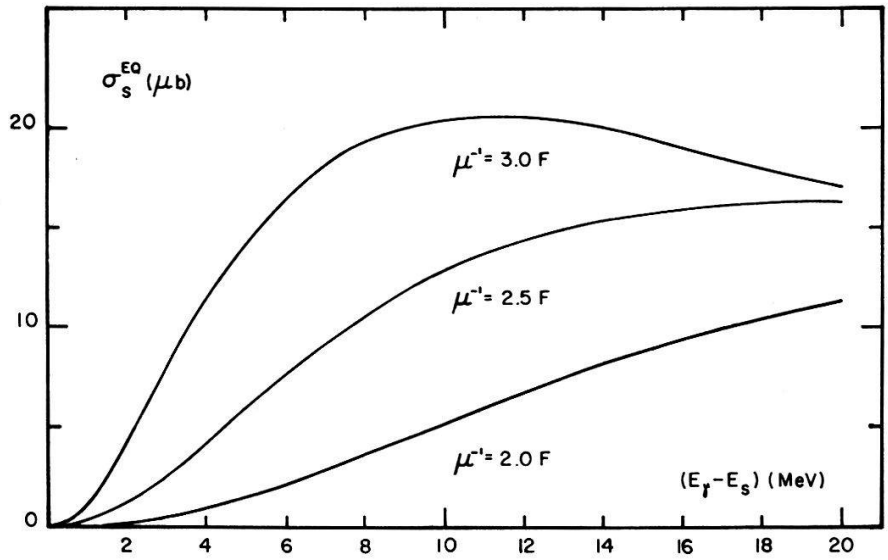
$$= 0 \text{ für } H^3(\gamma, n)\, H^2 \text{ gemäss (18).}$$



Figur 11

Beitrag des Interferenzterms der elektrischen Dipolübergänge aus dem S- und S'-Zustand zum Gesamtwirkungsquerschnitt, berechnet mit der Gunn-Irvingschen Wellenfunktion.

Die experimentellen Resultate (Figur 5 und 6) lassen sich gut erklären, wenn man bei der Berechnung von $\sigma^{ED} = \sigma_s^{ED} + \sigma_{ss'}^{ED}$ für die Zuordnung der Parameter μ und δ die in Figur 14 eingezeichneten Grenzen einhält. σ^{ED} ist wegen der relativen Kleinheit von $\sigma_{ss'}^{ED}$ auf Änderungen von δ ziemlich unempfindlich.



Figur 12

Beitrag der elektrischen Quadrupolübergänge zum Gesamtwirkungsquerschnitt der Reaktion $He^3(\gamma, p)H^2$, berechnet mit der Gunn-Irvingschen Wellenfunktion

Ein Vergleich mit den Messungen der Winkelverteilung (Figur 7) wird möglich durch Umformung des Ausdruckes (18) zur Bestimmung der Koeffizienten in Gleichung (4):

$$\frac{a}{b} = 12\pi \left(\frac{\mu_p - \mu_n}{e}\right)^2 \cdot k^2 \cdot \delta^2 \left|\frac{A_{s'}^{MD}}{A_s^{ED}}\right|^2 \left(1 + \sqrt{2}\,\delta \left|\frac{A_{s'}^{ED}}{A_s^{ED}}\right|\right)^{-1} \tag{24}$$

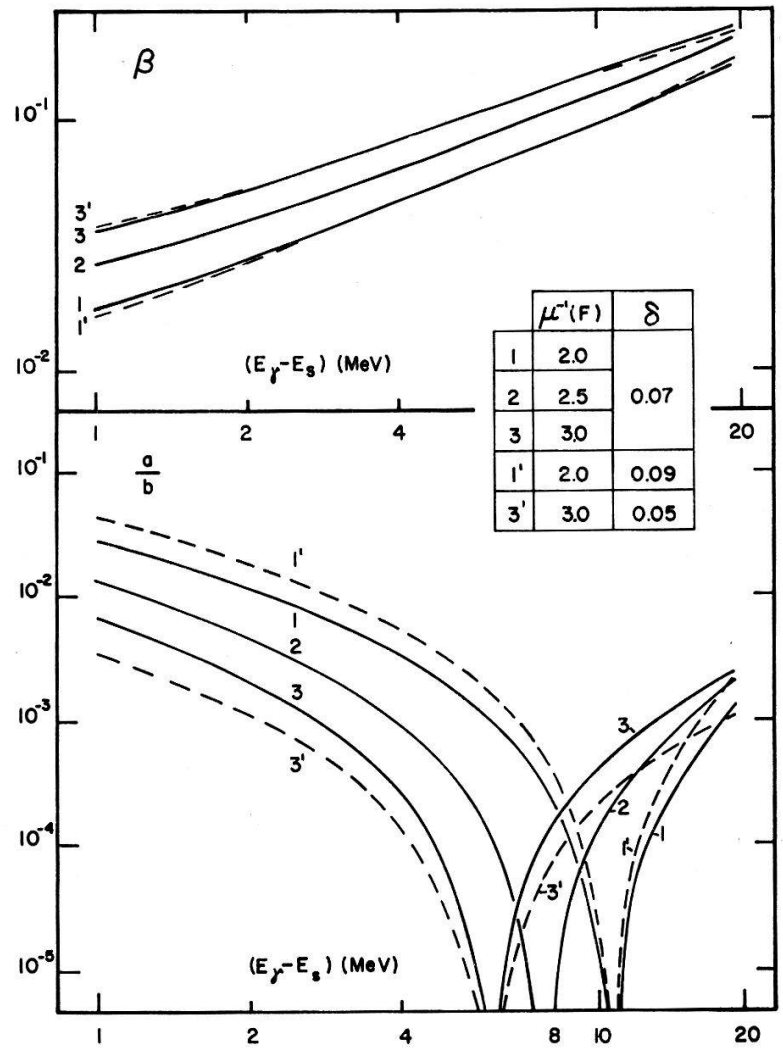
$$\beta = \frac{\omega}{3\,c} \frac{A_s^{EQ}}{A_s^{ED}} \left(1 + \sqrt{2}\,\delta \left|\frac{A_{s'}^{ED}}{A_s^{ED}}\right|\right)^{-1}. \tag{25}$$

Figur 13 zeigt die mit der Gunn-Irvingschen Wellenfunktion berechneten Werte, wobei wiederum die Parameter variiert wurden. Aus Figur 14 sind die mit den experimentellen Daten von $d\sigma/d\Omega$ verträglichen Parameterzuordnungen ersichtlich. Die Quadrupolübergänge (β) sind praktisch unabhängig von δ, hingegen ist a/b auf Änderungen von μ und δ etwa gleichermassen empfindlich.

Von den übrigen Ansätzen für die Ortsfunktionen ergeben (10), (10′) die beste Übereinstimmung. Sie ist aber bereits bedeutend schlechter als jene mit der Gunn-Irvingschen Funktion. Für a/b lässt sich zum Beispiel der Kurvenverlauf an die experimentellen Werte anpassen, wobei dann aber die absoluten Grössen zu klein herauskommen.

Das Reziprozitätstheorem liefert einen Zusammenhang zwischen dem magnetischen Dipolübergang $\sigma_{s'}^{MD}$ und dem Einfangsquerschnitt σ_e^{MD} von thermischen Neutronen durch Deuterium[17])

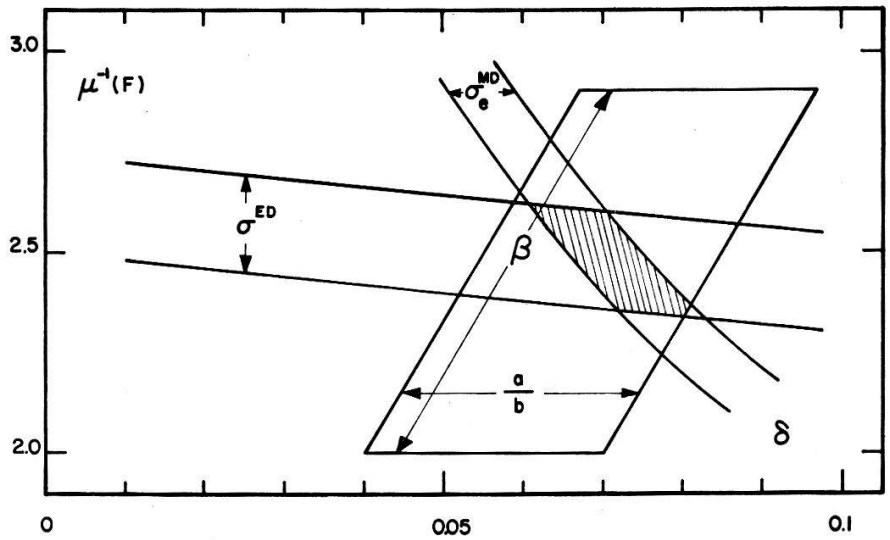
$$\sigma_e^{MD} = \frac{2}{3} \left(\frac{\omega}{c\,k}\right)^2 \sigma_{s'}^{MD}. \tag{26}$$



	μ^{-1}(F)	δ
1	2.0	0.07
2	2.5	
3	3.0	
1'	2.0	0.09
3'	3.0	0.05

Figur 13

Winkelverteilung der Photoneutronen der Reaktion $H^3(\gamma, n)H^2$, berechnet mit der Gunn-Irvingschen Wellenfunktion



Figur 14

Mögliche Parameterzuordnungen von μ^{-1} und δ für die verschiedenen experimentellen Resultate, berechnet mit der Gunn-Irvingschen Wellenfunktion. Die beste Zuordnung liegt im schraffierten Gebiet, wo sich alle Parameterflächen überdecken, und ergibt $\mu^{-1} = 2{,}5\ F$, $\delta = 0{,}07$.

Da für thermische Neutronen $k \to 0$, ist es zweckmässig, folgendes Produkt zu bilden:

$$v_n \cdot \sigma_e^{MD} = \frac{\hbar\,\omega^2}{M \cdot k \cdot c^2}\,\sigma_{s'}^{MD}\,, \tag{27}$$

$v_n = \frac{3}{2} \cdot \frac{\hbar\,k}{M}$ ist die Neutronengeschwindigkeit.

Der Ausdruck (27) bleibt somit wegen $\sigma_{s'}^{MD} \sim k$ (vergleiche (18)) auch für $k \to 0$ endlich. JURNEY und MOTZ[9]) haben für thermische Neutronen ($v_n = 2200$ m sec^{-1}) folgenden Wert gemessen: $\sigma_e^{MD} = (0{,}60 \pm 0{,}05)\ m\,b$. Daraus folgt

$$v_n \cdot \sigma_e^{MD} = (1{,}32 \pm 0{,}11)\ 10^{-22}\ \mathrm{cm}^3\ \mathrm{sec}^{-1}.$$

Figur 14 zeigt den mit dem experimentellen Fehler des Wertes von $\sigma_e^{MD} \cdot v_n$ verträglichen Bereich für die mögliche Zuordnung von μ und δ, berechnet mit der Gunn-Irvingschen Wellenfunktion. Für die Bestimmung von μ und δ kommt daher nur jenes Gebiet in Frage, das durch alle Parameterflächen (σ^{ED}, a/b, β, $v_n\,\sigma_e^{MD}$) überdeckt wird. Die beste Zuordnung ergibt sich mit

$$\mu^{-1} = 2{,}5\ F \qquad \delta = 0{,}07\,. \tag{28}$$

3.3.2. 3-Körperzerfall

Auch hier kommt der Hauptanteil zum Wirkungsquerschnitt aus den elektrischen Dipolübergängen des S-Zustandes, während magnetische Dipolübergänge nur aus dem S'-Zustand möglich sind. Gegenüber dem 2-Körperzerfall tritt hier eine zusätzliche Schwierigkeit auf, indem die Beschreibung des Endzustandes (3 freie Nukleonen) ohne Berücksichtigung einer Wechselwirkung eine schlechte Näherung darstellt. Beim $E\,1$-Übergang erhält das Proton einen Drehimpuls $l = 1$ gegenüber dem Schwerpunkt der beiden Neutronen, die als S-Welle auslaufen. Bei Annahme eines Serber-Potentials wäre somit zumindest eine Neutron-Neutron-Wechselwirkung zu berücksichtigen. Ein Produktansatz für die Ortsfunktionen des Endzustandes, wie er von GUNN und IRVING[16]) und VERDE[17]) benutzt wurde, ist deshalb eine schlechte Näherung. Mit einem andern Ansatz für die Ortsfunktion des Grundzustandes des H^3-Kerns hat DELVES[26]) eine Wechselwirkung (Wigner-Potential) zwischen den auslaufenden Nukleonen berücksichtigt. Die Übereinstimmung wird dadurch keineswegs besser, da die Wirkungsquerschnitte bei kleinen Gammaenergien erhöht und das Maximum nach unten verschoben wird (Figur 8). Zuverlässige Schlüsse aus den Messungen des 3-Körperzerfalles auf die Wellenfunktion des Grundzustandes lassen sich beim gegenwärtigen Stand der Theorie nicht ziehen.

3.4. *Vergleich mit den Resultaten der Experimente über Elektronenstreuung an H^3 und He^3*

Die Analyse der Formfaktormessungen an H^3 und He^3 [27]) bieten eine Prüfmöglichkeit für die Gunn-Irvingsche Wellenfunktion mit den aus dem Kernphotoeffekt bestimmten Parametern. SCHIFF[24]) hat in seiner Arbeit diese Wellenfunktion nicht berücksichtigt. Sind $\boldsymbol{r}_i$ die Ortsvektoren der Schwerpunkte der 3 Nukleonen, so ist

die Ladungsdichte der 3-Körperkerne an einem beliebigen Punkt mit dem Ortsvektor $\boldsymbol{r}$ unter Vernachlässigung gegenseitiger Beeinflussung der Nukleonen:

$$\varrho(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{r}_i) = \sum_{i=1}^{3} \left[\frac{1}{2} (1 + \tau_{iz}) \cdot \varrho^p(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_i) + \frac{1}{2} (1 - \tau_{iz}) \cdot \varrho^n(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_i) \right], \tag{29}$$

$\varrho^p(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_i)$ und $\varrho^n(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_i)$ sind die räumlichen Ladungsdichten des Protons und des Neutrons, τ_{iz} die z-Komponente des Isospinvektors. Somit ergibt sich für die Ladungsformfaktoren:

$$\begin{aligned} F_{ch}(\mathrm{H}^3) &= \iint e^{i\boldsymbol{q}\boldsymbol{r}} \psi^* \varrho_{\mathrm{H}^3} \psi \, d^3r \, d^3r_i \\ 2\, F_{ch}(\mathrm{He}^3) &= \iint e^{i\boldsymbol{q}\boldsymbol{r}} \psi^* \varrho_{\mathrm{He}^3} \psi \, d^3r \, d^3r_i \,, \end{aligned} \tag{30}$$

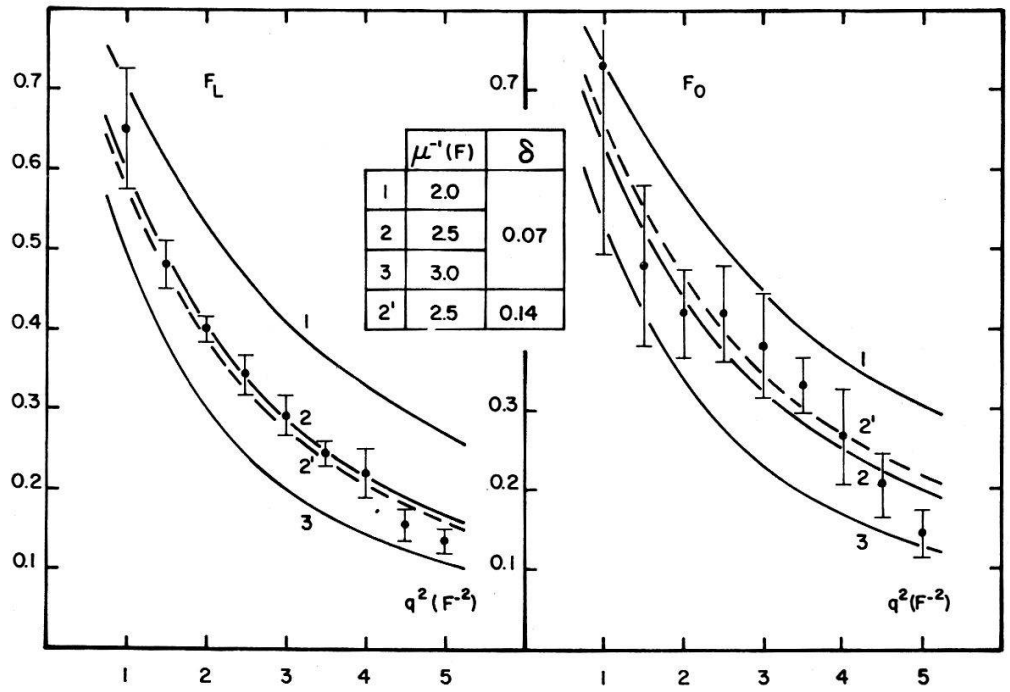
$\hbar\, q$ ist das übertragene Moment.

In diesen Integralen sind wegen ϱ^p und ϱ^n die Ladungsformfaktoren F^p_{ch} und F^n_{ch} des Protons und des Neutrons enthalten. Obige Ausdrücke lassen sich wie folgt schreiben[24]):

$$\begin{aligned} F_{ch}(\mathrm{H}^3) &= 2\, F^n_{ch} \cdot F_L + F^p_{ch} \cdot F_0 \\ 2\, F_{ch}(\mathrm{He}^3) &= 2\, F^p_{ch} \cdot F_L + F^n_{ch} \cdot F_0 \,. \end{aligned} \tag{31}$$

F_L und F_0 berücksichtigen die räumliche Verteilung der gleichen beziehungsweise ungleichen Nukleonen.

Ganz analoge Beziehungen lassen sich auch für die Formfaktoren der magnetischen Momente herleiten, so dass genügend Gleichungen vorhanden sind, um bei bekannten



Figur 15

Vergleich zwischen den experimentellen und theoretischen Formfaktoren F_L und F_0 (31). Die Berechnungen erfolgten mit der Gunn-Irvingschen Wellenfunktion. Die experimentellen Werte entstammen der Arbeit von SCHIFF et al.[27]).

F_{ch}^{p} neben F_L und F_0 auch die Ladungsformfaktoren des Neutrons zu bestimmen[27]). Setzt man

$$F_1 = \frac{1}{3} F_0 + \frac{2}{3} F_L , \qquad F_2 = F_0 - F_L , \tag{32}$$

so folgt für die Gunn-Irvingsche Wellenfunktion

$$F_1(q) = \frac{4}{3} \cdot \frac{1+2\,w^{1/2}}{[1+w^{1/2}]^2}\, w^{-3/2}$$

$$F_2(q) = \frac{8}{3} \cdot \frac{q^2}{4\,\mu^2} \cdot \frac{\delta}{\sqrt{10}}\, w^{-3/2}\,[1 + w^{1/2}]^{-2} \cdot \left[\frac{1+2\,w^{1/2}}{w} + \frac{2}{3}\,\frac{1}{1+w^{1/2}}\right]$$

$$w = 1 + \frac{2\,q^2}{36\,\mu^2} . \tag{33}$$

In Figur 15 sind F_L und F_0, wie sie aus den Messungen ermittelt wurden[27]), aufgetragen. Die durchgezogenen Kurven wurden mit den Formeln (33) gerechnet. Für $\mu^{-1} = 2{,}5\,F$ und $\delta = 0{,}07$ ist auch hier, vor allem mit F_L die Übereinstimmung gut.

Relativ einfache Beziehungen bestehen zwischen den quadratisch gemittelten Ladungsradien $\langle r_{ch}^2 \rangle^{1/2}$ und den Ladungsformfaktoren einerseits und den Ortsfunktionen der Gleichung (8) anderseits[28]).

$$F_{ch} = 1 - \frac{1}{6}\, q^2 \langle r_{ch}^2 \rangle \qquad q^2 \langle r_{ch}^2 \rangle \ll 1 \tag{34}$$

$$\langle r_{ch}^2 \rangle = \frac{2}{9}\, I_1 - \frac{1}{9}(I_2 + I_3) \text{ für } H^3$$

$$\langle r_{ch}^2 \rangle = \frac{2}{9}\, I_1 + \frac{2}{9}(I_2 + I_3) \text{ für } He^3 \tag{35}$$

$$I_1 = \int \left[u_s^2 + \frac{\delta^2}{2}\,(u_1^2 + u_2^2)\,(\varrho^2 + r^2)\right] d\tau$$

$$I_2 = \frac{\delta}{\sqrt{2}} \int u_s \cdot u_1 \cdot (\varrho^2 - r^2)\, d\tau$$

$$I_3 = \sqrt{2}\,\delta \int u_s \cdot u_2 \cdot (\boldsymbol{\varrho} \cdot \boldsymbol{r})\, d\tau . \tag{36}$$

Tabelle 2

Experimentelle und theoretische Werte für $\langle r_{ch}^2 \rangle^{1/2}$

$\langle r_{ch}^2 \rangle^{1/2}$ [F] ↘	Experiment Ref.[10])	Experiment Ref.[29])	Theorie: Gunn-Irvingsche Wellenfunktion $\delta = 0 \leftarrow \mu^{-1} = 2{,}5\,F \rightarrow \delta = 0{,}07$		Theorie: Gaussfunktion $\mu^{-1} = 3{,}68\,F, \delta = 0{,}187$ *)
H^3	1,69 ± 0,10	1,74 ± 0,05	1,86	1,82	1,44
He^3	1,97 ± 0,10	1,87 ± 0,05	1,86	1,97	1,61

*) Diese Parameter wurden von SCHIFF[24]) erhalten durch die beste Anpassung einer Gaussfunktion (9) bei den Formfaktoren.

In Tabelle 2 sind die experimentellen und theoretischen Werte für $\langle r_{ch}^2 \rangle^{1/2}$ angegeben. Bei den 2 aufgeführten experimentellen Werten handelt es sich um 2 verschiedene Auswertungen derselben Messung.

Kürzlich von JOHANSSON[30]) publizierte Ergebnisse von Messungen inelastischer Elektronenstreuung an H^3 und He^3 zeigen, dass auch hier die Gunn-Irvingsche Funktion den Ansätzen (9) und (11) überlegen ist[31]). (Die dort verwendeten Parameter sind $\mu^{-1} = 2{,}6\ F$ und $\delta = 0$.)

3.5. *Summenregeln*

Die Summenregeln gestatten es, die Integrale $\sigma^{\text{int}} = \int_0^\infty \sigma(E) \cdot dE$ und $\sigma^b = \int_0^\infty (\sigma(E)/E)\, dE$, welche auf Grund der theoretischen und experimentellen Wirkungsquerschnitte für den 2- und 3-Körperzerfall bestimmt sind, mit Werten zu vergleichen, die auf völlig andere Weise berechnet werden.

3.5.1. Summenregeln von LEVINGER und BETHE

Eine von LEVINGER und BETHE[32]) abgeleitete Beziehung für den integrierten Wirkungsquerschnitt für $E1$-Übergänge beim Kernphotoeffekt gründet auf der Thomas-Reiche-Kuhn-Regel, welche für Atomelektronen gilt. Modifiziert man diese Regel für Nukleonen unter Berücksichtigung ihrer effektiven Ladungen, so folgt für die 3-Körperkerne

$$\sigma^{\text{int}} = \int_0^\infty \sigma^{ED}(E)\, dE = \frac{2\,\pi^2\,\hbar\,e^2}{M\,c} \cdot \frac{N\,Z}{A} = \frac{4\,\pi^2\,\hbar\,e^2}{3\,M\,c}. \tag{37}$$

Diese Beziehung gilt unter der Annahme reiner Zentralkräfte zwischen den Nukleonen.

Die Einführung von Austauschkräften ergibt einen Zusatzterm, so dass

$$\sigma^{\text{int}} = \frac{4\,\pi^2\,e^2\,\hbar}{3\,M\,c} \left[1 - \frac{M(x+\frac{1}{2}\,y)}{2\,\hbar^2} \int \psi^* \sum_{ij} V(r_{ij})\, r_{ij}^2\, P_{ij}^M\, \psi\, d\tau\right]. \tag{38}$$

Die Indizes i und j beziehen sich auf das Proton beziehungsweise Neutron. $\sum_{ij}$ bedeutet Summation über die beiden n-p-Paare, $V(r_{ij})$ das 2-Körperpotential. P_{ij}^M ist der Majorana-Austauschoperator, der die Koordinaten von Proton und Neutron vertauscht. x und y sind die relativen Anteile der Austauschkräfte (x: MAJORANA, y: HEISENBERG), wobei die Form ihres Potentials gleich jenem der gewöhnlichen Kernkräfte angenommen wird.

Mehrere Autoren haben auf Grund der Formel (38) mit verschiedenen Potentialen und vollsymmetrischen Ortsfunktionen den integrierten Wirkungsquerschnitt σ^{int} berechnet (Tabelle 3). Potential und Wellenfunktion sind dabei so gewählt, dass sie vernünftige Werte für die Bindungsenergie der 3-Körperkerne ergeben.

Die andere Summenregel von LEVINGER und BETHE lautet

$$\sigma^b = \int_0^\infty \frac{\sigma^{ED}(E)}{E} \cdot dE = \frac{4\pi^2}{3} \frac{e^2}{\hbar c} \int \psi^* \sum_i r_i^2 \psi \, d\tau \tag{39}$$

(vergleiche Tabelle 3).

Tabelle 3

Theoretische Werte für σ^{int} und σ^b, berechnet mit den Formeln (37), (38), (39) und (42)

Theorie	Wellenfunktion	Kernkräfte	σ^{int} [MeV mb]	σ^b [mb]	Ref.
THOMAS-REICHE-KUHN (37)	–	reine Zentralkräfte	40	–	
LEVINGER und BETHE (38, 39)	Gemäss Gleichung (11) $\mu^{-1} = 1{,}09\ F$	Zentralkräfte mit Austauschcharakter	58	1,32	[34]
	vgl. KIKUTA et al.[36]	Zentralkräfte mit Austauschcharakter und Hard Core	63	2,85	[35]
	vgl. DAVEY und VALK[37]	Zentralkräfte mit Austauschcharakter und Tensorkräfte	64	2,4	[37]
		wie oben mit Hard Core	65	2,36	[37]
	Exponentialansatz	Zentralkräfte mit Austauschcharakter u. geschwindigkeitsabhängige Kräfte	65	3,5	[38]
GELL-MANN et al. (42)	Dispersionsrelation		59	–	

Sie hängt nicht explizit vom Kernpotential ab, sondern vom Erwartungswert von $r_i^2 \cdot$ (r_i ist der Abstand des i-ten Protons vom Schwerpunkt.)

Setzt man in (39) für ψ eine Funktion der Form (8) ein, so folgt mit den Beziehungen der Gleichung (36)

$$\sigma^b = \frac{4\pi^2}{3} \frac{e^2}{\hbar c} \frac{2}{9} [I_1 - (I_2 + I_3)] \,. \tag{40}$$

Für die Gunn-Irvingsche Wellenfunktion mit $\mu^{-1} = 2{,}5\ F$ und $\delta = 0{,}07$ folgt $\sigma^b = 3{,}0\ m\,b$.

3.5.2. Summenregel von GELL-MANN, GOLDBERGER und THIRRING

Eine Summenregel, in der keine Annahmen über Kernpotential und Wellenfunktion enthalten sind, wurde von GELL-MANN et al.[33]) auf Grund der Dispersionsrelation unter folgenden Annahmen abgeleitet:

- Bei sehr hohen Gammaenergien sind die Streuamplituden in Vorwärtsrichtung für ein gebundenes Nukleon gleich jenem für ein freies Nukleon.
- Bei Gammaenergien, die grösser sind als die Schwellenenergie E_μ für die Mesonenerzeugung, wird der Anteil der Kernphotoprozesse zum totalen Absorptionswirkungsquerschnitt gegenüber jenem der Mesonenerzeugung vernachlässigt.

Es folgt:

$$\sigma^{\text{int}} = \int_0^{E_\mu} \sigma(E)\, dE = \frac{2\,\pi^2\,\hbar\,e^2}{M\,c}\,\frac{N\,Z}{A} + \int_{E_\mu}^{\infty} (z\,\sigma_p + N\,\sigma_N - \sigma_{Z,N})\, dE\,, \tag{41}$$

$\sigma(E)$ umfasst im Gegensatz zu (37) und (38) sämtliche Multipolübergänge bis zur Mesonenschwelle. Ein direkter Vergleich mit jenem σ^{int} ist trotzdem möglich, da einerseits die elektrischen Dipolübergänge stark überwiegen, anderseits der Beitrag für $E_\gamma > E_\mu$ sehr klein ist.

Die rechte Seite von (41) umfasst im wesentlichen die Thomas-Reiche-Kuhn-Regel (37) mit einem Korrekturglied. Der Integrand bedeutet die Differenz im Wirkungsquerschnitt für die Mesonenerzeugung an Z freien Protonen und N freien Neutronen und der entsprechenden Anzahl gebundener Nukleonen im Kern (Z, N). Die Berechnung des Integrals geschieht mit Hilfe experimenteller Werte für die Wirkungsquerschnitte der Mesonenerzeugung, und es folgt:

$$\sigma^{\text{int}} = \frac{2\,\pi^2\,\hbar\,e^2}{M\,c}\,\frac{N\,Z}{A}\left[1 + 0{,}1\,\frac{A^2}{N\,Z}\right] \tag{42}$$

(vergleiche Tabelle 3).

Auf Grund der verfügbaren experimentellen Werte kann angenommen werden, dass die Genauigkeit des Terms $0{,}1\,A^2/Z\,N$ etwa 30% beträgt[33]).

3.5.3. Berechnung von σ^{int} und σ^b mit Hilfe des Kernphotoeffektes

In Tabelle 4 sind die Werte für σ^{int} und σ^b aufgeführt, wie sie sich aus den experimentellen und theoretischen Wirkungsquerschnitten für den Kernphotoeffekt ergeben. Die Anteile aus dem 2- und 3-Körperzerfall sind dabei getrennt angegeben und mit einem Index bezeichnet. Bei den theoretischen Werten entsprechen die verwende-

Tabelle 4

Theoretische und experimentelle Werte für σ^{int} und σ^b. Die Berechnung erfolgte durch Integration der Wirkungsquerschnitte, wie sie sich aus den einzelnen Ortsfunktionen ergeben.

Ansatz für u_s	Obere Energiegrenze	σ_2^{int}	σ_3^{int} [MeV mb]	σ^{int}	σ_2^b	σ_3^b [MeV]	σ^b
VERDE (9)	∞	26	143	169	0,95	2,16	3,11
	40 MeV	17			0,75		
EICHMANN (10)	40 MeV	16			0,96		
ROSSETTI (11)	40 MeV	54			2,9		
GUNN-IRVING (12)	∞		97			3,6	
	40 MeV	13	70	83	0,9	3,3	4,2
DELVES[26])	40 MeV		100				
Experimente:							
GORBUNOV et al.[6])	170 MeV	23	39	62 ± 5	1,23	1,30	$2{,}53 \pm 0.1$
BERMAN et al.[3])	40 MeV	13			0,87		
STEWART et al.[5])	40 MeV	$14 \pm 1{,}4$			$1{,}0 \pm 0{,}1$		

ten Parameter für die Wellenfunktion jenen der Tabelle 1. Zwei Experimente liefern für σ_2^{int} und σ_2^b gute Übereinstimmung mit den Rechnungen auf Grund der Gunn-Irvingschen Wellenfunktion. (Die Parameterzuordnung $\mu^{-1} = 2{,}6\,F$, $\delta = 0$ liefert nahezu dieselben Anteile von $E1$-Übergängen wie $\mu^{-1} = 2{,}5\,F$, $\delta = 0{,}07$.)

Der Vergleich mit Tabelle 3 zeigt, dass die berechneten Anteile des 3 Körperzerfalles für die schlechte Übereinstimmung verantwortlich sind. Der von GORBUNOV und VARFOLOMEEV[6]) bestimmte Wert $\sigma^{\text{int}} = 62$ MeVmb stimmt gut mit jenem überein, der mit Hilfe der Dispersionsrelation und den Wirkungsquerschnitten für die Mesonenerzeugung gewonnen wurde. Der Vergleich zeigt ferner, dass die Annahme reiner Zentralkräfte (Thomas-Reiche-Kuhn-Regel) bei der Berechnung von σ^{int} ungenügend ist. Ob zu den Austausch- und Tensorkräften noch die Einführung geschwindigkeitsabhängiger Kräfte oder eines Hard Core notwendig ist, kann mit den Summenregeln nicht entschieden werden.

4. Schlussbetrachtungen

Die gemessenen totalen Wirkungsquerschnitte der Reaktionen $H^3(\gamma, n)H^2$ und $He^3(\gamma, p)H^2$ stimmen im betrachteten Energiebereich gut überein, wie dies unter der Annahme von ladungsunabhängigen Kernkräften zu erwarten ist. Die Bestimmung der Winkelverteilung der Photoneutronen erlaubte einerseits die Ermittlung des Anteils der magnetischen Dipolübergänge bei höheren Energien (a/b), anderseits einen Vergleich mit der Intensität der Quadrupolübergänge (β) bei der Reaktion $He^3(\gamma, p)H^2$. Da die Winkelverteilung der Photoneutronen sehr empfindlich ist auf die Beimischung der verschiedenen Multipolübergänge, sind zusätzliche und vor allem genauere Messungen wünschenswert. Weitere Untersuchungen wären beim 3-Körperzerfall notwendig, die zunächst die bisher vorliegenden Resultate bestätigen und dann die Winkelverteilung der auslaufenden Teilchen bestimmen sollten.

Mit der Beschreibung des Grundzustandes der 3-Körperkerne durch eine Wellenfunktion der Form (8) und durch die spezielle Wahl der Ortsfunktionen gelang es, die experimentellen Daten des 2-Körperzerfalles und der elastischen (Ladungsformfaktoren) und inelastischen (vergleiche [31])) Elektronenstreuung zu erklären. Die Gunn-Irvingsche Wellenfunktion mit dem Grössenparameter $\mu^{-1} = 2{,}5\,F$ und einer Beimischung des S'-Zustandes von $\delta = 0{,}07$ stellen somit eine gute Näherung zur Beschreibung des Grundzustandes der 3-Körperkerne dar.

Ein erster Schritt in der Verfeinerung der Theorie würde wohl darin bestehen, die Wellenfunktion des D-Zustandes ebenfalls zu berücksichtigen. Aus nachstehenden Gründen ergäbe sich aber im betrachteten Energiebereich kaum eine wesentliche Änderung. Für den Einfang thermischer Neutronen durch Deuterium kommt als Endzustand nur der S'-Zustand in Frage. Ganz allgemein verschwinden Übergänge aus einem S- oder D-Zustand des Kontinuums in einen D-Endzustand völlig ($S \to D$) oder liefern verschwindend kleine Beiträge ($D \to D$)[39]). Im Gegensatz zum $S\,S'$-Kreuzterm würden mögliche $S\,D$-Kreuzterme auch keine Beiträge zu den Ladungsformfaktoren liefern[24]). Für die Interpretation der Formfaktormessungen der magnetischen Momente ist eine Berücksichtigung des D-Zustandes allerdings unumgänglich.

Eine weitere Verbesserung der Theorie bestünde in der Einbeziehung der Wechselwirkung der auslaufenden Teilchen, vor allem beim 3-Körperzerfall. Ein erster Schritt wäre die Verwendung von Wellenfunktionen für die beiden Neutronen unter Berücksichtigung der Streuphasen. Nicht befriedigend ist dabei der Umstand, dass eine derartige Korrektur gegenüber den experimentellen Werten die Unstimmigkeiten noch zu vergrössern scheint[41]).

In den verschiedenen Arbeiten zur Berechnung der Bindungsenergie von H^3 und He^3 wurde einzig in jener von IRVING[23]) eine Ortsfunktion der Form (12) verwendet. Ein Yukawa-Potential, mit dessen Parametern sich die n-p-Streuung bis etwa 10 MeV beschreiben lässt (die kinetische Energie der Nukleonen in den 3-Körperkernen liegt bei 50 MeV), liefert für die Bindungsenergie des H^3-Kerns einen Maximalwert von 7,0 MeV für einen Grössenparameter von $\mu^{-1} = 2{,}0\ F$.

Abzuklären bleibt die Frage, welche Bindungsenergie unter Berücksichtigung von Austausch- und Tensorkräften die Gunn-Irvingsche Wellenfunktion mit dem in dieser Arbeit bestimmten Parametern ergibt. Ob aus einer solchen Rechnung Rückschlüsse auf möglicherweise vorhandene 3-Körperkräfte gezogen werden können, hängt davon ab, wie gut das 2-Körperpotential beschrieben werden kann.

Abschliessend möchten wir Herrn Prof. Dr. P. MARMIER für seine grosse Unterstützung und sein stetes Interesse an dieser Arbeit unseren herzlichsten Dank aussprechen. Ferner danken wir der Abteilung «SAPHIR» des Eidgenössischen Institutes für Reaktorforschung in Würenlingen für ihre grosszügige Zusammenarbeit. Ein Kredit des Schweizerischen Nationalfonds ermöglichte die vorliegende Arbeit.

5. Literaturverzeichnis

1) U. EICHMANN, Z. Physik *175*, 115 (1963).
2) J. B. WARREN, K. L. ERDMAN, L. P. ROBERTSON, P. A. AXEN und J. R. MACDONALD, Phys. Rev. *132*, 1691 (1963).
3) B. L. BERMAN, L. J. KOESTER und J. H. SMITH, Phys. Rev. *133*, B117 (1964).
4) E. FINCKH, R. KOSIEK, K. H. LINDENBERGER, U. MEYER-BERKHOUT, N. NÜCKER und K. SCHÜLPMANN, Physics Letters *7*, 271 (1963).
5) J. R. STEWART, R. C. MORRISON und J. S. O'CONELL, Yale Electron Accelerator Laboratory, Internal Report 1964.
6) A. N. GORBUNOV und A. T. VARFOLOMEEV, Physics Letters *7*, 137 (1964).
7) L. CRANBERG, Bull. Am. Phys. Soc. *3*, 173 (1958).
8) G. M. GRIFFITHS, E. A. LARSON und L. P. ROBERTSON, Can. Jour. Phys. *40*, 402 (1962).
9) F. T. JURNEY und H. T. MOTZ, nicht publiziert.
10) H. COLLARD und R. HOFSTADTER, Phys. Rev. *131*, 416 (1963); H. COLLARD, R. HOFSTADTER, A. JOHANSSON, R. PARKS, M. RYNEVELD, A. WALKER, M. R. YEARIAN, R. B. DAY und R. T. WAGNER, Phys. Rev. Letters *11*, 132 (1963).
11) L. JARCZYK, H. KNÖPFEL, J. LANG, R. MÜLLER und W. WÖLFLI, Nucl. Instr. Meth. *13*, 287 (1961).
12) R. BÖSCH, J. LANG, R. MÜLLER und W. WÖLFLI, Helv. Phys. Acta *36*, 657 (1963).
13) R. SHER, J. HALPERN und A. K. MANN, Phys. Rev. *84*, 387 (1951).
14) L. V. GROSHEV, *Atlas of Gamma Ray Spectra from Radiative Capture of Thermal Neutrons.* Pergamon Press, London (1959).
15) G. KRAMER und D. MÜLLER, Z. Physik *158*, 204 (1960).
16) J. C. GUNN und J. IRVING, Phil. Mag. *42*, 1353 (1951).
17) M. VERDE, Helv. Physica Acta *23*, 453 (1950).
18) J. J. DE SWART und R. E. MARSHAK, Physica *25*, 1001 (1959).

[19]) R. G. Sachs, *Nuclear Theory*, Addison-Wesley Publishing Company, Cambridge, Mass. (1955).
[20]) G. H. Derrick und J. M. Blatt, Nucl. Phys. *8*, 310 (1958).
[21]) J. M. Blatt, G. H. Derrick und J. N. Lyness, Phys. Rev. Letters *8*, 323 (1962).
[22]) C. Rossetti, Nuovo cim. *14*, 117 (1959).
[23]) J. Irving, Phil. Mag. *42*, 338 (1951).
[24]) L. I. Schiff, Phys. Rev. *133*, B802 (1964).
[25]) S. Flügge, Handbuch der Physik, Band XXXIX, 111 (1957).
[26]) L. M. Delves, Nucl. Phys. *29*, 268 (1962).
[27]) L. I. Schiff, H. Collard, R. Hofstadter, A. Johansson und M. R. Yearian, Phys. Rev. Letters *11*, 387 (1963).
[28]) P. O. Davey und H. S. Valk, Physics Letters *7*, 335 (1963).
[29]) H. Collard, R. Hofstadter, E. B. Hughes, A. Johansson, M. R. Yearian, R. B. Day und R. T. Wagner, Phys. Rev. *138*, B57 (1965).
[30]) A. Johansson, Phys. Rev. *136*, B1030 (1964).
[31]) T. A. Griffy und R. J. Oakes, Phys. Rev. *135*, B1161 (1964).
[32]) J. S. Levinger und H. A. Bethe, Phys. Rev. *78*, 115 (1950).
[33]) M. Gell-Mann, M. Goldberger und W. Thirring, Phys. Rev. *95*, 1612 (1954).
[34]) M. L. Rustgi, Phys. Rev. *106*, 1256 (1957).
[35]) V. S. Mathur, S. N. Mukherjee und M. L. Rustgi, Phys. Rev. *127*, 1663 (1962).
[36]) T. Kikuta, M. Morita und M. Yamada, Prog. Theor. Phys. *15*, *222* (1956).
[37]) P. O. Davey und H. S. Valk, Physics Letters *7*, 155 (1963).
[38]) B. K. Srivastave, Phys. Rev. *137*, B71 (1965).
[39]) N. Austern, Phys. Rev. *85*, 147 (1951).
[40]) D. A. Krueger und A. Goldberg, Phys. Rev. *135*, B939 (1964).
[41]) Z. G. Gyulai, L. Janossy, I. Kovacs und K. Novobatzky, Acta Phys. Hungaricae *17*, 253 (1964).