

Zeitschrift: Helvetica Physica Acta

Band: 37 (1964)

Heft: IV-V

Artikel: Formation de paires internes dans les transitions M1

Autor: Lombard, R.J. / Fischer, W.

DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-113493>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 21.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Formation de paires internes dans les transitions *M1*

par **R. J. Lombard**

Laboratoire Joliot-Curie de Physique Nucléaire, Orsay, France

et **W. Fischer**

Laboratoire de Physique des hautes énergies, E. P. F., Zürich, Suisse*)

(16 II 62)

Abstract. The internal pair formation is studied for the *M1* transitions. The usual approximations are discussed. Several positron pair spectra has been computed for different values of *Z* and *k*. It is shown that the nuclear structure effects may be observed. The coefficient of monoenergetic positron formation has also been computed.

Introduction

Dans les calculs du coefficient de conversion par formation de paires internes, le cas des transitions dipolaires magnétiques n'a jamais fait l'objet d'une étude approfondie. Cette situation est vraisemblablement dûe à la faible valeur du coefficient calculé dans l'approximation de BORN et à l'absence de mesure de transitions *M1* pures. D'autre part la complexité d'un calcul numérique quelque peu rigoureux est passablement décourageante.

Les transitions *M1* présentent cependant un grand intérêt en ce qui concerne l'influence de la structure nucléaire sur le coefficient de conversion. La contribution principale est constituée par un terme qui couple deux états électroniques $s_{1/2}$ et dans ce cas, la pénétration de la fonction d'onde électronique à l'intérieur du noyau est particulièrement grande. En conversion interne, tenir compte des dimensions finies du noyau conduit à des corrections de l'ordre de 30 à 40%.

De ce point de vue il était donc intéressant de reprendre l'étude de la formation de paires internes pour les transitions *M1*. Cette publication forme une suite à un premier travail du même genre sur les transitions dipolaires électriques¹⁾.

L'interaction entre le courant électronique et le courant nucléaire, par l'intermédiaire d'un photon virtuel, est donnée par l'hamiltonien:

$$H_{int.} = - \int (\mathbf{j}_n \mathbf{j}_e - \varrho_n \varrho_e) \frac{\exp(i k |\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_e|)}{|\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_e|} d\tau_n d\tau_e. \quad (1)$$

*) Adresse actuelle: CERN Genève.

En développant cette expression en multipoles et en ne gardant que les termes magnétiques, cet hamiltonien prend la forme:

$$\left. \begin{aligned}
 H_{int.} = & -4\pi i k \int_0^\infty d\tau_n \mathbf{j}_n \mathbf{A}_{LM}^*(k r_n) \int_0^\infty d\tau_e \mathbf{j}_e \mathbf{B}_{LM}(k r_e) \\
 & + 4\pi i k \int_0^\infty d\tau_n \mathbf{j}_n \mathbf{A}_{LM}^*(k r_n) \left\{ \int_0^{r_n} d\tau_e \mathbf{j}_e \mathbf{B}_{LM}(k r_e) \right. \\
 & \left. - \frac{h_L(k r_n)}{j_L(k r_n)} \int_0^{r_n} d\tau_e \mathbf{j}_e \mathbf{A}_{LM}(k r_e) \right\} .
 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

La notation utilisée est celle de CHURCH et WENESER²⁾. Les unités sont telles que $\hbar = m_e = c = 1$. k est l'énergie de transition, ce qui implique, pour la formation de paires internes, $k = E_+ + E_-$, E_+ et E_- étant les énergies totales du positron et de l'électron respectivement. L'hamiltonien est constitué d'un terme principal et d'un terme provenant de la pénétration de la fonction d'onde électronique à l'intérieur du noyau. Dans le premier terme, l'élément de matrice γ , représenté par

$$\int \mathbf{j}_n \mathbf{A}_{LM}^*(k r_n) d\tau_n, \quad (3)$$

peut se mettre en facteur. La déduction de coefficient de conversion se fait d'une manière naturelle. En formation de paires internes, deux quantités interviennent: le coefficient total

$$\beta_\pi = \frac{T_\pi}{T_\gamma} \quad \text{et} \quad \frac{d\beta_\pi}{dE}, \quad (4)$$

le coefficient différentiel, donnant la probabilité pour que l'une des deux particules soit émise avec une énergie comprise entre E et $E + dE$. En première approximation, c'est-à-dire en supposant nuls les termes de pénétration, le coefficient de conversion est indépendant de la structure nucléaire.

Approximation coulombienne

L'approximation coulombienne consiste à considérer le noyau comme une charge ponctuelle, sans dimension. Les termes de pénétration sont donc négligés. Les fonctions d'onde électroniques sont solutions de l'équation de DIRAC pour le potentiel électrostatique $V(r) = \pm Z e^2/r$. En rapport avec la plupart des travaux expérimentaux, nous avons étudié les spectres de positrons de paires. Pour les transitions dipolaires magnétiques le coefficient différentiel devient:

$$\frac{d\beta_\pi}{dE_+} = \frac{\alpha \pi k}{6} \sum_{\pi\pi'} B_{\pi\pi'} \left| \int_0^\infty (f_\pi g_{\pi'} + g_\pi f_{\pi'}) h_1(k r) r^2 dr \right|^2. \quad (5)$$

π et π' désignent les états de l'électron et du positron. $B_{\pi\pi'}$ provient de l'intégration sur les variables angulaires; cette grandeur a été tabulée par ROSE³⁾. f et g sont les parties radiales des fonctions d'onde électroniques. h_1 est la fonction de HANKEL de

première espèce. La somme porte sur tous les états de spin des deux particules qui satisfont aux règles de sélection des transitions $M1$: $\Delta j = 1$, $\Delta \pi = \text{non}$. En fait la série converge très rapidement. Les contributions principales sont données par les termes comprenant deux états $s_{1/2}$ ou $p_{1/2}$.

La principale difficulté de l'évaluation numérique du coefficient différentiel réside dans le calcul des fonctions F_2 d'APPEL⁴⁾. Elles proviennent de l'intégration sur la variable r des produits de fonctions hypergéométriques confluentes apparaissant dans (5). Ces fonctions ne dépendent pas de α , mais de α^2 , si bien que nous avons pu utiliser un grand nombre de fonctions F_2 qui avaient été calculées pour les transitions $E1^1)$.

De manière à faire apparaître la dépendance en Z et en k des spectres de positrons de paires, les spectres suivants ont été calculés:

$$k = 3 : \quad Z = 10, 49, 70 \text{ et } 84;$$

$$k = 4 : \quad Z = 49 \text{ et } 84.$$

En outre, pour chaque énergie de transition, le spectre correspondant à $Z = 0$ a été calculé à l'aide de l'approximation de BORN. Les résultats sont présentés dans les figures 1 et 2.

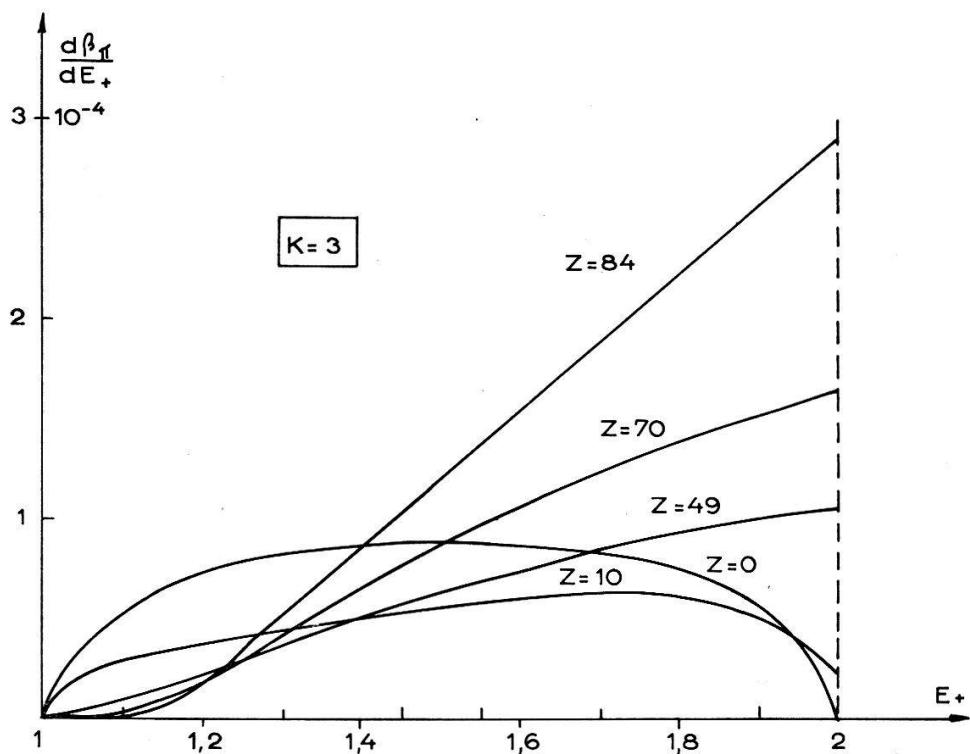


Fig. 1

Spectre de positrons de paires calculés dans l'approximation coulombienne

Les deux termes $(e_- s_{1/2}, e_+ s_{1/2})$ et $(e_- p_{1/2}, e_+ p_{1/2})$ sont nettement prédominants. Le terme $(e_- s_{1/2}, e_+ d_{3/2})$ donne une contribution de 2% pour $k = 3$, $Z = 10$ et de 10% pour $k = 4$, $Z = 49$. Il est négligeable dans les autres spectres. Les autres contributions, provenant des termes de moments orbitaux plus élevés, sont plus faibles, d'un ordre de grandeur au moins.

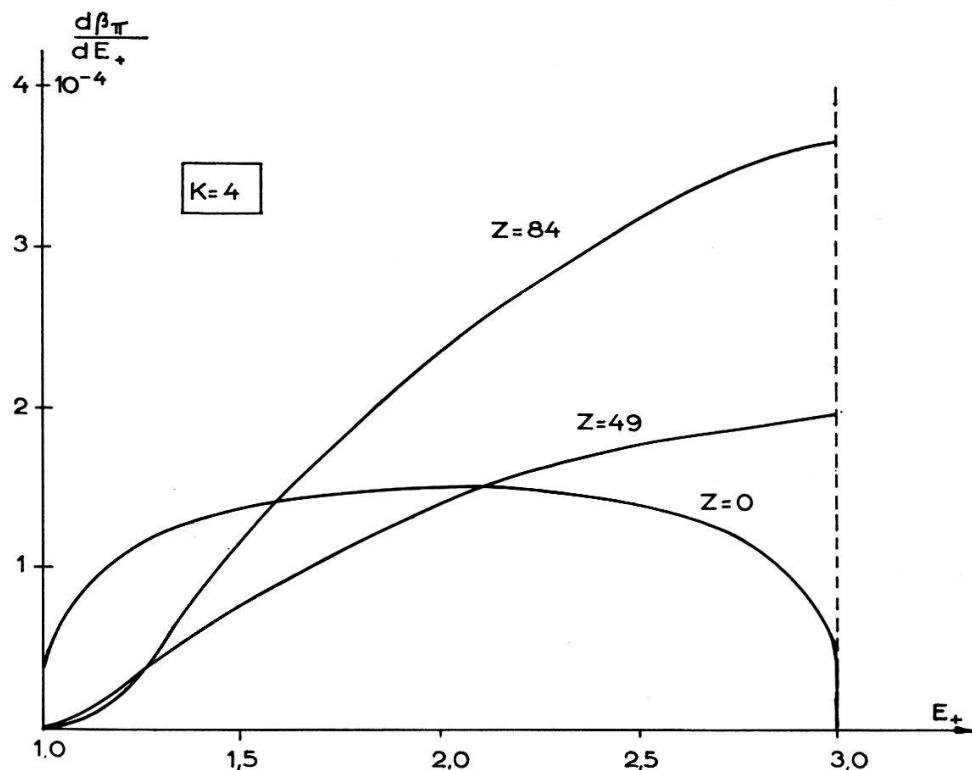


Fig. 2

Spectre de positrons de paires calculés dans l'approximation coulombienne

Le coefficient total est obtenu par intégration graphique. Il est reporté en fonction de k dans la figure 3 et en fonction de Z dans la figure 4. Dans la figure 5, nous comparons le comportement du coefficient total en fonction de k et de Z pour les transitions $E1$ et $M1$.

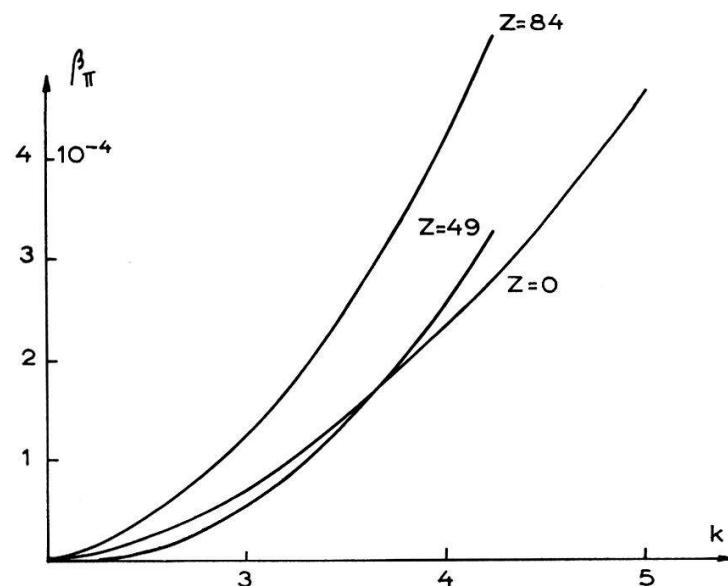


Fig. 3

Coefficient total de formation de paires internes en fonction de l'énergie de transition

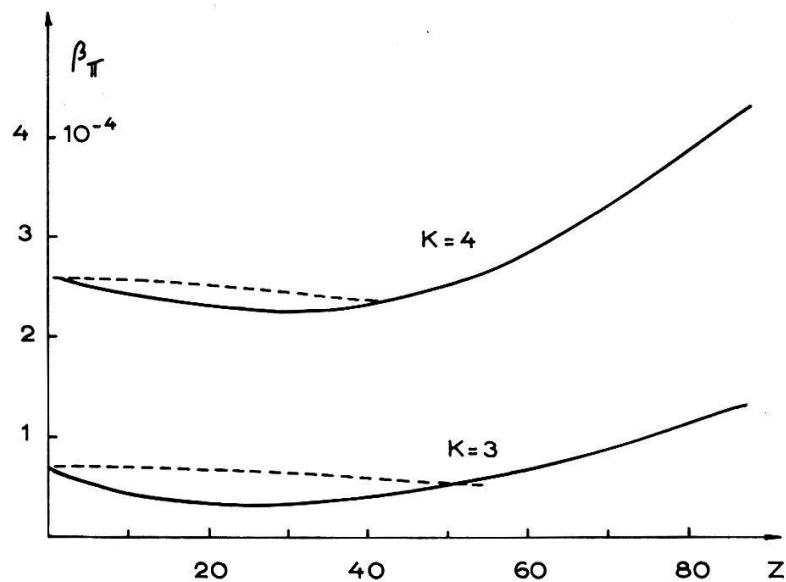


Fig. 4

Coefficient total de formation de paires internes en fonction de la charge nucléaire. Le trait pointillé représente les valeurs correspondant à la seconde approximation de BORN [5]

La dépendance en Z est quelque peu surprenante. Il est admis en général, que la formation de paires internes est peu sensible à la charge nucléaire. Cette idée s'appuie sur le fait que les fonctions d'onde du continu ne sont pas directement proportionnelles à une puissance de Z , comme c'est le cas pour les états liés. Les transitions $E1$ obéissent à cette règle. Pour ces transitions, l'approximation de BORN donne un résultat relativement satisfaisant. De plus il est possible de l'améliorer en incluant les

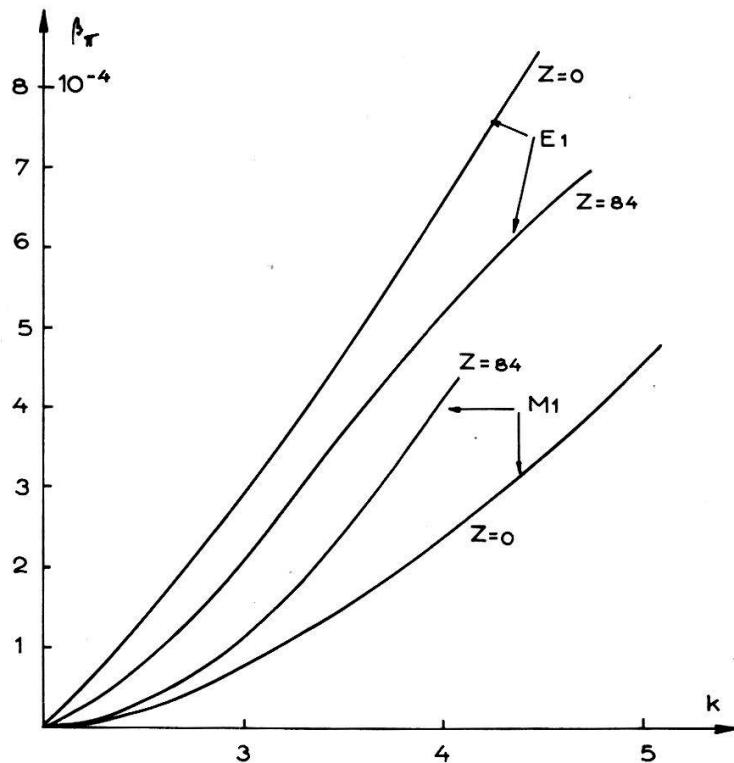


Fig. 5

Coefficient total de formation de paires internes; comparaison entre les transitions $E1$ et $M1$

premiers termes de la série de BORN, qui dépendent de Z au premier ordre et de Z^2 au second ordre⁵⁾.

Le terme $(s_{1/2}, s_{1/2})$, qui domine dans les transitions $M1$, a même norme que le terme $(s_{1/2}, p_{1/2})$, qui joue le même rôle dans les transitions $E1$. La dépendance en Z provient donc des fonctions hypergéométriques. Si nous les développons en séries, l'intégration sur r porte sur des termes indépendants de Z au premier ordre. Toutefois il suffit d'une annulation mutuelle de ces termes pour qu'apparaisse une dépendance en Z^2 . Ce raisonnement laisse supposer que sans cette annulation le coefficient de paires internes pourrait être plus grand pour les $M1$ que pour les $E1$. L'hypothèse de l'annulation des termes indépendants de Z devrait pouvoir se vérifier sans trop de difficultés à l'aide des fonctions d'onde de SOMMERFELD-MAUE. En particulier, celles-ci ne contiennent pas les facteurs de phase $e^{-2i\eta}$ qui compliquent la discussion des fonctions d'onde relativistes.

Dimensions finies du noyau

L'évaluation du coefficient de conversion peut être améliorée de façon évidente en tenant compte des dimensions finies du noyau. Deux effets sont à considérer. D'une part les fonctions d'onde électroniques subissent des modifications, particulièrement aux alentours de l'origine; d'autre part les termes de pénétration ne sont plus supposés nuls. L'influence de la structure nucléaire est d'autant plus sensible que les fonctions d'onde électroniques sont importantes à l'origine. Pour cette raison, nous restreindrons la discussion au terme $(s_{1/2}, s_{1/2})$.

Si nous considérons le noyau comme une sphère chargée uniformément, de rayon $R_0 = 1,2 A^{1/3} \cdot 10^{-13}$ cm, le potentiel électrostatique est donné par

$$\left. \begin{aligned} V(r) &= \pm \frac{Z e^2}{2 R_0} \left(3 - \frac{r^2}{R_0^2} \right) && \text{pour } r < R_0, \\ V(r) &= \pm \frac{Z e^2}{r} \varphi(r) && \text{pour } r > R_0, \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

le signe négatif se rapportant à l'électron. $\varphi(r)$ tient compte des effets d'écran et se calcule d'après le modèle de l'atome de THOMAS-FERMI-DIRAC.

L'évaluation de la correction dûe à la modification des fonctions d'onde électroniques nécessite des calculs numériques particulièrement rébarbatifs lorsqu'il s'agit de deux états du continu. D'autre part, nous avons remarqué, dans le cas de la formation de positrons monoénergétiques – que nous exposerons plus loin –, que la correction diminue très fortement lorsque l'énergie de transition augmente. La correction n'est donc sensible que pour deux particules de faible énergie. Cette situation n'est réalisée en formation de paires internes que pour des énergies de transition inférieures à $k \cong 2,5$. Dans ces conditions nous pouvons nous attendre à ce que l'effet soit petit pour les spectres que nous avons calculés.

Pour $k = 3$, $Z = 84$, nous avons premièrement évalué le point $E_- = E_+ = 1,5$, en utilisant les fonctions d'onde de REITZ⁶⁾. Nous avons procédé par intégration numérique, en coupant à $r = 10$. Le résultat est en accord avec l'évaluation coulombienne à 1%. D'autre part, pour $E_- = 1,05$ et $E_+ = 1,95$ nous avons calculé la valeur du coefficient de formation de paires internes sur l'intervalle $0 \leq r \leq 1$ en prenant 1° deux fonctions d'onde coulombiennes et 2° une fonction d'onde coulombienne pour le

positron et une fonction de REITZ pour l'électron. La différence entre les deux résultats est plus petite que 1%.

L'évaluation des termes de pénétration nécessite la connaissance des fonctions d'onde électroniques à l'intérieur du noyau. Le problème se résout généralement par l'utilisation d'un développement en série des puissances de r/R_0 . En ne retenant que le premier ordre, nous obtenons pour l'électron ($\varkappa' = -1$):

$$f_{0'}(r) = g_{0'}(R_0) \left[\frac{\alpha Z}{2} + R_0 \frac{E_- - 1}{3} \right] \left(\frac{r}{R_0} \right)^2, \quad g_{0'}(r) = g_{0'}(R_0) \left(\frac{r}{R_0} \right), \quad (7)$$

pour le positron ($\varkappa = -1$):

$$f_0(r) = g_0(R_0) \left[-\frac{\alpha Z}{2} + R_0 \frac{E_+ - 1}{3} \right] \left(\frac{r}{R_0} \right)^2, \quad g_0(r) = g_0(R_0) \left(\frac{r}{R_0} \right), \quad (8)$$

les fonctions $g_0(R_0)$ proviennent du raccordement des solutions intérieures et extérieures. Elles ont été tabulées par BHALLA et ROSE⁷.

A l'aide de ces fonctions d'onde, en utilisant les développements de j_L et de h_L pour $k r \ll 1$, et en effectuant les calculs à partir de (2), le coefficient de formation de paires internes peut se mettre sous la forme (nous ne considérons que le terme $s_{1/2}$, $s_{1/2}$):

$$\frac{d\beta_\pi}{dE_+} = \text{const.} \left| \left(\frac{d\beta_\pi}{dE_+} \right)_0 \right|^2 \cdot |1 - C(z, k) \lambda e^{i\psi}|^2. \quad (9)$$

$(d\beta_0/dE_+)_0$ représente le terme dominant de (2) qui devrait normalement être calculé avec des fonctions d'onde de THOMAS-FERMI-DIRAC. $C(Z, k)$ est un facteur poids qui donne l'ordre de grandeur de la pénétration des fonctions d'onde électroniques dans le noyau. D'autre part, nous avons:

$$\lambda = \frac{\int_0^\infty d\tau_n \mathbf{j}_n \mathbf{A}_{LM}^*(k r_n) \left(\frac{r_n}{R_0} \right)^2}{\int_0^\infty d\tau_n \mathbf{j}_n \mathbf{A}_{LM}^*(k r_n)}. \quad (10)$$

Dans le modèle des courants de surface de SLIV⁸), $\lambda = 1$. Pour permettre une discussion plus approfondie des termes de pénétration, la fonction $C(Z, k)$ a été calculée pour $Z = 70, 84$ et $k = 3$. Les résultats sont résumés dans le tableau I.

Tableau I
 $C(Z, k)$ calculé à partir de la table de BHALLA et ROSE⁷)

E^+	1,2	1,45	1,9
$Z = 84$	$1,6 \cdot 10^{-2}$	$1,3 \cdot 10^{-2}$	$1,0 \cdot 10^{-2}$
C			
$Z = 70$	$1,1 \cdot 10^{-2}$	$0,8 \cdot 10^{-2}$	$0,6 \cdot 10^{-2}$

Pour $\lambda = 1$ les termes de pénétration sont de l'ordre de 1%. Pour des k et Z correspondants, ils sont deux à trois fois plus petits que dans la conversion interne, ce qui

traduit l'effet de la charge nucléaire sur le positron. C'est un argument de plus pour supposer négligeables les effets de structure statiques.

Les deux éléments de matrice de λ ont des règles de sélection légèrement différentes, à cause du terme r^2 apparaissant dans l'élément de matrice de formation de paires internes. De cette manière une transition γ pourrait être interdite par une règle de sélection qui n'agisse pas sur la formation de paires internes. Il devrait donc être possible de trouver des transitions pour lesquelles $\lambda \gg 1$, ce qui permettrait de mettre en évidence les effets de structure nucléaire. L'influence du terme r^2 a été étudiée en détail par CHURCH et WENESER²⁾. Les deux effets principaux sont les suivants:

1° Différence d'orthogonalité pour les fonctions d'onde radiales.

2° Levée de la règle interdisant les transitions $M1$ ayant $\Delta l \neq 0$.

Applications

Actuellement il n'existe pas de spectre de paires $M1$ mesuré qui permette de comparer nos résultats avec l'expérience. Aussi nous nous bornerons à indiquer deux transitions, d'énergie relativement basse et situées dans des noyaux lourds, susceptibles de fournir de bons tests.

La première est constituée par la transition $7/2^- \rightarrow 5/2^-$ de 1,77 MeV du Pb²⁰⁷. Elle s'interprète aisément à l'aide du modèle des couches comme une transition de renversement de spin. Dans ces conditions la composante $E2$ doit être faible et la valeur de λ proche de l'unité. Cette transition est donc particulièrement propice à l'étude des effets de structure statiques.

Quant à la seconde, il s'agit de la transition $1^+ \rightarrow 0^+$ de 1,6 MeV du Hg²⁰⁰. En étant quelque peu spéculatif, nous pouvons supposer le cœur de neutrons inerte et le niveau 1^+ formé par une excitation de proton $d_{3/2}-s_{1/2}$. Si telle est bien la principale configuration de ce niveau, l'interdiction l réduit la probabilité de transition électromagnétique et favorise la formation de paires, si bien que les effets de structure dynamiques devraient apparaître.

Formation de positrons monoénergétiques

La formation de positrons monoénergétiques est un processus analogue à la formation de paires internes. Il s'en distingue par le fait que l'électron est émis dans un état lié. Un tel processus n'est possible que s'il existe une lacune dans le cortège électronique, comme c'est le cas, par exemple, après une capture électronique. Le phénomène a été mis en évidence pour une transition $E1$ par BRUNNER, LEISI et PERDRISAT⁹⁾ dans le Bi²⁰⁶. Leurs résultats ont été récemment confirmés par WIENER et al.¹⁰⁾.

La première évaluation du coefficient de formation de positrons monoénergétiques est dûe à SLIV¹¹⁾. Dans le cas des transitions $E1$, le calcul a été repris par LOMBARD et RYS¹²⁾. Leurs résultats étant différents de ceux de SLIV, il nous a paru intéressant d'étudier le cas des $M1$. Les calculs ont été effectués pour $Z = 49$ et 84 , en supposant une lacune permanente dans la couche K . Le coefficient, désigné par $\beta_{e^+}^k$, est donné par une expression du type (5). Il comprend les deux termes $(e^- s_{1/2}, e^+ s_{1/2})$ et $(e^- s_{1/2}, e^+ d_{3/2})$. Les résultats sont représentés dans la figure 6. Ils sont très comparables aux $E1$ dans leur comportement en fonction de k , l'énergie de transition.

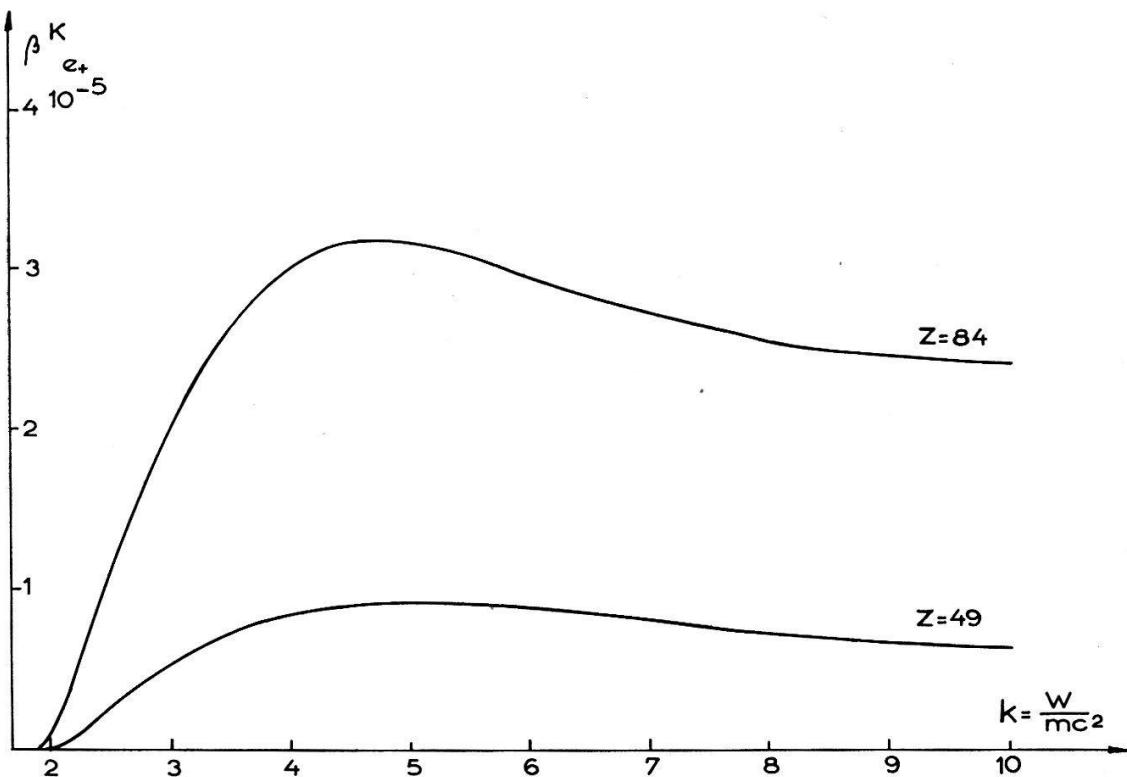


Fig. 6

Coefficient de formation de positrons monoénergétiques en fonction de l'énergie de transition

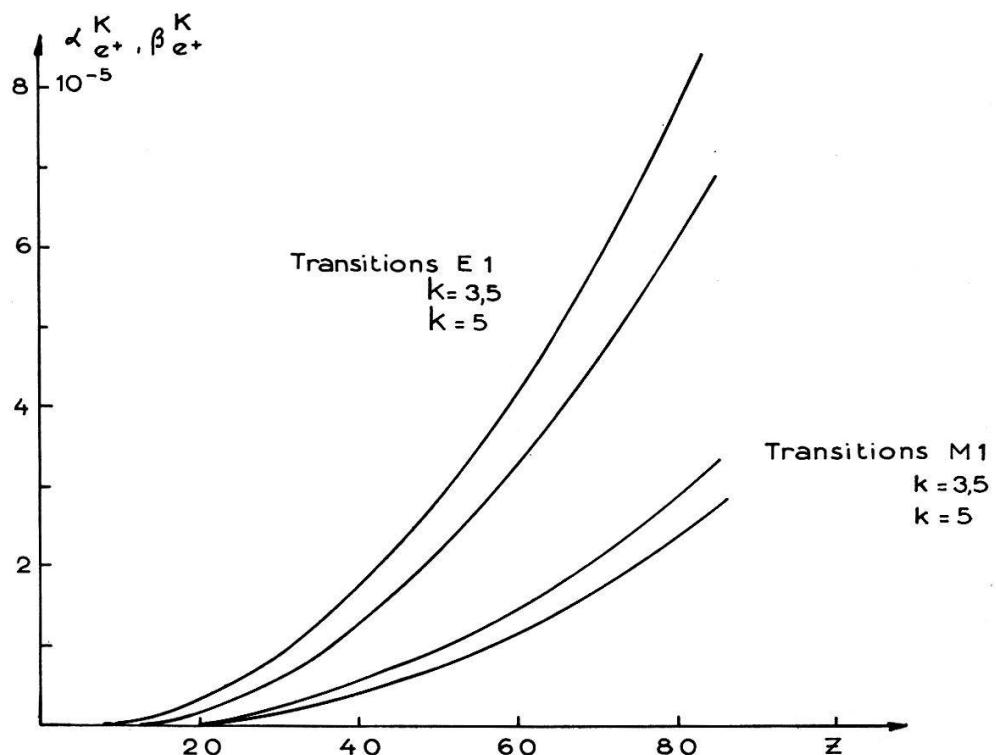


Fig. 7

Coefficient de formation de positrons monoénergétiques; comparaison du comportement en fonction de Z des transitions $E1$ et $M1$

Dans la figure 7 nous comparons $\alpha_{e^+}^k$ et $\beta_{e^+}^k$ en fonction de Z , pour différentes énergies de transition.

L'influence des effets statiques a été étudiée pour $Z = 84$, pour le terme $(e^- s_{1/2}, e^+ s_{1/2})$, en prenant pour l'état lié et pour le positron les fonctions d'onde de REITZ⁶⁾. La correction diminue très fortement lorsque l'énergie du positron augmente; au-delà de $k = 2,5$, elle est négligeable. Les résultats sont résumés dans le tableau II. Les termes de pénétration ont été supposés nuls.

Tableau II

k	$V = \alpha Z/r$	T. F. D.
2	0,03 10^{-5}	0,06 10^{-6}
2,25	0,25 10^{-5}	0,08 10^{-5}
2,5	0,49 10^{-5}	0,46 10^{-5}

$\beta_{e^+}^k (s_{1/2}, s_{1/2})$ calculé pour un atome «point-charge» et pour un atome de THOMAS-FERMI-DIRAC

Conclusions

La formation de paires internes est peu sensible aux effets de structure statiques. L'étude des transitions $M1$ confirme en cela un résultat déjà obtenu pour les $E1$. Cette situation est vraisemblablement dûe à l'effet de la charge nucléaire sur le positron. Par contre les effets dynamiques devraient pouvoir être mis en évidence. Comme dans le cas de la conversion interne, les $M1$ sont plus favorables, les fonctions correspondant à $C(Z, k)$ étant 10–50 fois plus petites pour les transitions $E1$.

Remerciements

Nos remerciements vont à M. le Professeur J.-P. BLASER, pour l'intérêt constant qu'il a porté à notre travail. Nous remercions également nos collègues du groupe de spectroscopie nucléaire, principalement Dr C. F. PERDRISAT et J. BRUNNER pour les nombreuses discussions que nous avons eues. L'un d'entre nous (R. J. L.) profite de l'occasion pour exprimer sa gratitude envers le fonds national de la recherche scientifique, pour le soutien accordé lors de son stage au laboratoire Joliot-Curie.

Références

- 1) R. J. LOMBARD, Helv. Phys. Acta, 37 3 (1964).
- 2) E. L. CHURCH and J. WENESER, Annual Rev. of Nucl. Sc. 10, 197 (1960).
- 3) M. E. ROSE, *Internal Conversion Coefficient*, North-Holland Publishing C. (Amsterdam 1958).
- 4) P. APPEL et J. KAMPÉ DE FÉRIET, *Fonctions hypergéométriques* (Gauthier-Villars et Cie, Paris 1926).
- 5) R. J. LOMBARD and A. BØRS, Nucl. Phys. 48, 333 (1963).
- 6) J. R. REITZ, *Relativistic Electron-Wave-Functions for a Thomas-Fermi-Dirac statistical Atom*, Institute of Nuclear Studies, University of Chicago (1949).
- 7) C. P. BHALLA and M. E. ROSE, ORNL - 3207 (1961).
- 8) L. A. SLIV, Zhur Eksptl i Teoret. Fiz. 21, 770 (1951) et 22, 29 (1952).
- 9) H. J. LEISI, J. H. BRUNNER, C. F. PERDRISAT et P. SCHERRER, Helv. Phys. Acta 34, 161 (1961); C. F. PERDRISAT, J. H. BRUNNER et H. J. LEISI, Helv. Phys. Acta 35, 175 (1962).
- 10) R. WIENER, C. CHASMAN, P. HARIHAR et C. S. WU, Phys. Rev. 130, 1069 (1963).
- 11) L. A. SLIV, Zhur Eksptl i Teoret. Fiz. 25, 7 (1953).
- 12) R. LOMBARD and F. RYS, Nucl. Phys. 31, 163 (1962).