

<b>Zeitschrift:</b>	Helvetica Physica Acta
<b>Band:</b>	37 (1964)
<b>Heft:</b>	IV-V
<b>Artikel:</b>	Präzisionsbestimmungen der Zerfallsraten radioaktiver Präparate nach der Koinzidenzmethode mit Hilfe von Szintillationszählern
<b>Autor:</b>	Frosch, R. / Huber, P. / Widder, F.
<b>DOI:</b>	<a href="https://doi.org/10.5169/seals-113492">https://doi.org/10.5169/seals-113492</a>

### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 21.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# Präzisionsbestimmungen der Zerfallsraten radioaktiver Präparate nach der Koinzidenzmethode mit Hilfe von Szintillationszählern

von **R. Frosch, P. Huber und F. Widder**

Physikalisches Institut der Universität Basel

(8. II. 64)

*Summary.* This paper is concerned with the measurement of radioactive decay rates by means of a coincidence apparatus with scintillation counters only. Such an apparatus is specially suited for the  $\gamma$ - $\gamma$ -coincidence method, but measurements with the  $\beta$ - $\gamma$ - and the  $\alpha$ - $\gamma$ -coincidence method are also feasible. The accuracy of the source strength determination is improved as follows:

The effect that two coinciding particles may generate pulses in the same scintillator is taken into account by a new 'sum-pulse'-correction factor. Formulas for this factor in the  $\beta$ - $\gamma$ - and the  $\gamma$ - $\gamma$ -method are derived. Experimental and theoretical ways of determining the factor are discussed.

Measurements of  $^{198}\text{Au}$  with the  $\beta$ - $\gamma$ -method and  $^{60}\text{Co}$  with the  $\gamma$ - $\gamma$ -method are described as examples. To test the precision, samples of  $^{60}\text{Co}$  calibrated by several laboratories using the  $4\pi\beta$ - $\gamma$ -method were remeasured with the  $\gamma$ - $\gamma$ -method. The results agree within the experimental errors, which in the most favorable case amounted to 0.2% for both methods.

## 1. Einleitung

Mit einem einzigen Detektor und entsprechend geringem elektronischem Aufwand können Zerfallsraten radioaktiver Präparate im allgemeinen nicht mit hoher Präzision gemessen werden, da die Ansprechwahrscheinlichkeit des Zählers nicht genau genug bestimmt werden kann. Bei Präparaten eines Isotops, dessen Zerfallsschema gewissen Bedingungen genügt, kann aber durch Anwendung der Koinzidenzmethode erreicht werden, dass die Zähler-Ansprechwahrscheinlichkeiten nur in höherer Ordnung ins Resultat der Zerfallsratenmessung eingehen. Die wichtigste der Bedingungen, denen das Zerfallsschema genügen muss, ist die, dass zwei koinzidierende Strahlungen auftreten, also zwei Strahlungen, deren Quanten beim Zerfall eines Kerns in einem zeitlichen Abstand ausgesandt werden, der in einem genügend grossen Teil der Fälle einen genügend kleinen Wert nicht überschreitet, wobei dieser Grenzwert durch die apparativen Auflösungszeiten und durch die erforderliche Messgenauigkeit bestimmt ist. Bei verzweigten Zerfallsschemata muss ferner, wenn nicht alle Zweige über ein gemeinsames Zwischeniveau führen, das Verzweigungsverhältnis mit einer genügenden Genauigkeit bekannt sein.

Das allgemeine Prinzip der Koinzidenzmethode ist unter anderen von PUTMAN<sup>1)</sup> beschrieben worden. PUTMAN erwähnt auch neben der klassischen  $\beta$ - $\gamma$ -Koinzidenzmethode bereits eine primitive Form der  $\gamma$ - $\gamma$ -Koinzidenzmethode<sup>2)</sup>.

Die vorliegende Arbeit ist die Fortsetzung der detaillierten Untersuchungen, die MEYER, SCHMID und HUBER<sup>3)</sup> über Zerfallsratenmessungen mit einer ausschliesslich mit Szintillationszählern arbeitenden Koinzidenzapparatur nach BELL, GRAHAM und PETCH<sup>4)</sup> durchgeführt haben. Um diese Messmethode für Präzisionsmessungen geeignet zu machen, war eine genauere Berücksichtigung der sogenannten Summenimpulse notwendig, worauf als erster PEELLE<sup>\*)</sup> hingewiesen hatte. Summenimpulse entstehen, wenn zwei koinzidierende Quanten im selben Szintillator einen Effekt erzeugen.

Im ersten Teil der Arbeit (Abschnitt 2) werden Formeln für die Korrekturfaktoren, die zur Berücksichtigung der Summenimpulse angebracht werden müssen, aus idealisierten Voraussetzungen abgeleitet; diese Voraussetzungen sind so gewählt, dass als einzige Korrektur diejenige für die Summenimpulse auftritt. Die übrigen Korrekturen, die bei praktischen Messungen angebracht werden müssen, sind in Abschnitt 3 zusammengestellt. Abschnitt 4 enthält die Beschreibung der verwendeten Koinzidenzapparatur, Abschnitt 5 Angaben über die durchgeföhrten Absolutbestimmungen.

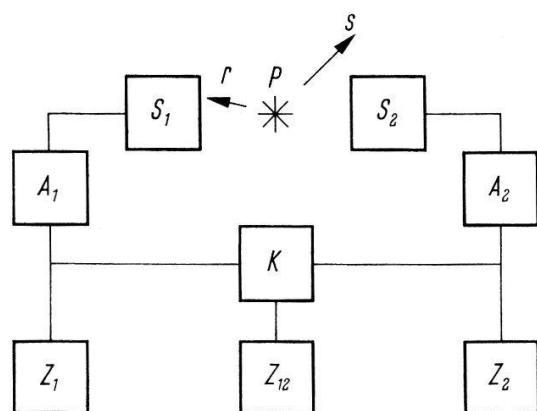
## 2. Herleitung von Formeln für den Summenimpuls-Korrekturfaktor $K_V$

### 2.1. Voraussetzungen über das Präparat

Im Präparat  $P$  (Figur 1) sollen pro Zeiteinheit im Mittel eine Anzahl  $N$  von Kernzerfällen stattfinden ( $N$  ist also die zu messende Grösse). Jeder Kernzerfall emittiere ein Strahlungsquant  $r$  und ein Strahlungsquant  $s$  aus dem Präparat (zum Beispiel ein  $\beta$ - und ein  $\gamma$ -Quant oder zwei  $\gamma$ -Quanten). Ausser  $r$  und  $s$  sollen keine anderen Strahlungen ausgesandt werden. Zwischen den Quanten  $r$  und  $s$  existiere keine Winkelkorrelation. Die Zeitdifferenz zwischen der Emission zweier Quanten  $r$  und  $s$ , die vom selben Kern herrühren, soll kleiner sein als die kleinste in der Apparatur auftretende Auflösungszeit. Selbstabsorption und Streuung im Präparat  $P$  sollen vernachlässigbar sein.

### 2.2. Voraussetzungen über die Apparatur

Figur 1 zeigt das Blockschema der verwendeten Apparatur. Weggelassen sind in Figur 1 linearverstärkende Elemente (Photovervielfacher, Vor- und Hauptverstärker) sowie eine hochauflösende Koinzidenzstufe, die allein dazu dient, die Anzahl der zufälligen Koinzidenzen zu vermindern. Sämtliche Totzeiteffekte in der Apparatur



$S_i$  Szintillatoren ( $i = 1$  oder 2)  
 $A_i$  Impulshöhen-Analysatoren  
 $K$  Koinzidenzstufe  
 $Z_i, Z_{12}$  Zähler

Fig. 1  
Vereinfachtes Blockschema  
der Apparatur

<sup>\*)</sup> R. W. PEELLE (Oak Ridge), Private Mitteilung an Prof. MEYER.

(unter anderem auch zufällige Koinzidenzen), Nulleffekt, ferner Rückstreuung von einem Szintillator in den andern sollen vernachlässigbar sein.

### 2.3. Herleitung von Formeln für die Zählraten in den Zählern $Z_i$ und $Z_{12}$

Die Zählraten in den drei Zählern sind unter den soeben festgelegten Voraussetzungen proportional zur Zerfallsrate  $N$ ; außerdem hängen sie noch von den Ansprechwahrscheinlichkeiten der Szintillatoren  $S_i$  und der Einstellung der Impuls Höhen-Analysatoren  $A_i$  ab.

Wenn  $W_{ij}$  die Ansprechwahrscheinlichkeit des Szintillators  $S_i$  für die Strahlung  $j$  ( $j$  steht für  $r$  oder  $s$ ) ist, so werden in  $S_i$  pro Zeiteinheit im Mittel durch die Strahlung  $j$  eine Anzahl

$$M_{ij} = W_{ij} N \quad (1)$$

Impulse erzeugt. Die Menge  $(M_{ir} + M_{is})$  aller im Szintillator  $S_i$  pro Zeiteinheit im Mittel erzeugten Impulse zerfällt in drei Teile:

- Ein erster Teil enthält alle jene Fälle, bei denen das  $r$ -Quant in  $S_i$  einen Impuls erzeugt, das zugehörige  $s$ -Quant dagegen nicht. Dieser Teil enthält

$$m_{ir} = N W_{ir} (1 - W_{is}) \quad (2)$$

Impulse. Diese sogenannten  $ir$ -Einzelimpulse bilden bezüglich ihrer Höhe ein für die Strahlung  $r$  und für den Szintillator  $S_i$  charakteristisches Spektrum, dessen Fläche den Betrag  $m_{ir}$  aufweist. Wenn zum Beispiel  $r$  ein  $\gamma$ -Quant und  $S_i$  ein organischer Szintillator ist, entsteht angenähert ein Compton-Spektrum (Figur 2).

- Der zweite Teil enthält die  $is$ -Einzelimpulse und bildet ebenfalls ein charakteristisches Spektrum. Dieser Teil enthält

$$m_{is} = N W_{is} (1 - W_{ir}) \quad (3)$$

Impulse.

- Der dritte Teil enthält die  $i(r+s)$ -Summenimpulse. Diese entstehen, wenn zwei im gleichen Zerfall entstehende Quanten  $r$  und  $s$  im selben Szintillator  $S_i$  je einen Impuls erzeugen. Diese zwei Impulse können nach Voraussetzung von der Apparatur nicht getrennt werden und wirken sich also wie ein einziger, im Mittel höherer Summenimpuls aus. Dieser dritte Teil enthält

$$m_{i(r+s)} = N W_{ir} W_{is} \quad (4)$$

Summenimpulse. Das Summenimpulsspektrum kann aus den beiden Einzelimpulsspektren mit Hilfe eines Faltungsintegrals (siehe Gleichung 40) berechnet werden.

Figur 2 zeigt die drei Teilspektren für den Fall, dass sowohl  $r$  wie  $s$   $\gamma$ -Quanten sind und organische Szintillatoren verwendet werden.

Der Analysator  $A_i$  lässt von jeder der drei soeben definierten Teilmengen einen bestimmten Bruchteil durch:

- von den  $ir$ -Einzelimpulsen einen Bruchteil  $V_{ir}$ ,
- von den  $is$ -Einzelimpulsen einen Bruchteil  $V_{is}$ ,
- von den  $i(r+s)$ -Summenimpulsen einen Bruchteil  $V_{i(r+s)}$ .

Für die zu beschreibende Messmethode ist es wesentlich, dass mit der Einstellung der Analysatoren  $A_i$  auch die Zählwahrscheinlichkeit  $V_{ij}$  und damit die Gesamt-

ansprechwahrscheinlichkeiten variiert werden können. In Figur 2 ist angenommen, dass  $A_i$  ein Diskriminator ist. Aus der Figur ist ersichtlich, dass zum Beispiel eine Verschiebung des Diskriminatorpegels  $E_{Ai}$  nach oben die Zählwahrscheinlichkeiten  $V_{ij}$  verkleinert.

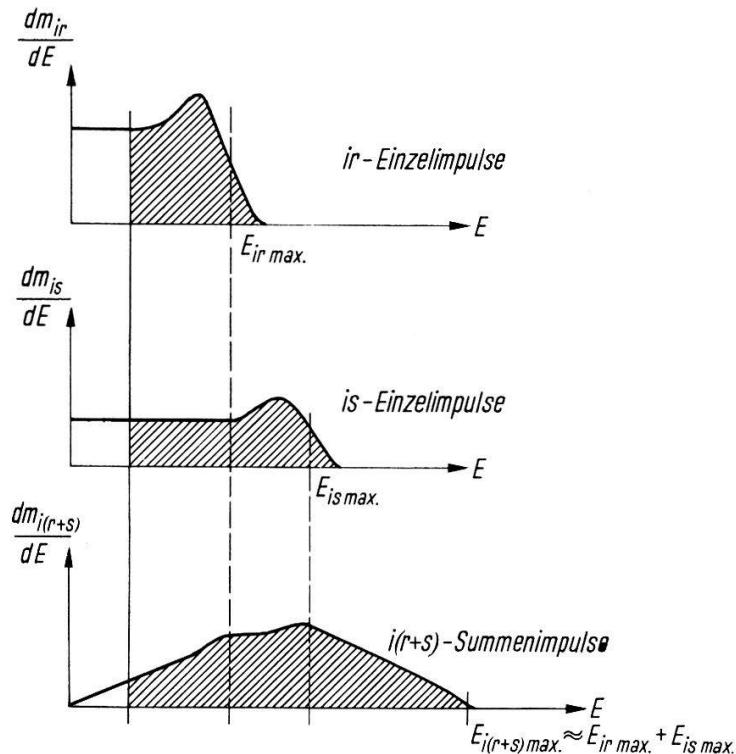


Fig. 2

Spektrum einer  $\gamma\gamma$ -Kaskade, aufgenommen mit einem organischen Szintillator ( $S_i$ ), zerlegt in 2 Einzelimpulsspektren und das Summenimpulsspektrum (überhöht gezeichnet). Die Flächen der Spektren sind gleich den Impulsmengen  $m_{ij}$ , die Quotienten aus dem schraffierten Teil einer Fläche und der Gesamtfläche gleich den Zählwahrscheinlichkeiten  $V_{ij}$ .

Mit diesen Definitionen ergeben sich in den Einzelzählern  $Z_i$  folgende Zählraten:

$$N_i = m_{ir} V_{ir} + m_{is} V_{is} + m_{i(r+s)} V_{i(r+s)}. \quad (5)$$

Einsetzen von (2), (3) und (4) in (5) ergibt nach leichter Umformung:

$$\boxed{N_i = N [W_{ir} V_{ir} + W_{is} V_{is} - W_{ir} W_{is} (V_{ir} + V_{is} - V_{i(r+s)})]}. \quad (6)$$

Für die Koinzidenzzählrate im Zähler  $Z_{12}$  erhält man aus der Voraussetzung, dass die Wahrscheinlichkeiten  $W_{ir}$  und  $W_{is}$  voneinander unabhängig sind (keine Winkelkorrelation):

$$\boxed{N_{12} = N [W_{1r} V_{1r} W_{2s} V_{2s} + W_{1s} V_{1s} W_{2r} V_{2r}]}. \quad (7)$$

#### 2.4. Die «klassische» Beta-Gamma-Koinzidenzmethode

Wenn  $r$  ein  $\beta$ - und  $s$  ein  $\gamma$ -Quant ist, so lässt sich die Forderung der klassischen Koinzidenzmethode, dass der eine Zähler nur  $r$ -, der andere nur  $s$ -Quanten zählt, wenigstens angenähert erfüllen: Vor dem Szintillator  $S_2$  soll die  $\beta$ -Strahlung absorbiert werden (zum Beispiel durch Graphit; Bremsstrahlung i. A. vernachlässigbar;  $W_{2\beta} = 0$ ).

Der Szintillator  $S_1$  soll so dünn sein, dass seine  $\gamma$ -Ansprechwahrscheinlichkeit klein gegen seine  $\beta$ -Ansprechwahrscheinlichkeit ist (Figur 3):

$$\frac{W_{1\gamma}}{W_{1\beta}} = \varepsilon \ll 1. \quad (8)$$

Einsetzen von (8) in (6) und (7) ergibt folgende Beziehung zwischen den Zählraten und der Zerfallsrate:

$$N = \frac{N_1 N_2}{N_{12}} K_V; \quad K_V = \left[ 1 + \varepsilon \left( \frac{V_{1\gamma}}{V_{1\beta}} - W_{1\beta} \frac{V_{1\beta} + V_{1\gamma} - V_{1(\beta+\gamma)}}{V_{1\beta}} \right) \right]^{-1}. \quad (9)$$

Durch den Korrekturfaktor  $K_V$  wird berücksichtigt, dass im  $\beta$ -Zähler  $Z_1$  auch  $\gamma$ -Einzelimpulse und  $(\beta + \gamma)$ -Summenimpulse gezählt werden; die klassische Formel

$$N = \frac{N_1 N_2}{N_{12}} \quad (10)$$

gilt nur, wenn  $\varepsilon$  gegen 1 vernachlässigt wird und wenn die Zählwahrscheinlichkeit  $V_{1\beta}$  nicht zu klein ist. Bei höheren Anforderungen an die Präzision muss  $K_V$  berechnet werden, worauf im Anhang eingegangen wird.

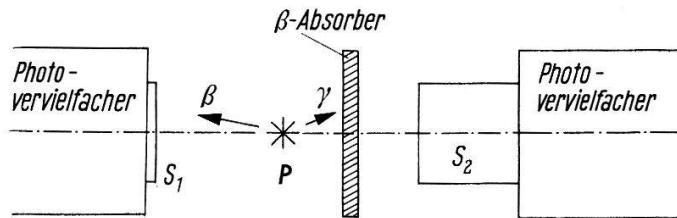


Fig. 3

Prinzipschema der Anordnung von Präparat, Absorber und Szintillatoren bei Messungen nach der  $\beta$ - $\gamma$ -Methode

#### 2.4a. Spezialfälle

Bei zwei Spezialfällen ist die Abweichung von der klassischen Formel (10) besonders klein:

- Die bekannte  $4\pi\beta$ - $\gamma$ -Methode<sup>5)</sup> verlangt, dass die  $\beta$ -Ansprechwahrscheinlichkeit des Szintillators  $S_1$  möglichst nahe an 1 angenähert wird \*):

$$W_{1\beta} = 1 - \delta; \quad \delta \ll 1 \quad (11)$$

und dass

$$V_{1\beta} = V_{1\gamma} = V_{1(\beta+\gamma)} = 1 \quad (12)$$

ist. (Der Analysator  $A_1$  soll also weggelassen bzw. ganz geöffnet werden.) Einsetzen von (11) und (12) in (9) ergibt:

$$K_V = (1 + \delta \varepsilon)^{-1}; \quad (13)$$

Da  $\delta$  und  $\varepsilon$  beide klein gegen 1 sind, weicht  $K_V$  hier nur schwach von 1 ab.

\*) Bedingung (11) kann zum Beispiel dadurch erfüllt werden, dass das Präparat  $P$  in einem flüssigen Szintillator  $S_1$  aufgelöst wird<sup>6)</sup>; doch wird für diese Methode häufiger das  $4\pi$ -Zählrohr verwendet<sup>5)</sup>.

- Ein zweiter Spezialfall lässt sich dann verwirklichen, wenn die  $\beta$ -Maximalenergie grösser ist als die Maximalenergie der von der  $\gamma$ -Strahlung ausgelösten Compton-elektronen, was zum Beispiel bei  $^{198}\text{Au}$  der Fall ist.

Die im Szintillator  $S_1$ , der aus einer organischen Substanz bestehen soll, durch die  $\gamma$ -Strahlung erzeugten Einzelimpulse können in diesem Fall durch den Analysator  $A_1$  wegdiskriminiert werden; zu diesem Zweck wird als Analysator  $A_1$  ein Diskriminator verwendet, dessen Pegel  $E_{A_1}$  über die Höhe der von den energiereichsten Compton-elektronen, aber unter diejenige der von den energiereichsten  $\beta$ -Teilchen erzeugten Impulse gelegt wird (Figur 4). Es gilt somit:

$$V_{1\gamma} = 0, \quad K_V = \left[ 1 + \varepsilon W_{1\beta} \frac{V_{1(\beta+\gamma)} - V_{1\beta}}{V_{1\beta}} \right]^{-1}. \quad (14)$$

Durch  $K_V$  wird berücksichtigt, dass in  $Z_1$  neben den  $\beta$ -Einzelimpulsen auch  $(\beta + \gamma)$ -Summenimpulse gezählt werden. Damit  $K_V \approx 1$  wird, muss  $W_{1\beta} \ll 1$  sein, was durch genügend grossen Abstand zwischen Präparat  $P$  und Szintillator  $S_1$  (Figur 3) erreichbar ist; ausserdem darf  $V_{1\beta}$  nicht zu klein sein.

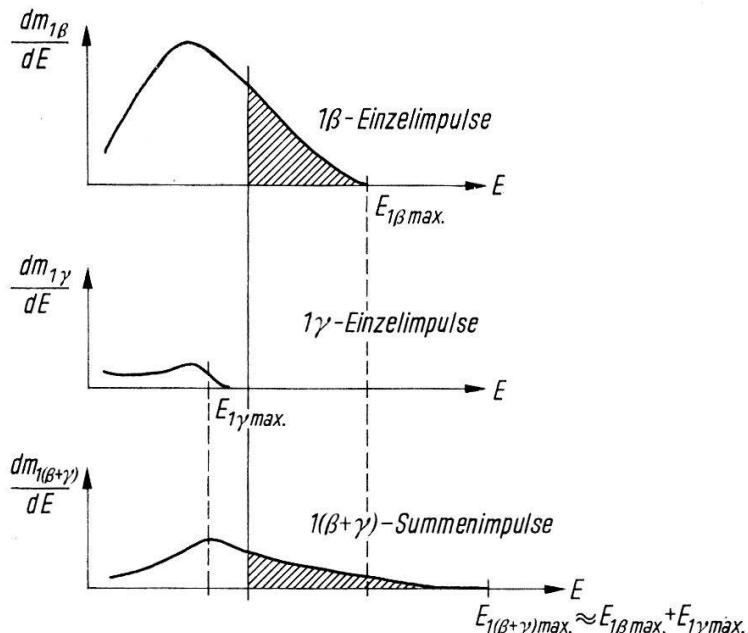


Fig. 4

Zu Fig. 2 analoge Darstellung einer  $\beta$ - $\gamma$ -Kaskade des Typs  $^{198}\text{Au}$  ( $E_{1\beta\max.} > E_{1\gamma\max.}$ ) im « $\beta$ -Szintillator»  $S_1$

### 2.5.. Die Gamma-Gamma-Koinzidenzmethode

Wenn sowohl  $r$  als auch  $s$   $\gamma$ -Quanten sind, lässt sich die Forderung der klassischen Koinzidenzmethode (siehe vorangehenden Abschnitt) im allgemeinen nur sehr grob erfüllen, da sich die Absorptionseigenschaften der beiden Strahlungen nicht genügend stark unterscheiden. Besser geeignet ist in diesem Fall jene Version der Koinzidenzmethode, welche verlangt, dass in beiden Zählern die Gesamtansprechwahrscheinlichkeiten für beide Strahlungen gleich sind, dass also die Gleichungen

$$W_{ir} V_{ir} = W_{is} V_{is} \quad (15)$$

erfüllt sind. Diese Gleichungen lassen sich durch passende Einstellung der Analysatoren  $A_i$  erfüllen; in dem in Figur 2 dargestellten Fall (organische Szintillatoren;  $A_i$  Diskriminatoren) müssen die schraffierten Flächen im  $r$ - und im  $s$ -Einzelimpulspektrum annähernd gleich sein. Auf die exakte Erfüllung der Bedingung (15) wird später eingegangen (Anhang II).

Einsetzen von (15) in (6) und (7) ergibt:

$$N = \frac{N_1 N_2}{2 N_{12}} K_V ; \quad K_V = K_{V1} K_{V2} ; \quad K_{Vi} = \left[ 1 - W_{ir} \frac{V_{is} + V_{i(r+s)} - V_{i(r+s)}}{2 V_{is}} \right]^{-1}. \quad (16)$$

Durch den Korrekturfaktor  $K_V$  wird das Auftreten von Summenimpulsen berücksichtigt, was aus der Herleitung der Formeln für die Zählraten  $N_i$  (Abschnitt 2.3) ersichtlich ist. Die einfache Formel

$$N = \frac{N_1 N_2}{2 N_{12}} \quad (17)$$

gilt nur, wenn die Ansprechwahrscheinlichkeiten  $W_{ir}$  gegen 1 vernachlässigt werden können und die Zählwahrscheinlichkeiten  $V_{is}$  nicht zu klein sind. Andernfalls muss  $K_V$  berechnet werden, worauf im Anhang eingegangen wird.

### 2.5a. Spezialfall

Auch bei der  $\gamma$ - $\gamma$ -Koinzidenzmethode lässt sich ein Spezialfall verwirklichen, in dem die einfache Formel (17) exakt gilt: Wenn es gelingt, eine Einstellung der Analysatoren  $A_i$  zu finden, bei der die Zählwahrscheinlichkeiten  $V_{ij}$  den Gleichungen

$$V_{ir} + V_{is} = V_{i(r+s)} \quad (18)$$

genügen, und bei denen ferner die Hauptbedingungen (15) erfüllt bleiben, gilt nach (16):  $K_V = 1$ . Die Gleichung (17) gilt somit exakt. Die Hauptbedingung (15) und die Zusatzbedingung (18) lassen sich, wie in einer früheren Arbeit gezeigt wurde<sup>7)</sup>, durch Verwendung von 2-Kanal-Analysatoren gleichzeitig erfüllen.

Der soeben beschriebene Spezialfall hat indessen geringe praktische Bedeutung: Um die Einstellung der 2-Kanal-Analysatoren zu finden, müssen die Spektren ermittelt und ausgewertet werden. Wenn aber die Spektren bekannt sind, kann der Korrekturfaktor  $K_V$  für den Fall, dass Diskriminatoren verwendet werden, berechnet werden. Ersetzen der Diskriminatoren durch 2-Kanal-Analysatoren bringt im allgemeinen keine erhöhte Messgenauigkeit mit sich: Die bei der Auswertung der Spektren (Bestimmung der  $V_{ij}$ ) auftretenden Fehler haben einen Fehler von  $K_V$  zur Folge, der im Prinzip gleich gross ist, ob nun  $K_V$  den Wert 1 (mit 2-Kanal-Analysatoren) oder einen anderen Wert (mit Diskriminatoren) besitzt.

*Anmerkung:* Auch beim zweiten Spezialfall der  $\beta$ - $\gamma$ -Methode würde die Erfüllung einer Zusatzbedingung

$$V_{1(\beta+\gamma)} = V_{1\beta} \quad (19)$$

bewirken, dass  $K_V = 1$  wird und somit die klassische Formel (10) exakt gilt. Eine eingehende Untersuchung der zugehörigen Spektren (Figur 4) zeigt aber, dass in diesem Fall keine Einstellung eines noch so komplizierten Analysators gefunden werden kann, bei der die Zusatzbedingung (19) erfüllt wäre.

### 3. Weitere Korrekturfaktoren

Wenn die in den Abschnitten 2.1 und 2.2 zusammengestellten Voraussetzungen über Präparat und Apparatur nicht erfüllt sind, treten zu den bereits definierten Korrekturfaktoren für Summenimpulse ( $K_V$ ) weitere Korrekturfaktoren für Ausdehnung des Präparates ( $K_\alpha$ ), Winkelkorrelation ( $K_\theta$ ), apparative Totzeiten ( $K_T$ ), usw., hinzu. Ferner müssen von den gemessenen Zählraten Nulleffekt und zufällige Koinzidenzen subtrahiert werden. Die Korrekturfaktoren sollen einheitlich so definiert werden, dass folgende Beziehung zwischen der wahren Zerfallsrate  $N$  und den für Nulleffekt und zufällige Koinzidenzen korrigierten Zählraten  $N_1$ ,  $N_2$  und  $N_{12}$  gilt:

$$N = N_{exp.} K_V K_\alpha K_\theta K_T \dots \quad (20)$$

$$N_{exp.} = \begin{cases} \frac{N_1 N_2}{N_{12}} & (\beta\text{-}\gamma\text{-Methode}) \\ \frac{N_1 N_2}{2 N_{12}} & (\gamma\text{-}\gamma\text{-Methode}) \end{cases}$$

Im folgenden werden Formeln für diese Korrekturfaktoren angegeben. Der Herleitung dieser Formeln liegt die Voraussetzung zugrunde, dass die Abhängigkeit der Korrekturen voneinander (zum Beispiel die Abhängigkeit des Faktors  $K_V$  von der auftretenden Winkelkorrelation, usw.) vernachlässigbar ist. Der Übergang von «entkoppelten» zu «gekoppelten» Korrekturen bietet keine Schwierigkeiten, wenn konsequent von den fundamentalen Gleichungen (6) und (7) für die Zählraten ausgegangen wird \*).

#### 3.1. Ausdehnung des Präparates ( $K_\alpha$ )

Nach PUTMAN<sup>8)</sup> ergibt sich für den Korrekturfaktor  $K_\alpha$  bei der  $\beta\text{-}\gamma$ -Methode (siehe Abschnitt 2.4):

$$K_\alpha = 1 + \frac{1}{N} \int_{\tau_P} \kappa_{1\beta} \kappa_{2\gamma} n d\tau. \quad (21)$$

$\tau_P$  Volumen des Präparates,

$n$  spezifische Zerfallsrate im Volumenelement  $d\tau$ .

Die in Gleichung (21) auftretenden Größen  $\kappa_{ij}$  beschreiben die Abhängigkeit der «Gesamtansprechwahrscheinlichkeiten» ( $W_{ij}$   $V_{ij}$ ) vom Ort des zerfallenden Kerns. Die exakte Definition von  $\kappa_{ij}$  ist gegeben durch

$$W_{ij} V_{ij} = \overline{W_{ij} V_{ij}} (1 + \kappa_{ij}), \quad (22)$$

worin  $\overline{W_{ij} V_{ij}}$  die über das ganze Präparatvolumen  $\tau_P$  gemittelte Gesamtansprechwahrscheinlichkeit ist, das heisst

$$\overline{W_{ij} V_{ij}} = \frac{1}{N} \int_{\tau_P} W_{ij} V_{ij} n d\tau. \quad (23)$$

\*) Bei  $^{60}\text{Co}$ -Präzisionsbestimmungen (siehe Abschnitt 5.2) musste zum Beispiel der Einfluss der Präparatausdehnung auf den Faktor  $K_\theta$  und der Einfluss der Winkelkorrelation auf den Faktor  $K_V$  berücksichtigt werden. Die dazu benötigten Formeln sind im Anhang III zusammengestellt.

Für die  $\gamma$ - $\gamma$ -Methode (siehe Abschnitt 2.5) ergibt eine zu derjenigen von PUTMAN<sup>8)</sup> analoge Rechnung:

$$K_{\kappa} = 1 + \frac{1}{2N} \int_{\tau_P} (\kappa_{1r} \kappa_{2s} + \kappa_{2r} \kappa_{1s}) n d\tau. \quad (24)$$

### 3.2. Winkelkorrelation ( $K_{\theta}$ )

Nach FRAUENFELDER und LAWSON<sup>10)</sup> und anderen, in<sup>10)</sup> zitierten Autoren ergibt sich für den Korrekturfaktor  $K_{\theta}$  unter der Voraussetzung, dass beide Szintillatoren zylindersymmetrisch sind und ihre Zylinderachsen sich im punktförmigen Präparat  $P$  schneiden:

$$K_{\theta} = 1 + \frac{1}{Q_0} \sum_{k=1}^{k_{max.}} Q_{2k} A_{2k} P_{2k} (\cos \theta). \quad (25)$$

$\theta$  Winkel zwischen den Szintillatorachsen

$P_{2k} (\cos \theta)$  Legendre-Polynome.

Die in Gleichung (25) auftretenden Koeffizienten  $A_{2k}$  beschreiben die Winkelkorrelation  $W(\theta)$  zwischen den beiden koinzidierenden Strahlungen. Die exakte Definition von  $A_{2k}$  ist gegeben durch:

$$W(\theta) = 1 + \sum_{k=1}^{k_{max.}} A_{2k} P_{2k} (\cos \theta). \quad (26)$$

Die Koeffizienten  $Q_0$  und  $Q_{2k}$  in Gleichung (25) beschreiben die «Verschmierung» der Winkelkorrelation durch die Ausdehnung der Szintillatoren; sie können wie folgt berechnet werden:

$$Q_{2k} = J_{1r}^{2k} J_{2s}^{2k} + J_{1s}^{2k} J_{2r}^{2k}. \quad (27)$$

Die Symbole  $J_{ij}^{2k}$  in Gleichung (27) bedeuten folgende Integrale:

$$J_{ij}^{2k} = \int_0^{\phi_{max.}} P_{2k} (\cos \phi_i) \varepsilon_{ij} (\phi_i) \sin \phi_i d\phi_i. \quad (28)$$

$\varepsilon_{ij} (\phi_i)$  ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Quant der Strahlung  $j$ , dessen Bahn mit der Achse des Szintillators  $S_i$  den Winkel  $\phi_i$  bildet (siehe Figur 7), im Szintillator  $S_i$  einenzählbaren Impuls erzeugt.

Die in Abschnitt 2.3 eingeführte Aufteilung in Ansprech- und Zählwahrscheinlichkeiten muss auch auf  $\varepsilon_{ij}$  angewandt werden:

$$\varepsilon_{ij} (\phi_i) = W'_{ij} (\phi_i) V'_{ij} (\phi_i). \quad (29)$$

$W'_{ij} (\phi_i)$  Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein unter dem Winkel  $\phi_i$  ausgesandtes Quant der Strahlung  $j$  im Szintillator  $S_i$  einen Impuls erzeugt;

$V'_{ij} (\phi_i)$  Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein solcher Impuls durch den Analysator  $A_i$  (Figur 1) durchgelassen wird.

### 3.3. Endliches Auflösungsvermögen der Apparatur ( $K_T$ )

Nach MEYER, SCHMID und HUBER<sup>3)</sup> erhält man für die verwendete fast-slow-Koinzidenzapparatur<sup>4)</sup> bei Vernachlässigung von Termen höherer Ordnung:

$$K_T = 1 + T_1 N_1 + T_2 N_2, \quad (30)$$

$N_i$  Einzelzählraten (siehe Abschnitt 2.3).

Die Koeffizienten  $T_i$  hängen von den im elektronischen Teil der Apparatur auftretenden Zeitkonstanten ab, nicht aber von der Zählgeometrie. Ist diese so eingestellt, dass das Verhältnis der beiden Einzelzählraten ( $N_1/N_2$ ) bei den Messungen, die zur Bestimmung des Faktors  $K_T$  dienen (siehe Arbeit <sup>3)</sup>), gleich ist wie bei der eigentlichen Zerfallsratenmessung, so können die Koeffizienten  $T_1$  und  $T_2$  in einem einzigen Koeffizienten

$$T = T_1 + \frac{N_2}{N_1} T_2 \quad (31)$$

zusammengefasst werden, und es ergibt sich für den Korrekturfaktor  $K_T$ :

$$K_T = 1 + T N_1^*). \quad (32)$$

#### 4. Beschreibung der Messapparatur

Die bereits in der Arbeit von MEYER, SCHMID und HUBER <sup>3)</sup> erwähnte, weitgehend automatisierte Koinzidenzapparatur nach BELL, GRAHAM und PETCH <sup>4)</sup> wurde fertig aufgebaut. Im folgenden sollen die wichtigsten Teile dieser Apparatur zusammenge stellt und kurz beschrieben werden.

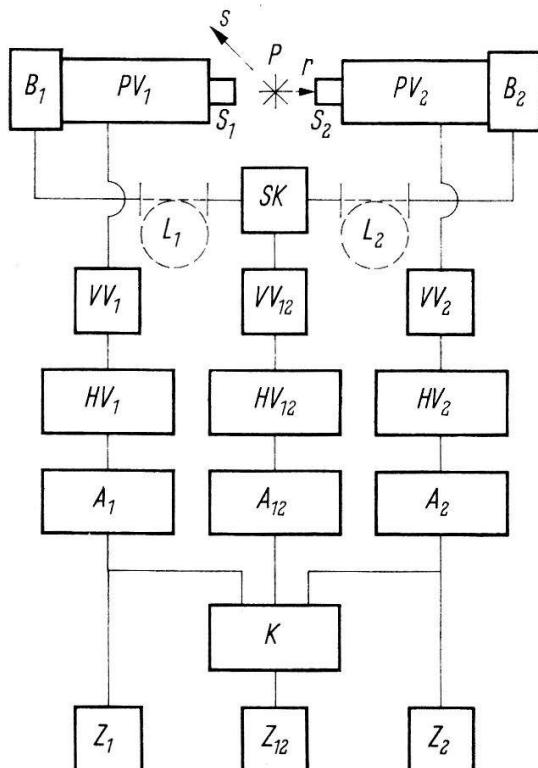


Fig. 5  
Blockscheme der Messapparatur

Figur 5 zeigt das Blockscheme der Anordnung. Es bedeuten:

$P$  Präparat

$r, s$  Koinzidierende Strahlungen

$S_i$  Szintillatoren

<sup>\*)</sup> Möglichkeiten zur Bestimmung des in Gleichung (32) auftretenden Koeffizienten  $T$  werden in Abschnitt 5 angegeben.

$PV_i$	Photovervielfacher (Philips, Typ 56 AVP)	}	vgl. Detailschema (Fig. 6)
$B_i$	Impulshöhen-Begrenzungsstufen		
$L_i$	Variable Laufzeiten (Koaxialkabel)		
$SK$	Schnelle Zweifachkoinzidenzstufe		
$VV_i$	Vorverstärker (Nuclear Enterprises, Typ NE 5202 A)		
$HV_i$	Hauptverstärker (Nuclear Enterprises, Typ NE 5202)		
$A_i$	Impulshöhen-Analysatoren (Nuclear Enterprises, Typ NE 5102/3)		
$K$	Dreifachkoinzidenzstufe (Auflösungszeit 0,65 $\mu$ s)		
$Z_i$	Zähler (Volltransistorisiertes dekadisches Zählwerk mit 6 Dekaden. Die Ablesung der Zähler kann visuell oder elektrisch mit Hilfe einer automatischen Ableseapparatur <sup>11)</sup> erfolgen)		

Der Grad der Automatisierung ist folgender:

Die Zähler  $Z_i$  können für eine stufenweise einstellbare Messzeit geöffnet und innerhalb  $\pm 10^{-5}$  s für eine ebenfalls variierbare «Pausenzeit» gesperrt werden. In dieser Pausenzeit werden die laufende Zeit, die Messzeit sowie die drei Zählerstände von einer Schreibmaschine aufgeschrieben. Die Zähler lassen sich nach der Ablesung automatisch löschen. Nach Ablauf der Pausenzeit werden die drei Zähler gleichzeitig wieder geöffnet. Die Tätigkeit des Experimentators während der Messungen beschränkt sich darauf, von Zeit zu Zeit das Präparat zu entfernen, um den Nulleffekt zu messen oder die Laufzeiten  $L_1$  oder  $L_2$  durch Einschalten eines zusätzlichen Stückes Koaxialkabel zu verlängern, um zufällige Koinzidenzen zu zählen. Die langen Messzeiten, welche die Messmethode mit dieser Apparatur im Vergleich zur  $4\pi\beta\text{-}\gamma$ -Methode<sup>5)</sup> erfordert, fallen dank dieser Automatisierung kaum mehr störend ins Gewicht.

Ausser den in Figur 5 aufgeführten Apparaten wurde zusätzlich ein an die Analysatoren  $A_i$  angepasster Impulsspektrograph, bestehend aus «counting-rate-meter» (Institut für angewandte Physik der Universität Basel) und Schreiber (Honeywell-Brown, Typ 153 X 18, angepasst an die Analysatoren  $A_i$ ), verwendet.

Die Szintillatoren sowie die zugehörigen Photovervielfacher und die Begrenzungsstufen  $B_i$  sind in einem speziellen Chassis montiert. Sie können auf Zeißschienen näher an das Präparat heran oder von ihm weg verschoben werden. Die beiden Zeißschienen sind um eine feste Achse schwenkbar. Auf dieser Achse ist bei Messungen nach der  $\gamma\text{-}\gamma$ -Methode, in allen drei Dimensionen verschiebbar, das Präparat montiert. Bei Messungen nach der  $\beta\text{-}\gamma$ -Methode wird das Präparat auf der Innenseite der Szintillator-Lichtabschirmung befestigt.

Figur 6 zeigt das Schalschema des «schnellen» Teils der Elektronik<sup>12)</sup>. Die Pentode E 810 F in der Begrenzungsstufe wurde wegen ihrer grossen Steilheit (50 mA/V) und genügender Schnelligkeit gewählt, die Diode OA 73 in der schnellen Koinzidenzstufe wegen des scharfen Knicks in der Charakteristik, der ein günstiges Verhältnis Einzelimpulshöhe/Koinzidenzimpulshöhe am Ausgang ergibt. Die Anstiegszeit der Begrenzungsstufe  $B_i$  wurde mit Hilfe eines Hg-Testimpulsgenerators und eines «sampling»-Oszilloskop zu  $< 1$  ns gemessen. Die in Figur 6 hervorgehobenen Verbindungen sind schnelle Impulsleitungen und müssen kurz (wenige Zentimeter) sein. Das ist der Grund dafür, dass die Begrenzungsstufen  $B_i$  in den Photovervielfacher-Chassis untergebracht wurden. Die Schaltelemente am Ausgang der schnellen Koinzidenzstufe (Figur 6) dienen dazu, Impulse mit schnellem Anstieg ( $< 100$  ns) und einer Abklingzeit von etwa 15  $\mu$ s zu formen, welche als Eingangsimpulse des Hauptverstärkers  $HV_{12}$  geeignet sind.

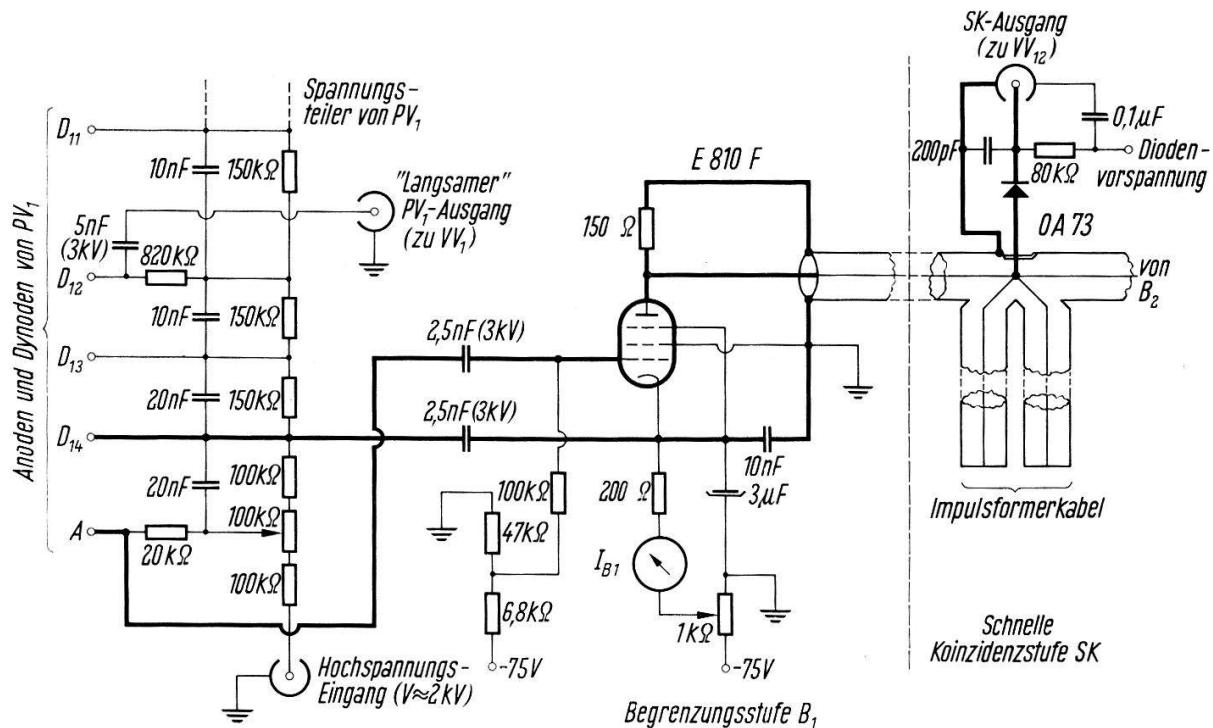


Fig. 6

«Schnelle» Elektronik

Besondere Vorsicht muss bei der Erdung des «schnellen» Kanals angewandt werden, damit nicht Impulse aus diesem Kanal in die Kanäle 1 und 2 (Figur 5) übertragen werden und falsche Dreifachkoinzidenzen ergeben. Ein Verfahren, um Übertragungen dieser Art zu entdecken, besteht darin, dass alle apparativen Einstellungen der auszuführenden Zerfallsratenmessung beibehalten werden, mit Ausnahme der Dreifachkoinzidenzstufe  $K$ , deren «12»-Eingang blockiert wird. Nun werden «langsame» Zweifachkoinzidenzen gezählt, zuerst bei gleichen Laufzeiten  $L_1$  und  $L_2$  (Figur 5), darauf bei  $L_1 > L_2 + 2L$  ( $L$  Laufzeit der Impulsformerkabel; siehe Figur 6), so dass keine wahren schnellen Koinzidenzen zustande kommen. Wenn Übertragungen der beschriebenen Art auftreten, werden im ersten Fall mehr langsame Zweifachkoinzidenzen gezählt als im zweiten.

### 5. Bisher ausgeführte Messungen

Mit der soeben beschriebenen Apparatur wurden bisher Zerfallsratenmessungen folgender Isotope durchgeführt:

nach der  $\beta$ - $\gamma$ -Methode  $^{198}\text{Au}$ ,  $^{60}\text{Co}$ ,  $^{203}\text{Hg}$ ,  $^{95}\text{Nb}$ ;

nach der  $\gamma$ - $\gamma$ -Methode  $^{60}\text{Co}$ ,  $^{22}\text{Na}$ ,  $^{46}\text{Sc}$ .

Wir beschränken uns hier auf die Beschreibung je einer Messung nach der  $\beta$ - $\gamma$ -Methode ( $^{198}\text{Au}$ ) und der  $\gamma$ - $\gamma$ -Methode ( $^{60}\text{Co}$ ).

#### 5.1. Messung von $^{198}\text{Au}$ nach der $\beta$ - $\gamma$ -Methode

$^{198}\text{Au}$ -Präparate wurden zur Eichung von Reaktor-Neutronenflüssen sowie zur Quellstärkenbestimmung einer Neutronenquelle<sup>13)</sup> gemessen. Als Präparate lagen kreisförmige Goldfolien von einigen  $\text{mg}/\text{cm}^2$  Dicke und 1 bis 2 cm Durchmesser vor.

Die Präparat-Szintillator-Geometrie entsprach Figur 3 (organische Szintillatoren). Die Analysatoren  $A_i$  waren so eingestellt, dass im 1. Zähler Impulse von 0,48 bis 0,96 MeV, im zweiten solche von 0,21 bis 0,27 MeV gezählt wurden. Ausser dem häufigsten Zerfall  $\beta\text{-}\gamma$  (94,9%) treten bei  $^{198}\text{Au}$  noch eine Reihe von Nebenzweigen auf, zum Beispiel  $\beta\text{-}e$  ( $\gamma$  konvertiert; 3,7%),  $\beta'\text{-}\gamma'\text{-}\gamma$  (1,1%),  $\beta'\text{-}\gamma''$  (0,2%), und andere. Diese seltenen Nebenzweige des Zerfallsschemas machten einen Korrekturfaktor

$$K_Z = 0,996$$

erforderlich. Die Ansprech- und Zählwahrscheinlichkeiten  $W_{ij}$  und  $V_{ij}$  wurden nach verschiedenen der in Anhang I beschriebenen Verfahren bestimmt und in Formel (14) für den Summenimpulskorrekturfaktor  $K_V$  eingesetzt. Es ergab sich:

$$K_V = 0,9997.$$

Die Abhängigkeit der Ansprechwahrscheinlichkeiten vom Ort des zerfallenden Kerns wurde nach den Gl. (33) und (36) berechnet. Formel (21) für den Ausdehnungskorrekturfaktor  $K_x$  ergab hieraus bei allen gemessenen Folien

$$K_x = 1,000.$$

Die kurze Halbwertszeit von  $^{198}\text{Au}$  ermöglichte eine einfache Bestimmung des Koeffizienten  $T$ , der in die Formel (32) für den Korrekturfaktor  $K_T$  eingeht. (Durch den Korrekturfaktor  $K_T$  wird das endliche Auflösungsvermögen der Apparatur berücksichtigt.) Die Zerfallsratenmessung eines Testpräparates wurde hierzu wiederholt, nachdem die Aktivität auf etwa die Hälfte abgeklungen war. Aus der Zeitdifferenz und der Halbwertszeit liess sich das Verhältnis der beiden wahren Zerfallsraten bestimmen. Mit Gleichungen (20) und (32) liessen sich die Unbekannten  $T$  und  $N$  bestimmen. Bei unserer Messung ergab sich

$$T = 1,5 \mu\text{s}.$$

Der Gesamtfehler (statistischer Fehler und systematischer Fehler quadratisch addiert) des Endresultates betrug 3% ; es ergab sich bisher keine Möglichkeit der Kontrolle mit anderswo geeichten Präparaten.

### 5.2. Messung von $^{60}\text{Co}$ nach der $\gamma\text{-}\gamma$ -Methode

Nach der  $\gamma\text{-}\gamma$ -Methode wurden mehrere  $^{60}\text{Co}$ -Aktivitäten absolut bestimmt, die vorher von internationalen Eichstellen mit Hilfe der  $4\pi\beta\text{-}\gamma$ -Methode<sup>5)</sup> geeicht worden waren. Eine unserer Messungen wird im folgenden beschrieben: Vom Bureau International des Poids et Mesures erhielten wir 5  $^{60}\text{Co}$ -Präparate in Form von dünnen Folien von 1,2 cm Durchmesser, die nach der  $4\pi\beta\text{-}\gamma$ -Methode mit einer Genauigkeit von 2% geeicht waren. Die Aktivität der Präparate war für das Erreichen einer genügenden statistischen Genauigkeit etwas klein (je etwa 0,3  $\mu\text{C}$ ), so dass wir die 5 Folien aufeinanderlegten und als ein Präparat massen. Wir verwendeten organische, zylinderförmige Szintillatoren bei 180°-Geometrie (Präparatmittelpunkt auf der gemeinsamen Achse der beiden Szintillatoren). Die Szintillatorabmessungen waren folgende (siehe Figur 7):

$$r_0 = 1,9 \text{ cm} ; \quad l_0 = 3,3 \text{ cm} ;$$

Präparatabstände  $z_1 = z_2 = r_0$ .

Der Pegel der beiden Diskriminatoren  $A_i$  wurde auf 0,40 MeV eingestellt, wodurch Bedingung (15) erfüllt war. Die Berechnungen der Ansprech- und Zählwahrscheinlichkeiten  $W_{ij}$  und  $V_{ij}$  ergaben folgende Werte:

$$W_{ir} = 1,4 \cdot 10^{-2}; \quad W_{is} = 1,3 \cdot 10^{-2};$$

$$V_{ir} = 0,59; \quad V_{is} = 0,64; \quad V_{i(r+s)} = 0,925.$$

Mit Gleichung (42) ergab sich:

$$K_V = 1,007.$$

Die übrigen Korrekturfaktoren sind in Tabelle 2 verzeichnet.  $K_\theta$  wurde nach Gleichung (46) berechnet,  $K_\alpha$  nach Gleichung (24),  $K_T$  nach Gleichung (32).

Die Endresultate sind in Tabelle 1 zusammengestellt. Es zeigt sich, dass nach der  $\gamma$ - $\gamma$ -Methode in der jetzigen Form auch relativ starke und ausgedehnte Aktivitäten mit einer Genauigkeit von wenigen Promille geeicht werden können.

Tabelle 1

Präparat Nr.	Beschreibung des Präparates	$4\pi\beta\text{-}\gamma$ - Eichstelle	Zerfallsrate am 1. 1. 64	
			Eichstelle $4\pi\beta\text{-}\gamma$ -Methode	Unsere Messung $\gamma$ - $\gamma$ -Methode
1	Quasipunktförmiges Präparat	NBS, Washington	$(0,4379 \pm 0,0022) \mu\text{C}$	$(0,4366 \pm 0,0022) \mu\text{C}$
2	1,8 g $\text{CoCl}_2$ -Lösung in Glasampulle	PTB, Braunschweig	$(2,76 \pm 0,03) \mu\text{C}$	$(2,752 \pm 0,015) \mu\text{C}$
3	1,0 g $\text{CoCl}_2$ -Lösung in Glasampulle	NPL, Teddington	$(74,8 \pm 0,4) \mu\text{C}$	$(74,7 \pm 0,4) \mu\text{C}$
4	$\text{CoCl}_2$ -Schicht auf VYNS-Folie	BIPM, Sèvres	$(1,3331 \pm 0,0022) \mu\text{C}$	$(1,3313 \pm 0,0027) \mu\text{C}$

Tabelle 2

Korrekturfaktoren:

Präparat	NBS	PTB	NPL	BIPM
Summenimpulse ( $K_V$ )	1,008	1,003	1,0005	1,007
Winkelkorrelation ( $K_\theta$ )	1,059	1,082	1,101	1,054
Präparatausdehnung ( $K_\alpha$ )	1,000	0,988	0,998	1,000
Apparatives Auflösungsvermögen ( $K_T$ )*)	1,0005	1,0013	1,0055	0,9978

\*) Der Korrekturfaktor  $K_T$  wurde bei den  $\text{Co}^{60}$ -Messungen mit Hilfe zweier Testpräparate bestimmt (siehe Arbeit <sup>3</sup>).

Diese Arbeit wurde durch die finanzielle Unterstützung des Schweizerischen Nationalfonds zur Förderung der wissenschaftlichen Forschung ermöglicht. Wir danken Herrn Prof. Dr. K. P. MEYER (Bern) und Herrn Prof. Dr. E. BAUMGARTNER für viele anregende und klärende Diskussionen, ferner Herrn A. WALTHERT für Mitarbeit beim Aufbau der Apparatur und bei der Durchführung der Messungen.

### Anhang I

#### Zur Berechnung der Ansprech- und Zählwahrscheinlichkeiten

Wie schon in der Einleitung erwähnt wurde, macht die Anwendung der Koinzidenzmethode die Berechnung von Zähler-Ansprechwahrscheinlichkeiten nicht völlig überflüssig, hat aber zur Folge, dass Fehler bei diesen Berechnungen nur in höherer Ordnung ins Resultat eingehen. In diesem Abschnitt sollen einige Verfahren zur Berechnung von Ansprechwahrscheinlichkeiten  $W_{ij}$  und Zählwahrscheinlichkeiten  $V_{ij}$  für Szintillationszähler angegeben werden.

##### I.1. Direkte Berechnung von $W_{ij}$

###### I.1a. $\beta$ -Teilchen

Wenn die in Figur 3 dargestellte Anordnung verwendet wird, kann die  $\beta$ -Ansprechwahrscheinlichkeit  $W_{1\beta}$  des Szintillators  $S_1$  (siehe Figur 3) wie folgt berechnet werden:

$$W_{1\beta} = \frac{1}{4\pi} \int_{\Omega_1} (1 - \eta_{abs.}) d\Omega, \quad (33)$$

$\eta_{abs.}$ : Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein in ein bestimmtes Raumwinkelement  $d\Omega$  ausgesandtes  $\beta$ -Teilchen seine ganze Energie verliert, bevor es in  $S_1$  eindringen kann.

Das Integral muss über den Raumwinkel  $\Omega_1$ , den  $S_1$  mit  $P$  (Figur 3) bildet, erstreckt werden. Die der Gl. (33) zugrundeliegenden Voraussetzungen (isotrope Strahlung; Streuung in  $P$  und in den umliegenden Teilen vernachlässigbar; jedes in  $S_1$  eindringende Teilchen erzeugt einen Impuls) waren bei den bisher ausgeführten Messungen (siehe Abschnitt 5) genügend genau erfüllt.

Bei stark ausgedehnten Präparaten gilt Gleichung (33) für ein Volumenelement des Präparates. Für das ganze Präparat ergibt sich:

$$W_{1\beta} = \frac{1}{4\pi N} \int_P \int_{\Omega_1} n (1 - \eta_{abs.}) d\Omega d\tau, \quad (34)$$

$N$  Zerfallsrate,

$n$  spezifische Zerfallsrate im Volumenelement  $d\tau$ ,

$\tau_P$  Volumen des Präparates.

###### I.1b. $\gamma$ -Quanten

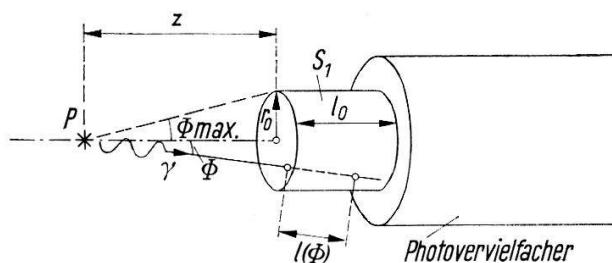


Fig. 7

Zur Berechnung von  $W_{1\gamma}$

Bei  $\gamma$ -Quanten muss berücksichtigt werden, dass die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein in den Szintillator eindringendes Quant einen Impuls erzeugt, in der Regel kleiner als 1 ist. Gleichung (34) muss in diesem Fall ersetzt werden durch

$$W_{i\gamma} = \frac{1}{4\pi N} \int_{\tau_P} \int_{\Omega_i} n (1 - \eta_{abs.}) (1 - e^{-\mu l}) d\Omega d\tau, \quad (35)$$

$\mu$  totaler linearer Absorptionskoeffizient im Szintillator  $S_i$ ,

$l$  Weglänge der Bahn eines ins Raumwinkelement  $d\Omega$  ausgesandten  $\gamma$ -Quants in  $S_i$  (siehe Figur 7).

Bei den bisher ausgeführten Messungen (Abschnitt 5) wurden zylindrische organische Szintillatoren verwendet. Bei den auftretenden  $\gamma$ -Energien waren Photoeffekt und Paarbildung gegenüber dem Comptoneffekt zu vernachlässigen, das heisst es galt:

$$\mu = \sigma_c n',$$

$\sigma_c$  totaler Comptonwirkungsquerschnitt pro Elektron,

$n'$  Elektronendichte in  $S_i$ .

Für ein punktförmiges, auf der Zylinderachse des Szintillators  $S_i$  befindliches Präparat  $P$  kann Gleichung (35) im soeben beschriebenen Spezialfall wie folgt vereinfacht werden:

$$W_{i\gamma} = \frac{1}{2} \int_0^{\phi_{max.}} (1 - e^{-\sigma_c n' l(\phi)}) \sin \phi d\phi, \quad (36)$$

wobei zu beachten ist, dass in Gleichung (36) die (für  $\gamma$ -Quanten unbedeutende) Absorption zwischen zerfallendem Kern und  $S_i$  vernachlässigt ist.

Für nicht zu kleine Abstände zwischen  $P$  und  $S_i$  kann Gleichung (36) durch folgende Näherungsformel ersetzt werden:

$$W_{i\gamma} \approx \frac{r_0^2}{4 d_0^2} (1 - e^{-\sigma_c n' l_0}), \quad (37)$$

$r_0$  Zylindrerradius von  $S_i$ ,

$d_0$  Abstand zwischen  $P$  und dem Schwerpunkt von  $S_i$ ,

$l_0$  Höhe von  $S_i$ .

In Gleichung (37) ist  $(r_0^2/4 d_0^2)$  ungefähr gleich dem von  $S_i$  und  $P$  gebildeten Raumwinkel; der Wert ist für kleine Abstände  $d_0$  zu klein, doch wird dieser Effekt dadurch, dass für die mittlere Weglänge  $l$  in  $S_i$  der etwas zu grosse Wert  $l_0$  eingesetzt ist, weitgehend kompensiert.

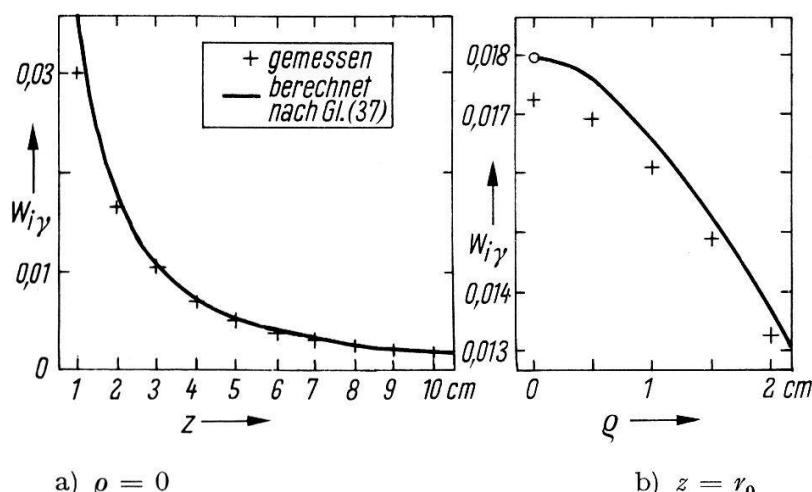


Fig. 8

Die Ansprechwahrscheinlichkeit  $W_{i\gamma}$  als Funktion des Abstandes  $z$  des Präparates ( $^{137}\text{Cs}$ ) von der Stirnfläche des Szintillators und als Funktion des Abstandes  $\rho$  des Präparates von der Achse des Szintillators. Szintillatorabmessungen:  $l_0 = 3,3 \text{ cm}$ ;  $r_0 = 1,9 \text{ cm}$ .

Zur Prüfung der Näherungsformel (37) wurde die Abhängigkeit der Ansprechwahrscheinlichkeit  $W_{i\gamma}$  vom Abstand  $z$  eines quasipunktförmigen  $^{137}\text{Cs}$ -Präparates von der Szintillatortirnfläche gemessen und nach Gleichung (37) berechnet. Durch eine direkt auf die Szintillatortirnfläche gelegte Al-Scheibe von 1,5 mm Dicke konnte die  $^{137}\text{Cs}$ - $\beta$ -Strahlung absorbiert werden. Die Resultate sind in Figur 8 dargestellt. Figur 8a zeigt, dass der nach Gleichung (37) berechnete Wert von  $W_{i\gamma}$  für  $z \geq 2$  cm um weniger als 5% vom Messwert abweicht. (Bei allen bisherigen Messungen war ein Fehler der Ansprechwahrscheinlichkeit von 5% zulässig). Aus Figur 8b ist ersichtlich, dass Gleichung (37) auch dann befriedigende Genauigkeit ergibt, wenn  $P$  sich nicht auf der Zylinderachse von  $S_i$  befindet (für  $d_0$  muss auch in diesem Fall der Abstand zwischen  $P$  und dem Schwerpunkt von  $S_i$  eingesetzt werden).

Bei den experimentellen Kurven in den Figuren 8a und 8b wurde ein Punkt ( $z = 10$  cm;  $\varrho = 0$ ) an den nach der strengen Formel (36) berechneten Wert angeglichen, darauf die Ortsabhängigkeit von  $W_{i\gamma}$  aus dem gemessenen Verlauf der Zählrate  $N_i$  (siehe Gleichung (6)) bestimmt.

### I.2. Berechnung der Zählwahrscheinlichkeiten $V_{ij}$

Die Zählwahrscheinlichkeiten können aus den zugehörigen Impulsspektren wie folgt berechnet werden:

$$V_{ij} = \frac{\int_{E_{Ai}}^{\infty} \left( \frac{dm_{ij}}{dE} \right)_E dE}{\int_0^{\infty} \left( \frac{dm_{ij}}{dE} \right)_E dE}, \quad (38)$$

wobei das Integral im Zähler über die vom Analysator  $A_i$  durchgelassenen Impulshöhenbereiche erstreckt werden muss.

Im folgenden werden verschiedene Verfahren zur Bestimmung von  $V_{ij}$  nach Gleichung (38) angegeben:

#### I.2a. Abschätzung von $V_{ij}$ bei theoretisch bekannten Spektren

Wenn es möglich ist, die Einzelimpulsspektren theoretisch zu ermitteln und durch algebraische Funktionen zu approximieren, so lassen sich die Integrale in Gleichung (38) analytisch berechnen. Als Beispiel hiefür sei die Approximation eines  $\gamma$ -Comptonspektrums durch ein rechteckförmiges Spektrum genannt. Um die Genauigkeit einer solchen Abschätzung zu prüfen, wurde für die  $^{137}\text{Cs}$ - $\gamma$ -Strahlung (Experimentelle Anordnung siehe Text zu Figur 8) die Zählwahrscheinlichkeit  $V_{i\gamma}$  als Funktion des Diskriminatorpegels  $E_{Ai}$  gemessen und unter Annahme eines rechteckförmigen  $\gamma$ -Spektrums berechnet (Figur 9). Figur 9 zeigt, dass für  $E_{Ai} < 0,3$  MeV ( $E_{i\gamma \max.} = 0,48$  MeV) der berechnete Wert von  $V_{i\gamma}$  um weniger als 5% vom Messwert abweicht.

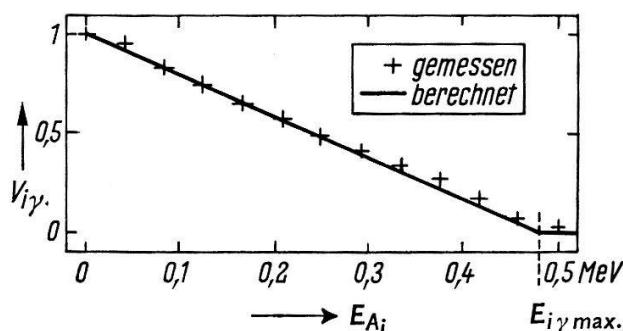


Fig. 9

Die Zählwahrscheinlichkeit  $V_{i\gamma}$  als Funktion des Diskriminatorpegels  $E_{Ai}$  für die  $^{137}\text{Cs}$ - $\gamma$ -Strahlung (Maximalenergie der Comptonelektronen  $E_{i\gamma \max.} = 0,48$  MeV)

### I. 2b. Aufnahme des Gesamtspektrums

Wie in Abschnitt 2.3 gezeigt wurde, tritt im Szintillator ein Gesamtspektrum auf, das sich aus den beiden Einzelimpulsspektren und dem Summenimpulsspektrum zusammensetzt. Das Gesamtspektrum kann mit Hilfe eines Impulsspektrographen experimentell bestimmt werden. Wenn die Form der Einzelimpulsspektren und des Summenimpulsspektrums theoretisch bekannt ist, kann die korrekte Aufteilung des Gesamtspektrums gefunden und  $V_{ij}$  nach Gleichung (38) (zum Beispiel durch graphische Integration) bestimmt werden.

### I. 2c. Aufnahme der Einzelimpulsspektren

Wenn 1-Kanal-Impulshöhenanalysatoren mit kontinuierlich verschiebbarem Kanal zur Verfügung stehen, können die Einzelimpulsspektren direkt bestimmt werden:

Bei  $\beta\gamma$ -Koinzidenzen wird dabei zuerst das Gesamtspektrum in  $S_1$  (siehe Figur 3) aufgenommen, darauf mit Hilfe eines Absorbers, der die  $\beta$ -Strahlung vollständig absorbiert, dessen Einfluss auf die  $\gamma$ -Strahlung aber vernachlässigbar ist (Graphit), das  $\gamma$ -Einzelimpulsspektrum gemessen. Das Gesamtspektrum ist die Summe der drei Spektren  $(dm_{1\beta}/dE)$ ,  $(dm_{1\gamma}/dE)$  und  $(dm_{1(\beta+\gamma)}/dE)$ . Wenn die  $\beta$ -Strahlung vor dem Szintillator  $S_1$  absorbiert wird, treten keine Summenimpulse mehr auf (vergleiche Abschnitt 2.3.), und es wird folglich das Spektrum sämtlicher  $\gamma$ -Impulse  $(dM_{1\gamma}/dE)$  gemessen. Durch Multiplizieren aller Ordinaten mit dem Faktor  $(1 - W_{1\beta})$  kann daraus das etwas niedrigere Einzelimpulsspektrum  $(dm_{1\gamma}/dE)$  gewonnen werden. Subtraktion dieses  $\gamma$ -Einzelimpulsspektrums und des Summenimpulsspektrums (welches berechnet werden muss; siehe Abschnitt I.2d) vom Gesamtspektrum ergibt das  $\beta$ -Einzelimpulsspektrum  $(dm_{1\beta}/dE)$ .

Bei  $\gamma\gamma$ -Koinzidenzen erfordert die Aufnahme der Einzelimpulsspektren die Benützung der ganzen Koinzidenzapparatur (Figur 1). Bei der Bestimmung der Spektren im Szintillator  $S_1$  soll dabei der Analysator  $A_2$  im anderen Kanal so eingestellt werden, dass im Kanal 2 die Einzelimpulse einer der beiden Strahlungen, zum Beispiel  $r$ , nicht durch  $A_2$  durchgelassen werden ( $V_{2r} = 0$ ). Es sind dann nur Koinzidenzen zwischen 1  $r$ - und 2  $s$ -Impulsen möglich, und bei Verschiebung des Kanals im Analysator  $A_1$  zeigt die Koinzidenzrate denselben Verlauf wie das 1  $r$ -Einzelimpulsspektrum. Damit ist die Form des 1  $r$ -Spektrums bekannt. Die Höhe des Spektrums lässt sich aus der Höhe des Koinzidenzimpulsspektrums nach folgender Gleichung bestimmen, die aus den Formeln (6) und (7) für  $N_1$ ,  $N_2$  und  $N_{12}$  abgeleitet werden kann:

$$\left( \frac{dm_{1r}}{dE} \right) = \left( \frac{dN_{12}}{dE} \right) \frac{N (1 - W_{1s})}{N_2 K_{V_2}}. \quad (39)$$

$K_{V_2}$  ist der Korrekturfaktor für Summenimpulse (vergleiche Formel (16)). Für  $N$  muss man das Resultat einer provisorischen Zerfallsratenmessung einsetzen. Das 1  $s$ -Einzelimpulsspektrum kann durch Subtraktion des 1  $r$ -Einzelimpulsspektrums und des berechneten Summenimpulsspektrums (siehe I.2d) vom Gesamtspektrum gefunden werden.

### I. 2d. Berechnung des Summenimpulsspektrums

Die Form des Summenimpulsspektrums kann mit Hilfe des folgenden Faltungsintegrals berechnet werden:

$$\left( \frac{dm_{i(r+s)}}{dE} \right)_E = \text{const.} \int_0^{\infty} \left( \frac{dm_{ir}}{dE} \right)_{E'} \left( \frac{dm_{is}}{dE} \right)_{E-E'} dE'. \quad (40)$$

Es genügt zur angenäherten Berechnung des Integrals in Gleichung (40), die beiden Einzelimpulsspektren  $(dm_{ir}/dE)$  und  $(dm_{is}/dE)$  durch wenige Trapeze zu approximieren, wonach analytisch integriert werden kann.

Der Wert der Konstanten in Gleichung (40) ergibt sich daraus, dass die Fläche des Summenimpulsspektrums gleich der Menge  $m_{i(r+s)}$  (siehe Gl. (4)) sein muss.

### I.3. Indirekte Berechnung der Ansprechwahrscheinlichkeiten $W_{ij}$ aus den Zählraten und den Zählwahrscheinlichkeiten

Wenn nach einem der im vorangehenden Abschnitt angegebenen Verfahren die Zählwahrscheinlichkeiten  $V_{ij}$  bei einer bestimmten Einstellung des Analysators  $A_i$  bestimmt worden sind,

ferner die Zerfallsrate  $N$  aus einer provisorischen Zerfallsratenmessung bekannt ist, können sowohl bei  $\beta$ - $\gamma$ - wie bei  $\gamma$ - $\gamma$ -Koinzidenzen die Ansprechwahrscheinlichkeiten  $W_{ij}$  aus den in den Zählern  $Z_i$  (Figur 1) auftretenden Zählraten nach den Formeln (6) bestimmt werden. Die zur Bestimmung der 4 Größen  $W_{ij}$  nötige Anzahl von 4 Gleichungen kann dadurch erreicht werden, dass die Zählraten  $N_1$  und  $N_2$  bei je 2 verschiedenen Analysatoreinstellungen gemessen werden. Ein anderes Verfahren besteht darin, die Zählraten nur bei je einer Analysatoreinstellung zu messen und aus den Absorptionseigenschaften der Strahlungen  $r$  und  $s$  das Verhältnis  $W_{ir}/W_{is}$  zu berechnen, wodurch man ebenfalls die erforderliche Anzahl von 4 Gleichungen erreicht.

## Anhang II

### Die Erfüllung der Bedingungen $W_{ir} V_{ir} = W_{is} V_{is}$ bei $\gamma$ - $\gamma$ -Koinzidenzen

Im folgenden soll auf die Erfüllung der Bedingung (15), die im Abschnitt 2.5 nur grob behandelt wurde, eingegangen werden: Diese Bedingung ist dann erfüllt, wenn der (bzw. die) Pegel des Analysators  $A_i$  aus den beiden Spektren  $(dM_{ir}/dE)$  und  $(dM_{is}/dE)$  gleich grosse Flächen herausschneidet. Nach der Definition von  $M_{ij}$  (Formel (1)) haben diese Flächen den Betrag  $N W_{ir} V_{ir}$  bzw.  $N W_{is} V_{is}$ ; aus der Gleichheit dieser Flächen ergibt sich Gleichung (15).

Gleichheit der entsprechenden Flächen in den Einzelimpulsspektren  $(dm_{ir}/dE)$  und  $(dm_{is}/dE)$  würde bedeuten:

$$W_{ir} (1 - W_{is}) V_{ir} = W_{is} (1 - W_{ir}) V_{is}; \quad (41)$$

Gleichung (15) ist also in diesem Fall im allgemeinen nicht exakt erfüllt. In der Praxis ist allerdings wegen der Kleinheit der Ansprechwahrscheinlichkeiten  $W_{ij}$  für  $\gamma$ -Quanten die Abweichung meist bedeutungslos.

## Anhang III

### «Gekoppelte» Korrekturfaktoren\*)

#### III.1. Summenimpulskorrektur bei Auftreten einer Winkelkorrelation ( $K_V^\theta$ )

Formel (16) für den Faktor  $K_V$  muss bei Auftreten einer Winkelkorrelation ersetzt werden durch:

$$K_{Vi}^\theta = \left( 1 - K_\theta^i W_{ir} \frac{V_{ir} + V_{is} - V_{i(r+s)}}{2 V_{is}} \right)^{-1}. \quad (42)$$

Nach der Definition der Summenimpulse (Abschnitt 2.3) ist der in Gleichung (42) auftretende Faktor  $K_\theta^i$  gleich dem Korrekturfaktor  $K_\theta$  (Abschnitt 3.2) für zwei zusammenfallende Szintillatoren ( $\theta = 0$ ). Aus Gleichung (25) erhält man:

$$K_\theta^i = 1 + \frac{1}{Q_0^i} \sum_{K=1}^{K_{max.}} Q_{2k}^i A_{2k}; \quad (43)$$

statt Gleichung (27) ergibt sich:

$$Q_{2k}^i = J_{ir}^{2k} J_{is}^{2k}; \quad (44)$$

statt Gleichung (28) gilt folgende Definition der Größen  $J_{ij}^{2k}$ :

$$J_{ij}^{2k} = \int_0^{\phi_{max.}} P_{2k}(\cos \phi_i) W'_{ij}(\phi_i) \sin \phi_i d\phi_i. \quad (45)$$

\*) Vergleiche Seite 416

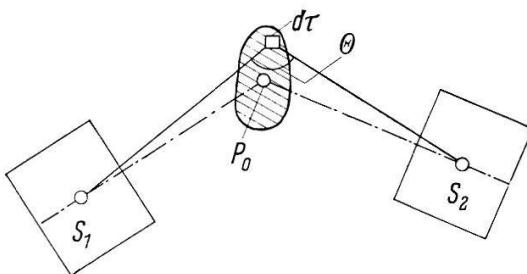
Der Herleitung der Gleichung (45) liegt die Annahme zugrunde, dass die Form des Summenimpulsspektrums und damit die Zählwahrscheinlichkeit  $V_{i(r+s)}$  nicht von den Bahnwinkeln  $\phi_i$  der beiden Quanten  $r$  und  $s$ , die den Summenimpuls bilden, abhängt. Diese Annahme erwies sich bei allen bisher ausgeführten Zerfallsratenmessungen als zulässig.

### III.2. Winkelkorrelationskorrektur bei ausgedehntem Präparat ( $\bar{K}_\theta$ )

Bei ausgedehnten Präparaten ist der Korrekturfaktor  $K_\theta$  in Gleichung (20) durch den über das Volumen  $\tau_P$  des Präparates gemittelten Wert  $\bar{K}_\theta$  zu ersetzen:

$$\bar{K}_\theta = \frac{1}{N} \int_{\tau_P} K_\theta n d\tau . \quad (46)$$

Bei den bisherigen Messungen wurde zur Berechnung der Abhängigkeit des Faktors  $K_\theta$  vom Ort des zerfallenden Kerns folgendes einfache Näherungsverfahren benutzt: Man verwendet Gleichung (25). Die Abhängigkeit der Größen  $Q_{2k}$  vom Ort des zerfallenden Kerns wird vernachlässigt. Die Größen  $Q_{2k}$  werden für den Schnittpunkt  $P_0$  (Figur 10) der Szintillatorachsen berechnet (Gleichung (27)). Die Legendre-Polynome  $P_{2k}(\cos \theta)$  berechnet man für den Winkel, der durch den zerfallenden Kern und die Schwerpunkte der beiden Szintillatoren aufgespannt wird.



Figur 10

Näherungsverfahren für die Berechnung des Faktors  $\bar{K}_\theta$

Dieses Näherungsverfahren wurde mit Hilfe punktförmiger Testpräparate geprüft (siehe Arbeit <sup>3</sup>); es erwies sich bei allen bisher gemessenen Präparaten als zulässig.

### Literatur

- <sup>1)</sup> J. L. PUTMAN, *Measurement of Disintegration Rate*, in «Beta- and Gamma-Ray Spectroscopy» (ed. K. Siegbahn, Amsterdam 1955), pag. 835 f.
- <sup>2)</sup> *idem*, pag. 841.
- <sup>3)</sup> K. P. MEYER, P. SCHMID und P. HUBER, Helv. Phys. Acta 32, 423 (1959).
- <sup>4)</sup> R. E. BELL, R. L. GRAHAM und H. E. PETCH, Canad. J. Phys. 30, 35 (1952).
- <sup>5)</sup> P. J. CAMPION, International Journal of Applied Radiation and Isotopes 4, 232 (1959).
- <sup>6)</sup> J. STEYN und F. J. HAASBROEK, Proc. Sec. UN Internat. Conf. Peaceful Uses of Atomic Energy, Vol. 21, 95, Genf (1958).
- <sup>7)</sup> R. FROSCH, P. HUBER und F. WIDDER, Helv. Phys. Acta 35, 305 (1962).
- <sup>8)</sup> J. L. PUTMAN, AERE, I/M 26, Harwell (1957).
- <sup>9)</sup> H. FRAUENFELDER, *Angular Correlation*, in «Beta- and Gamma-Ray Spectroscopy» (vgl. <sup>1</sup>).
- <sup>10)</sup> J. S. LAWSON und H. FRAUENFELDER, Phys. Rev. 91, 649 (1953).
- <sup>11)</sup> E. BALDINGER, W. HAELG und P. WEHRLI, Z. angew. Math. Phys. 9, 521 (1959).
- <sup>12)</sup> A. MAIER und K. P. MEYER, Helv. Phys. Acta 30, 611 (1957).
- <sup>13)</sup> C. v. PLANTA und P. HUBER, Helv. Phys. Acta 29, 375 (1956).
- <sup>14)</sup> R. FROSCH, P. HUBER, F. WIDDER und A. WALTHERT, Helv. Phys. Acta 36, 622 (1963).