Zeitschrift: Helvetica Physica Acta
Band: 37 (1964)
Heft: III

Artikel: Die Dynamik der Blochschen Wand
Autor: Enz, U.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-113481

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 07.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Die Dynamik der Blochschen Wand

von **U. Enz**
Philips Forschungslaboratorium N.V. Philips' Gloeilampenfabrieken, Eindhoven-Niederlande

(1. XI. 63)

1. Einleitung

Ein magnetischer Kristall ist im allgemeinen in Weißsche Bezirke, auch Domänen genannt, aufgeteilt. Innerhalb eines Weißschen Bezirkes haben alle Magnetisierungsvektoren die gleiche Richtung. Diese ist parallel zu einer der magnetischen Vorzugsrichtungen des Kristalls. Zwei Bezirke mit verschiedener Orientierung der Magnetisierung sind durch eine Blochsche[1]) Wand getrennt, in der die Magnetisierung in kontinuierlicher Weise die Richtung ändert (Fig. 1). Die Blochsche

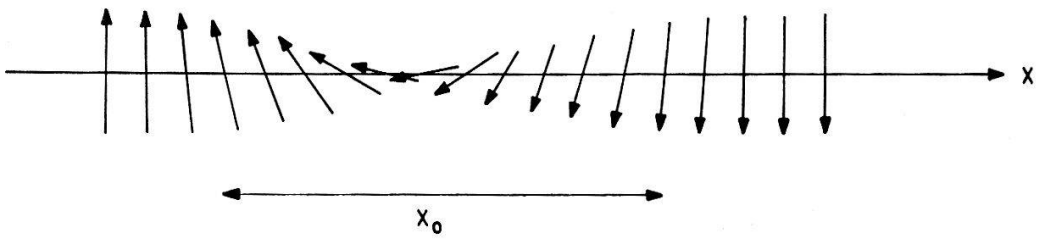

Fig. 1
Anschauliche Darstellung einer Blochwand

Wand kann als die Struktur bezeichnet werden, die diesen Übergang von einer Richtung zur andern bei minimaler freier Energie vollzieht. Die Blochsche Wand besitzt eine charakteristische endliche Ausdehnung, die Wanddicke. In verschiedenen Kristallstrukturen treten verschiedene Arten von Wänden auf; hier wird die Beschränkung auf 180°-Wände in uniachsialen Kristallen gemacht. Der Zweck dieses Artikels ist es, die Statik und insbesondere die Dynamik der Blochschen Wand zu beschreiben.

2. Statik

Gegeben sei ein uniachsialer Kristall mit der Kristallachse (c-Achse) in der z-Richtung eines rechtwinkligen Koordinatensystems x, y, z (Fig. 2). Die Magnetisierung des Kristalls werde beschrieben durch den ortsabhängigen Vektor M von konstanter Länge. Im Kristall trete eine magnetische Anisotropie von der Form

$$F_k = K \sin^2\theta \tag{1}$$

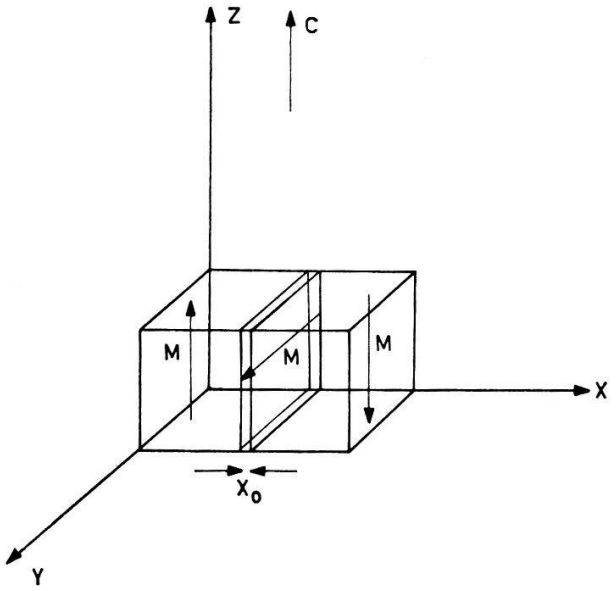

Fig. 2
Situation der Blochschen Wand im uniachsialen Kristall. Die Vorzugsrichtung der Magnetisierung M ist parallel zur Achse c. Die x-Achse wurde parallel zur Wandnormalen gewählt.

auf, worin θ der Winkel zwischen der Magnetisierung M und der c-Achse und K eine konstante Energie pro Volumeneinheit darstellt. Ferner trete die Austauschenergie A auf. Normalerweise bezieht sich die Austauschenergie auf die magnetischen Momente benachbarter Atome. Hier wird das magnetische Material als wirkliches Kontinuum betrachtet. Die Austauschenergie A bezieht sich daher hier auf die Richtungsänderung von M pro Längeneinheit und hat die Dimension einer Energie pro Längeneinheit. Weiter kann ohne Einschränkung der Allgemeinheit angenommen werden, dass θ nur von x abhängt, dass also der magnetische Vektor M immer parallel zur y-z-Ebene bleibt. θ ist eine kontinuierliche Funktion von x; und die Austauschenergie kann für diesen Fall als

$$A\left(\frac{d\theta}{dx}\right)^2 \tag{2}$$

geschrieben werden.

Wir schreiben nun das Variationsproblem für die Blochsche Wand, wobei Randeffekte an den Begrenzungen des Kristalls unberücksichtigt bleiben:

$$\delta \int_{-\infty}^{+\infty} \left(A\left(\frac{d\theta}{dx}\right)^2 + K \sin^2\theta\right) dx = 0\,. \tag{3}$$

Dies ergibt sich aus der Forderung, dass die totale freie Energie ein Minimum wird. Die Euler-Gleichung zu (3) lautet:

$$\frac{d^2\theta}{dx^2} = \frac{K}{2A} \sin 2\,\theta\,. \tag{4}$$

Lösungen dieser Gleichung sind $\theta = 0$, $\theta = n\,\pi$ und

$$\sin\theta = \frac{\pm 1}{\cosh \sqrt{\frac{K}{A}}\,(x + x')}\,. \tag{5}$$

Die beiden ersten Lösungen haben die tiefste Energie, in dieser Notation ist diese gleich null. Die beiden andern Lösungen (Fig. 3) haben beide eine positive Energie, nämlich

$$E_0 = +4\sqrt{A\,K} \tag{6}$$

pro Flächeneinheit. E_0 ist also nur in bezug auf Nachbarzustände ein Minimum, dennoch ist die Wand als Ganzes gegenüber Störungen beliebiger Art stabil. Die allgemeinste Lösung von (4) lässt sich durch elliptische Funktionen geben, doch kann gezeigt werden, dass diese Lösungen, die eine Vielzahl von äquidistanten Wänden darstellen, nicht einem Minimum von (3) entsprechen.

Es besteht ferner noch die charakteristische Länge

$$x_0 = \int_{-\infty}^{+\infty} \sin\theta\, dx = \pi\sqrt{\frac{A}{K}}\,. \tag{7}$$

die «Wanddicke», sie gibt den Abschnitt auf der x-Achse an, in dem θ wesentlich von 0 oder π abweicht. Diese Wand teilt also den Kristall in zwei Gebiete, in denen $\theta \approx 0$ bzw. $\theta \approx \pi$ ist. Wesentlich ist noch, dass die Lösung invariant ist gegenüber Koordinatentransformationen auf der x-Achse, was in der Integrationskonstanten x' zum Ausdruck kommt.

Anschaulich gesprochen stellen also die beiden nichttrivialen Lösungen (5) ein Drehen des Magnetisierungsvektors M von zum Beispiel $M//c$ nach $M//(-c)$ beim Fortschreiten auf der x-Achse in positiver Richtung dar. Die beiden verschiedenen Vorzeichen entsprechen einem positiven oder negativen Drehsinn. Im einen Fall ist $\sin\theta$ immer negativ, im andern Fall immer positiv. Man kann sagen, dass die Wand

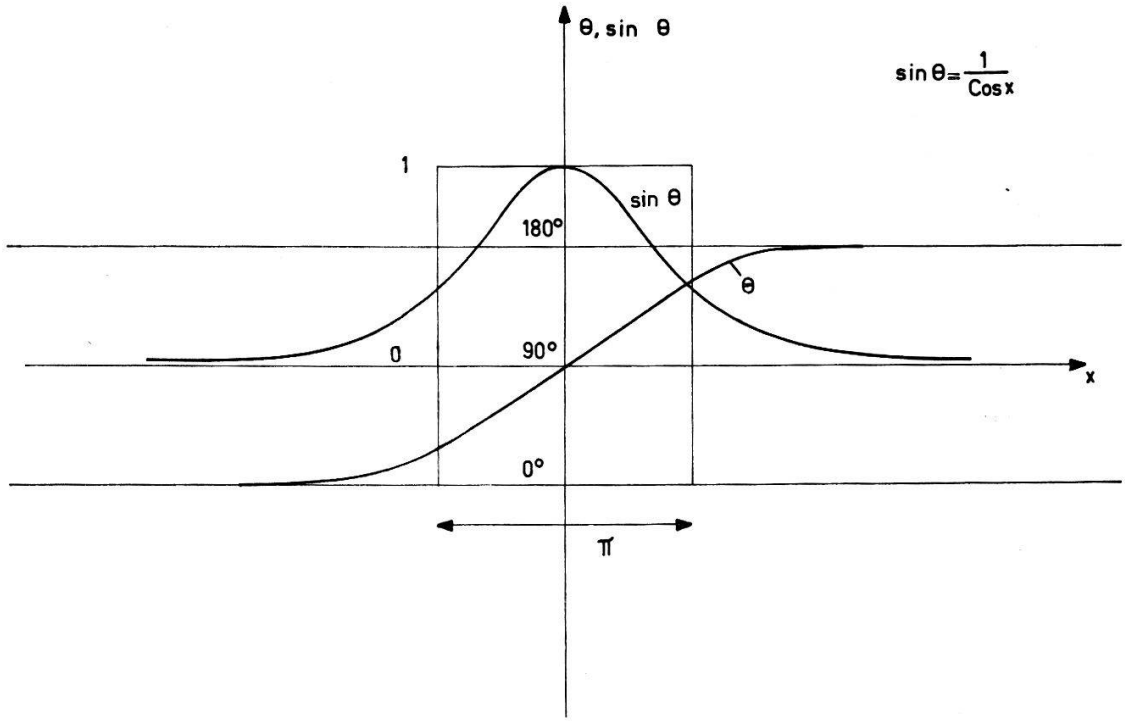

Fig. 3
Grafische Darstellung der Lösung (5) des Variationsproblems (3) $\theta = \theta(x)$ und $\sin\theta(x)$

Träger einer Invarianten $\pm \pi$ ist, wobei π den totalen Drehwinkel darstellt und die Vorzeichen den Drehsinn andeuten.

Es sei in diesem Zusammenhang noch bemerkt, dass in realen Kristallen das Auftreten, die Art und die Anzahl der Wände durch die Begrenzung des Kristalles gegeben ist, wobei ein zweites Variationsproblem auftritt, in das neben der totalen Wandenergie auch die totale magnetostatische Energie der Streufelder eingeht, wie viele Berechnungen[2]) zeigen. Dennoch lässt sich die Struktur der einzelnen Wand auf die oben beschriebene Weise berechnen, in ihr widerspiegeln sich im Gegensatz zum zweiten Variationsproblem die lokalen Feldeigenschaften.

3. Dynamik

Bis hierher hatten wir es mit der Blochschen Wand als statisches Gebilde zu tun, nun gehen wir über zur Beschreibung der dynamischen Eigenschaften, wobei wir der grundlegenden Arbeit von Döring[3]) folgen. Auch hier beschränken wir uns wieder auf das oben erwähnte Beispiel der 180°-Wand im uniachsialen Kristall. Durch das Anlegen eines magnetischen Feldes H parallel zur c-Achse, also parallel (bzw. antiparallel) zur Magnetisierungsrichtung wird ein Druck P der Grösse

$$P = 2\,H\,M \tag{8}$$

auf die Blochsche Wand ausgeübt. Die Richtung des Druckes ist so, dass das Gebiet, in dem H parallel zu M ist, die Neigung hat, sich zu vergrössern. Der Druck P hängt bemerkenswerterweise nicht von der Struktur der Wand ab, sondern nur von der Tatsache, dass M zu beiden Seiten der Wand antiparallel ist. Der Druck P setzt die Wand längs der x-Achse in Bewegung, sie besitzt nun eine Geschwindigkeitskomponente $v_x = v$ auf der x-Achse.

Das Ergebnis von Döring ist zusammengefasst das folgende: Die bewegte Blochsche Wand besitzt eine Energie E pro Flächeneinheit, die grösser ist als die Energie E_0 der ruhenden Wand. Der Unterschied $E - E_0$ ist in erster Näherung proportional zum Quadrat der Geschwindigkeit der Wand. Der Proportionalitätsfaktor kann als $m_0/2$ geschrieben werden, so dass die folgende Beziehung entsteht:

$$E - E_0 = \frac{m_0}{2}\,v^2\,. \tag{9}$$

Man kann also den Energieunterschied zwischen bewegter und ruhender Wand als kinetische Energie pro Flächeneinheit der Wand deuten und ihr eine Masse m_0 zuschreiben. Für die Masse ergibt sich als erste Näherung

$$m_0 = (2\,\gamma^2\,x_0)^{-1} = E_0\,(8\,\pi\,\gamma^2\,A)^{-1} \tag{10}$$

in Grammen pro Flächeneinheit. Darin sind E_0 und x_0 die oben definierte Wandenergie bzw. Wanddicke, während $\gamma = e/2\,m\,c$ das gyromagnetische Verhältnis bedeutet. Es ist ein wesentliches Resultat, dass γ im Ausdruck für die Wandmasse auftritt, denn die Trägheit der Wand ist eine direkte Folge der Koppelung der Magnetisierung M mit einem zugehörigen Drall M/γ. Beim Durchlaufen der Wand

durch einen festen Punkt auf der x-Achse führt die Magnetisierung an diesem Punkt eine Drehbewegung von $\theta = 0$ nach $\theta = \pi$ aus. Dabei macht sich der Drall über magnetomechanischen Parallelismus bemerkbar.

Im folgenden wird eine Ableitung dieser Resultate gegeben, die wesentlich einfacher ist als die ursprüngliche und die zudem den Vorteil grösserer Allgemeinheit hat, indem keine Beschränkung auf kleine Geschwindigkeiten gemacht wird. Ausgangspunkt hierzu ist die in Fig. 4 dargestellte Situation. Die Magnetisierung M wird im allgemeinen bei einer bewegten Wand nicht exakt parallel zur y-z-Ebene stehen, sondern mit dieser einen Winkel φ einschliessen. Im folgenden wird die Voraussetzung gemacht, dass φ genügend klein ist, um $\sin\varphi$ durch φ ersetzen zu können.

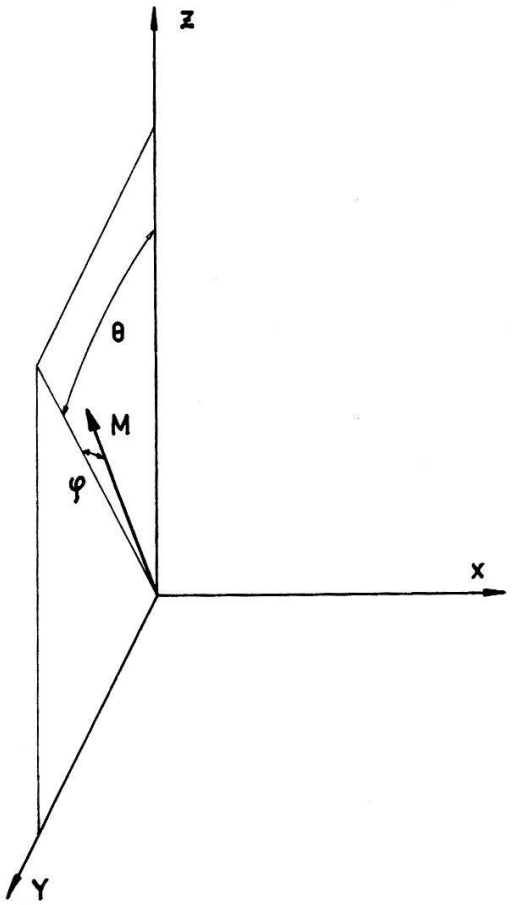

Fig. 4
Die Winkel θ und φ in der bewegten Blochschen Wand

Auf die Magnetisierung M wirken folgende Drehmomente: In x-Richtung ein Moment, das durch die Austauschwechselwirkung der Nachbaratome auf M ausgeübt wird und in dieser Notation $2\,A\,\partial^2\theta/\partial x^2$ beträgt. Ferner wirkt in gleicher Richtung das zurücktreibende Moment der Anisotropie $-K\sin 2\,\theta$. In einer Richtung lotrecht zu M in der y-z-Ebene wirkt hauptsächlich das Drehmoment $4\,\pi\,M^2\,\varphi$, hervorgerufen durch das demagnetisierende Feld $4\,\pi\,M$. Es kann gezeigt werden, dass das restliche, in dieser Richtung wirkende Drehmoment

$$K\cos^2\theta\,\sin 2\,\varphi - 2\,A\left(\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}\right) + \varphi\left(\frac{\partial\theta}{\partial x}\right)^2$$

unter der Voraussetzung $4\pi M^2 \gg K$ vernachlässigt werden kann. Durch zweimaliges Schreiben des Drallsatzes in den erwähnten Richtungen ergibt sich daher:

$$2A \frac{\partial^2\theta}{\partial x^2} - K \sin 2\theta = \frac{1}{\gamma} M \frac{\partial\varphi}{\partial t}, \tag{11}$$

$$4\pi M^2 \varphi = \frac{1}{\gamma} M \frac{\partial\theta}{\partial t}. \tag{12}$$

Durch Differentiation von (12) nach t ergibt sich leicht:

$$\frac{\partial^2\theta}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\theta}{\partial t^2} = \frac{K}{2A} \sin 2\theta, \tag{13}$$

was bei Zeitunabhängigkeit von θ wieder Gleichung (3) ergibt. In Gleichung (13) tritt eine Geschwindigkeit

$$c = 2\gamma \sqrt{2\pi A} \tag{14}$$

auf, die den Charakter einer Grenzgeschwindigkeit hat. Eine Lösung von (13) ist

$$\sin\theta = \left[\cosh \sqrt{\frac{K}{A}}\, \xi\right]^{-1}, \quad \xi = \frac{x - v\,t}{\sqrt{1-(v/c)^2}}. \tag{15}$$

Hieraus erhellt sich, dass Gleichung (13) invariant in bezug auf die spezielle «Lorentz-Transformation» x, t ist. Aus (15) ist weiter ersichtlich, dass die bewegte Wand eine um einen Faktor $\sqrt{1-(v/c)^2}$ kleinere Wanddicke aufweist als die ruhende, was als «Lorentz-Kontraktion» aufgefasst werden kann. Ferner folgt die Wandmasse (10) direkt aus der Beziehung

$$E_0 = m_0 c^2. \tag{16}$$

Es handelt sich dabei um die Ruhemasse per Flächeneinheit der Wand. Die Ableitung der Wandmasse erscheint hier besonders einfach. Wie sich weiter unten noch zeigen wird, ergibt sich auch eine Geschwindigkeitsabhängigkeit der Masse entsprechend

$$m(v) = m_0 (1 - (v/c)^2)^{-\frac{1}{2}}. \tag{17}$$

Dieses Resultat und auch die Wandkontraktion wurde ohne Ableitung bereits in einer Notiz von Bean[4]) erwähnt. Eine experimentelle Bestätigung dieser Resultate existiert gegenwärtig nur in bezug auf das Auftreten einer Wandmasse. Bei Wänden, die in Potentialmulden gebunden sind, wurden Wandresonanzen[5]) festgestellt, die auf eine träge Masse schliessen lassen. Die Grenzgeschwindigkeit c lässt sich leicht errechnen: Bei $BaFe_{12}O_{19}$, einem hexagonalen Oxyd, wurde eine Wandenergie von $E_0 = 2{,}8$ erg cm^{-2} experimentell bestimmt[2]). Da auch K bekannt ist ($K = 3{,}3 \cdot 10^6$ erg cm^{-3}), ergibt sich aus (6) $A = 1{,}5 \cdot 10^{-7}$ dyn und aus (14) $c = 1{,}7 \cdot 10^4$ cm sec^{-1}. Diese Geschwindigkeit, deren Grössenordnung auch für andere Ferrite repräsentativ ist, setzt eine obere Grenze für die Schaltgeschwindigkeit von Speicherkernen. Zum Beispiel muss bei einer geforderten Schaltgeschwindigkeit von 10^{-7} sec der pro Wand zurückzulegende Weg kleiner als $1{,}7 \cdot 10^{-3}$ cm $= 17\ \mu$ sein. Eine Analyse des Schaltvorgangs an Rechteckferriten zeigt, dass diese Bedingung gut erfüllt ist.

4. Lagrange-Prinzip

Es soll hier nicht unerwähnt bleiben, dass sich Gleichung (13) auch direkt aus folgendem Variationsprinzip herleiten lässt:

$$\delta \iint \left\{ A \left[\left(\frac{\partial \theta}{\partial x} \right)^2 - \frac{1}{c^2} \left(\frac{\partial \theta}{\partial t} \right)^2 \right] + K \sin^2 \theta \right\} dx\, dt = 0 \,. \tag{18}$$

Die Euler-Gleichung dieses Wirkungsprinzipes ist identisch mit (13). Zur Errechnung der Wirkung pro Zeiteinheit ist die Lösung (15) in (18) einzusetzen.

Es lässt sich leicht zeigen, dass die Energie der bewegten Wand durch

$$H = \int \left\{ A \left[\left(\frac{\partial \theta}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{c^2} \left(\frac{\partial \theta}{\partial t} \right)^2 \right] + K \sin^2 \theta \right\} dx \tag{19}$$

gegeben ist, woraus auch (17) folgt. Die Gleichung (19) entspricht der Hamilton-Gleichung zum Lagrange-Prinzip (18). Die Gleichungen (15) bis (17) lassen eine Analogie des vorliegenden Falles der bewegten Blochwand mit der relativistischen Bewegung eines Elementarteilchens deutlich hervortreten. Noch deutlicher wird dieser Zusammenhang, wenn Gleichung (18) durch hinzufügen von Termen $(\partial/\partial y)^2$ und $(\partial/\partial z)^2$ vierdimensional geschrieben wird. Die Euler-Gleichung ist dann

$$\Delta \theta - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} = \frac{K}{2\,A} \sin 2\,\theta \,. \tag{20}$$

Diese partielle Differentialgleichung steht in direkter Analogie zur Klein-Gordon-Gleichung[6]), welche der Spezialfall von (20) für $\theta \ll 1$ ist. Der Autor glaubt, dass dieser Analogie eine grundlegende Bedeutung zukommt[7]).

Ich möchte Dr. J. Smit für viele wertvolle Diskussionen meinen Dank aussprechen.

Literatur

1) F. Bloch, Z. Phys. *74*, 295 (1932).
2) C. Kooy and U. Enz, Philips Res. Reps. *15*, 7 (1960).
3) W. Döring, Z. Naturforsch. *3a*, 373 (1948).
4) C. P. Bean and R. W. Deblois, Bull. Amer. Phys. Soc. [II] *4*, 53 (1959).
5) J. Smit and H. P. J. Wijn, *Ferrites* (Philips Techn. Library 1959), p. 272.
6) M. E. Rose, *Relativistic Electron Theory* (J. Wiley, New York 1961), p. 37.
7) U. Enz, Phys. Rev. *131*, 1392 (1963).